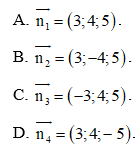
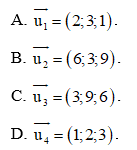
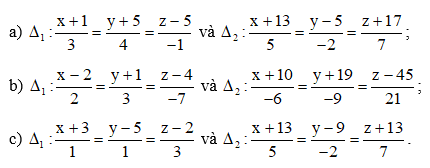
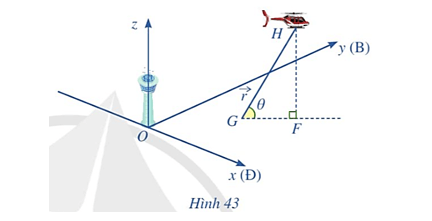
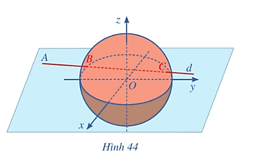
# Bài tập cuối chương 5 trang 87

**Giải Toán 12 Bài tập cuối chương 5 trang 87**  
**Bài tập**  
*Các bài toán dưới đây, nếu không có chú ý gì thêm thì ta hiểu xét trong không gian với hệ tọa độ Oxyz.*  
  
**Bài 1 trang 87 Toán 12 Tập 2**: Mặt phẳng (P): 3x – 4y + 5z – 6 = 0 có một vectơ pháp tuyến là:  
  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Mặt phẳng (P): 3x – 4y + 5z – 6 = 0 có một vectơ pháp tuyến là: →n=(3;−4;5)n→=3;−4;5  
  
**Bài 2 trang 87 Toán 12 Tập 2**: Đường thẳng d:x−23=y−36=z−19d:(x−2)/(3)=(y−3)/(6)=(z−1)/(9) có một vectơ chỉ phương là:  
  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: D**  
Đường thẳng d:x−23=y−36=z−19d:(x−2)/(3)=(y−3)/(6)=(z−1)/(9) có một vectơ chỉ phương là: →u=(3;6;9)u→=3;6;9.  
Khi đó →u′=13→u=(1;2;3)u^(')→=(1)/(3)u→=1; 2; 3 cũng là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.  
  
**Bài 3 trang 87 Toán 12 Tập 2**:  
a) Mặt cầu (S): (x – 11)2 + (y – 12)2 + (z – 13)2 = 100 có bán kính là:  
A. 10.  
B. 11.  
C. 12.  
D. 13.  
b) Tọa độ tâm của mặt cầu (S): (x – 5)2 + (y + 6)2 + (z – 7)2 = 8 là:  
A. (5; 6; 7).  
B. (5; 6; – 7).  
C. (5; – 6; 7).  
D. (– 5; 6; 7).  
**Lời giải:**  
a) **Đáp án đúng là: A**  
Mặt cầu (S): (x – 11)2 + (y – 12)2 + (z – 13)2 = 100 có bán kính là R=√100=10R=√(100)=10.  
b) **Đáp án đúng là: C**  
Ta có (x – 5)2 + (y + 6)2 + (z – 7)2 = 8 ⇔ (x – 5)2 + [y – (– 6)]2 + (z – 7)2 = 8.  
Vậy tọa độ tâm của mặt cầu (S) là (5; – 6; 7).  
  
**Bài 4 trang 87 Toán 12 Tập 2**: Khoảng cách từ điểm M(a; b; c) đến mặt phẳng x – a – b – c = 0 là:  
A. |a + b|.  
B. |b + c|.  
C. |c + a|.  
D.|b+c|√a2+b2+c2(b+c)/(√(a^(2)+b^(2)+c^(2))).  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Khoảng cách từ điểm M(a; b; c) đến mặt phẳng x – a – b – c = 0 là:  
|1⋅a+0⋅b+0⋅c−a−b−c|√12+02+02=|−b−c|=|b+c|(1⋅a+0⋅b+0⋅c−a−b−c)/(√(1^(2)+0^(2)+0^(2)))=−b−c=b+c  
  
