# Bài 2: Phân bố Bernoulli. Phân bố nhị thức

**Giải Chuyên đề Toán 12 Bài 2: Phân bố Bernoulli. Phân bố nhị thức**  
**Khởi động trang 13 Chuyên đề Toán 12**: Xét phép thử T: “Tung một đồng xu cân đối và đồng chất một lần”. Do chỉ có hai kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của đồng xu là S và N nên không gian mẫu của phép thử đó là  = {S; N}.  
Gọi X là biến ngẫu nhiên rời rạc nhận giá trị bằng 0 nếu mặt xuất hiện của đồng xu là S và nhận giá trị bằng 1 nếu mặt xuất hiện của đồng xu là N.  
Phân bố ngẫu nhiên của biến ngẫu nhiên rời rạc X gợi nên khái niệm gì trong toán học?  
**Lời giải:**  
Phân bố ngẫu nhiên của biến ngẫu nhiên rời rạc X trong trường hợp này gợi đến khái niệm của biến ngẫu nhiên Bernoulli.  
**I. Phân bổ Bernoulli**  
**Hoạt động 1 trang 13 Chuyên đề Toán 12**: Xét phép thử T: “Một vận động viên bắn 1 phát súng vào mục tiêu”. Gọi X là số lần bắn trúng mục tiêu. Khi đó, X là biến ngẫu nhiên rời rạc nhận giá trị thuộc tập {0; 1}.  
Giả sử P(X = 1) = p (0 < p < 1). Suy ra P(X = 0) = 1 – p.  
Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X  
**Lời giải:**  
Bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X là  
  
  
  
  
X  
  
  
0  
  
  
1  
  
  
  
  
P  
  
  
1 – p  
  
  
p  
  
  
  
  
   
**Luyện tập - vận dụng 1 trang 14 Chuyên đề Toán 12**: Một câu hỏi trắc nghiệm có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Bạn An chọn ngẫu nhiên 1 phương án để trả lời câu hỏi đó. Giả sử X nhận giá trị 1 nếu phương án của bạn An là đúng và nhận giá trị 0 trong trường hợp ngược lại. Hỏi X có phải biến ngẫu nhiên rời rạc hay không? Nếu có, X có phân bố Bernoulli hay không? Vì sao?  
Xác suất để An chọn được phương án đúng là 14(1)/(4).  
Xác suất để An chọn phương án sai là 34(3)/(4).  
Bảng phân bố của biến ngẫu nhiên rời rạc X là  
**Lời giải:**  
  
  
  
  
X  
  
  
0  
  
  
1  
  
  
  
  
P  
  
34(3)/(4)  
14(1)/(4)  
  
