# Bài 7: Đầu tư tài chính. Lập kế hoạch tài chính cá nhân

**Giải Chuyên đề Toán 12 Bài 7: Đầu tư tài chính. Lập kế hoạch tài chính cá nhân**  
**Mở đầu trang 60 Chuyên đề Toán 12**: Anh Nam trúng giải xổ số độc đắc trị giá 5 tỉ đồng, và số tiền trúng thưởng này sẽ được trả dần 500 triệu mỗi năm trong vòng 10 năm. Tính giá trị hiện tại của số tiền trúng thưởng nếu anh Nam có thể tìm được một hình thức đầu tư với lãi suất kép 10% mỗi năm.  
**Lời giải:**  
**Sau bài học này, chúng ta sẽ trả lời được câu hỏi trên như sau:**  
Ta có: P = 500 (triệu đồng); i = 10% = 0,1; n = 10.  
Giá trị hiện tại của số tiền trúng thưởng là:  
A=P⋅(1+i)n−1i=500⋅(1+0,1)10−10,1≈7958,712A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i)=500⋅(1+0,1^(10)−1)/(0,1)≈7  958,712 (triệu đồng) ≈ 7,959 (tỉ đồng).  
**2. Giải quyết một số vấn đề về đầu tư**  
**Luyện tập 1 trang 61 Chuyên đề Toán 12**: Lãi suất năm của khoản đầu tư theo thể thức lãi kép và được tính lãi hằng quý phải là bao nhiêu, nếu bạn muốn tăng gấp đôi khoản đầu tư của mình trong vòng 5 năm?  
**Lời giải:**  
Gọi P là số tiền vốn ban đầu. Ta có A = 2P; n = 4; N = 5 . 4 = 20.  
Do đó để tăng gấp đôi khoản đầu tư trong vòng 5 năm thì lãi suất năm của khoản đầu tư phải là:  
r=n(N√AP−1)=4⋅(20√2PP−1)≈0,142=14,1%.r=n(A)/(P)N−1=4⋅(2P)/(P)20−1≈0,142=14,1%.  
Vậy lãi suất năm của khoản đầu tư trên là 14,1%.  
**Luyện tập 2 trang 62 Chuyên đề Toán 12**: Thực hiện yêu cầu như trong Ví dụ 2, nếu đầu tư theo thể thức lãi kép theo định kì và tính lãi hằng tháng, với lãi suất 10% mỗi năm.  
**Lời giải:**  
Gọi P là số tiền vốn ban đầu. Ta có A = 2P; n = 12 và r = 10% = 0,1.  
Khi đầu tư theo thể thức lãi kép theo định kì và tính lãi hằng tháng với lãi suất 10% mỗi năm, thì thời gian đầu tư cần thiết là:  
N=log1+rnAP=log1211202≈83,52.N=log\_(1+(r)/(n))(A)/(P)=log\_((121)/(120))2≈83,52.  
Vì N phải là số tự nhiên nên ta chọn N = 84. Vậy sau khoảng 84 tháng thì khoản đầu tư đó sẽ tăng gấp đôi giá trị.  
**Luyện tập 3 trang 62 Chuyên đề Toán 12**: Vào ngày 1 tháng 1 năm 2020, bác An gửi 200 triệu đồng vào một Tài khoản Hưu trí cá nhân được trả lãi kép kì hạn 12 tháng với lãi suất 5% mỗi năm.  
a) Tài khoản này sẽ có giá trị bằng bao nhiêu vào ngày 1 tháng 1 năm 2030?  
b) Lãi suất đơn hằng năm của khoản gửi này là bao nhiêu?  
**Lời giải:**  
a) Ta có P = 200 (triệu đồng); n = 1; r = 5% = 0,05; N = 10.  
Thay vào công thức lãi kép ta có:  
A=P(1+rn)N=200(1+0,051)10≈325,779A=P1+(r)/(n)^(N)=2001+(0,05)/(1)^(10)≈325,779 (triệu đồng).  
b) Ta có P = 200 (triệu đồng); t = 10 và A ≈ 325,779 (triệu đồng).  
