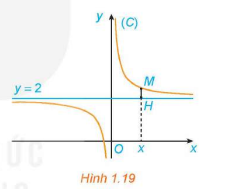
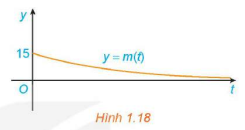
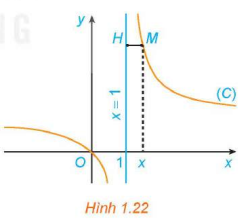
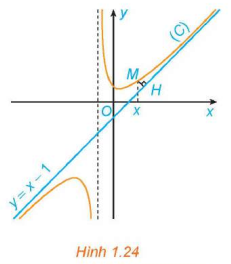
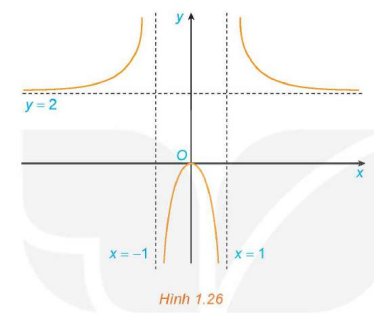
# Bài 3: Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

**Giải Toán 12 Bài 3: Đường tiệm cận của đồ thị hàm số**   
**1. Đường tiệm cận ngang**  
**Giải Toán 12 trang 20** **Tập 1**  
  
  
**HĐ1 trang 20 Toán 12 Tập 1**: Cho hàm số y=f(x)=2x+1xy=f(x)=(2x+1)/(x) có đồ thị (C). Với x>0x>0, xét điểm M (x; f(x)) thuộc (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng y=2y=2 (H.1.19).  
   
a) Tính khoảng cách MH.  
b) Có nhận xét gì về khoảng cách MH khi x→+∞x→+∞?  
**Lời giải:**  
a) Ta có: M(x;2x+1x)M(x;(2x+1)/(x)); H(x;2)H(x;2).  
Do đó, MH=√(x−x)2+(2−2x+1x)2=√(2x−2x−1x)2=1xMH=√((x−x)^(2)+(2−(2x+1)/(x))^(2))=√(((2x−2x−1)/(x))^(2))=(1)/(x) (do x>0x>0)  
b) Ta có: limx→+∞1x=0limx→+∞⁡(1)/(x)=0. Do đó, khi x→+∞x→+∞ thì MH→0MH→0.  
**Giải Toán 12 trang 21** **Tập 1**  
  
  
**Luyện tập 1 trang 21 Toán 12 Tập 1**: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số y=f(x)=2x−1x−1y=f(x)=(2x−1)/(x−1).  
**Lời giải:**  
Ta có: limx→+∞2x−1x−1=limx→+∞2−1x1−1x=2;limx→−∞2x−1x−1=limx→−∞2−1x1−1x=2limx→+∞⁡(2x−1)/(x−1)=limx→+∞⁡(2−(1)/(x))/(1−(1)/(x))=2;limx→−∞⁡(2x−1)/(x−1)=limx→−∞⁡(2−(1)/(x))/(1−(1)/(x))=2.  
Do đó, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số y=f(x)=2x−1x−1y=f(x)=(2x−1)/(x−1) là y=2y=2.  
  
  
**Vận dụng 1 trang 21 Toán 12 Tập 1**: Giải bài toán trong tình huống mở đầu.  
Giả sử khối lượng còn lại của một chất phóng xạ (gam) sau t ngày phân rã được cho bởi hàm số m(t)=15e−0,012tm(t)=15e^(−0,012t). Khối lượng m(t) thay đổi ra sao khi t→+∞t→+∞? Điều này thể hiện trên Hình 1.18 như thế nào?  
  
**Lời giải:**  
Ta có: limt→+∞m(t)=limt→+∞15e−0,012t=limt→+∞15e0,012t=0limt→+∞⁡m(t)=limt→+∞⁡15e^(−0,012t)=limt→+∞⁡(15)/(e^(0,012t))=0  
Do đó, m(t)→0m(t)→0 khi t→+∞t→+∞.  
Trong hình 1.18, khi t→+∞t→+∞ thì m(t) càng gần trục hoành Ot (nhưng không chạm trục Ot).  
  
