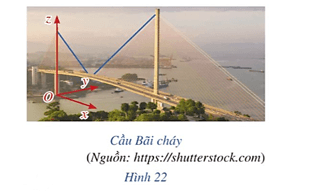
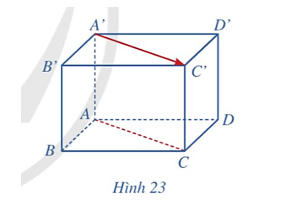
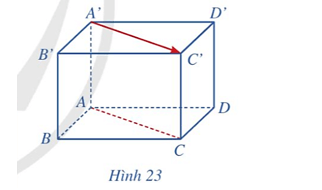
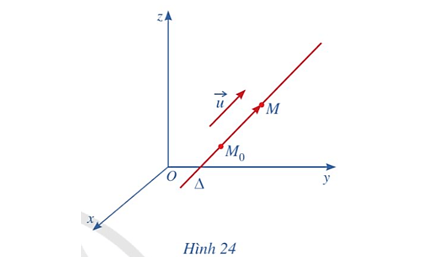
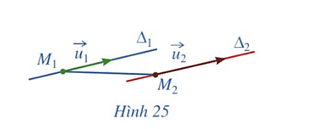
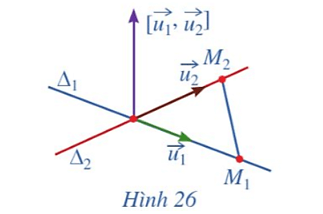
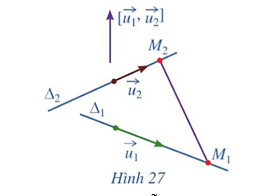
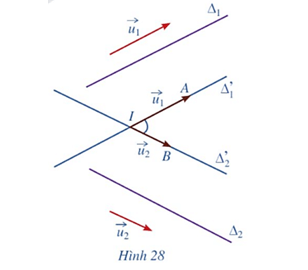
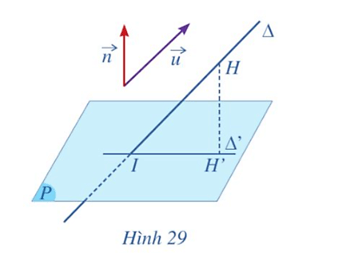
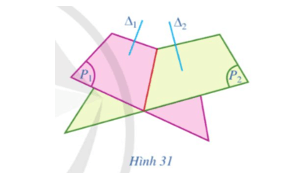
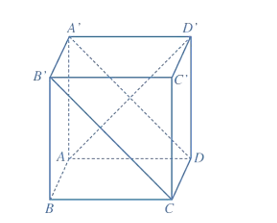
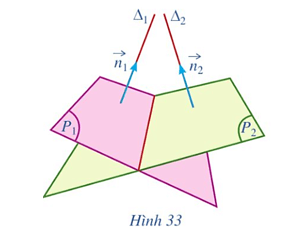
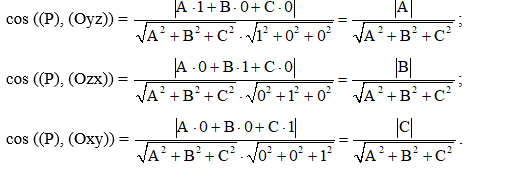
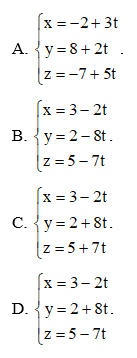
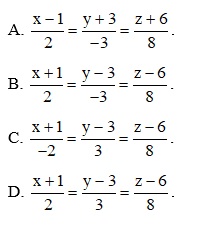
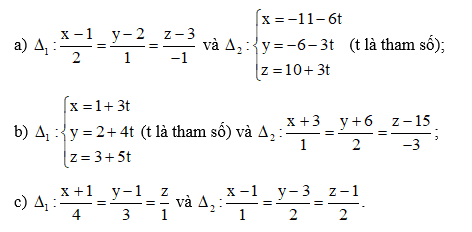
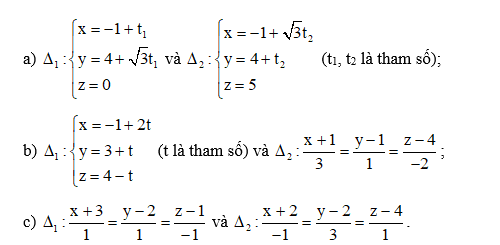
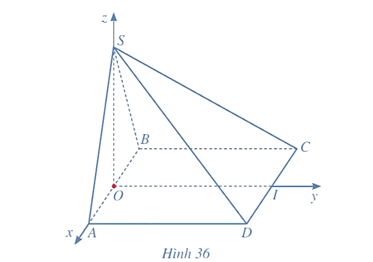
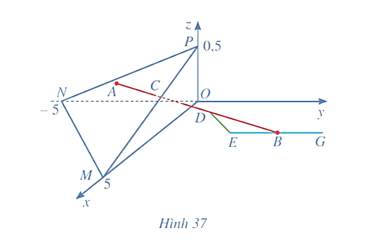
# Bài 2: Phương trình đường thẳng

**Giải Toán 12 Bài 2: Phương trình đường thẳng**  
**Câu hỏi khởi động trang 65 Toán 12 Tập 2**: Cầu Bãi Cháy nối Hòn Gai và Bãi Cháy (Quảng Ninh). Dây cáp của cầu gợi nên hình ảnh đường thẳng trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (Hình 22).  
  
Trong hệ tọa độ Oxyz, phương trình của đường thẳng là gì? Làm thế nào để lập được phương trình của đường thẳng?  
**Lời giải:**  
Trong bài học này, ta sẽ tìm hiểu phương trình của đường thẳng trong hệ tọa độ Oxyz và cách lập phương trình của đường thẳng.  
  
**Hoạt động 1 trang 65 Toán 12 Tập 2**: Cho hình hộp ABCD.A*'*B*'*C*'*D*'* (*Hình 23*). Giá của vectơ −−−→A′C′A^(')C^(')→ và đường thẳng AC có vị trí tương đối như thế nào?  
  
**Lời giải:**  
Giá của vectơ −−−→A′C′A^(')C^(')→ là đường thẳng A*'*C*'*.  
Vì ABCD.A*'*B*'*C*'*D*'* là hình hộp nên AC // A*'*C*'*.  
Vậy giá của vectơ −−−→A′C′A^(')C^(')→ và đường thẳng AC song song với nhau.  
  
