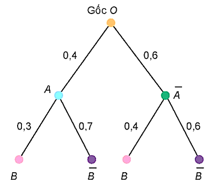
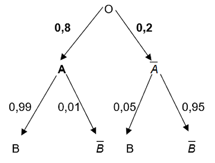
# Bài 19: Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes

**Giải Toán 12 Bài 19: Công thức xác suất toàn phần và công thức Bayes**  
**HĐ1 trang 72 Toán 12 Tập 2**: Hình thành công thức xác suất toàn phần  
**Tình huống mở đầu**  
Số khán giả đến xem buổi biểu diễn ca nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,9; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé chỉ là 0,4. Dự báo thời tiết cho thấy xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,75. Nhà tổ chức sự kiện quan tâm đến xác suất để bán được hết vé là bao nhiêu.  
Gọi A là biến cố “Trời mưa” và B là biến cố “Bán hết vé” trong *tình huống mở đầu*.  
a) Tính P(A), P(¯¯¯A)PA¯, P(B | A), P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯.  
b) Trong hai xác suất P(A) và P(B), nhà tổ chức sự kiện quan tâm đến xác suất nào nhất?  
**Lời giải:**  
a) Với A là biến cố “Trời mưa” và B là biến cố “Bán hết vé”.  
Theo bài ra ta có: P(A) = 0,75. Suy ra P(¯¯¯AA¯) = 1 – P(A) = 1 – 0,75 = 0,25.  
Lại có:  
+) nếu trời mưa thì xác suất bán hết vé là 0,4. Vậy P(B | A) = 0,4.  
+) nếu trời không mưa thì xác suất bán hết vé là 0,9. Vậy P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯ = 0,9.  
b) Nhà tổ chức quan tâm tới P(B) nhất.  
**Luyện tập 1 trang 73 Toán 12 Tập 2**: Trở lại *tình huống mở đầu Mục 1*. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé.  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Trời mưa” và B là biến cố: “Bán hết vé”.  
Từ HĐ 1a, ta có: P(A) = 0,75; P(¯¯¯AA¯) = 1 – P(A) = 0,25;  
P(B | A) = 0,4; P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯= 0,9.  
Thay vào công thức xác suất toàn phần ta được  
P(B) = P(A) ∙ P(B | A) + P(¯¯¯AA¯) ∙ P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯= 0,75 ∙ 0,4 + 0,25 ∙ 0,9 = 0,525.  
Vậy xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé là 0,525.  
**Luyện tập 2 trang 74 Toán 12 Tập 2**: Trở lại Ví dụ 1. Sử dụng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để thứ Tư, ông An đi làm bằng xe buýt.  
**Lời giải:**  
Kí hiệu A là biến cố: “Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy”; B là biến cố: “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy”.  
Khi đó, biến cố “Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe buýt” chính là ¯¯¯BB¯.  
Ta có sơ đồ hình cây mô tả xác suất của biến cố như sau:  
  
Hai nhánh cây đi tới ¯¯¯BB¯ là OA¯¯¯BOAB¯ và O¯¯¯A¯¯¯BOA¯B¯.  
Như vậy P(¯¯¯B)PB¯ = 0,4 ∙ 0,7 + 0,6 ∙ 0,6 = 0,64.  
  
**Vận dụng trang 74 Toán 12 Tập 2**: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b.  
Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%. Tính xác suất để cây con có kiểu gene bb.  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Cây bố có kiểu gene bb”;  
 M là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây bố”;  
 N là biến cố: “Cây con lấy gene b từ cây mẹ”;  
 E là biến cố: “Cây con có kiểu gene bb”.  
Theo giả thiết, M và N độc lập nên P(E) = P(M) ∙ P(N).  
Tính P(M): Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần:  
P(M) = P(A) ∙ P(M | A) + P(¯¯¯AA¯) ∙ P(M | ¯¯¯AA¯). (\*)  
Ta có P(A) = 0,4; P(¯¯¯AA¯) = 0,6.  
P(M | A) là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene bb. Do đó, P(M | A) = 1.  