  
**2. Đường tiệm cận đứng**  
  
**HĐ2 trang 21 Toán 12 Tập 1**: Cho hàm số y=f(x)=xx−1y=f(x)=(x)/(x−1) có đồ thị (C). Với x>1x>1, xét điểm M (x; f(x)) thuộc (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng x=1x=1 (H.1.22).  
   
a) Tính khoảng cách MH.  
b) Khi M thay đổi trên (C) sao cho khoảng cách MH dần đến 0, có nhận xét gì về tung độ của điểm M?  
**Lời giải:**  
a) Ta có: M(x;xx−1);H(1;xx−1)M(x;(x)/(x−1));H(1;(x)/(x−1))  
Do đó, MH=√(1−x)2+(xx−1−xx−1)2=x−1MH=√((1−x)^(2)+((x)/(x−1)−(x)/(x−1))^(2))=x−1 (do x>1x>1)  
b) Khi khoảng cách MH dần đến 0 thì tung độ của điểm M dần ra xa vô tận về phía trên (tung độ điểm M tiến ra +∞+∞).  
**Giải Toán 12 trang 22** **Tập 1**  
  
  
**Luyện tập 2 trang 22 Toán 12 Tập 1**: Tìm các tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y=f(x)=2x+1x−4y=f(x)=(2x+1)/(x−4).  
**Lời giải:**  
Ta có: limx→+∞2x+1x−4=limx→+∞2+1x1−4x=2;limx→−∞2x+1x−4=limx→−∞2+1x1−4x=2limx→+∞⁡(2x+1)/(x−4)=limx→+∞⁡(2+(1)/(x))/(1−(4)/(x))=2;limx→−∞⁡(2x+1)/(x−4)=limx→−∞⁡(2+(1)/(x))/(1−(4)/(x))=2 nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số y=f(x)=2x+1x−4y=f(x)=(2x+1)/(x−4) là y=2y=2.  
Lại có: limx→4+f(x)=limx→4+2x+1x−4=+∞;limx→4−f(x)=limx→4−2x+1x−4=−∞limx→4^(+)⁡f(x)=limx→4^(+)⁡(2x+1)/(x−4)=+∞;limx→4^(−)⁡f(x)=limx→4^(−)⁡(2x+1)/(x−4)=−∞ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y=f(x)=2x+1x−4y=f(x)=(2x+1)/(x−4) đường thẳng x=4x=4.  
  
  
**Vận dụng 2 trang 22 Toán 12 Tập 1**: Để loại bỏ p% một loài tảo độc khỏi hồ nước, người ta ước tính chi phí bỏ ra là C(p)=45p100−pC(p)=(45p)/(100−p) (triệu đồng), với 0≤p<1000≤p<100. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số C(p) và nêu ý nghĩa của đường tiệm cận này.  
**Lời giải:**  
Ta có: limp→100−C(p)=limp→100−45p100−p=+∞limp→100^(−)⁡C(p)=limp→100^(−)⁡(45p)/(100−p)=+∞ nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số C(p) là p=100p=100.  
Ý nghĩa của đường tiệm cận là: Không thể loại bỏ hết loài tảo độc ra khỏi hồ nước dù chi phí là bao nhiêu.  
  
**3. Đường tiệm cận xiên**  
**Giải Toán 12 trang 23** **Tập 1**  
  
**HĐ3 trang 23 Toán 12 Tập 1**: Cho hàm số y=f(x)=x−1+2x+1y=f(x)=x−1+(2)/(x+1) có đồ thị (C) và đường thẳng y=x−1y=x−1 như Hình 1.24.  
   