Thay vào công thức lãi đơn A = P(1 + rt), ta có:  
325,779 = 200 . (1 + r . 10)  
Suy ra r ≈ 0,063 = 6,3%.  
Vậy lãi suất đơn hằng năm của khoản gửi này khoảng 6,3%.  
**HĐ trang 63 Chuyên đề Toán 12**: Xây dựng công thức tính giá trị hiện tại của một khoản tiền  
Sử dụng công thức lãi kép, hãy tính số tiền vốn P phải gửi theo thể thức lãi kép theo định kì với lãi suất năm r và n kì tính lãi trong một năm để sau t năm gửi sẽ nhận được số tiền mong muốn là A.  
**Lời giải:**  
Ta có công thức lãi kép: A=P(1+rn)nt.A=P1+(r)/(n)^(nt).  
Suy ra P=A(1+rn)nt=A(1+rn)−nt.P=(A)/(1+(r)/(n)^(nt))=A1+(r)/(n)^(−nt).  
Vậy số tiền vốn P phải gửi là P=A(1+rn)−nt.P=A1+(r)/(n)^(−nt).  
**Luyện tập 4 trang 64 Chuyên đề Toán 12**: Một trái phiếu không có phiếu giảm giá có thể được mua lại trong 10 năm tới với giá 100 triệu đồng. Ngay bây giờ, bạn cần bỏ ra bao nhiêu tiền để mua nó nếu bạn muốn nhận lãi kép 6% một năm, tính lãi hằng tháng?  
**Lời giải:**  
Ta có A = 100 (triệu đồng); r = 6% = 0,06; t = 10 (năm).  
Khi việc tính lãi kép được thực hiện hằng tháng (n = 12) thì số tiền cần đầu tư là:  
 P=A(1+rn)−nt=100⋅(1+0,0612)−12⋅10≈54,963P=A1+(r)/(n)^(−nt)=100⋅1+(0,06)/(12)^(−12⋅10)≈54,963(triệu đồng).  
**3. Lập kế hoạch tài chính cá nhân**  
**Luyện tập 5 trang 66 Chuyên đề Toán 12**: Để tiết kiệm tiền cho việc nghỉ hưu, anh Nam 35 tuổi, quyết định gửi 36 triệu đồng mỗi năm vào Tài khoản Hưu trí Cá nhân trong vòng 30 năm tới. Giá trị của tài khoản sẽ là bao nhiêu khi anh Nam gửi tiền lần thứ 30? Giả sử lãi suất của tài khoản là 6% mỗi năm, được tính lãi kép hằng năm.  
**Lời giải:**  
Ta có P = 36 (triệu đồng); i = 6% = 0,06; n = 30.  
Số tiền của niên kim sau 30 lần gửi tiền là:  
A=P⋅(1+i)n−1i=36⋅(1+0,06)30−10,06≈2846,095A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i)=36⋅(1+0,06^(30)−1)/(0,06)≈2  846,095(triệu đồng) ≈ 2,846 tỉ đồng.  
Vậy giá trị của tài khoản sẽ khoảng 2,846 tỉ đồng khi anh Nam gửi tiền lần thứ 30.  
**Luyện tập 6 trang 66 Chuyên đề Toán 12**: Giải quyết bài toán ở *Tình huống mở đầu*.  
**Lời giải:**  
Ta có: P = 500 (triệu đồng); i = 10% = 0,1; n = 10.  
Giá trị hiện tại của số tiền trúng thưởng là:  
A=P⋅(1+i)n−1i=500⋅(1+0,1)10−10,1≈7958,712A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i)=500⋅(1+0,1^(10)−1)/(0,1)≈7  958,712 (triệu đồng) ≈ 7,959 (tỉ đồng).  