**Luyện tập 1 trang 65 Toán 12 Tập 2**: Trong *Hình 23*, vectơ −−−→B′D′B^(')D^(')→ có là vectơ chỉ phương của đường thẳng BD hay không? Vì sao?  
  
**Lời giải:**  
Do vectơ −−−→B′D′B^(')D^(')→ khác →00→ và có giá là đường thẳng B*'*D*'* song song với đường thẳng BD nên vectơ −−−→B′D′B^(')D^(')→ là vectơ chỉ phương của đường thẳng BD.  
**Hoạt động 2 trang 66 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng ∆ đi qua điểm M0(1; 2; 3) và có vectơ chỉ phương →u=(2;3;5)u→=2; 3; 5. Xét điểm M(x; y; z) nằm trên ∆ (*Hình 24*).  
  
a) Nêu nhận xét về phương của hai vectơ →uu→ và −−−→M0MM\_(0)M→ .  
b) Có hay không số thực t sao cho −−−→M0M=t→uM\_(0)M→=tu→ ?  
c) Hãy biểu diễn x, y, z qua t.  
d) Tọa độ (x; y; z) của điểm M (nằm trên ∆) có thỏa mãn hệ phương trình:  
⎧⎪⎨⎪⎩x=1+2ty=2+3tz=3+5tx=1+2ty=2+3tz=3+5t hay không?  
**Lời giải:**  
a) Vì vectơ →uu→ là vectơ chỉ phương của đường thẳng ∆ nên giá của vectơ →uu→ song song hoặc trùng với đường thẳng ∆.  
Lại có vectơ −−−→M0MM\_(0)M→ có giá là đường thẳng M0M hay chính là đường thẳng ∆.  
Từ đó suy ra hai vectơ →uu→ và −−−→M0MM\_(0)M→ có giá song song hoặc trùng nhau nên chúng cùng phương.  
b) Vì hai vectơ →uu→ và −−−→M0MM\_(0)M→ cùng phương nên tồn tại số thực t ≠ 0 sao cho −−−→M0M=t→uM\_(0)M→=tu→.  
c) Ta có −−−→M0M=(x−1;y−2;z−3)M\_(0)M→=x−1;y−2;z−3.  
−−−→M0M=t→uM\_(0)M→=tu→⇔⎧⎪⎨⎪⎩x−1=t⋅2y−2=t⋅3z−3=t⋅5⇔⎧⎪⎨⎪⎩x=1+2ty=2+3tz=3+5t⇔x−1=t⋅2y−2=t⋅3z−3=t⋅5⇔x=1+2ty=2+3tz=3+5t  
d) Tọa độ (x; y; z) của điểm M (nằm trên ∆) thỏa mãn hệ phương trình: ⎧⎪⎨⎪⎩x=1+2ty=2+3tz=3+5tx=1+2ty=2+3tz=3+5t  
**Luyện tập 2 trang 67 Toán 12 Tập 2**: Viết phương trình tham số của đường thẳng ∆, biết ∆ đi qua điểm C(1; 2; – 4) và vuông góc với mặt phẳng (P):  
3x – y + 2z – 1 = 0.  
**Lời giải:**  
Ta có →n=(3;−1;2)n→=3;−1;2 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).  
Vì đường thẳng ∆ vuông góc với mặt phẳng (P) nên đường thẳng ∆ nhận vectơ →nn→ làm vectơ chỉ phương.  
Vậy phương trình tham số của đường thẳng ∆ là:  
⎧⎪⎨⎪⎩x=1+3ty=2−tz=−4+2tx=1+3ty=2−tz=−4+2t (t là tham số).  
  
**Hoạt động 3 trang 67 Toán 12 Tập 2**: Cho đường thẳng ∆ có phương trình tham số:  
⎧⎪⎨⎪⎩x=2+3ty=4+7tz=5+8tx=2+3ty=4+7tz=5+8t(t là tham số).  
Tọa độ (x; y; z) của điểm M (nằm trên ∆) có thỏa mãn hệ phương trình  
x−23=y−47=z−58(x−2)/(3)=(y−4)/(7)=(z−5)/(8)hay không?  
**Lời giải:**  
Vì M(x; y; z) ∈ ∆ nên ⎧⎪⎨⎪⎩x=2+3ty=4+7tz=5+8tx=2+3ty=4+7tz=5+8t.  
Khi đó x−23=2+3t−23=t(x−2)/(3)=(2+3t−2)/(3)=t,y−47=4+7t−47=t(y−4)/(7)=(4+7t−4)/(7)=t,z−58=5+8t−58=t(z−5)/(8)=(5+8t−5)/(8)=t.  
Suy ra x−23=y−47=z−58(=t)(x−2)/(3)=(y−4)/(7)=(z−5)/(8)=t.  
Vậy tọa độ (x; y; z) của điểm M (nằm trên ∆) thỏa mãn hệ phương trình x−23=y−47=z−58(x−2)/(3)=(y−4)/(7)=(z−5)/(8)  
**Luyện tập 3 trang 68 Toán 12 Tập 2**: Viết phương trình chính tắc của đường thẳng ∆, biết phương trình tham số của ∆ là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=−1+2ty=3−5tz=6+9tx=−1+2ty=3−5tz=6+9t (t là tham số).  
**Lời giải:**  
Ta có ⎧⎪⎨⎪⎩x=−1+2ty=3−5tz=6+9tx=−1+2ty=3−5tz=6+9t⇒⎧⎪  
⎪  
⎪⎨⎪  
⎪  
⎪⎩t=x+12t=y−3−5t=z−69⇒t=(x+1)/(2)t=(y−3)/(−5)t=(z−6)/(9).  
Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng ∆ là x+12=y−3−5=z−69(x+1)/(2)=(y−3)/(−5)=(z−6)/(9)  
  