P(M | ¯¯¯AA¯) là xác suất để cây con lấy gene b từ cây bố với điều kiện cây bố có kiểu gene Bb. Do đó, P(M | ¯¯¯AA¯) = 0,5.  
Thay vào (\*) ta được: P(M) = 0,4 ∙ 1 + 0,6 ∙ 0,5 = 0,7.  
Tương tự tính được P(N) = 0,7.  
Vậy P(E) = P(M) ∙ P(N) = 0,7 ∙ 0,7 = 0,49.  
Từ kết quả trên suy ra trong một quần thể các cây đậu Hà Lan, mà ở đó tỉ lệ cây bố và cây mẹ mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%, thì tỉ lệ cây con có kiểu gene bb là khoảng 49%.  
  
**Luyện tập 3 trang 74 Toán 12 Tập 2**: Với giả thiết như phần vận dụng:  
Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhẵn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b.  
Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương ứng là 40% và 60%.  
a) Hãy ước lượng tỉ lệ cây con có kiểu gene BB.  
b) Sử dụng kết quả của vận dụng trên và câu a, hãy ước lượng tỉ lệ cây con có kiểu gene Bb.  
**Lời giải:**  
a) Gọi A là biến cố: “Cây bố có kiểu gene bb”;   
 K là biến cố: “Cây con nhận gene B từ bố”;  
 H là biến cố: “Cây con nhận gene B từ mẹ”;  
 F là biến cố: “Cây con có kiểu gene BB”.  
Theo giả thiết, K và H độc lập nên P(F) = P(K) ∙ P(H).  
Ta tính P(K) theo công thức xác suất toàn phần:  
P(K) = P(A) ∙ P(K | A) + P(¯¯¯AA¯) ∙ P(K | ¯¯¯AA¯). (1)  
Ta có P(A) = 0,4; P(¯¯¯AA¯) = 0,6.  
P(K | A) là xác suất để cây con nhận gene B từ bố với điều kiện bố có kiểu gene bb.  
Vậy P(K | A) = 0.  
P(K | ¯¯¯AA¯) là xác suất để cây con nhận gene B từ bố với điều kiện bố có kiểu gene Bb.  
Vậy P(K | ¯¯¯AA¯) = 0,5.  
Thay vào (2) ta được P(K) = 0,4 ∙ 0 + 0,6 ∙ 0,5 = 0,3.  
Tương tự tính được P(H) = 0,3.  
Vậy P(F) = P(K) ∙ P(H) = 0,3 ∙ 0,3 = 0,09.  
Vậy tỉ lệ cây con có kiểu gene BB là khoảng 9%.  
b) Gọi G là biến cố: “Cây con có kiểu gene Bb”.  
Vì ¯¯¯G=E∪FG¯=E∪F và hai biến cố E, F xung khắc nên  
P(¯¯¯GG¯) = P(E) + P(F) = 0,49 + 0,09 = 0,58.  
Vậy P(G) = 1 – P(¯¯¯GG¯) = 1 – 0,58 = 0,42.  
Vậy tỉ lệ cây con có kiểu gene Bb là khoảng 42%.  
**HĐ2 trang 75 Toán 12 Tập 2**: Phân biệt P(A | B) và P(B | A). Tình huống mở đầu  
Trong Y học, để chẩn đoán bệnh X nào đó, người ta thường dùng một xét nghiệm. Xét nghiệm dương tính, tức là xét nghiệm đó kết luận một người mắc bệnh X. Xét nghiệm âm tính, tức là xét nghiệm đó kết luận một người không mắc bệnh X. Vì không có một xét nghiệm nào tuyệt đối đúng nên trên thực tế có thể xảy ra hai sai lầm sau:  
– Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.  
– Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.  
Ông M đi xét nghiệm bệnh hiểm nghèo X. Biết rằng, nếu một người mắc bệnh X thì với xác suất 0,95 xét nghiệm cho dương tính; nếu một người không bị bệnh X thì với xác suất 0,01 xét nghiệm cho dương tính.  
Xét nghiệm của ông M cho kết quả dương tính. Ông M hoảng hốt khi nghĩ rằng mình có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X.  