  
  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố Bernoulli.  
**II. Phân bổ nhị thức**  
**Hoạt động 2 trang 14 Chuyên đề Toán 12**:  
a) Xét phép thử T: “Tung một đồng xu cân đối và đồng chất một lần”. Nêu những kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của đồng xu. Viết không gian mẫu Ω của phép thử T.  
b) Xét phép thử T1: “Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp một cách độc lập” (T1 còn được gọi là phép thử lặp và việc tung một đồng xu hai lần liên tiếp một cách độc lập được hiểu là kết quả có thể xảy ra của lần tung thứ hai không phụ thuộc vào kết quả có thể xảy ra của lần tung thứ nhất).  
Nêu những kết quả có thể xảy ra đối với mặt xuất hiện của đồng xu sau hai lần tung. Viết không gian mẫu Ω1 của phép thử T1.  
c) Trong phép thử lặp T1, ta xét các biến cố:  
A0: “Mặt sấp không xuất hiện trong cả hai lần tung”;  
A1: “Mặt sấp xuất hiện một lần trong cả hai lần tung”.  
A2: “Mặt sấp xuất hiện hai lần trong cả hai lần tung”.  
• Tính P(A0), P(A1), P(A2).  
• Với mỗi k = 0, 1, 2, hãy so sánh: P(Ak) và Ck2.(12)k.(12)2−kC2k.(1)/(2)^(k).(1)/(2)^(2−k).  
**Lời giải:**  
a) Khi tung một đồng xu đồng cân đối và đồng chất một lần thì kết quả đồng xu có thể xuất hiện mặt sấp (S) hoặc đồng xu xuất hiện mặt ngửa (N).  
Ta có n(W) = {S; N}.  
b) Có 4 kết quả có thể xảy ra:  
+) Mặt sấp (S) xuất hiện ở cả hai lần tung.  
+) Lần thứ nhất xuất hiện mặt sấp (S), lần thứ hai xuất hiện mặt ngửa (N).  
+) Lần thứ nhất xuất hiện mặt ngửa (N), lần thứ hai xuất hiện mặt sấp (S).  
+) Mặt ngửa (N) xuất hiện ở cả hai lần tung.  
Ta có Ω1 = {SS, SN, NS, NN}.  
c) Khi tung 1 đồng xu cân đối và đồng chất. Xác suất xuất hiện mặt sấp là 12(1)/(2), xác suất xuất hiện mặt ngửa là 12(1)/(2).  
+) A0: “Mặt sấp không xuất hiện trong cả hai lần tung”.  
P(A0)=(12)2=14PA\_(0)=(1)/(2)^(2)=(1)/(4)  
+) A1: “Mặt sấp xuất hiện một lần trong cả hai lần tung”.  
Xác suất để lần 1 xuất hiện mặt sấp, lần 2 xuất hiện mặt ngửa là: 12.12=14(1)/(2).(1)/(2)=(1)/(4).  
Xác suất để lần 1 xuất hiện mặt ngửa, lần 2 xuất hiện mặt sấp là: 12.12=14(1)/(2).(1)/(2)=(1)/(4).  
Do đó P(A1)=14+14=12PA\_(1)=(1)/(4)+(1)/(4)=(1)/(2)  
+) A2: “Mặt sấp xuất hiện hai lần trong cả hai lần tung”.  
P(A2)=(12)2=14PA\_(2)=(1)/(2)^(2)=(1)/(4)  
+) Với k = 0 thì P(A0)=14=C02.(12)0.(12)2−0=14PA\_(0)=(1)/(4)=C20.(1)/(2)^(0).(1)/(2)^(2−0)=(1)/(4)  
+) Với k = 1 thì P(A1)=12=C12.(12)1.(12)2−1=12PA\_(1)=(1)/(2)=C21.(1)/(2)^(1).(1)/(2)^(2−1)=(1)/(2)  
+) Với k = 2 thì P(A2)=14=C22.(12)2.(12)2−2=14PA\_(2)=(1)/(4)=C22.(1)/(2)^(2).(1)/(2)^(2−2)=(1)/(4)  
**Luyện tập - vận dụng 2 trang 16 Chuyên đề Toán 12**: Người ta tiến hành xét nghiệm một loại bệnh cho 5 người liên tiếp một cách độc lập. Xác suất mỗi người được xét nghiệm nhận kết quả dương tính đều là 0,2. Hãy tính xác suất của biến cố C: “Trong 5 người được xét nghiệm có 2 người nhận kết quả dương tính”.  
**Lời giải:**  
Xét phép thử lặp T: “Xét nghiệm một loại bệnh cho 5 người liên tiếp một cách độc lập”.  
Áp dụng công thức Bernoulli với p = 0,2 và k = 2, ta có:  
P(C)=C25.(0,2)2.(0,8)3=0,2048PC=C52.0,2^(2).0,8^(3)=0,2048  
**Hoạt động 3 trang 16 Chuyên đề Toán 12**: Xét phép thử lặp T1: “Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp một cách độc lập”. Gọi X là số lần mặt ngửa xuất hiện sau hai lần tung. Lập bảng phân bố xác suất của biến ngẫu nhiên rời rạc X.  
**Lời giải:**  
Xét phép thử lặp T1: “Tung một đồng xu cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp một cách độc lập”.  
Xác suất xuất hiện mặt ngửa là 12(1)/(2).  
X nhận giá trị trong tập {0; 1; 2}.  
Áp dụng công thức Bernoulli, ta có:  
P(X=0)=C02.(12)0,(12)2=14PX=0=C20.(1)/(2)^(0),(1)/(2)^(2)=(1)/(4)  
P(X=1)=C12.(12)1,(12)1=12PX=1=C21.(1)/(2)^(1),(1)/(2)^(1)=(1)/(2)  
P(X=2)=C22.(12)2,(12)0=14PX=2=C22.(1)/(2)^(2),(1)/(2)^(0)=(1)/(4)  
Ta có bảng phân bố xác suất của X là:  
  
