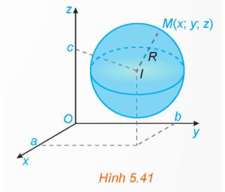
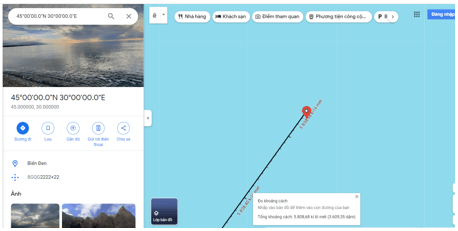
# Bài 17: Phương trình mặt cầu

**Giải Toán 12 Bài 17: Phương trình mặt cầu**  
**Mở đầu trang 54 Toán 12 Tập 2**: Bằng ứng dụng Google Maps, thực hiện phép đo khoảng cách trên bề mặt Trái Đất từ vị trí 10°N, 15°E đến vị trí 80°N, 70°E ta sẽ được khoảng cách 8271,74 km (H.5.40). Cơ sở toán học cho việc thiết lập phần mềm tính công thức khoảng cách trên bề mặt Trái Đất là gì?  
**Lời giải:**  
Phần mềm như Google Maps sử dụng công thức Haversine và phương pháp hình học cầu để tính toán khoảng cách giữa hai điểm dựa trên tọa độ địa lý của chúng.  
Xuất phát từ việc chuyển đổi tọa độ địa lý sang tọa độ không gian Oxyz, tính góc giữa hai điểm trên bề mặt hình cầu và sau đó chuyển đổi góc đó thành khoảng cách cung tròn.  
  
**HĐ trang 54 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) tâm I (a; b; c) bán kính R (H.5.41). Khi đó, một điểm M(x; y; z) thuộc mặt cầu (S) khi và chỉ khi tọa độ của nó thỏa mãn điều kiện gì?  
  
**Lời giải:**  
Điểm M(x; y; z) thuộc mặt cầu (S) khi và chỉ khi IM = R  
⇔ √(x−a)2+(y−b)2+(z−c)2=R√(x−a^(2)+y−b^(2)+z−c^(2))=R hay (x – a)2 + (y − b)2 + (z – c)2 = R2.  
**Luyện tập 1 trang 55 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình (x+2)2+y2+(z+12)2=94x+2^(2)+y^(2)+z+(1)/(2)^(2)=(9)/(4).  
a) Xác định tâm và bán kính của (S).  
b) Hỏi điểm M(2; 0; 1) nằm trong, nằm ngoài hay thuộc mặt cầu (S).  
**Lời giải:**  
a) Mặt cầu (S) có tâm I(−2;0;−12)I−2;0;−(1)/(2) và R=32R=(3)/(2)  
b) Có IM=√42+02+(32)2=√732>RIM=√(4^(2)+0^(2)+(3)/(2)^(2))=(√(73))/(2)>R  
  
**Luyện tập 2 trang 55 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt cầu (S) trong các trường hợp sau:  
a) Tâm là gốc tọa độ, bán kính R = 1.  
b) Đường kính AB, với A(1; −1; 2), B(2; −3; −1).  
**Lời giải:**  
a) Mặt cầu (S) có tâm là gốc tọa độ, bán kính R = 1 có phương trình là:  
x2 + y2 + z2 = 1.  
b) Đoạn thẳng AB có trung điểm J(32;−2;12)J(3)/(2);−2;(1)/(2)  
Mặt cầu (S) có bán kính R=12AB=12√(2−1)2+(−3+1)2+(−1−2)2=√142R=(1)/(2)AB=(1)/(2)√(2−1^(2)+−3+1^(2)+−1−2^(2))=(√(14))/(2)  
Mặt cầu (S) có tâm J(32;−2;12)J(3)/(2);−2;(1)/(2) và R=√142R=(√(14))/(2) có phương trình là:  
(x−32)2+(y+2)2+(z−12)2=72x−(3)/(2)^(2)+y+2^(2)+z−(1)/(2)^(2)=(7)/(2)  
**Luyện tập 3 trang 56 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, cho (S) là tập hợp các điểm M(x; y; z) có tọa độ thỏa mãn phương trình (S): x2 + y2 + z2 – 4x + 6y – 12 = 0. Chứng minh rằng (S) là một mặt cầu. Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu đó.  
**Lời giải:**  
Ta viết phương trình mặt cầu (S) dưới dạng:  
x2 + y2 + z2 – 4x + 6y – 12 = 0  
⇔ x2 – 4x + 4 + y2 + 6y + 9 + z2 = 25  
⇔ (x – 2)2 + (y + 3)2 + z2 = 25.  
Vậy (S) là mặt cầu có tâm I(2; −3; 0) và R = 5.  
  