Trong *tình huống mở đầu Mục 2*, gọi A là biến cố: “Ông M mắc bệnh hiểm nghèo X”; B là biến cố: “Xét nghiệm cho kết quả dương tính”.  
a) Nêu các nội dung còn thiếu tương ứng với “(?)” để hoàn thành các câu sau đây:  
 P(A | B) là xác suất để (?) với điều kiện (?);  
 P(B | A) là xác suất để (?) với điều kiện (?).  
b) 0,95 là P(A | B) hay P(B | A)? Có phải ông M có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X không?  
**Lời giải:**  
a)  
 P(A | B) là xác suất để **ông M mắc bệnh hiểm nghèo X** với điều kiện **xét nghiệm cho kết quả dương tính**.  
 P(B | A) là xác suất để **xét nghiệm cho kết quả dương tính** với điều kiện **ông M mắc bệnh hiểm nghèo X**.  
b) Nếu một người mắc bệnh X thì với xác suất 0,95 xét nghiệm cho dương tính, tức là xác suất để xét nghiệm cho kết quả dương tính với điều kiện người đó mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,95. Do đó, P(B | A) = 0,95.  
Vậy không phải ông M có xác suất 0,95 mắc bệnh hiểm nghèo X.  
**Luyện tập 4 trang 76 Toán 12 Tập 2**: Trong một kho rượu có 30% là rượu loại I. Chọn ngẫu nhiên một chai rượu đưa cho ông Tùng, một người sành rượu, để nếm thử. Biết rằng, một chai rượu loại I có xác suất 0,9 để ông Tùng xác nhận là loại I; một chai rượu không phải loại I có xác suất 0,95 để ông Tùng xác nhận đây không phải rượu loại I. Sau khi nếm, ông Tùng xác nhận đây là rượu loại I. Tính xác suất để chai rượu đúng là rượu loại I.  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Chai rượu là rượu loại I”;  
 B là biến cố: “Ông Tùng xác nhận nhận đây là rượu loại I”.  
Bài toán yêu cầu tính P(A | B).  
Áp dụng công thức Bayes ta có  
P(A | B) = P(A)⋅P(B|A)P(A)⋅P(B|A)+P(¯¯¯A)⋅P(B∣∣¯¯¯A)(PA⋅PB|A)/(PA⋅PB|A+PA¯⋅PB|A¯).  
Ta cần xác định P(A), P(¯¯¯A)PA¯, P(B | A) và P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯.  
Vì kho rượu có 30% là rượu loại I nên P(A) = 30% = 0,3.  
Suy ra P(¯¯¯A)=1−P(A)=1−0,3=0,7PA¯=1−PA=1−0,3=0,7.  
P(B | A) là xác suất để một chai rượu loại I được ông Tùng xác nhận là rượu loại I.  
Theo bài ra ta có P(B | A) = 0,9.  
P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯ là xác suất để một chai rượu không phải loại I được ông Tùng xác nhận là rượu loại I.  
Theo đề bài ta có P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯ = 1 – 0,95 = 0,05.  
Thay vào công thức Bayes ta được  
P(A | B) = P(A)⋅P(B|A)P(A)⋅P(B|A)+P(¯¯¯A)⋅P(B∣∣¯¯¯A)(PA⋅PB|A)/(PA⋅PB|A+PA¯⋅PB|A¯)  
=0,3⋅0,90,3⋅0,9+0,7⋅0,05≈0,8852=(0,3⋅0,9)/(0,3⋅0,9+0,7⋅0,05)≈0,8852.  
Vậy xác suất để chai rượu đúng là rượu loại I là khoảng 0,8852.  
**Luyện tập 5 trang 77 Toán 12 Tập 2**: Trở lại *tình huống mở đầu Mục 2*. Thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2%.  
a) Trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là bao nhiêu?  
b) Sau khi xét nghiệm cho kết quả dương tính, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là bao nhiêu?  