**Bài 5 trang 87 Toán 12 Tập 2**: Cho bốn điểm A(0; 1; 3), B(– 1; 0; 5), C(2; 0; 2) và D(1; 1; – 2).  
a) Tìm toạ độ của hai vectơ −−→AB,−−→ACAB→,  AC→ và một vectơ vuông góc với cả hai vectơ đó.  
b) Viết phương trình tham số và phương trình chính tắc của hai đường thẳng AB và AC.  
c) Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC).  
d) Chứng minh rằng bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.  
e) Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC).  
**Lời giải:**  
a) Ta có −−→AB=(−1;−1;2),−−→AC=(2;−1;−1)AB→=−1; −1; 2,  AC→=2; −1; −1.  
Xét vectơ →n=[−−→AB,−−→AC]=(∣∣∣−12−1−1∣∣∣;∣∣∣2−1−12∣∣∣;∣∣∣−1−12−1∣∣∣)=(3;3;3)n→=AB→, AC→=−12−1−1; 2−1−12; −1−12−1=3;3;3.  
Khi đó, →n=(3;3;3)n→=3; 3; 3 là một vectơ vuông góc với cả hai vectơ −−→AB,−−→ACAB→,  AC→.  
b) + Đường thẳng AB đi qua điểm A và nhận vectơ −−→AB=(−1;−1;2)AB→=−1; −1; 2 làm vectơ chỉ phương.  
Phương trình tham số của đường thẳng AB là ⎧⎪⎨⎪⎩x=−ty=1−tz=3+2tx=−ty=1−tz=3+2t (t là tham số).  
Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là x−1=y−1−1=z−32(x)/(−1)=(y−1)/(−1)=(z−3)/(2).  
+ Đường thẳng AC đi qua điểm A và nhận vectơ −−→AC=(2;−1;−1)AC→=2; −1; −1 làm vectơ chỉ phương.  
Phương trình tham số của đường thẳng AC là ⎧⎪⎨⎪⎩x=2ty=1−tz=3−tx=2ty=1−tz=3−t (t là tham số).  
Phương trình chính tắc của đường thẳng AC là x2=y−1−1=z−3−1(x)/(2)=(y−1)/(−1)=(z−3)/(−1).  
c) Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm A và nhận vectơ →n′=13→n=(1;1;1)n^(')→=(1)/(3)n→=1; 1; 1 làm vectơ pháp tuyến. Phương trình tổng quát của mặt phẳng (ABC) là:  
1(x – 0) + 1(y – 1) + 1(z – 3) = 0 ⇔ x + y + z – 4 = 0.  
d) Thay tọa độ điểm D(1; 1; – 2) vào phương trình mặt phẳng (ABC) ta được:  
1 + 1 + (– 2) – 4 = – 4 ≠ 0.  
Suy ra điểm D không thuộc mặt phẳng (ABC).  
Vậy bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng.  
e) Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC) là:  
d(D, (ABC)) = |1+1+(−2)−4|√12+12+12=4√3=4√33(1+1+−2−4)/(√(1^(2)+1^(2)+1^(2)))=(4)/(√(3))=(4√(3))/(3)  
  