  
  
  
X  
  
  
0  
  
  
1  
  
  
2  
  
  
  
  
P  
  
14(1)/(4)  
12(1)/(2)  
14(1)/(4)  
  
  
  
   
**Luyện tập - vận dụng 3 trang 17 Chuyên đề Toán 12**: Gieo một xúc xắc cân đối và đồng chất 10 lần một cách độc lập. Tính xác suất mặt 1 chấm xuất hiện không quá 3 lần.  
**Lời giải:**  
Gọi X là số lần xuất hiện mặt 1 chấm trong 10 lần gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất một cách độc lập.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 10 và p=16p=(1)/(6).  
Do đó P(X≤3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)PX≤3=PX=0+PX=1+PX=2+PX=3  
=C010(16)0.(56)10+C110(16)1.(56)9+C210(16)2.(56)8+C310(16)3.(56)7=C100(1)/(6)^(0).(5)/(6)^(10)+C101(1)/(6)^(1).(5)/(6)^(9)+C102(1)/(6)^(2).(5)/(6)^(8)+C103(1)/(6)^(3).(5)/(6)^(7)  
=976562560466176+1953125060466176+1757812560466176+937500060466176=(9765625)/(60466176)+(19531250)/(60466176)+(17578125)/(60466176)+(9375000)/(60466176)  
=5625000060466176≈0,93=(56250000)/(60466176)≈0,93  
**Bài tập**  
**Bài 1 trang 18 Chuyên đề Toán 12**: Một bác sĩ chữa khỏi bệnh A cho một người bị bệnh đó với xác suất là 95%. Giả sử có 10 người bị bệnh A đến bác sĩ chữa một cách độc lập. Tính xác suất để:  
a) Có 8 người khỏi bệnh.  
b) Có nhiều nhất là 9 người khỏi bệnh.  
**Lời giải:**  
Gọi X là số người bị bệnh A được bác sĩ chữa khỏi bệnh.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 10 và p = 0,95.  
a) Có 8 người khỏi bệnh tức là X = 8.  
Áp dụng công thức Bernoulli, ta có:  
P(X=8)=C810.0,958.0,052≈0,075PX=8=C108.0,95^(8).0,05^(2)≈0,075  
Vậy xác suất để có 8 người khỏi bệnh khoảng 7,5%.  
b) Có nhiều nhất là 9 người khỏi bệnh tức là X £ 9.  
Ta có P(X≤9)=1−P(X=10)=1−C1010.0,9510≈0,401PX≤9=1−PX=10=1−C1010.0,95^(10)≈0,401.  
Vậy xác suất để có nhiều nhất 9 người khỏi bệnh khoảng 40,1%.  
**Bài 2 trang 18 Chuyên đề Toán 12**: Một người bắn bia với xác suất bắn trúng là 0,7.  
a) Giả sử người đó bắn 3 lần liên tiếp một cách độc lập. Tính xác suất có ít nhất 1 lần bắn trúng bia.  
b) Giả sử người đó bắn n lần liên tiếp một cách độc lập. Tìm giá trị nhỏ nhất của n sao cho xác suất có ít nhất 1 lần bắn trúng bia trong n lần bắn đó là lớn hơn 0,9.  
**Lời giải:**  
Gọi X là số lần bắn trúng bia.  
a) X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 3 và p = 0,7.  
Có ít nhất 1 lần bắn trúng bia tức là X ³ 1.  
Ta có P(X≥1)=1−P(X=0)=1−C03.0,70.0,33=0,973PX≥1=1−PX=0=1−C30.0,7^(0).0,3^(3)=0,973.  
b) X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số n và p = 0,7.  
Có P(X≥1)=1−P(X=0)=1−C0n.0,70.0,3n=1−0,3nPX≥1=1−PX=0=1−Cn0.0,7^(0).0,3^(n)=1−0,3^(n).  