**Lời giải:**  
a) Vì thống kê cho thấy tỉ lệ dân số mắc bệnh hiểm nghèo X là 0,2% nên trước khi tiến hành xét nghiệm, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là p = 0,2% = 0,002.  
b) Gọi A là biến cố: “Ông M mắc bệnh hiểm nghèo X”; B là biến cố: “Xét nghiệm cho kết quả dương tính”.  
Khi đó xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M sau khi xét nghiệm cho kết quả dương tính chính là xác suất P(A | B).  
Áp dụng công thức ta có  
P(A | B) = P(A)⋅P(B|A)P(A)⋅P(B|A)+P(¯¯¯A)⋅P(B∣∣¯¯¯A)(PA⋅PB|A)/(PA⋅PB|A+PA¯⋅PB|A¯).  
Theo câu a) ta có: P(A) = p = 0,002. Suy ra P(¯¯¯AA¯) = 1 – P(A) = 1 – 0,002 = 0,998.  
P(B | A) là xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính nếu ông M mắc bệnh hiểm nghèo X. Theo bài ra ta có P(B | A) = 0,95.  
P(B | ¯¯¯AA¯) là xác suất xét nghiệm cho kết quả dương tính nếu ông M không mắc bệnh hiểm nghèo X. Theo bài ra ta có P(B | ¯¯¯AA¯) = 0,01.  
Khi đó, thay vào công thức Bayes ta được  
P(A|B)=0,002⋅0,950,002⋅0,95+0,998⋅0,01≈0,16PA | B=(0,002⋅0,95)/(0,002⋅0,95+0,998⋅0,01)≈0,16.  
Vậy sau khi xét nghiệm cho kết quả dương tính, xác suất mắc bệnh hiểm nghèo X của ông M là khoảng 0,16.  
  
**Bài 6.7 trang 77 Toán 12 Tập 2**: Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó.  
Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa.  
Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bệ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên.  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Máy bay xuất hiện ở vị trí X”;  
 B là biến cố: “Máy bay bị bắn rơi”.  
Theo bài ra ta có P(A) = 0,55. Suy ra P(¯¯¯A)PA¯ = 1 – P(A) = 1 – 0,55 = 0,45.  
Nếu máy bay xuất hiện tại X thì có hai quả tên lửa bắn lên.  
Khi đó, P(B | A) là xác suất để máy bay bị bắn rơi khi có hai quả tên lửa bắn lên.  
Ta tính xác suất của biến cố đối P(¯¯¯B∣∣A)PB¯|A: “Máy bay không rơi khi có hai quả tên lửa bắn lên”. Ta có P(¯¯¯B∣∣A)PB¯|A = (1 – 0,8) ∙ (1 – 0,8) = 0,22 = 0,04.  
Vậy P(B|A) = 1 – P(¯¯¯B∣∣A) PB|A = 1 – PB¯|A  = 1 – 0,04 = 0,96.  
P(¯¯¯B∣∣A)PB¯|A : Nếu máy bay xuất hiện tại Y thì có một quả tên lửa bắn lên. Máy bay rơi khi bị quả tên lửa này bắn trúng. Do đó P(B∣∣¯¯¯A)=0,8PB|A¯=0,8.  
Theo công thức xác suất toàn phần ta có:  
P(B) = P(A) ∙ P(B | A) + P(¯¯¯A)PA¯ . P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯= 0,55 ∙ 0,96 + 0,45 ∙ 0,8 = 0,888.  
Vậy xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên là 0,888.  
**Bài 6.8 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng.  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Bắt được thỏ trắng từ chuồng II”;  
 B là biến cố: “Sau đó bắt được thỏ trắng từ chuồng I”.  
Ta cần tính P(B). Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:  
P(B) = P(A) ∙ P(B | A) + P(¯¯¯A)PA¯. P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯  
Vì chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng nên ta có: P(A)=310PA=(3)/(10).  
Suy ra P(¯¯¯A)=1−P(A)=1−310=710PA¯=1−PA=1−(3)/(10)=(7)/(10).  
Nếu A xảy ra tức là bắt được thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I thì chuồng I có 5 thỏ đen và 11 thỏ trắng. Do đó, P(B|A)=1116PB|A=(11)/(16).  