**Luyện tập 7 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Ngày 1/1/2021, bác Hùng quyết định gửi 6 triệu đồng vào cuối mỗi quý vào một Tài khoản Hưu trí Cá nhân.  
a) Tìm hệ thức truy hồi biểu thị số dư tài khoản của bác Hùng vào cuối mỗi quý nếu lãi suất được giả định là 8% mỗi năm và được tính lãi hằng quý.  
b) Sẽ mất bao lâu trước khi giá trị của tài khoản vượt quá 500 triệu đồng?  
c) Giá trị của tài khoản sẽ là bao nhiêu sau 25 năm nữa, khi bác Hùng nghỉ hưu?  
**Lời giải:**  
a) Gọi An­ là số dư tài khoản của bác Hùng vào cuối quý sau n lần gửi tiền, kể từ ngày 1/1/2021.  
Ta có hệ thức truy hồi:  
1,02N≤831,02^(N)≤(8)/(3)A0 = 6; An=(1+8%4)An−1+6=1,02An−1+6A\_(n)=1+(8%)/(4)A\_(n−1)+6=1,02A\_(n−1)+6(n ≥ 1).  
b) Ta có i=8%4=2%=0,02.i=(8%)/(4)=2%=0,02.  
Số dư tài khoản của bác Hùng vào cuối mỗi quý sau n lần gửi tiền là:  
A=P⋅(1+i)n−1i=6⋅(1+0,02)n−10,02=300[(1,02N–1)]A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i)=6⋅(1+0,02^(n)−1)/(0,02)=3001,02^(N)–1 (triệu đồng).  
Theo bài, A ≤ 500 (triệu đồng), nên ta có:  
300(1,02N – 1) ≤ 500  
1,02N–1≤531,02^(N)–1≤(5)/(3)  
N≤log1,0283≈49,53N≤log\_(1,02)(8)/(3)≈49,53  
Vì N là số tự nhiên và N là lớn nhất nên ta lấy N = 49.  
Vậy sẽ mất khoảng 49 quý ứng với 12 năm 1 tháng trước khi giá trị của tài khoản vượt quá 500 triệu đồng.  
c) Ta có 25 năm ứng với 100 quý.  
Giá trị của tài khoản sẽ là bao nhiêu sau 25 năm nữa, khi bác Hùng nghỉ hưu là:  
A = 300(1,02N – 1) = 300.(1,02100 – 1) ≈ 1 873,394 (triệu đồng).  
**Bài tập**  
**Bài 3.13 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Một trái phiếu không có phiếu giảm giá có thể được mua lại trong 5 năm tới với giá 100 triệu đồng. Ngay bây giờ, bạn cần bỏ ra bao nhiêu tiền để mua nó nếu bạn muốn nhận 1% lãi kép hằng tháng?  
**Lời giải:**  
Ta có A = 100 (triệu đồng); r = 1% = 0,01; t = 5 (năm).  
Khi việc tính lãi kép được thực hiện hằng tháng (n = 12) thì số tiền cần đầu tư là:  
P=A(1+rn)−nt=100⋅(1+0,01)−12⋅5≈55,045P=A1+(r)/(n)^(−nt)=100⋅1+0,01^(−12⋅5)≈55,045(triệu đồng).  
Vậy ngay bây giờ, bạn cần bỏ ra khoảng 55,045 triệu đồng để mua trái phiếu đó.  
**Bài 3.14 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Anh Hưng đầu tư 50 triệu đồng mỗi năm vào một quỹ đầu tư trong vòng 15 năm. Nếu giá trị thị trường của quỹ tăng 5% mỗi năm, thì giá trị tài khoản của anh Hưng sau 15 lần gửi tiền sẽ là bao nhiêu?  
**Lời giải:**  
Số tiền mà anh Nam tích luỹ được khi anh gửi tiền lần thứ 15 là:  
A=P⋅(1+i)n−1i=50⋅(1+0,05)15−10,05≈1078,928A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i)=50⋅(1+0,05^(15)−1)/(0,05)≈1  078,928 (triệu đồng).  
**Bài 3.15 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Sẽ mất bao nhiêu năm để tiết kiệm được 100 triệu đồng nếu mỗi tháng bạn gửi 1 triệu đồng vào một tài khoản tích luỹ với lãi suất 6% một năm và được tính lãi kép hằng tháng?  