Vì P(X ³ 1) > 0,9 nên 1−0,3n>0,9⇔0,3n<0,1⇔n>log0,30,1⇔n>1,911−0,3^(n)>0,9⇔0,3^(n)<0,1⇔n>log\_(0,3)0,1⇔n>1,91.  
Mà n là giá trị bé nhất nên n = 2.  
**Bài 3 trang 18 Chuyên đề Toán 12**: Một thành phố có 70% số gia đình có ti vi. Chọn ra ngẫu nhiên (có hoàn lại) một cách độc lập 20 gia đình. Gọi X là số gia đình có ti vi trong 20 gia đình đã chọn ra. Tính xác suất để:  
a) Có đúng 10 gia đình có ti vi.  
b) Có ít nhất 2 gia đình có ti vi.  
**Lời giải:**  
X là số gia đình có ti vi trong 20 gia đình đã chọn ra.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 20 và p = 0,7.  
a) Có đúng 10 gia đình có ti vi tức là X = 10.  
Ta có P(X=10)=C1020.0,710.0,310≈0,031PX=10=C2010.0,7^(10).0,3^(10)≈0,031.  
Vậy xác suất để có đúng 10 gia đình có ti vi khoảng 3,1%.  
b) Có ít nhất 2 gia đình có ti vi tức là X ³ 2.  
Ta có P(X≥2)=1−P(X≤1)=1−P(X=0)−P(X=1)PX≥2=1−PX≤1=1−PX=0−PX=1  
=1−C020.0,70.0,320−C120.0,71.0,319=1−C200.0,7^(0).0,3^(20)−C201.0,7^(1).0,3^(19)  
=1−0,320−14.0,319≈0,9999=1−0,3^(20)−14.0,3^(19)≈0,9999  
Vậy xác suất để có ít nhất 2 gia đình có ti vi khoảng 99,99%.  
**Bài 4 trang 19 Chuyên đề Toán 12**: Gieo một con xúc xắc cân đối và đồng chất 10 lần liên tiếp một cách độc lập. Tính xác suất mặt 1 chấm xuất hiện đúng 3 lần trong 10 lần gieo đó.  
**Lời giải:**  
Gọi X là số lần xuất hiện mặt 1 chấm.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 10 và p=16p=(1)/(6).  
Mặt 1 chấm xuất hiện đúng 3 lần tức là X = 3.  
Ta có P(X=3)=C310.(16)3.(56)7≈0,155PX=3=C103.(1)/(6)^(3).(5)/(6)^(7)≈0,155  
Vậy xác suất mặt 1 chấm xuất hiện đúng 3 lần trong 10 lần gieo đó là khoảng 15,5%.  
**Bài 5 trang 19 Chuyên đề Toán 12**: Một hộp đựng các viên bi xanh và viên bi đỏ, các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Giả sử tỉ lệ số viên bi xanh trong hộp là 60%. Chọn ngẫu nhiên (có hoàn lại) một cách độc lập 15 viên bi trong hộp. Hãy tính xác suất của các tình huống sau:  
a) Có 10 viên bi xanh trong 15 viên bi được chọn ra;  
b) Có 7 viên bi đỏ trong 15 viên bi được chọn ra.  
**Lời giải:**  
a) Gọi X là số viên bi xanh trong 15 viên bi được chọn ra.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 15 và p = 0,6.  
Ta có P(X=10)=C1015.0,610.0,45≈0,186PX=10=C1510.0,6^(10).0,4^(5)≈0,186  
Vậy xác suất để có 10 viên bi xanh trong 15 viên bi được chọn ra khoảng 18,6%.  
b) Gọi Y là số viên bi đỏ trong 15 viên bi được chọn ra.  
Y là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 15 và p = 1 − 0,6 = 0,4.  
Ta có P(Y=7)=C715.0,47.0,68≈0,177PY=7=C157.0,4^(7).0,6^(8)≈0,177.  