**Bài 6 trang 87 Toán 12 Tập 2**: Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) trong mỗi trường hợp sau:  
a) (P) đi qua điểm M(– 3; 1; 4) và có một vectơ pháp tuyến là →n=(2;−4;1)n→=2;−4;1;  
b) (P) đi qua điểm N(2; – 1; 5) và có cặp vectơ chỉ phương là →u1=(1;−3;−2)u\_(1)→=1;−3; −2 và →u2=(−3;4;1)u\_(2)→=−3; 4;1;  
c) (P) đi qua điểm I(4; 0; – 7) và song song với mặt phẳng (Q): 2x + y – z – 3 = 0;  
d) (P) đi qua điểm K(– 4; 9; 2) và vuông góc với đường thẳng Δ:x−12=y1=z−65Δ:(x−1)/(2)=(y)/(1)=(z−6)/(5)  
**Lời giải:**  
a) Phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm M(– 3; 1; 4) và có một vectơ pháp tuyến là →n=(2;−4;1)n→=2;−4;1 là:  
2(x + 3) – 4(y – 1) + 1(z – 4) = 0 ⇔ 2x – 4y + z + 6 = 0.  
b) Xét vectơ →n=[→u1,→u2]=(∣∣∣−3−241∣∣∣;∣∣∣−211−3∣∣∣;∣∣∣1−3−34∣∣∣)n→=u\_(1)→, u\_(2)→=−3−241; −211−3; 1−3−34, tức là →n=(5;5;−5)n→=5; 5; −5.  
Khi đó, →nn→ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).  
Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:  
5(x – 2) + 5(y – (– 1)) – 5(z – 5) = 0 ⇔ x + y – z + 4 = 0.  
c) Mặt phẳng (Q): 2x + y – z – 3 = 0 có vectơ pháp tuyến là −→nQ=(2;1;−1)n\_(Q)→=2;1;−1.  
Vì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) nhận −→nQ=(2;1;−1)n\_(Q)→=2;1;−1 làm một vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:  
2(x – 4) + 1(y – 0) – 1(z + 7) = 0 ⇔ 2x + y – z – 15 = 0.  
d) Đường thẳng Δ:x−12=y1=z−65Δ:(x−1)/(2)=(y)/(1)=(z−6)/(5) có vectơ chỉ phương là →u=(2;1;5)u→=2;1;5.  
Vì ∆ ⊥ (P) nên mặt phẳng (P) nhận →u=(2;1;5)u→=2;1;5 làm vectơ pháp tuyến. Vậy phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) là:  
2(x + 4) + 1(y – 9) + 5(z – 2) = 0 ⇔ 2x + y + 5z – 11 = 0.  
**Bài 7 trang 88 Toán 12 Tập 2**: Viết phương trình của mặt cầu (S) trong mỗi trường hợp sau:  
a) (S) có tâm I(4; – 2; 1) và bán kính R = 9;  
b) (S) có tâm I(3; 2; 0) và đi qua điểm M(2; 4; – 1);  
c) (S) có đường kính là đoạn thẳng AB với A(1; 2; 0) và B(– 1; 0; 4).  
**Lời giải:**  
a) Phương trình mặt cầu (S) có tâm I(4; – 2; 1) và bán kính R = 9 là:  
(x – 4)2 + (y + 2)2 + (z – 1)2 = 81.  
b) Ta có bán kính của mặt cầu (S) là R = IM = √(2−3)2+(4−2)2+(−1−0)2=√6√(2−3^(2)+4−2^(2)+−1−0^(2))=√(6).  
Phương trình mặt cầu (S) là:  
(x – 3)2 + (y – 2)2 + z2 = 6.  
c) Tâm của mặt cầu (S) là trung điểm I của đoạn thẳng AB.  
Ta có xI=1+(−1)2=0;yI=2+02=1;zI=0+42=2x\_(I)=(1+−1)/(2)=0; y\_(I)=(2+0)/(2)=1; z\_(I)=(0+4)/(2)=2. Suy ra I(0; 1; 2).  
Bán kính của mặt cầu (S) là R = IA = √(1−0)2+(2−1)2+(0−2)2=√6√(1−0^(2)+2−1^(2)+0−2^(2))=√(6).  
Phương trình mặt cầu (S) là:  
x2 + (y – 1)2 + (z – 2)2 = 6.  
  
**Bài 8 trang 88 Toán 12 Tập 2**: Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng ∆1 và ∆2 trong mỗi trường hợp sau:  
  