Nếu A không xảy ra thì chuồng I có 6 thỏ đen và 10 thỏ trắng. Do đó, P(B∣∣¯¯¯A)=1016PB|A¯=(10)/(16).  
Khi đó, P(B) = P(A) ∙ P(B | A) + P(¯¯¯A)PA¯ . P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯=310⋅1116+710⋅1016=103160=(3)/(10)⋅(11)/(16)+(7)/(10)⋅(10)/(16)=(103)/(160).  
Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là  
  
**Bài 6.9 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Tại nhà máy X sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK; nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK. Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy X trên thị trường.  
a) Tính xác suất để linh kiện điện tử đó được đóng dấu OTK.  
b) Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.  
**Lời giải:**  
a) Gọi A là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”;  
 B là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK”.  
Ta cần tính P(B). Theo công thức xác suất toàn phần ta có:  
P(B) = P(A) ∙ P(B | A) + P(¯¯¯A)PA¯.P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯  
Theo giả thiết P(A) = 0,8. Suy ra P(¯¯¯A)PA¯ = 1 – P(A) = 1 – 0,8 = 0,2.  
Tính P(B | A): Đây là xác suất để linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn được đóng dấu OTK. Theo giả thiết ta có P(B | A) = 0,99.  
Tính P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯: Đây là xác suất để linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn được đóng dấu OTK. Theo giả thiết nếu linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó không được đóng dấu OTK với xác suất 0,95. Vậy nếu linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó được đóng dấu OTK với xác suất là 1 – 0,95 = 0,05. Do đó P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯ = 0,05.  
Khi đó, P(B) = P(A) ∙ P(B | A) + P(¯¯¯A)PA¯ .P(B∣∣¯¯¯A)PB|A¯ = 0,8 ∙ 0,99 + 0,2 ∙ 0,05 = 0,802.  
Vậy xác suất để linh kiện điện tử đó được đóng dấu OTK là 0,802.  
b) Với A là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”;  
 B là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK”.  
Khi đó, ¯¯¯BB¯ là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK”.  
Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:  
  
Có hai nhánh cây đi tới ¯¯¯BB¯ là OA¯¯¯BOAB¯ và O¯¯¯A¯¯¯BOA¯B¯.  
Vậy P(¯¯¯B)PB¯ = 0,8 ∙ 0,01 + 0,2 ∙ 0,95 = 0,198  
  
**Bài 6.10 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Có hai đội thi đấu môn Bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.  
a) Tính xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng;  
b) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Tính xác suất để vận động viên này thuộc đội I.  
**Lời giải:**  
a) Gọi A là biến cố: “VĐV được chọn thuộc đội I”;  
B là biến cố: “VĐV được chọn thuộc đội II”;  
E là biến cố: “VĐV được chọn đạt HCV”.  
(Với VĐV: vận động viên, HCV: huy chương vàng).  
Ta có B = ¯¯¯AA¯.  
Ta cần tính P(E). Theo công thức xác suất toàn phần, ta có  
P(E) = P(A) ∙ P(E | A) + P(¯¯¯A)PA¯.P(E∣∣¯¯¯A)PE|A¯.  
Theo bài ra ta có: P(A)=512PA=(5)/(12), P(¯¯¯A)=P(B)=712PA¯=PB=(7)/(12).  
P(E | A) là xác suất để VĐV thuộc đội I đoạt HCV. Theo bài ra ta có P(E | A) = 0,65.  
P(E∣∣¯¯¯A)PE|A¯ là xác suất để VĐV thuộc đội II đoạt HCV. Theo bài ra ta có *P(E∣∣¯¯¯A)PE|A¯* = 0,55.  
Thay vào ta được P(E) = 512⋅0,65+712⋅0,55≈(5)/(12)⋅0,65+(7)/(12)⋅0,55≈0,5917.  
Vậy xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là khoảng 0,5917.  
b) Ta có xác suất để vận động viên được chọn thuộc đội I, biết rằng vận động viên này đạt huy chương vàng, chính là xác suất P(A | E).  