**Lời giải:**  
Ta có A = 100 (triệu đồng); P = 1 (triệu đồng); i=6%12=0,5%=0,005.i=(6%)/(12)=0,5%=0,005.  
Thay vào biểu thức A=P⋅(1+i)n−1i,A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i), ta có: 100=1⋅(1+0,005)n−10,005100=1⋅(1+0,005^(n)−1)/(0,005)  
Suy ra 1,005n = 1,5, do đó n = log1,0051,5 ≈ 81,3.  
Vì n là số tự nhiên nên ta lấy n = 82.  
Vậy sẽ mất khoảng 82 tháng tương ứng 6 năm 10 tháng để tiết kiệm được 100 triệu đồng theo cách gửi tiền trên.  
**Bài 3.16 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Tìm giá trị hiện tại của một niên kim mà khoản tiền rút sẽ là 5 triệu đồng mỗi tháng trong vòng 48 tháng với lãi suất năm là 6%.  
**Lời giải:**  
Ta có P = 5 (triệu đồng); i=6%12=0,5%=0,005;i=(6%)/(12)=0,5%=0,005; n = 48.  
Do đó giá trị hiện tại củ một niên kim trên là:  
 V=P⋅1−(1+i)−ni=5⋅1−(1+0,005)−480,005≈212,902V=P⋅(1−1+i^(−n))/(i)=5⋅(1−1+0,005^(−48))/(0,005)≈212,902 (triệu đồng).  
**Bài 3.17 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Anh Dương đi làm thêm trong mùa hè để kiếm tiền giúp trang trải chi phí học tập ở trường đại học vào năm sau. Anh Dương có thể tiết kiệm được 1,5 triệu đồng mỗi tuần trong 12 tuần và anh đầu tư nó với lãi kép 0,4% hằng tuần.  
a) Anh Dương có tổng cộng bao nhiêu tiền sau 12 tuần?  
b) Khi năm học mới bắt đầu, anh Dương sẽ bắt đầu rút số tiền bằng nhau từ tài khoản này mỗi tuần. Số tiền anh Dương có thể rút nhiều nhất mỗi tuần trong vòng 36 tuần là bao nhiêu?  
**Lời giải:**  
a) Ta có P = 1,5 (triệu đồng), i = 0,4% = 0,004; n = 12.  
Số tiền anh Dương có sau 12 tuần là:  
 A=P⋅(1+i)n−1i=1,5⋅(1+0,004)12−10,004≈18,401A=P⋅(1+i^(n)−1)/(i)=1,5⋅(1+0,004^(12)−1)/(0,004)≈18,401(triệu đồng).  
b) Ta có V ≈ 18,401 (triệu đồng), i = 0,4% = 0,004; n = 36.  
Thay vào công thức giá trị hiện tại V của niên kim V=P⋅1−(1+i)−ni,V=P⋅(1−1+i^(−n))/(i), ta có:  
18,401=P⋅1−(1+0,004)−360,00418,401=P⋅(1−1+0,004^(−36))/(0,004)  
Suy ra P ≈ 0,550.  
Vậy số tiền anh Dương có thể rút nhiều nhất mỗi tuần trong vòng 36 tuần là 0,55 triệu đồng, tức là 550 nghìn đồng.  
**Bài 3.18 trang 68 Chuyên đề Toán 12**: Anh Nam và chị Hương cần có 2 tỉ đồng để mua một căn nhà sau 4 năm nữa. Hỏi bây giờ họ cần gửi bao nhiêu tiền vào tài khoản tiết kiệm để có thể thực hiện việc này, biết rằng ngân hàng trả lãi kép 2% hằng quý?  
**Lời giải:**  
Ta có A = 2 (tỉ đồng); r = 2% = 0,02; n = 1 và N = 4 . 4 = 16.  
Thay vào công thức P = A(1 + r)-N ta có:  
P = 2 . (1 + 0,002)-16 ≈ 1,457 (tỉ đồng).  
Vậy bây giờ họ cần gửi khoảng 1,457 tỉ đồng vào tài khoản tiết kiệm.