**Lời giải:**  
a) Đường thẳng ∆1 đi qua điểm M1(– 1; – 5; 5) và có →u1=(3;4;−1)u\_(1)→=3; 4;−1 là vectơ chỉ phương.  
Đường thẳng ∆2 đi qua điểm M2(– 13; 5; – 17) và có →u2=(5;−2;7)u\_(2)→=5; −2;7 là vectơ chỉ phương.  
Ta có 35≠4−2(3)/(5)≠(4)/(−2), suy ra hai vectơ →u1,→u2u\_(1)→,  u\_(2)→ không cùng phương.  
−−−−→M1M2=(−12;10;−22)M\_(1)M\_(2)→=−12;10;−22, [→u1,→u2]=(∣∣∣4−1−27∣∣∣;∣∣∣−1375∣∣∣;∣∣∣345−2∣∣∣)=(26;−26;−26)u\_(1)→, u\_(2)→=4−1−27; −1375;345−2=26;−26;−26.  
Do [→u1⋅→u2]⋅−−−−→M1M2=u\_(1)→⋅u\_(2)→⋅M\_(1)M\_(2)→= 26 ∙ (– 12) + (– 26) ∙ 10 + (– 26) ∙ (– 22) = 0 nên →u1,→u2,−−−−→M1M2u\_(1)→,  u\_(2)→,  M\_(1)M\_(2)→ đồng phẳng.  
Vậy ∆1 cắt ∆2.  
b) Đường thẳng ∆1 đi qua điểm M1(2; – 1; 4) và có →u1=(2;3;−7)u\_(1)→=2; 3;−7 là vectơ chỉ phương.  
Đường thẳng ∆2 đi qua điểm M2(– 10; – 19; 45) và có →u2=(−6;−9;21)u\_(2)→=−6; −9;21 là vectơ chỉ phương.  
Ta có →u2=−3→u1u\_(2)→=−3u\_(1)→, suy ra hai vectơ →u1,→u2u\_(1)→,  u\_(2)→ cùng phương.  
 −−−−→M1M2=(−12;−18;41)M\_(1)M\_(2)→=−12; −18; 41 và −122=−183≠41−7(−12)/(2)=(−18)/(3)≠(41)/(−7) nên →u1,−−−−→M1M2u\_(1)→,  M\_(1)M\_(2)→ không cùng phương.  
Vậy ∆1 // ∆2.  
c) Đường thẳng ∆1 đi qua điểm M1(– 3; 5; 2) và có →u1=(1;1;3)u\_(1)→=1; 1;3 là vectơ chỉ phương.  
Đường thẳng ∆2 đi qua điểm M2(– 13; 9; – 13) và có →u2=(5;−2;7)u\_(2)→=5; −2;7 là vectơ chỉ phương.  
Ta có 15≠1−2(1)/(5)≠(1)/(−2), suy ra hai vectơ →u1,→u2u\_(1)→,  u\_(2)→ không cùng phương.  
−−−−→M1M2=(−10;4;−15)M\_(1)M\_(2)→=−10;4;−15, [→u1,→u2]=(∣∣∣13−27∣∣∣;∣∣∣3175∣∣∣;∣∣∣115−2∣∣∣)=(13;8;−7)u\_(1)→, u\_(2)→=13−27; 3175;115−2=13;8;−7.  
Do [→u1⋅→u2]⋅−−−−→M1M2=u\_(1)→⋅u\_(2)→⋅M\_(1)M\_(2)→=13 ∙ (– 10) + 8 ∙ 4 + (– 7) ∙ (– 15) = 7 ≠ 0 nên →u1,→u2,−−−−→M1M2u\_(1)→,  u\_(2)→,  M\_(1)M\_(2)→ không đồng phẳng.  
Vậy ∆1 và ∆2 chéo nhau.  
  
**Bài 9 trang 88 Toán 12 Tập 2**: Tìm góc giữa hai đường thẳng ∆1 và ∆2, biết Δ1:⎧⎪⎨⎪⎩x=1+t1y=2−√2t1z=3+t1Δ\_(1):x=1+t\_(1)y=2−√(2)t\_(1)z=3+t\_(1)và Δ2:⎧⎪⎨⎪⎩x=−3+t2y=1+t2z=5−√2t2Δ\_(2):x=−3+t\_(2)y=1+t\_(2)z=5−√(2)t\_(2) (t1, t2 là tham số) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ).  
**Lời giải:**  
Hai đường thẳng ∆1 và ∆2 có vectơ chỉ phương lần lượt là →u1=(1;−√2;1)u\_(1)→=1;−√(2);1 và →u2=(1;1;−√2)u\_(2)→=1;1;−√(2).  
Ta có: cos (∆1, ∆2) = ∣∣1⋅1+(−√2)⋅1+1⋅(−√2)∣∣√12+(−√2)2+12⋅√12+12+(−√2)2=2√2−14(1⋅1+−√(2)⋅1+1⋅−√(2))/(√(1^(2)+−√(2)^(2)+1^(2))⋅√(1^(2)+1^(2)+−√(2)^(2)))=(2√(2)−1)/(4).  
Suy ra (∆1, ∆2) ≈ 63°.  
  
**Bài 10 trang 88 Toán 12 Tập 2**: Tính góc giữa đường thẳng ∆ và mặt phẳng (P) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ), biết Δ:⎧⎪⎨⎪⎩x=−1+2ty=4−3tz=−1+4tΔ:x=−1+2ty=4−3tz=−1+4t (t là tham số) và (P): x + y + z + 3 = 0.  
**Lời giải:**  
Đường thẳng ∆ có vectơ chỉ phương →u=(2;−3;4)u→=2;−3;4, mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến →n=(1;1;1)n→=1;1;1.  
Ta có: sin (∆, (P)) = |2⋅1+(−3)⋅1+4⋅1|√22+(−3)2+42⋅√12+12+12=3√29⋅√3=√8729(2⋅1+−3⋅1+4⋅1)/(√(2^(2)+−3^(2)+4^(2))⋅√(1^(2)+1^(2)+1^(2)))=(3)/(√(29)⋅√(3))=(√(87))/(29).  
Suy ra (∆, (P)) ≈ 19°.  
  