**Hoạt động 4 trang 68 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm A(1; 2; 3) và B(3; 5; 9).  
a) Hãy chỉ ra một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.  
b) Viết phương trình tham số của đường thẳng AB.  
c) Viết phương trình chính tắc của đường thẳng AB.  
**Lời giải:**  
a) Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là −−→AB=(2;3;6)AB→=2; 3;6.  
b) Phương trình tham số của đường thẳng AB đi qua điểm A(1; 2; 3) và có vectơ chỉ phương −−→AB=(2;3;6)AB→=2; 3;6 là:  
⎧⎪⎨⎪⎩x=1+2ty=2+3tz=3+6tx=1+2ty=2+3tz=3+6t(t là tham số).  
c) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB đi qua điểm A(1; 2; 3) và có vectơ chỉ phương −−→AB=(2;3;6)AB→=2; 3;6 là: x−12=y−23=z−36(x−1)/(2)=(y−2)/(3)=(z−3)/(6)  
**Luyện tập 4 trang 69 Toán 12 Tập 2**: Viết phương trình chính tắc của đường thẳng OM, biết M(a; b; c) với abc ≠ 0.  
**Lời giải:**  
Phương trình chính tắc của đường thẳng OM là:  
x−0a−0=y−0b−0=z−0c−0⇔xa=yb=zc(x−0)/(a−0)=(y−0)/(b−0)=(z−0)/(c−0)⇔(x)/(a)=(y)/(b)=(z)/(c)  
  
**Hoạt động 5 trang 69 Toán 12 Tập 2**: Cho hai đường thẳng phân biệt ∆1, ∆2 lần lượt đi qua các điểm M1, M2 và tương ứng có vectơ chỉ phương là →u1,→u2u\_(1)→,  u\_(2)→  
a) Giả sử ∆1 song song với ∆2 (*Hình 25*). Các cặp vectơ sau có cùng phương hay không: →u1u\_(1)→và →u2u\_(2)→; →u1u\_(1)→ và −−−−→M1M2M\_(1)M\_(2)→?  
  
b) Giả sử ∆1 và ∆2 cắt nhau (*Hình 26*). Hai vectơ →u1u\_(1)→ và →u2u\_(2)→ có cùng phương hay không? Ba vectơ →u1u\_(1)→,→u2u\_(2)→ và −−−−→M1M2M\_(1)M\_(2)→ có đồng phẳng hay không?  
  
c) Giả sử ∆1 và ∆2 chéo nhau (*Hình 27*). Hai vectơ →u1u\_(1)→ và →u2u\_(2)→ có cùng phương hay không? Ba vectơ →u1u\_(1)→,→u2u\_(2)→ và −−−−→M1M2M\_(1)M\_(2)→ có đồng phẳng hay không?  
  
**Lời giải:**  
a) Vì ∆1 song song với ∆2 nên hai vectơ →u1u\_(1)→ và →u2u\_(2)→ cùng phương; hai vectơ →u1u\_(1)→ và −−−−→M1M2M\_(1)M\_(2)→ không cùng phương.  
b) Vì ∆1 và ∆2 cắt nhau nên hai vectơ →u1u\_(1)→ và →u2u\_(2)→ không cùng phương.  
Ba vectơ →u1u\_(1)→, →u2u\_(2)→ và −−−−→M1M2M\_(1)M\_(2)→ đồng phẳng vì giá của mỗi vectơ này đều cùng nằm trong mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau ∆1 và ∆2.  
c) Vì ∆1 và ∆2 chéo nhau nên hai vectơ →u1u\_(1)→ và →u2u\_(2)→ không cùng phương.  
Ba vectơ →u1u\_(1)→, →u2u\_(2)→ và −−−−→M1M2M\_(1)M\_(2)→ không đồng phẳng.  
**Luyện tập 5 trang 70 Toán 12 Tập 2**: Bằng cách giải hệ phương trình, xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng Δ1:⎧⎪⎨⎪⎩x=t1y=1z=0Δ\_(1):x=t\_(1)y=1z=0 và Δ2⎧⎪⎨⎪⎩x=2y=t2z=0Δ\_(2)x=2y=t\_(2)z=0 (t1, t2 là tham số).  
**Lời giải:**  
Xét hệ phương trình ⎧⎪⎨⎪⎩t1=21=t20=0t\_(1)=21=t\_(2)0=0.  
Ta thấy hệ phương trình này có đúng một nghiệm là t1 = 2, t2 = 1.   
Vậy hai đường thẳng ∆1 và ∆2 cắt nhau.  
**Hoạt động 6 trang 71 Toán 12 Tập 2**: Cho hai đường thẳng ∆1, ∆2 trong không gian có vectơ chỉ phương lần lượt là →u1,→u2u\_(1)→,  u\_(2)→. Giả sử ∆*'*1, ∆*'*2 là hai đường thẳng cùng đi qua điểm I và lần lượt song song (hoặc trùng) với ∆1, ∆2 (*Hình 28*).  
  