a) Với x>−1x>−1, xét điểm M (x; f(x)) thuộc (C). Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên đường thẳng y=x−1y=x−1. Có nhận xét gì về khoảng cách MH khi x→+∞x→+∞?  
b) Chứng tỏ rằng limx→+∞[f(x)−(x−1)]=0limx→+∞⁡[f(x)−(x−1)]=0. Tính chất này thể hiện trên Hình 1.24 như thế nào?  
**Lời giải:**  
a) Nhìn vào đồ thị ta thấy, khi x→+∞x→+∞ thì khoảng cách MH tiến tới 0.  
b) Ta có:limx→+∞[f(x)−(x−1)]=limx→+∞[x−1+2x+1−(x−1)]=limx→+∞2x+1=limx→+∞2x1+1x=0limx→+∞⁡[f(x)−(x−1)]=limx→+∞⁡[x−1+(2)/(x+1)−(x−1)]=limx→+∞⁡(2)/(x+1)=limx→+∞⁡((2)/(x))/(1+(1)/(x))=0  
Tính chất này được thể hiện trong Hình 1.24 là: Khoảng cách từ điểm M của đồ thị hàm số (C) đến đường thẳng y=x−1y=x−1 tiến đến 0 khi x→+∞x→+∞.  
**Giải Toán 12 trang 24** **Tập 1**  
  
  
**Luyện tập 3 trang 24 Toán 12 Tập 1**: Tìm các tiệm cận đứng và tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y=f(x)=x2−4x+21−xy=f(x)=(x^(2)−4x+2)/(1−x).  
**Lời giải:**  
Ta có: limx→1+f(x)=limx→1+x2−4x+21−x=+∞limx→1^(+)⁡f(x)=limx→1^(+)⁡(x^(2)−4x+2)/(1−x)=+∞; limx→1−f(x)=limx→1−x2−4x+21−x=−∞limx→1^(−)⁡f(x)=limx→1^(−)⁡(x^(2)−4x+2)/(1−x)=−∞  
Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y=f(x)y=f(x) là đường thẳng x=1x=1  
Ta có: y=f(x)=x2−4x+21−x=−x+3−11−xy=f(x)=(x^(2)−4x+2)/(1−x)=−x+3−(1)/(1−x)  
Do đó, limx→+∞[f(x)−(−x+3)]=limx→+∞−11−x=0limx→+∞⁡[f(x)−(−x+3)]=limx→+∞⁡(−1)/(1−x)=0, limx→−∞[f(x)−(−x+3)]=limx→−∞−11−x=0limx→−∞⁡[f(x)−(−x+3)]=limx→−∞⁡(−1)/(1−x)=0  
Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số y=f(x)y=f(x) là đường thẳng y=−x+3y=−x+3  
**Bài tập**  
**Giải Toán 12 trang 25** **Tập 1**  
**Bài 1.16 trang 25 Toán 12 Tập 1**: Hình 1.26 là đồ thị của hàm số y=f(x)=2x2x2−1y=f(x)=(2x^(2))/(x^(2)−1)  
  
  
Sử dụng đồ thị này, hãy:  
a) Viết kết quả của các giới hạn sau: limx→−∞f(x)limx→−∞⁡f(x); limx→+∞f(x)limx→+∞⁡f(x); limx→1−f(x)limx→1^(−)⁡f(x); limx→−1+f(x)limx→−1^(+)⁡f(x)  
b) Chỉ ra các tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho.  
  