**Bài 11 trang 88 Toán 12 Tập 2**: Tính góc giữa hai mặt phẳng (P1) và (P2), biết  
(P1): 2x + 2y – z – 1 = 0 và (P2): x – 2y – 2z + 3 = 0.  
**Lời giải:**  
Do (P1) và (P2) có hai vectơ pháp tuyến lần lượt là →n1=(2;2;−1)n\_(1)→=2;2;−1,→n2=(1;−2;−2)n\_(2)→=1;−2;−2 nên  
cos ((P1), (P2)) = |2⋅1+2⋅(−2)+(−1)⋅(−2)|√22+22+(−1)2⋅√12+(−2)2+(−2)2=0(2⋅1+2⋅−2+−1⋅−2)/(√(2^(2)+2^(2)+−1^(2))⋅√(1^(2)+−2^(2)+−2^(2)))=0.  
Suy ra ((P1), (P2)) = 90°.  
  
**Bài 12 trang 88 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian với hệ trục toạ độ Oxyz, cho hình lập phương OBCD.O*'*B*'*C*'*D*'* có O(0; 0; 0), B(a; 0; 0), D(0; a; 0), O*'*(0; 0; a) với a > 0.  
a) Chứng minh rằng đường chéo O*'*C vuông góc với mặt phẳng (OB*'*D*'*).  
b) Chứng minh rằng giao điểm của đường chéo O*'*C và mặt phẳng (OB*'*D*'*) là trọng tâm của tam giác OB*'*D*'*.  
c) Tính khoảng cách từ điểm B*'* đến mặt phẳng (C*'*BD).  
d) Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng (CO*'*D) và (C*'*BD).  
**Lời giải:**  
Gọi tọa độ điểm C là C(x­C; yC; zC). Ta có −−→OB=(a;0;0),−−→DC=(xC;yC−a;zC)OB→=a;0; 0,  DC→=x\_(C);y\_(C)−a;z\_(C).  
Vì OBCD.O*'*B*'*C*'*D*'* là hình lập phương nên OBCD là hình vuông, do đó ta có  
−−→DC=−−→OB⇔⎧⎪⎨⎪⎩xC=ayC−a=0zC=0⇔⎧⎪⎨⎪⎩xC=ayC=azC=0DC→=OB→⇔x\_(C)=ay\_(C)−a=0z\_(C)=0⇔x\_(C)=ay\_(C)=az\_(C)=0.  
Suy ra C(a; a; 0).  
Gọi tọa độ điểm B*'* là B*'*(xB'; yB'; zB'). Ta có −−→BB′=(xB′−a;yB′;zB′),−−→OO′=(0;0;a)BB^(')→=x\_(B^('))−a;y\_(B^('));z\_(B^(')),  OO^(')→=0;0;a.  
Ta có −−→BB′=−−→OO′⇔⎧⎪⎨⎪⎩xB′−a=0yB′=0zB′=a⇔⎧⎪⎨⎪⎩xB′=ayB′=0zB′=aBB^(')→=OO^(')→⇔x\_(B^('))−a=0y\_(B^('))=0z\_(B^('))=a⇔x\_(B^('))=ay\_(B^('))=0z\_(B^('))=a. Suy ra B*'*(a; 0; a).  
Gọi tọa độ điểm D*'* là D*'*(xD'; yD'; zD'). Khi đó −−→DD′=(xD′;yD′−a;zD′)DD^(')→=x\_(D^('));y\_(D^('))−a;z\_(D^(')).  
Ta có −−→DD′=−−→OO′⇔⎧⎪⎨⎪⎩xD′=0yD′−a=0zD′=a⇔⎧⎪⎨⎪⎩xD′=0yD′=azD′=aDD^(')→=OO^(')→⇔x\_(D^('))=0y\_(D^('))−a=0z\_(D^('))=a⇔x\_(D^('))=0y\_(D^('))=az\_(D^('))=a. Suy ra D*'*(0; a; a).  
a) Ta có −−→OB′=(a;0;a),−−→OD′=(0;a;a)OB^(')→=a;0;a,  OD^(')→=0;a;a.  
Xét vectơ →n1=[−−→OB′,−−→OD′]=(∣∣∣0aaa∣∣∣;∣∣∣aaa0∣∣∣;∣∣∣a00a∣∣∣)=(−a2;−a2;a2)n\_(1)→=OB^(')→, OD^(')→=0aaa; aaa0; a00a=−a^(2);−a^(2);a^(2).  
Khi đó →n1n\_(1)→ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (OB*'*D*'*).  
Lại có −−→O′C=(a;a;−a)O^(')C→=a;a;−a. Ta có →n1=−a−−→O′Cn\_(1)→=−aO^(')C→, suy ra hai vectơ →n1,−−→O′Cn\_(1)→, O^(')C→ cùng phương.  
Do đó, −−→O′CO^(')C→ cũng là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (OB*'*D*'*).  
Vậy đường chéo O*'*C vuông góc với mặt phẳng (OB*'*D*'*).  