a) Nếu mối liên hệ giữa hai góc (∆1, ∆2) và (∆*'*1, ∆*'*2).  
b) Gọi A và B là các điểm lần lượt thuộc hai đường thẳng ∆*'*1 và ∆*'*2 sao cho −→IA=→u1IA→=u\_(1)→, −→IB=→u2IB→=u\_(2)→ . So sánh:  
cos(Δ′1,Δ′2),∣∣∣cos(−→IA,−→IB)∣∣∣,∣∣cos(→u1,→u2)∣∣cosΔ^(')\_(1), Δ^(')\_(2),  cosIA→, IB→,  cosu\_(1)→, u\_(2)→.  
c) So sánh cos (∆1, ∆2) và ∣∣→u1⋅→u2∣∣∣∣→u1∣∣⋅∣∣→u2∣∣(u\_(1)→⋅u\_(2)→)/(u\_(1)→⋅u\_(2)→)  
**Lời giải:**  
a) Ta có (∆1, ∆2) = (∆*'*1, ∆*'*2).  
b) Ta có cos(Δ′1,Δ′2)=∣∣∣cos(−→IA,−→IB)∣∣∣=∣∣∣−→IA⋅−→IB∣∣∣∣∣∣−→IA∣∣∣⋅∣∣∣−→IB∣∣∣cosΔ^(')\_(1), Δ^(')\_(2)= cosIA→, IB→=(IA→⋅IB→)/(IA→⋅IB→).  
Mà −→IA=→u1IA→=u\_(1)→, −→IB=→u2IB→=u\_(2)→ nên cos(Δ′1,Δ′2)=∣∣∣cos(−→IA,−→IB)∣∣∣=∣∣→u1⋅→u2∣∣∣∣→u1∣∣⋅∣∣→u2∣∣=∣∣cos(→u1,→u2)∣∣cosΔ^(')\_(1), Δ^(')\_(2)= cosIA→, IB→=(u\_(1)→⋅u\_(2)→)/(u\_(1)→⋅u\_(2)→)=cosu\_(1)→, u\_(2)→.  
Vậy cos(Δ′1,Δ′2)=∣∣∣cos(−→IA,−→IB)∣∣∣=∣∣cos(→u1,→u2)∣∣cosΔ^(')\_(1), Δ^(')\_(2)=  cosIA→, IB→=  cosu\_(1)→, u\_(2)→ .  
c) Ta có cos (∆1, ∆2) = ∣∣cos(→u1,→u2)∣∣=∣∣→u1⋅→u2∣∣∣∣→u1∣∣⋅∣∣→u2∣∣cosu\_(1)→, u\_(2)→=(u\_(1)→⋅u\_(2)→)/(u\_(1)→⋅u\_(2)→)  
**Luyện tập 6 trang 72 Toán 12 Tập 2**: Cho đường thẳng Δ:x2=y−1=z2Δ:(x)/(2)=(y)/(−1)=(z)/(2) . Tính côsin của góc giữa đường thẳng ∆ và các trục tọa độ.  
**Lời giải:**  
Đường thẳng Δ:x2=y−1=z2Δ:(x)/(2)=(y)/(−1)=(z)/(2) có vectơ chỉ phương là →u=(2;−1;2)u→=2;−1;2.  
Các trục tọa độ Ox, Oy và Oz có vectơ chỉ phương lần lượt là →i=(1;0;0)i→=1;0;0 ,→j=(0;1;0)j→=0;1;0và →k=(0;0;1)k→=0;0;1.  
Ta có:  
cos (∆, Ox) = |2⋅1+(−1)⋅0+2⋅0|√22+(−1)2+22⋅√12+02+02=23(2⋅1+−1⋅0+2⋅0)/(√(2^(2)+−1^(2)+2^(2))⋅√(1^(2)+0^(2)+0^(2)))=(2)/(3);  
cos (∆, Oy) = |2⋅0+(−1)⋅1+2⋅0|√22+(−1)2+22⋅√02+12+02=13(2⋅0+−1⋅1+2⋅0)/(√(2^(2)+−1^(2)+2^(2))⋅√(0^(2)+1^(2)+0^(2)))=(1)/(3);  
cos (∆, Oz) = |2⋅0+(−1)⋅0+2⋅1|√22+(−1)2+22⋅√02+02+12=23(2⋅0+−1⋅0+2⋅1)/(√(2^(2)+−1^(2)+2^(2))⋅√(0^(2)+0^(2)+1^(2)))=(2)/(3)  
**Hoạt động 7 trang 73 Toán 12 Tập 2**: Cho mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là →nn→, đường thẳng ∆ có vectơ chỉ phương là →uu→ và đường thẳng ∆ cắt mặt phẳng (P) tại I. Gọi ∆*'* là hình chiếu của ∆ trên mặt phẳng (P) (*Hình 29*)  
  
a) Hãy xác định góc giữa đường thẳng ∆ và mặt phẳng (P).  
Ta kí hiệu góc đó là (∆, (P)).  
b) So sánh sin (∆, (P)) và ∣∣cos(→u,→n)∣∣cosu→, n→  
**Lời giải:**  
a) Vì ∆*'* là hình chiếu của ∆ trên mặt phẳng (P) nên góc giữa đường thẳng ∆ và mặt phẳng (P) bằng góc giữa đường thẳng ∆ và đường thẳng ∆*'*. Ta có (∆, (P)) = (∆, ∆*'*).  
b) Ta có sin (∆, (P)) = sin (∆, ∆*'*) = ∣∣cos(→u,→n)∣∣cosu→, n→  
  
**Luyện tập 7 trang 73 Toán 12 Tập 2**: Cho mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến →n=(A;B;C)n→=A; B; C. Tính sin của góc giữa mặt phẳng (P) và các trục tọa độ.  
**Lời giải:**  
Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến →n=(A;B;C)n→=A; B; C.  
Các trục tọa độ Ox, Oy và Oz có vectơ chỉ phương lần lượt là →i=(1;0;0)i→=1;0;0 ,→j=(0;1;0)j→=0;1;0 và →k=(0;0;1)k→=0;0;1.  
Ta có:  
sin (Ox, (P)) = |1⋅A+0⋅B+0⋅C|√12+02+02⋅√A2+B2+C2=|A|√A2+B2+C2(1⋅A+0⋅B+0⋅C)/(√(1^(2)+0^(2)+0^(2))⋅√(A^(2)+B^(2)+C^(2)))=(A)/(√(A^(2)+B^(2)+C^(2))) ;  
sin (Oy, (P)) = |0⋅A+1⋅B+0⋅C|√02+12+02⋅√A2+B2+C2=|B|√A2+B2+C2(0⋅A+1⋅B+0⋅C)/(√(0^(2)+1^(2)+0^(2))⋅√(A^(2)+B^(2)+C^(2)))=(B)/(√(A^(2)+B^(2)+C^(2)));  
sin (Oz, (P)) = |0⋅A+0⋅B+1⋅C|√02+02+12⋅√A2+B2+C2=|C|√A2+B2+C2(0⋅A+0⋅B+1⋅C)/(√(0^(2)+0^(2)+1^(2))⋅√(A^(2)+B^(2)+C^(2)))=(C)/(√(A^(2)+B^(2)+C^(2)))  
**Hoạt động 8 trang 74 Toán 12 Tập 2**: Cho hai mặt phẳng (P1) và (P2). Lấy hai đường thẳng ∆1, ∆2 sao cho ∆1 ⊥ (P1), ∆2 ⊥ (P2) (*Hình 31*).  
  
a) Nêu cách xác định góc giữa hai đường thẳng ∆1, ∆2.  
b) Góc đó có phụ thuộc vào việc chọn hai đường thẳng ∆1, ∆2 như trên hay không?  
**Lời giải:**  
a) Dựng hai đường thẳng ∆*'*1, ∆*'*2 cùng đi qua điểm I và lần lượt song song (hoặc trùng) với ∆1, ∆2. Khi đó góc giữa hai đường thẳng ∆1, ∆2 bằng góc giữa hai đường thẳng ∆*'*1, ∆*'*2. Ta có (∆1, ∆2) = (∆*'*1, ∆*'*2).  
b) Vì ∆1 ⊥ (P1) và ∆*'*1 song song hoặc trùng với ∆1 nên ∆*'*1 ⊥ (P1).  
Tương tự ∆*'*2 ⊥ (P2).  
Khi đó, góc giữa hai đường thẳng ∆*'*1, ∆*'*2 luôn là góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai mặt phẳng (P1) và (P2) nên góc giữa hai đường thẳng ∆1, ∆2 không phụ thuộc vào việc chọn hai đường thẳng ∆1, ∆2.  
  