Vậy xác suất để có 7 viên bi đỏ trong 15 viên bi được chọn ra khoảng 17,7%.  
**Bài 6 trang 19 Chuyên đề Toán 12**: Anh Châu tham gia quảng cáo cho một loại sản phẩm. Xác suất 1 lần quảng cáo thành công (tức là bán được sản phẩm sau lần quảng cáo đó) của anh Châu là 13(1)/(3). Anh Châu thực hiện 12 lần quảng cáo liên tiếp một cách độc lập. Gọi X là số lần quảng cáo thành công trong 12 lần quảng cáo đó.  
a) Tính xác suất để có từ 3 đến 5 lần quảng cáo thành công.  
b) Tìm số lần quảng cáo thành công có xác suất lớn nhất. Tính xác suất lớn nhất đó.  
**Lời giải:**  
a) Gọi X là số lần quảng cáo thành công trong 12 lần quảng cáo đó.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 12 và p=13p=(1)/(3).  
Ta có P(3≤X≤5)=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)P3≤X≤5=PX=3+PX=4+PX=5  
=C312.(13)3.(23)9+C412.(13)4.(23)8+C512.(13)5.(23)7≈0,641=C123.(1)/(3)^(3).(2)/(3)^(9)+C124.(1)/(3)^(4).(2)/(3)^(8)+C125.(1)/(3)^(5).(2)/(3)^(7)≈0,641  
Vậy xác suất để có từ 3 đến 5 lần quảng cáo thành công khoảng 64,1%.  
b) P(X=0)=C012.(13)0.(23)12=4096531441≈0,0077PX=0=C120.(1)/(3)^(0).(2)/(3)^(12)=(4096)/(531441)≈0,0077  
P(X=1)=C112.(13)1.(23)11=24576531441≈0,046PX=1=C121.(1)/(3)^(1).(2)/(3)^(11)=(24576)/(531441)≈0,046  
P(X=2)=C212.(13)2.(23)10=67584531441≈0,127PX=2=C122.(1)/(3)^(2).(2)/(3)^(10)=(67584)/(531441)≈0,127  
P(X=3)=C312.(13)3.(23)9=112640531441≈0,212PX=3=C123.(1)/(3)^(3).(2)/(3)^(9)=(112640)/(531441)≈0,212  
P(X=4)=C412.(13)4.(23)8=126720531441≈0,238PX=4=C124.(1)/(3)^(4).(2)/(3)^(8)=(126720)/(531441)≈0,238  
P(X=5)=C512.(13)5.(23)7=101376531441≈0,191PX=5=C125.(1)/(3)^(5).(2)/(3)^(7)=(101376)/(531441)≈0,191  
P(X=6)=C612.(13)6.(23)6=59136531441≈0,111PX=6=C126.(1)/(3)^(6).(2)/(3)^(6)=(59136)/(531441)≈0,111  
P(X=7)=C712.(13)7.(23)5=25344531441≈0,048PX=7=C127.(1)/(3)^(7).(2)/(3)^(5)=(25344)/(531441)≈0,048  
P(X=8)=C812.(13)8.(23)4=7920531441≈0,015PX=8=C128.(1)/(3)^(8).(2)/(3)^(4)=(7920)/(531441)≈0,015  
P(X=9)=C912.(13)9.(23)3=1760531441≈0,0033PX=9=C129.(1)/(3)^(9).(2)/(3)^(3)=(1760)/(531441)≈0,0033  
P(X=10)=C1012.(13)10.(23)2=264531441≈0,0005PX=10=C1210.(1)/(3)^(10).(2)/(3)^(2)=(264)/(531441)≈0,0005  
P(X=11)=C1112.(13)11.(23)1=24531441≈0,000045PX=11=C1211.(1)/(3)^(11).(2)/(3)^(1)=(24)/(531441)≈0,000045  
P(X=12)=C1212.(13)12.(23)0=1531441≈0,000002PX=12=C1212.(1)/(3)^(12).(2)/(3)^(0)=(1)/(531441)≈0,000002  
Vậy 4 lần chạy quảng cáo thành công có xác suất lớn nhất và xác suất khoảng 23,8%.  