b) Phương trình tổng quát của mặt phẳng (OB*'*D*'*) đi qua điểm O và nhận −−→O′CO^(')C→ làm vectơ pháp tuyến là: a(x – 0) + a(y – 0) – a(z – 0) = 0 ⇔ x + y – z = 0 (do a > 0).  
Phương trình tham số của đường thẳng O*'*C đi qua đi qua điểm O*'*(0; 0; a) và nhận −−→uO′C=1a−−→O′C=(1;1;−1)u\_(O^(')C)→=(1)/(a)O^(')C→=1;1;−1 làm vectơ chỉ phương là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=ty=tz=a−tx=ty=tz=a−t (t là tham số).  
Gọi G là giao điểm của đường chéo O*'*C và mặt phẳng (OB*'*D*'*).  
Vì G ∈ O*'*C nên gọi tọa độ điểm G là G(t; t; a – t).   
Mà G ∈ (OB*'*D*'*) nên ta có t + t – (a – t) = 0, suy ra t = a3(a)/(3). Do đó G(a3;a3;2a3)G(a)/(3);(a)/(3);(2a)/(3).  
Tọa độ trọng tâm G*'* của tam giác OB*'*D*'*: 0+a+03=a3;0+0+a3=a3;0+a+a3=2a3(0+a+0)/(3)=(a)/(3);  (0+0+a)/(3)=(a)/(3);  (0+a+a)/(3)=(2a)/(3).  
Suy ra G′(a3;a3;2a3)G^(')(a)/(3);(a)/(3);(2a)/(3). Do đó, G ≡ G*'*.  
Vậy giao điểm của đường chéo O*'*C và mặt phẳng (OB*'*D*'*) là trọng tâm của tam giác OB*'*D*'*.  
c) Gọi tọa độ điểm C*'* là C*'*(xC'; yC'; zC'). Khi đó −−→CC′=(xC′−a;yC′−a;zC′)CC^(')→=x\_(C^('))−a;y\_(C^('))−a;z\_(C^(')).  
Ta có −−→CC′=−−→OO′⇔⎧⎪⎨⎪⎩xC′−a=0yC′−a=0zC′=a⇔⎧⎪⎨⎪⎩xC′=ayC′=azC′=aCC^(')→=OO^(')→⇔x\_(C^('))−a=0y\_(C^('))−a=0z\_(C^('))=a⇔x\_(C^('))=ay\_(C^('))=az\_(C^('))=a. Suy ra C*'*(a; a; a).  
Ta có −−→C′B=(0;−a;−a),−−→C′D=(−a;0;−a)C^(')B→=0;−a;−a,  C^(')D→=−a;0;−a.  
Xét vectơ →n2=[−−→C′B,−−→C′D]=(∣∣∣−a−a0−a∣∣∣;∣∣∣−a0−a−a∣∣∣;∣∣∣0−a−a0∣∣∣)=(a2;a2;−a2)n\_(2)→=C^(')B→, C^(')D→=−a−a0−a;−a0−a−a;0−a−a0=a^(2); a^(2);−a^(2).  
Khi đó, →n3=1a2→n2=(1;1;−1)n\_(3)→=(1)/(a^(2))n\_(2)→=1;1;−1 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (C*'*BD).  
Phương trình tổng quát của mặt phẳng (C*'*BD) là:  
(x – a) + (y – a) – (z – a) = 0 ⇔ x + y – z – a = 0.  
Khoảng cách từ điểm B*'* đến mặt phẳng (C*'*BD) là:  
d(B*'*, (C*'*BD)) = |a+0−a−a|√12+12+(−1)2=a√3(a+0−a−a)/(√(1^(2)+1^(2)+−1^(2)))=(a)/(√(3)) (do a > 0).  
d) Ta có −−→O′C=(a;a;−a),−−→O′D=(0;a;−a)O^(')C→=a;a;−a,  O^(')D→=0;a;−a.  
Xét vectơ →n4=[−−→O′C,−−→O′D]=(∣∣∣a−aa−a∣∣∣;∣∣∣−aa−a0∣∣∣;∣∣∣aa0a∣∣∣)=(0;a2;a2)n\_(4)→=O^(')C→, O^(')D→=a−aa−a; −aa−a0; aa0a=0; a^(2);a^(2).  
Khi đó,→n5=1a2→n4=(0;1;1)n\_(5)→=(1)/(a^(2))n\_(4)→=0;1;1 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (CO*'*D).  
Ta có cos ((CO*'*D), (C*'*BD)) = |1⋅0+1⋅1+(−1)⋅1|√12+12+(−1)2⋅√02+12+12=0(1⋅0+1⋅1+−1⋅1)/(√(1^(2)+1^(2)+−1^(2))⋅√(0^(2)+1^(2)+1^(2)))=0  
**Bài 13 trang 89 Toán 12 Tập 2**: Hình 43 minh hoạ đường bay của một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục toạ độ Oxyz có gốc toạ độ O là chân tháp điều khiển của sân bay; trục Ox là hướng đông (Ð), trục Oy là hướng bắc (B) và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét.  
  