**Lời giải:**  
  
a) limx→−∞f(x)=2limx→−∞⁡f(x)=2; limx→+∞f(x)=2limx→+∞⁡f(x)=2; limx→1−f(x)=−∞limx→1^(−)⁡f(x)=−∞; limx→−1+f(x)=−∞limx→−1^(+)⁡f(x)=−∞  
b) Do đó, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là x=1;x=−1x=1;x=−1.  
Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là y=2y=2  
**Bài 1.17 trang 25 Toán 12 Tập 1**: Đường thẳng x=1x=1 có phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y=x2+2x−3x−1y=(x^(2)+2x−3)/(x−1) không?  
**Lời giải:**  
Ta có: limx→1+f(x)=limx→1+x2+2x−3x−1=limx→1+(x−1)(x+3)x−1=limx→1+(x+3)=4limx→1^(+)⁡f(x)=limx→1^(+)⁡(x^(2)+2x−3)/(x−1)=limx→1^(+)⁡((x−1)(x+3))/(x−1)=limx→1^(+)⁡(x+3)=4  
limx→1−f(x)=limx→1−x2+2x−3x−1=limx→1−(x−1)(x+3)x−1=limx→1−(x+3)=4limx→1^(−)⁡f(x)=limx→1^(−)⁡(x^(2)+2x−3)/(x−1)=limx→1^(−)⁡((x−1)(x+3))/(x−1)=limx→1^(−)⁡(x+3)=4  
Do đó, đường thẳng x=1x=1 không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y=x2+2x−3x−1y=(x^(2)+2x−3)/(x−1).  
**Bài 1.18 trang 25 Toán 12 Tập 1**: Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số sau:  
a) y=3−x2x+1y=(3−x)/(2x+1);  
b) y=2x2+x−1x+2y=(2x^(2)+x−1)/(x+2).  
**Lời giải:**  
a) Vìlimx→+∞y=limx→+∞3−x2x+1=limx→+∞3x−12+1x=−12limx→+∞⁡y=limx→+∞⁡(3−x)/(2x+1)=limx→+∞⁡((3)/(x)−1)/(2+(1)/(x))=−(1)/(2);   
limx→−∞y=limx→−∞3−x2x+1=limx→−∞3x−12+1x=−12limx→−∞⁡y=limx→−∞⁡(3−x)/(2x+1)=limx→−∞⁡((3)/(x)−1)/(2+(1)/(x))=−(1)/(2)  
Do đó, đường thẳng y=−12y=(−1)/(2) là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số y=3−x2x+1y=(3−x)/(2x+1).  
Vì limx→(−12)−y=limx→(−12)−3−x2x+1=−∞;limx→(−12)+y=limx→(−12)+3−x2x+1=+∞limx→(−(1)/(2))^(−)⁡y=limx→(−(1)/(2))^(−)⁡(3−x)/(2x+1)=−∞;limx→(−(1)/(2))^(+)⁡y=limx→(−(1)/(2))^(+)⁡(3−x)/(2x+1)=+∞  
Do đó, đường thẳng x=−12x=(−1)/(2) là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số y=3−x2x+1y=(3−x)/(2x+1).  
b) Vì limx→−∞y=limx→−∞2x2+x−1x+2=limx→−∞[x(2+1x−1x2)(1+2x)]=−∞limx→−∞⁡y=limx→−∞⁡(2x^(2)+x−1)/(x+2)=limx→−∞⁡[x((2+(1)/(x)−(1)/(x^(2))))/((1+(2)/(x)))]=−∞  
limx→+∞y=limx→+∞2x2+x−1x+2=limx→+∞[x(2+1x−1x2)(1+2x)]=+∞limx→+∞⁡y=limx→+∞⁡(2x^(2)+x−1)/(x+2)=limx→+∞⁡[x((2+(1)/(x)−(1)/(x^(2))))/((1+(2)/(x)))]=+∞  
Do đó, đồ thị hàm số y=2x2+x−1x+2y=(2x^(2)+x−1)/(x+2) không có tiệm cận ngang.  
Vì limx→−2−y=limx→−2−2x2+x−1x+2=−∞;limx→−2+y=limx→−2+2x2+x−1x+2=+∞limx→−2^(−)⁡y=limx→−2^(−)⁡(2x^(2)+x−1)/(x+2)=−∞;limx→−2^(+)⁡y=limx→−2^(+)⁡(2x^(2)+x−1)/(x+2)=+∞  
Do đó, đồ thị hàm số y=2x2+x−1x+2y=(2x^(2)+x−1)/(x+2) có tiệm cận đứng là x=−2x=−2  
Ta có: y=2x2+x−1x+2=2x−3+5x+2y=(2x^(2)+x−1)/(x+2)=2x−3+(5)/(x+2)  
limx→+∞[f(x)−(2x−3)]=limx→+∞[2x−3+5x+2−(2x−3)]=limx→+∞5x+2=0limx→+∞⁡[f(x)−(2x−3)]=limx→+∞⁡[2x−3+(5)/(x+2)−(2x−3)]=limx→+∞⁡(5)/(x+2)=0  
limx→−∞[f(x)−(2x−3)]=limx→−∞[2x−3+5x+2−(2x−3)]=limx→−∞5x+2=0limx→−∞⁡[f(x)−(2x−3)]=limx→−∞⁡[2x−3+(5)/(x+2)−(2x−3)]=limx→−∞⁡(5)/(x+2)=0  
Do đó, đồ thị hàm số y=2x2+x−1x+2y=(2x^(2)+x−1)/(x+2) có tiệm cận xiên là: y=2x−3y=2x−3.  
**Bài 1.19 trang 25 Toán 12 Tập 1**: Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là C(x)=2x+50C(x)=2x+50 (triệu đồng). Khi đó, f(x)=C(x)xf(x)=(C(x))/(x) là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số f(x) giảm và limx→+∞f(x)=2limx→+∞⁡f(x)=2. Tính chất này nói lên điều gì?  
**Lời giải:**  
Ta có: f(x)=C(x)x=2x+50xf(x)=(C(x))/(x)=(2x+50)/(x)  
Vì f′(x)=−50x2<0f^(′)(x)=(−50)/(x^(2))<0 với mọi số thực x nên hàm số f(x)=C(x)xf(x)=(C(x))/(x) giảm.  
limx→+∞f(x)=limx→+∞2x+50x=limx→+∞2+50x1=2limx→+∞⁡f(x)=limx→+∞⁡(2x+50)/(x)=limx→+∞⁡(2+(50)/(x))/(1)=2 (đpcm)  
Tính chất này nói lên: Khi sản xuất càng nhiều sản phẩm thì chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm càng giảm, nhưng không dưới 2.  
**Bài 1.20 trang 25 Toán 12 Tập 1**: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 144m2144m^(2). Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m).  
a) Viết biểu thức tính chu vi P(x) (mét) của mảnh vườn.  
b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số P(x).  
**Lời giải:**  
a) Độ dài cạnh còn lại của mảnh vườn là: 144x(m)(144)/(x)(m)  
   