**Luyện tập 8 trang 74 Toán 12 Tập 2**: Trong Ví dụ 10, tính góc giữa hai mặt phẳng (BCC'B') và (CDA'B').  
**Lời giải:**  
  
Theo *Ví dụ 10*, ta có AD*'* ⊥ (CDA*'*B*'*).  
Mặt khác, ta có AB ⊥ (BCC*'*B*'*), suy ra góc giữa hai mặt phẳng (BCC*'*B*'*) và (CDA*'*B*'*) là góc giữa hai đường thẳng AB và AD*'*, đó là góc BAD*'*.  
Lại có AB ⊥ (ADD*'*A*'*), suy ra AB ⊥ AD*'*, do đó ˆBAD′=90°BAD^(')^=90°.  
Vậy ((BCC*'*B*'*), (CDA*'*B*'*)) = ˆBAD′=90°BAD^(')^=90°  
**Hoạt động 9 trang 75 Toán 12 Tập 2**: Cho hai mặt phẳng (P1) và (P2). Gọi →n1=(A1;B1;C1),→n2=(A2;B2;C2)n\_(1)→=A\_(1); B\_(1);C\_(1),  n\_(2)→=A\_(2); B\_(2); C\_(2) lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của (P1), (P2); ∆1, ∆2 lần lượt là giá của hai vectơ →n1,→n2n\_(1)→,  n\_(2)→ (*Hình 33*). So sánh:  
a) cos ((P1), (P2)) và cos (∆1, ∆2);  
b) cos (∆1, ∆2) và ∣∣cos(→n1,→n2)∣∣cosn\_(1)→, n\_(2)→.  
  
**Lời giải:**  
a) Vì ∆1, ∆2 lần lượt là giá của hai vectơ →n1,→n2n\_(1)→,  n\_(2)→ lần lượt là hai vectơ pháp tuyến của (P1), (P2) nên ∆1 ⊥ (P1) và ∆2 ⊥ (P2).  
Khi đó, ((P1), (P2)) = (∆1, ∆2). Suy ra cos ((P1), (P2)) = cos (∆1, ∆2).  
b) Vì ∆1, ∆2 lần lượt là giá của hai vectơ →n1,→n2n\_(1)→,  n\_(2)→ nên hai vectơ →n1,→n2n\_(1)→,  n\_(2)→ lần lượt là vectơ chỉ phương của các đường thẳng ∆1, ∆2. Do đó cos (∆1, ∆2) = ∣∣cos(→n1,→n2)∣∣cosn\_(1)→, n\_(2)→  
  
**Luyện tập 9 trang 75 Toán 12 Tập 2**: Cho mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến →n=(A;B;C)n→=A; B; C. Tính côsin của góc giữa mặt phẳng (P) và các mặt phẳng tọa độ.  
**Lời giải:**  
Các vectơ →i=(1;0;0)i→=1;0;0,→j=(0;1;0)j→=0;1;0 và →k=(0;0;1)k→=0;0;1 lần lượt là vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng tọa độ (Oyz), (Ozx) và (Oxy).  
Ta có:  
  
**Bài tập**  
**Bài 1 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Đường thẳng đi qua điểm A(3; 2; 5) nhận →u=(−2;8;−7)u→=−2;8;−7 làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là:  
  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: D**  
Đường thẳng đi qua điểm A(3; 2; 5) nhận →u=(−2;8;−7)u→=−2;8;−7 làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=3−2ty=2+8tz=5−7tx=3−2ty=2+8tz=5−7t (t là tham số).  
  
**Bài 2 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Đường thẳng đi qua điểm B(– 1; 3; 6) nhận →u=(2;−3;8)u→=2; −3; 8 làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là:  
  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Đường thẳng đi qua điểm B(– 1; 3; 6) nhận →u=(2;−3;8)u→=2; −3; 8 làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là: x−(−1)2=y−3−3=z−68⇔(x−−1)/(2)=(y−3)/(−3)=(z−6)/(8)⇔x+12=y−3−3=z−68(x+1)/(2)=(y−3)/(−3)=(z−6)/(8)  
  
**Bài 3 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Mặt phẳng (P): x – 2 = 0 vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?  
A. (P1): x + 2 = 0.  
B. (P2): x + y – 2 = 0.  
C. (P3): z – 2 = 0.  
D. (P4): x + z – 2 = 0.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: C**  
Các vectơ −→nP=(1;0;0),→n1=(1;0;0),→n2=(1;1;0),→n3=(0;0;1),→n4=(1;0;1)n\_(P)→=1;0;0, n\_(1)→=1;0;0, n\_(2)→=1;1;0, n\_(3)→=0;0;1, n\_(4)→=1;0;1 lần lượt là các vectơ pháp tuyến của các mặt phẳng (P), (P1), (P2), (P3), (P4).  
Ta có −→nP⋅→n1=1;−→nP⋅→n2=1;−→nP⋅→n3=0;−→nP⋅→n4=1n\_(P)→⋅n\_(1)→=1;  n\_(P)→⋅n\_(2)→=1;  n\_(P)→⋅n\_(3)→=0;  n\_(P)→⋅n\_(4)→=1. Suy ra −→nP⊥→n3n\_(P)→⊥n\_(3)→  
Vậy mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (P3).  
  
**Bài 4 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Cho đường thẳng ∆ có phương trình tham số ⎧⎪⎨⎪⎩x=1−ty=3+2tz=−1+3tx=1−ty=3+2tz=−1+3t (t là tham số).  
a) Chỉ ra tọa độ hai điểm thuộc đường thẳng ∆.  
b) Điểm nào trong hai điểm C(6; – 7; – 16), D(– 3; 11; – 11) thuộc đường thẳng ∆?  
**Lời giải:**  
a) Với t = 0 ta có ⎧⎪⎨⎪⎩x=1y=3z=−1x=1y=3z=−1. Suy ra A(1; 3; – 1) ∈ ∆.  
Với t = 1 ta có ⎧⎪⎨⎪⎩x=1y=3z=−1x=1y=3z=−1. Suy ra B(0; 5; 2) ∈ ∆.  
b) Thay tọa độ điểm C(6; – 7; – 16) vào phương trình đường thẳng ∆ ta được:  
⎧⎪⎨⎪⎩6=1−t−7=3+2t−16=−1+3t⇔⎧⎪⎨⎪⎩t=−5t=−5t=−5⇔t=−56=1−t−7=3+2t−16=−1+3t⇔t=−5t=−5t=−5⇔t=−5. Do đó, C ∈ ∆.  
Thay tọa độ điểm D(– 3; 11; – 11) vào phương trình đường thẳng ∆ ta được:  
⎧⎪⎨⎪⎩−3=1−t11=3+2t−11=−1+3t⇔⎧⎪  
⎪⎨⎪  
⎪⎩t=4t=4t=−103−3=1−t11=3+2t−11=−1+3t⇔t=4t=4t=−(10)/(3) (vô lí). Do đó, D ∉ ∆.  
Vậy trong hai điểm C và D, chỉ có điểm C thuộc đường thẳng ∆.  
  