Trực thăng cất cánh từ điểm G. Vectơ →rr→ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh (t ≥ 0) có toạ độ là: →rr→ = (1 + t; 0,5 + 2t; 2t).  
a) Tìm góc θ mà đường bay tạo với phương ngang.  
b) Lập phương trình đường thẳng GF, trong đó F là hình chiếu của điểm H lên mặt phẳng (Oxy).  
c) Trực thăng bay vào mây ở độ cao 2 km. Tìm toạ độ điểm mà máy bay trực thăng bắt đầu đi vào đám mây.  
d) Giả sử một đỉnh núi nằm ở điểm A(5; 4,5; 3). Tìm giá trị của t khi HM vuông góc với đường bay GH. Tìm khoảng cách từ máy bay trực thăng đến đỉnh núi tại thời điểm đó.  
**Lời giải:**  
a) Ta có góc θ mà đường bay tạo với phương ngang chính là góc giữa đường thẳng GH và mặt phẳng (Oxy).  
Tại thời điểm t = 0 thì →r0=(1;0,5;0)r\_(0)→=1; 0,5; 0. Trực thăng cất cánh từ điểm G nên G(1; 0,5; 0).  
Tại thời điểm t = 1, trực thăng bay đến vị trí K thuộc đường thẳng GH với K(2; 2,5; 2).  
Đường thẳng GH có vectơ chỉ phương −−→GK=(1;2;2)GK→=1;2;2 và mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến →k=(0;0;1)k→=0;0;1.  
Ta có sin (GH, (Oxy)) = |1⋅0+2⋅0+2⋅1|√12+22+22⋅√02+02+12=23(1⋅0+2⋅0+2⋅1)/(√(1^(2)+2^(2)+2^(2))⋅√(0^(2)+0^(2)+1^(2)))=(2)/(3).  
Suy ra (GH, (Oxy)) ≈ 42°. Vậy θ ≈ 42°.  
b) Gọi K*'* là hình chiếu của điểm K lên mặt phẳng (Oxy). Khi đó K*'*(2; 2,5; 0).  
Vì F là hình chiếu của điểm H lên mặt phẳng (Oxy) nên K*'* ∈ GF.  
Do đó đường thẳng GF có vectơ chỉ phương là −−−→GK′=(1;2;0)GK^(')→=1;2;0.  
Phương trình tham số của đường thẳng GF là ⎧⎪⎨⎪⎩x=1+t′y=0,5+2t′z=0x=1+t^(')y=0,5+2t^(')z=0 (t*'* là tham số).  
c) Trực thăng bay vào mây ở độ cao 2 km, tức là vị trí điểm mà trực thăng bắt đầu đi vào đám mây có cao độ z = 2, khi đó 2t = 2, suy ra t = 1.  
Vậy tọa độ điểm mà trực thăng bắt đầu đi vào đám mây là (2; 2,5; 2).  
d) Ta có H(1 + t; 0,5 + 2t; 2t). Khi đó, −−−→HM=(4−t;4−2t;3−2t)HM→=4−t;4−2t;3−2t.  
Đường thẳng GH có vectơ chỉ phương −−→GK=(1;2;2)GK→=1;2;2.  
HM vuông góc với đường bay GH khi −−−→HM⊥−−→GKHM→⊥GK→⇔−−−→HM⋅−−→GK=0⇔HM→⋅GK→=0  
⇔ (4 – t) ∙ 1 + (4 – 2t) ∙ 2 + (3 – 2t) ∙ 2 = 0 ⇔ t = 2.  
Vậy t = 2 thì HM vuông góc với đường bay GH.  
Khi đó, khoảng cách từ đỉnh núi đến máy bay trực thăng là:  
HM = √(4−2)2+(4−2⋅2)2+(3−2⋅2)2=√5√(4−2^(2)+4−2⋅2^(2)+3−2⋅2^(2))=√(5)(km).  
  