**Luyện tập 4 trang 56 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình x2+y2+z2+4x−5y+6z+254=0x^(2)+y^(2)+z^(2)+4x−5y+6z+(25)/(4)=0. Xác định tâm, tính bán kính của (S).  
**Lời giải:**  
Từ phương trình trên ta có a = −2; b=52b=(5)/(2); c = −3 và d=254d=(25)/(4)  
Phương trình mặt cầu (S) có tâm I(−2;52;−3)I−2;(5)/(2);−3, R=√(−2)2+(52)2+(−3)2−254=√13.R=√(−2^(2)+(5)/(2)^(2)+−3^(2)−(25)/(4))=√(13).  
**Luyện tập 5 trang 58 Toán 12 Tập 2**: Tính khoảng cách trên mặt đất từ vị trí A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo đến vị trí B: 45°N, 30°E.  
**Lời giải:**  
Vì A là giao giữa kinh tuyến gốc với xích đạo nên A(1; 0; 0). Do đó −−→OA=(1;0;0)OA→=1;0;0  
Điểm B(cos45°cos30°; cos45°sin30°; sin45°) hay B(√64;√24;√22)B(√(6))/(4);(√(2))/(4);(√(2))/(2)  
Suy ra −−→OB=(√64;√24;√22)OB→=(√(6))/(4);(√(2))/(4);(√(2))/(2)  
Có −−→OA.−−→OB=√64OA→.OB→=(√(6))/(4)  
Vì A, B thuộc mặt đất nên ∣∣∣−−→OA∣∣∣=∣∣∣−−→OB∣∣∣=1OA→=OB→=1  
Do đó cosˆAOB=−−→OA.−−→OB∣∣∣−−→OA∣∣∣.∣∣∣−−→OB∣∣∣≈0,6124cosAOB^=(OA→.OB→)/(OA→.OB→)≈0,6124. Suy ra ˆAOB≈52,2388°AOB^≈52,2388°.  
Mặt khác, đường tròn tâm O đi qua A, B có bán kính 1 và chu vi là 2π ≈ 6,2832, nên cung nhỏ ABAB⏜ của đường tròn đó có độ dài xấp xỉ bằng 52,2388360.6,2832≈0,9117(52,2388)/(360).6,2832≈0,9117.  
Do 1 đơn vị dài trong không gian Oxyz tương ứng với 6371 km trên thực tế, nên khoảng cách trên mặt đất giữa hai vị trí A, B xấp xỉ bằng 0,9117.6371 = 5808,4407 (km).  
  
**Trải nghiệm trang 58 Toán 12 Tập 2**: Trên Google Maps, thực hiện phép đo khoảng cách từ vị trí 0°N, 0°E đến vị trí 45°N, 30°E và so sánh với kết quả tính được ở luyện tập 5.  
**Lời giải:**  
Bước 1: Truy cập vào Google Maps.  
Bước 2: Trên thanh tìm kiếm nhập 0°N, 0°E. Google Maps chuyển đến vị trí đó.  
Bước 3. Nhấp vào vị trí đó và chuột phải chọn “Đo khoảng cách”.  
Bước 4: Trên thanh tìm kiếm nhập 45°N, 30°E và nhấn enter. Google Maps đưa đến vị trí này.  
Bước 5: Nhấp chuột vào vị trí này. Một đường thẳng hiện ra kèm thêm khoảng cách giữa hai vị trí này.  
Kết quả như hình vẽ sau:  
  
Từ đây ta thấy kết quả đo tương đối chính xác với kết quả tính ở luyện tập 5.  
**Bài 5.25 trang 59 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình (x−12)2+(y+1)2+z2=9x−(1)/(2)^(2)+y+1^(2)+z^(2)=9. Xác định tâm và bán kính của (S).  
**Lời giải:**  
Mặt cầu (S) có tâm I(12;−1;0)I(1)/(2);−1;0 và R = 3.  
  