**Bài 5 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của đường thẳng ∆ trong mỗi trường hợp sau:  
a) ∆ đi qua điểm A(– 1; 3; 2) và có vectơ chỉ phương →u=(–2;3;4)u→=– 2;3;4;  
b) ∆ đi qua điểm M(2; – 1; 3) và N(3; 0; 4).  
**Lời giải:**  
a)  
+ Phương trình tham số của đường thẳng ∆ đi qua điểm A(– 1; 3; 2) và có vectơ chỉ phương →u=(–2;3;4)u→=– 2;3;4 là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=−1−2ty=3+3tz=2+4tx=−1−2ty=3+3tz=2+4t (t là tham số).  
+ Phương trình chính tắc của đường thẳng ∆ đi qua điểm A(– 1; 3; 2) và có vectơ chỉ phương →u=(–2;3;4)u→=– 2;3;4 là: x+1−2=y−33=z−24(x+1)/(−2)=(y−3)/(3)=(z−2)/(4).  
b) Ta có −−−→MN=(1;1;1)MN→=1; 1; 1 là một vectơ chỉ phương của đường thẳng ∆.  
+ Phương trình tham số của đường thẳng ∆ là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=2+t′y=−1+t′z=3+t′x=2+t^(')y=−1+t^(')z=3+t^(')(t*'* là tham số).  
+ Phương trình chính tắc của đường thẳng ∆ là: x−21=y+11=z−31(x−2)/(1)=(y+1)/(1)=(z−3)/(1).  
*Lưu ý*: Ở ý b này, ta có thể lấy điểm N làm điểm mà đường thẳng ∆ đi qua để viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của ∆.  
**Bài 6 trang 79 Toán 12 Tập 2**: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng ∆1, ∆2 trong mỗi trường hợp sau:  
  
**Lời giải:**  
a) Đường thẳng ∆1 đi qua điểm M1(1; 2; 3) và có →u1=(2;1;−1)u\_(1)→=2;1;−1 là vectơ chỉ phương.  
Đường thẳng ∆2 đi qua điểm M2(– 11; – 6; 10) và có →u2=(−6;−3;3)u\_(2)→=−6;−3;3 là vectơ chỉ phương.  
Ta có−3→u1=→u2−3u\_(1)→=u\_(2)→, suy ra →u1u\_(1)→, →u2u\_(2)→ cùng phương;  
−−−−→M1M2=(−12;−8;7)M\_(1)M\_(2)→=−12;−8;7 và −122≠−81(−12)/(2)≠(−8)/(1) nên →u1,−−−−→M1M2u\_(1)→,  M\_(1)M\_(2)→ không cùng phương.  
Vậy ∆1 // ∆2.  
b) Đường thẳng ∆1 đi qua điểm M1(1; 2; 3) và có →u1=(3;4;5)u\_(1)→=3;4;5 là vectơ chỉ phương.  
Đường thẳng ∆2 đi qua điểm M2(– 3; – 6; 15) và có →u2=(1;2;−3)u\_(2)→=1;2;−3 là vectơ chỉ phương.  
Ta có:31≠42(3)/(1)≠(4)/(2), suy ra →u1u\_(1)→, →u2u\_(2)→ không cùng phương;  
−−−−→M1M2=(−4;−8;12)M\_(1)M\_(2)→=−4; −8;12, [→u1,→u2]=(∣∣∣452−3∣∣∣;∣∣∣53−31∣∣∣;∣∣∣3412∣∣∣)=(−22;14;2)u\_(1)→, u\_(2)→=452−3;53−31; 3412=−22;14;2.  
Do [→u1,→u2]⋅−−−−→M1M2=u\_(1)→, u\_(2)→⋅M\_(1)M\_(2)→= (– 22) ∙ (– 4) + 14 ∙ (– 8) + 2 ∙ 12 = 0 nên →u1,→u2,−−−−→M1M2u\_(1)→, u\_(2)→, M\_(1)M\_(2)→ đồng phẳng.  
Vậy ∆1 cắt ∆2.  
c) Đường thẳng ∆1 đi qua điểm M1(– 1; 1; 0) và có →u1=(4;3;1)u\_(1)→=4;3;1 là vectơ chỉ phương.  
Đường thẳng ∆2 đi qua điểm M2(1; 3; 1) và có →u2=(1;2;2)u\_(2)→=1;2;2 là vectơ chỉ phương.  
Ta có: −−−−→M1M2=(2;2;1)M\_(1)M\_(2)→=2;2;1,[→u1,→u2]=(∣∣∣3122∣∣∣;∣∣∣1421∣∣∣;∣∣∣4312∣∣∣)=(4;−7;5)u\_(1)→, u\_(2)→=3122;1421; 4312=4;−7;5.  
Do [→u1,→u2]⋅−−−−→M1M2=u\_(1)→, u\_(2)→⋅M\_(1)M\_(2)→= 4 ∙ 2 + (– 7) ∙ 2 + 5 ∙ 1 = – 1 ≠ 0 nên →u1,→u2,−−−−→M1M2u\_(1)→, u\_(2)→, M\_(1)M\_(2)→không đồng phẳng.  
Vậy ∆1 và ∆2 chéo nhau.  
  