**Bài 7 trang 19 Chuyên đề Toán 12**: Giả sử tỉ lệ người dân tham gia giao thông ở Hà Nội có hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ là 80%. Chọn ngẫu nhiên (có hoàn lại) 20 người đang tham gia giao thông trên đường. Hãy tính xác suất của các tình huống sau:  
a) Có 15 người hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ.  
b) Có 8 người không hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ.  
c) Số người không hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ có xác suất lớn nhất.  
**Lời giải:**  
a) Gọi X là số người hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ.  
X là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 20 và p = 0,8.  
Ta có P(X=15)=C1520.(0,8)15.(0,2)5≈0,1746PX=15=C2015.0,8^(15).0,2^(5)≈0,1746.  
Vậy xác suất có 15 người hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ khoảng 17,46%.  
b) Gọi Y là số người không hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ.  
Y là biến ngẫu nhiên rời rạc có phân bố nhị thức với tham số 20 và p = 1 − 0,8 = 0,2.  
Ta có P(Y=8)=C820.(0,2)8.(0,8)12≈0,0222PY=8=C208.0,2^(8).0,8^(12)≈0,0222.  
Vậy xác suất có 8 người không hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ khoảng 2,22%.  
c)P(Y=0)=C020.(0,2)0.(0,8)20≈0,0115;PY=0=C200.0,2^(0).0,8^(20)≈0,0115;  
P(Y=1)=C120.(0,2)1.(0,8)19≈0,0576PY=1=C201.0,2^(1).0,8^(19)≈0,0576  
P(Y=2)=C220.(0,2)2.(0,8)18≈0,1369PY=2=C202.0,2^(2).0,8^(18)≈0,1369  
P(Y=3)=C320.(0,2)3.(0,8)17≈0,2054PY=3=C203.0,2^(3).0,8^(17)≈0,2054  
P(Y=4)=C420.(0,2)4.(0,8)16≈0,2182PY=4=C204.0,2^(4).0,8^(16)≈0,2182  
P(Y=5)=C520.(0,2)5.(0,8)15≈0,1746PY=5=C205.0,2^(5).0,8^(15)≈0,1746  
P(Y=6)=C620.(0,2)6.(0,8)14≈0,1091PY=6=C206.0,2^(6).0,8^(14)≈0,1091  
P(Y=7)=C720.(0,2)7.(0,8)13≈0,0545PY=7=C207.0,2^(7).0,8^(13)≈0,0545  
P(Y=8)=C820.(0,2)8.(0,8)12≈0,0222PY=8=C208.0,2^(8).0,8^(12)≈0,0222  
P(Y=9)=C920.(0,2)9.(0,8)11≈0,0074PY=9=C209.0,2^(9).0,8^(11)≈0,0074  
P(Y=10)=C1020.(0,2)10.(0,8)10≈0,002PY=10=C2010.0,2^(10).0,8^(10)≈0,002  
P(Y=11)=C1120.(0,2)11.(0,8)9≈0,00046PY=11=C2011.0,2^(11).0,8^(9)≈0,00046  
P(Y=12)=C1220.(0,2)12.(0,8)8≈0,000087PY=12=C2012.0,2^(12).0,8^(8)≈0,000087  
P(Y=13)=C1320.(0,2)13.(0,8)7≈0,000013PY=13=C2013.0,2^(13).0,8^(7)≈0,000013  
P(Y=14)=C1420.(0,2)14.(0,8)6≈0,0000017PY=14=C2014.0,2^(14).0,8^(6)≈0,0000017  
P(Y=15)=C1520.(0,2)15.(0,8)5≈0,00000017PY=15=C2015.0,2^(15).0,8^(5)≈0,00000017  
P(Y=16)=C1620.(0,2)16.(0,8)4≈0,000000013PY=16=C2016.0,2^(16).0,8^(4)≈0,000000013  
P(Y=17)=C1720.(0,2)17.(0,8)3≈7,7.10−10PY=17=C2017.0,2^(17).0,8^(3)≈7,7.10^(−10)  
P(Y=18)=C1820.(0,2)18.(0,8)2≈3,2.10−11PY=18=C2018.0,2^(18).0,8^(2)≈3,2.10^(−11)  