   
Chu vi của mảnh vườn là: P(x)=2(x+144x)=2x+288x(m)P(x)=2(x+(144)/(x))=2x+(288)/(x)(m)  
b) Vì limx→+∞P(x)=limx→+∞(2x+288x)=+∞limx→+∞⁡P(x)=limx→+∞⁡(2x+(288)/(x))=+∞; limx→−∞P(x)=limx→−∞(2x+288x)=−∞limx→−∞⁡P(x)=limx→−∞⁡(2x+(288)/(x))=−∞  
Do đó, đồ thị hàm số P(x) không có tiệm cận ngang.  
Vì limx→0−y=limx→0−(2x+288x)=−∞;limx→0+y=limx→0+(2x+288x)=+∞limx→0^(−)⁡y=limx→0^(−)⁡(2x+(288)/(x))=−∞;limx→0^(+)⁡y=limx→0^(+)⁡(2x+(288)/(x))=+∞  
Do đó, đồ thị hàm số P(x) có tiệm cận đứng là x=0x=0.  
Ta có: limx→+∞[P(x)−2x]=limx→+∞(2x+288x−2x)=limx→+∞288x=0limx→+∞⁡[P(x)−2x]=limx→+∞⁡(2x+(288)/(x)−2x)=limx→+∞⁡(288)/(x)=0  
Do đó, đồ thị hàm số P(x) có tiệm cận xiên là: y=2xy=2x.  
**Xem thêm các bài giải sách giáo khoa Toán 12 bộ sách Kết nối tri thức hay, chi tiết khác:**  
**Bài 2: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số**  
**Bài 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số**  
**Bài 5: Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn**  
**Bài tập cuối chương 1 trang 42**  
**Bài 6: Vectơ trong không gian**