**Bài 7 trang 79 Toán 12 Tập 2**: Tính góc giữa hai đường thẳng ∆1, ∆2 trong mỗi trường hợp sau (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ):  
  
**Lời giải:**  
a) Hai đường thẳng ∆1 và ∆2 có vectơ chỉ phương lần lượt là →u1=(1;√3;0)u\_(1)→=1;√(3);0,→u2=(√3;1;0)u\_(2)→=√(3);1;0.  
Ta có: cos (∆1, ∆2­) = ∣∣1⋅√3+√3⋅1+0⋅0∣∣√12+(√3)2+02⋅√(√3)2+12+02=2√34=√32(1⋅√(3)+√(3)⋅1+0⋅0)/(√(1^(2)+√(3)^(2)+0^(2))⋅√(√(3)^(2)+1^(2)+0^(2)))=(2√(3))/(4)=(√(3))/(2).  
Suy ra (∆1, ∆2­) = 30°.  
b) Hai đường thẳng ∆1 và ∆2 có vectơ chỉ phương lần lượt là →u1=(2;1;−1)u\_(1)→=2;1;−1, →u2=(3;1;−2)u\_(2)→=3;1;−2.  
Ta có: cos (∆1, ∆2­) = |2⋅3+1⋅1+(−1)⋅(−2)|√22+12+(−1)2⋅√32+12+(−2)2=9√6⋅√14=3√2114(2⋅3+1⋅1+−1⋅−2)/(√(2^(2)+1^(2)+−1^(2))⋅√(3^(2)+1^(2)+−2^(2)))=(9)/(√(6)⋅√(14))=(3√(21))/(14).  
Suy ra (∆1, ∆2­) ≈ 11°.  
c) Hai đường thẳng ∆1 và ∆2 có vectơ chỉ phương lần lượt là →u1=(1;1;−1)u\_(1)→=1;1;−1 và →u2=(−1;3;1)u\_(2)→=−1;3;1.  
Ta có: cos (∆1, ∆2­) = |1⋅(−1)+1⋅3+(−1)⋅1|√12+12+(−1)2⋅√(−1)2+32+12=1√3⋅√11=√3333(1⋅−1+1⋅3+−1⋅1)/(√(1^(2)+1^(2)+−1^(2))⋅√(−1^(2)+3^(2)+1^(2)))=(1)/(√(3)⋅√(11))=(√(33))/(33).  
Suy ra (∆1, ∆2­) ≈ 80°.  
  
**Bài 8 trang 79 Toán 12 Tập 2**: Tính góc giữa đường thẳng ∆ và mặt phẳng (P) trong mỗi trường hợp sau (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ):  
a) Δ:⎧⎪⎨⎪⎩x=1+√3ty=2z=3+tΔ:x=1+√(3)ty=2z=3+t (t là tham số) và (P):√3√(3)x + z – 2 = 0;  
b) Δ:⎧⎪⎨⎪⎩x=1+ty=2−tz=3+tΔ:x=1+ty=2−tz=3+t (t là tham số) và (P): x + y + z – 4 = 0.  
**Lời giải:**  
a) Đường thẳng ∆ có vectơ chỉ phương là →u=(√3;0;1)u→=√(3);0; 1 và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là →n=(√3;0;1)n→=√(3);0;1. Ta thấy vectơ chỉ phương của ∆ đồng thời là vectơ pháp tuyến của (P), do đó ∆ ⊥ (P), suy ra (∆, (P)) = 90°.  
b) Đường thẳng ∆ có vectơ chỉ phương là →u=(1;−1;1)u→=1;−1;1 và mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là →n=(1;1;1)n→=1;1;1.  
Ta có sin (∆, (P)) = |1⋅1+(−1)⋅1+1⋅1|√12+(−1)2+12⋅√12+12+12=13(1⋅1+−1⋅1+1⋅1)/(√(1^(2)+−1^(2)+1^(2))⋅√(1^(2)+1^(2)+1^(2)))=(1)/(3).  
Suy ra (∆, (P)) ≈ 19°.  
  
**Bài 9 trang 79 Toán 12 Tập 2**: Tính góc giữa hai mặt phẳng  
(P1): x + y + 2z – 1 = 0 và (P2): 2x – y + z – 2 = 0.  
**Lời giải:**  
Do (P1), (P2) có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là →n1=(1;1;2)n\_(1)→=1;1;2,→n2=(2;−1;1)n\_(2)→=2;−1;1 nên  
cos ((P1), (P2)) = |1⋅2+1⋅(−1)+2⋅1|√12+12+22⋅√22+(−1)2+12=3√6⋅√6=12(1⋅2+1⋅−1+2⋅1)/(√(1^(2)+1^(2)+2^(2))⋅√(2^(2)+−1^(2)+1^(2)))=(3)/(√(6)⋅√(6))=(1)/(2).  
Suy ra ((P1), (P2)) = 60°.  
**Bài 10 trang 80 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho hình chóp S.ABCD có các đỉnh lần lượt là S(0;0;a√32),A(a2;0;0),B(−a2;0;0),C(−a2;a;0),D(a2;a;0)S0; 0; (a√(3))/(2), A(a)/(2); 0; 0, B−(a)/(2); 0; 0,​​ C−(a)/(2); a; 0, D(a)/(2);a; 0 với a > 0 (*Hình 36*).  
  
a) Xác định tọa độ của các vectơ −→SA,−−→CDSA→, CD→. Từ đó tính góc giữa hai đường thẳng SA và CD (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).  
b) Chỉ ra một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC). Từ đó tính góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).  
**Lời giải:**  
a) Ta có: −→SA=(a2;0;−a√32),−−→CD=(a;0;0)SA→=(a)/(2);0;−(a√(3))/(2),  CD→=a;0;0.  
Các vectơ −→SA,−−→CDSA→, CD→ lần lượt là vectơ chỉ phương của hai đường thẳng SA và CD nên   
cos (SA, CD) = ∣∣a2⋅a+0⋅0+(−a√32)⋅0∣∣√(a2)2+02+(−a√32)2⋅√a2+02+02((a)/(2)⋅a+0⋅0+−(a√(3))/(2)⋅0)/(√((a)/(2)^(2)+0^(2)+−(a√(3))/(2)^(2))⋅√(a^(2)+0^(2)+0^(2)))=a22a⋅a=12=((a^(2))/(2))/(a⋅a)=(1)/(2) (do a > 0).  
Suy ra (SA, CD) = 60°.  
b) Ta có −−→AC=(−a;a;0)AC→=−a;a;0.  
Xét vectơ [−→SA,−−→AC]=⎛⎝∣∣  
∣∣0−a√32a0∣∣  
∣∣;∣∣  
∣∣−a√32a20−a∣∣  
∣∣;∣∣∣a20−aa∣∣∣⎞⎠SA→, AC→=0−(a√(3))/(2)a0; −(a√(3))/(2)(a)/(2)0−a; (a)/(2)0−aa=(a2√32;a2√32;a22)=(a^(2)√(3))/(2); (a^(2)√(3))/(2); (a^(2))/(2).  
Khi đó,→nn→ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (SAC).  
Đường thẳng SD có vectơ chỉ phương là −−→SD=(a2;a;−a√32)SD→=(a)/(2);a;−(a√(3))/(2).  
Ta có sin (SD, (SAC)) = ∣∣∣a2⋅a2√32+a⋅a2√32+(−a√32)⋅a22∣∣∣√(a2)2+a2+(−a√32)2⋅√(a2√32)2+(a2√32)2+(a22)2((a)/(2)⋅(a^(2)√(3))/(2)+a⋅(a^(2)√(3))/(2)+−(a√(3))/(2)⋅(a^(2))/(2))/(√((a)/(2)^(2)+a^(2)+−(a√(3))/(2)^(2))⋅√((a^(2)√(3))/(2)^(2)+(a^(2)√(3))/(2)^(2)+(a^(2))/(2)^(2)))  
=a3√32a√2⋅a2√72=√4214=((a^(3)√(3))/(2))/(a√(2)⋅a^(2)(√(7))/(2))=(√(42))/(14).  
Suy ra (SD, (SAC)) ≈ 28°.  
  