P(Y=19)=C1920.(0,2)19.0,8≈8,4.10−13PY=19=C2019.0,2^(19).0,8≈8,4.10^(−13)  
P(Y=20)=C2020.(0,2)20≈1.10−14PY=20=C2020.0,2^(20)≈1.10^(−14)  
Vậy 4 người không hiểu biết cơ bản về Luật giao thông đường bộ có xác suất lớn nhất.  
**Bài 8 trang 19 Chuyên đề Toán 12**: Giả sử một phòng thí nghiệm phải kiểm tra 120 mẫu máu người (mỗi mẫu của 1 người) để tìm ra các mẫu có chứa một loại kháng thể X. Giả sử xác suất để 1 mẫu máu có kháng thể X là 2% và các mẫu máu độc lập với nhau.  
Do tính cấp bách của công tác phòng chống dịch nên thời gian dành cho xét nghiệm là rất ngắn. Thay vì xét nghiệm từng mẫu một, người ta làm như sau: Chia 120 mẫu thành 6 nhóm, mỗi nhóm có 20 mẫu. Lấy một ít máu từ mỗi mẫu trong cùng một nhóm trộn với nhau để được 1 mẫu hỗn hợp, rồi xét nghiệm mẫu hỗn hợp đó. Nếu kết quả xét nghiệm mẫu hỗn hợp là âm tính (mẫu hỗn hợp không có kháng thể X) thì coi như cả 20 mẫu trong nhóm đều không có kháng thể X, còn nếu mẫu hỗn hợp có kháng thể X, thì làm tiếp 20 xét nghiệm, mỗi xét nghiệm cho từng mẫu của nhóm.  
a) Xác suất để một mẫu máu hỗn hợp có chứa kháng thể X là bao nhiêu?  
b) Gọi S là tổng số lần phải xét nghiệm cho cả 6 nhóm. Tính kì vọng và phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc S (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).  
c) Chứng minh rằng số lần xét nghiệm trung bình cho 120 mẫu máu đó theo cách ghép nhóm trên là nhỏ hơn 48.  
**Lời giải:**  
a) Ta đi tính xác suất để mẫu máu hỗn hợp đó không chứa kháng thể X.  
Với mỗi mẫu máu thì xác suất để không chứa kháng thể X là 1 – 0,2 = 0,98.  
Xác suất để mẫu máu hỗn hợp không chứa kháng thể X là 0,9820.  
Vậy xác suất để một mẫu máu hỗn hợp chứa kháng thể X là: 1 – 0,9820 ≈ 0,3324.  
b) Gọi Xi là số lần xét nghiệm ở nhóm thứ i với i Î{1; 2; 3; 4; 5; 6}.  
Ta có E(X1) = E(X2) = … = E(X6)  
Vì S = X1 + X2 + X3 + X4 + X5 + X6.  
Vì các nhóm là độc lập với nhau nên  
E(S) = E(X1) + E(X2) + E(X3) + E(X4) + E(X5) + E(X6) = 6 E(X1).  
TH1: Nếu kết quả của mẫu máu hỗn hợp là âm tính thì chỉ cần 1 lần xét nghiệm.  
TH2: Nếu kết quả của mẫu máu hỗn hợp là dương tính thì cần 21 lần xét nghiệm tất cả.  
Ta có bảng phân bố xác suất  
  
  
  
  
  
X1  
  
  
1  
  
  
21  
  
  
  
  
P  
  
  
0,9820  
  
  
1 – 0,9820  
  
  
  
  
  
Do đó E(X1) = 1. 0,9820 + 21. (1 – 0,9820) ≈ 7,65.  
V(X1) = 12. 0,9820 + 212. (1 – 0,9820) − 7,652 ≈ 88,73.  
Vậy E(S) = 6.7,65 = 45,9.  
V(S) = 6.88,73 = 532,38.  
c) Vì E(S) = 45,9 < 48.  
Do đó số lần xét nghiệm trung bình cho 120 mẫu máu đó theo cách ghép nhóm trên là nhỏ hơn 48.