**Bài 14 trang 89 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian với hệ toạ độ Oxyz, đài kiểm soát không lưu sân bay có toạ độ O(0; 0; 0), mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí A(– 688; – 185; 8), chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là →u=(91;75;0)u→=91; 75; 0 và hướng về đài kiểm soát không lưu (*Hình 44*).  
  
a) Xác định toạ độ của vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.  
b) Xác định toạ độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó.  
c) Xác định toạ độ của vị trí mà máy bay ra khỏi màn hình ra đa.  
**Lời giải:**  
a) Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua điểm A(– 688; – 185; 8) và có vectơ chỉ phương →u=(91;75;0)u→=91; 75; 0 là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=−688+91ty=−185+75tz=8x=−688+91ty=−185+75tz=8 (t là tham số).  
Gọi B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa.  
Vì B ∈ d nên B(– 688 + 91t; – 185 + 75t; 8).  
B là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa khi OB = 417, tức là √(−688+91t)2+(−185+75t)2+82=417√(−688+91t^(2)+−185+75t^(2)+8^(2))=417  
⇔ 13 906t2 – 152 966t + 333 744 = 0  
⇔ t = 3 hoặc t = 8.  
+ Với t = 3, ta có B(– 415; 40; 8).  
Khi đó AB = √(−415+688)2+(40+185)2≈353,77√(−415+688^(2)+40+185^(2))≈353,77.  
+ Với t = 8, ta có B(– 88; 415; 8).  
Khi đó AB = √(−88+688)2+(415+185)2≈848,53√(−88+688^(2)+415+185^(2))≈848,53.  
Vì 353,77 < 848,53 nên tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa là (– 415; 40; 8).  
b) Gọi H là vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất. Khi đó, khoảng OH phải ngắn nhất, điều này xảy ra khi và chỉ khi OH ⊥ d.  
Vì H ∈ d nên H(– 688 + 91t*'*; – 185 + 75t*'*; 8).  
Ta có −−→OH=OH→=(– 688 + 91t*'*; – 185 + 75t*'*; 8).  
OH ⊥ d ⇔−−→OH⊥→u⇔−−→OH⋅→u=0⇔OH→⊥u→⇔OH→⋅u→=0  
⇔ (– 688 + 91t*'*) ∙ 91 + (– 185 + 75t*'*) ∙ 75 + 8 ∙ 0 = 0  
⇔ 13 906t*'* – 76 483 = 0 ⇔ t*'* = 112(11)/(2).  
Suy ra H (−3752;4552;8)−(375)/(2); (455)/(2);8.  
Khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó là:  
OH = √(−3752)2+(4552)2+82≈294,92√(−(375)/(2)^(2)+(455)/(2)^(2)+8^(2))≈294,92 (km).  
c) Từ kết quả ở câu a), ta suy ra toạ độ của vị trí mà máy bay ra khỏi màn hình ra đa là (– 88; 415; 8).