**Bài 11 trang 80 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí A(3,5; – 2; 0,4) và sẽ hạ cánh ở vị trí B(3,5; 5,5; 0) trên đường băng EG (Hình 37).  
  
a) Viết phương trình đường thẳng AB.  
b) Hãy cho biết góc trượt (góc giữa đường bay AB và mặt phẳng nằm ngang (Oxy)) có nằm trong phạm vi cho phép từ 2,5° đến 3,5° hay không.  
c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm M(5; 0; 0), N(0; – 5; 0), P(0; 0; 0,5). Tìm tọa độ của điểm C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh.  
d) Tìm tọa độ của điểm D trên đoạn thẳng AB là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m.  
e) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu E(3,5; 4,5; 0) của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Hỏi sau khi ra khỏi đám mây, người phi công có đạt được quy định an toàn đó hay không? Biết rằng tầm nhìn của người phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m (*Nguồn: R.Larson and B.Edwards, Calculus 10e, Cengage, 2014*).  
**Lời giải:**  
a) Đường thẳng AB đi qua điểm A(3,5; – 2; 0,4) và nhận −−→AB=(0;7,5;−0,4)AB→=0; 7,5; −0,4 làm vectơ chỉ phương.  
Phương trình tham số của đường thẳng AB là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=3,5y=−2+7,5tz=0,4−0,4tx=3,5y=−2+7,5tz=0,4−0,4t (t là tham số).  
*Lưu ý: Ta có thể chọn điểm đi qua là B để viết phương trình tham số hoặc có thể viết phương trình chính tắc của đường thẳng AB.*  
b) Mặt phẳng nằm ngang (Oxy) có vectơ pháp tuyến là →k=(0;0;1)k→=0;0;1.  
Ta có sin (AB, (Oxy)) = |0⋅0+7,5⋅0+(−0,4)⋅1|√02+(7,5)2+(−0,4)2⋅√02+02+12≈0,053(0⋅0+7,5⋅0+−0,4⋅1)/(√(0^(2)+7,5^(2)+−0,4^(2))⋅√(0^(2)+0^(2)+1^(2)))≈0,053.  
Suy ra (AB, (Oxy)) ≈ 3° ∈ (2,5°; 3,5°).  
Vậy góc trượt nằm trong phạm vi cho phép.  
c) Ta có −−−→MN=(−5;−5;0),−−→MP=(−5;0;0,5)MN→=−5;−5;0,  MP→=−5;0;0,5.  
Xét vectơ →n=[−−−→MN,−−→MP]=(∣∣∣−5000,5∣∣∣;∣∣∣0−50,5−5∣∣∣;∣∣∣−5−5−50∣∣∣)n→=MN→, MP→=−5000,5; 0−50,5−5; −5−5−50, hay →n=(−2,5;2,5;−25)n→=−2,5; 2,5; −25.  
Khi đó →nn→ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (MNP) hay chính là mặt phẳng (α).  
Phương trình mặt phẳng (α) là:  
– 2,5(x – 5) + 2,5(y – 0) – 25(z – 0) = 0 ⇔ x – y + 10z – 5 = 0.  
Vì C là vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh nên C là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (α).  
Vì C ∈ AB nên gọi tọa độ điểm C là C(3,5; – 2 + 7,5t; 0,4 – 0,4t).  
Lại có C ∈ (α) nên ta có 3,5 – (– 2 + 7,5t) + 10(0,4 – 0,4t) – 5 = 0, suy ra t = 923(9)/(23).  
Vậy C (3,5;4346;28115)3,5; (43)/(46); (28)/(115).  
d) Vì D ∈ AB nên gọi tọa độ điểm D là D(3,5; – 2 + 7,5t*'*; 0,4 – 0,4t*'*).  
D là vị trí mà máy bay ở độ cao 120 m, tức là khoảng cách từ D đến mặt phẳng (Oxy) bằng 120 m và bằng 0,12 km.  
Ta có d(D, (Oxy)) = |0,4−0,4t′|√02+02+12(0,4−0,4t^('))/(√(0^(2)+0^(2)+1^(2)))= |0,4 – 0,4t*'*|.  
Khi đó, |0,4 – 0,4t*'*| = 0,12 ⇒[0,4−0,4t′=0,120,4−0,4t′=−0,12⇒[t′=0,7t′=1,3⇒0,4−0,4t^(')=0,120,4−0,4t^(')=−0,12⇒t^(')=0,7t^(')=1,3 .  
Với t*'* = 0,7, ta có D(3,5; 3,25; 0,12).  
Với t*'* = 1,3, ta có D(3,5; 7,75; – 0,12).  
Vì D là vị trí độ cao của máy bay nên ta chọn D(3,5; 3,25; 0,12).  
e) Ta có DE=√(3,5−3,5)2+(4,5−3,25)2+(0−0,12)2≈1,256DE=√(3,5−3,5^(2)+4,5−3,25^(2)+0−0,12^(2))≈1,256(km)  
Vì tầm nhìn xa của phi công sau khi ra khỏi đám mây là 900 m = 0,9 km < 1,256 km nên người phi công đó không đạt được quy định an toàn bay.