**Bài 5.26 trang 59 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm I(−2; 0; 5) và bán kính R = 2.  
**Lời giải:**  
Mặt cầu (S) có tâm I(−2; 0; 5) và bán kính R = 2 có phương trình là:  
(x + 2)2 + y2 + (z – 5)2 = 4.  
  
**Bài 5.27 trang 59 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, viết phương trình của mặt cầu (S) có tâm I(0; 3; −1) và có bán kính bằng khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P): 3x + 2y – z = 0.  
**Lời giải:**  
Ta có R=d(I,(P))=|3.0+2.3+1|√32+22+(−1)2=7√14R=dI,P=(3.0+2.3+1)/(√(3^(2)+2^(2)+−1^(2)))=(7)/(√(14))  
Mặt cầu (S) có tâm I(0; 3; −1) và R=7√14R=(7)/(√(14)) có phương trình là:  
x2+(y−3)2+(z+1)2=4914x^(2)+y−3^(2)+z+1^(2)=(49)/(14)  
  
**Bài 5.28 trang 59 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): x2 + y2 + z2 + 2x – 2y + 8z – 18 = 0. Xác định tâm, tính bán kính của (S).  
**Lời giải:**  
Mặt cầu (S): x2 + y2 + z2 + 2x – 2y + 8z – 18 = 0 có tâm I(−1; 1; −4).  
Bán kính R=√(−1)2+12+(−4)2−(−18)=6R=√(−1^(2)+1^(2)+−4^(2)−−18)=6  
  
**Bài 5.29 trang 59 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, phương trình nào trong các phương trình sau là phương trình mặt cầu? Xác định tâm và tính bán kính của mặt cầu đó.  
a) x2 + y2 + z2 – 2x – 5z + 30 = 0;  
b) x2 + y2 + z2 – 4x + 2y – 2z = 0;  
c) x3 + y3 + z3 – 2x + 6y – 9z – 10 = 0;  
d) x2 + y2 + z2 + 5 = 0.  
**Lời giải:**  
a) Phương trình có a = 1; b = 0; c=52c=(5)/(2); d = 30.  
Có a2+b2+c2−d=1+0+(52)2−30=−914<0a^(2)+b^(2)+c^(2)−d=1+0+(5)/(2)^(2)−30=−(91)/(4)<0. Nên phương trình này không phải là phương trình mặt cầu.  
b) Ta có a = 2; b = −1; c = 1; d = 0.  
Có a2 + b2 + c2 – d = 22 + (−1)2 + 12 – 0 = 6 > 0.  
Do đó đây là phương trình mặt cầu.  
Mặt cầu có tâm I(2; −1; 1) và R=√6R=√(6).  
c) Đây không phải là phương trình mặt cầu. Vì phương trình mặt cầu phải có dạng:  
x2 + y2 + z2 + …  
d) Đây không phải là mặt cầu vì x2 + y2 + z2 = −5 < 0 (Vô lý).  
  
**Bài 5.30 trang 59 Toán 12 Tập 2**: Trong không gian Oxyz, một thiết bị phát sóng đặt tại vị trí A(2; 0; 0). Vùng phủ sóng của thiết bị có bán kính bằng 1.Hỏi vị trí M(2; 1; 1) có thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên hay không?  
**Lời giải:**  
Ta có AM=√(2−2)2+12+12=√2>1AM=√(2−2^(2)+1^(2)+1^(2))=√(2)>1  
Do đó vị trí M(2; 1; 1) không thuộc vùng phủ sóng của thiết bị nói trên.