Theo công thức Bayes và kết quả ở câu a) ta có  
P(A|E)=P(A)⋅P(E|A)P(E)≈512⋅0,650,5917≈0,4577PA|E=(PA⋅PE|A)/(PE)≈((5)/(12)⋅0,65)/(0,5917)≈0,4577  
  
**Bài 6.11 trang 78 Toán 12 Tập 2**: Một bộ lọc được sử dụng để chặn thư rác trong các tài khoản thư điện tử. Tuy nhiên, vì bộ lọc không tuyệt đối hoàn hảo nên một thư rác bị chặn với xác suất 0,95 và một thư đúng (không phải là thư rác) bị chặn với xác suất 0,01. Thống kê cho thấy tỉ lệ thư rác là 3%.  
a) Chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn. Tính xác suất để đó là thư rác.  
b) Chọn ngẫu nhiên một thư không bị chặn. Tính xác suất để đó là thư đúng.  
c) Trong số các thư bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư đúng? Trong số các thư không bị chặn, có bao nhiêu phần trăm là thư rác?  
**Lời giải:**  
a) Gọi A là biến cố: “Thư được chọn là thư rác”;  
B là biến cố: “Thư được chọn là bị chặn”.  
Ta có P(A) = 3% = 0,03; P(¯¯¯A)=1−P(A)=0,97PA¯=1−PA=0,97 ; P(B | A) = 0,95; P(B∣∣¯¯¯A)=0,01PB|A¯=0,01.  
Ta cần phải tính P(A | B). Áp dụng công thức Bayes, ta có:  
P(A|B)=P(A)⋅P(B|A)P(A)⋅P(B|A)+P(¯¯¯A)⋅P(B∣∣¯¯¯A)=0,03⋅0,950,03⋅0,95+0,97⋅0,01≈0,746PA|B=(PA⋅PB|A)/(PA⋅PB|A+PA¯⋅PB|A¯)=(0,03⋅0,95)/(0,03⋅0,95+0,97⋅0,01)≈0,746  
Vậy khi chọn ngẫu nhiên một thư bị chặn thì xác suất để đó là thư rác khoảng 0,746.  
b) Ta phải tính P(¯¯¯A∣∣¯¯¯B)PA¯|B¯.  
Ta có P(B∣∣¯¯¯A)=0,01⇒P(¯¯¯B∣∣¯¯¯A)=0,99PB|A¯=0,01⇒PB¯|A¯=0,99; P(B|A)=0,95⇒P(¯¯¯B∣∣A)=0,05PB|A=0,95⇒PB¯|A=0,05.  
Áp dụng công thức Bayes, ta có:  
P(¯¯¯A∣∣¯¯¯B)=P(¯¯¯A)⋅P(¯¯¯B∣∣¯¯¯A)P(¯¯¯A)⋅P(¯¯¯B∣∣¯¯¯A)+P(A)⋅P(¯¯¯B∣∣A)=0,97⋅0,990,97⋅0,99+0,03⋅0,05≈0,998PA¯|B¯=(PA¯⋅PB¯|A¯)/(PA¯⋅PB¯|A¯+PA⋅PB¯|A)=(0,97⋅0,99)/(0,97⋅0,99+0,03⋅0,05)≈0,998  
Vậy khi ngẫu nhiên một thư không bị chặn thì xác suất để đó là thư đúng khoảng 0,998.  
c) Từ câu a), ta thấy xác suất một thư là thư rác nếu biết rằng thư đó bị chặn là 0,746. Nghĩa là trong số các thư bị chặn có khoảng 74,6% thư rác.  
Vậy trong số các thư bị chặn có 100% – 74,6% = 25,4% là thư đúng.  
Từ câu b), ta thấy xác suất để đó là thư đúng nếu biết rằng thư đó không bị chặn là 0,998. Nghĩa là trong số các thư không bị chặn có khoảng 99,8% thư đúng.  
Vậy trong số các thư không bị chặn có 100% – 99,8% = 0,2% là thư rác.