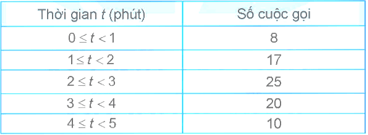
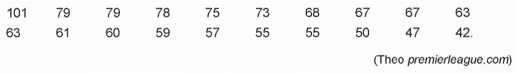
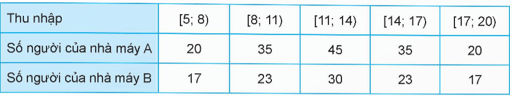
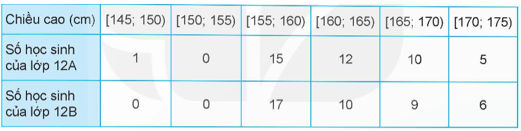
# Bài 9: Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị

**Giải Toán 12 Bài 9: Khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị**  
**Giải Toán 12 trang 75** **Tập 1**  
**Mở đầu trang 75 Toán 12 Tập 1**: Thống kê số ngày trong tháng Sáu năm 2021 và năm 2022 theo nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội, người ta thu được bảng sau:  
  
Hỏi tháng Sáu năm nào ở Hà Nội nhiệt độ cao nhất trong ngày biến đổi nhiều hơn?  
**Lời giải:**  
Sau khi học xong bài này, ta giải quyết bài toán này như sau:  
**Năm 2021**  
+) Khoảng biến thiên: R1 = 40 – 30 = 10.  
+) Ta có cỡ mẫu là n = 30.  
Gọi x1; x2; …; x30 là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x8 thuộc nhóm [32; 34). Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [32; 34).  
Ta có Q1=32+304−28.(34−32)=33,375Q\_(1)=32+((30)/(4)−2)/(8).34−32=33,375.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x23 thuộc nhóm [38; 40). Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [38; 40).  
Ta có Q3=38+3.304−219.(40−38)≈38,333Q\_(3)=38+((3.30)/(4)−21)/(9).40−38≈38,333.  
Do đó khoảng tứ phân vị D1Q = 38,333 – 33,375 = 4,958.  
**Năm 2022**  
+) Khoảng biến thiên R2 = 40 – 28 = 12.  
Ta có cỡ mẫu là n = 30.  
Giả sử y1, y2, …, y30 là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2022 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là y8 thuộc nhóm [32; 34) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [32; 34).  
Ta có Q1=32+304−54.(34−32)=33,25Q\_(1)=32+((30)/(4)−5)/(4).34−32=33,25.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là y23 thuộc nhóm [36; 38) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [36; 38).  
Ta có Q3=36+3.304−208.(38−36)=36,625Q\_(3)=36+((3.30)/(4)−20)/(8).38−36=36,625.  
Khoảng tứ phân vị: D2Q = 36,625 – 33,25 = 3,375.  
Theo khoảng biến thiên: Vì R2 > R1 nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021.  
Theo khoảng tứ phân vị: Vì D1Q > D2Q nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022.  
**1. Khoảng biến thiên**  
**Giải Toán 12 trang 76** **Tập 1**  
**HĐ1 trang 76 Toán 12 Tập 1**: Trong tình huống mở đầu, gọi x1, x2, …, x30 là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2021 (mẫu số liệu gốc).  
a) Có thể tính chính xác khoảng biến thiên cho mẫu số liệu gốc hay không?  
b) Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất xi có thể nhận là gì?  
c) Hãy đưa ra một giá trị xấp xỉ cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.  
**Lời giải:**  
a) Có thể tính chính xác khoảng biến thiên cho mẫu số liệu gốc bằng cách xác định giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu. Tuy nhiên, vì không có dữ liệu cụ thể cho từng ngày, cho nên chúng ta không thể biết chính xác giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu. Do đó không thể tính chính xác khoảng biến thiên.  
b) Với các khoảng nhiệt độ đã cho, giá trị nhỏ nhất của xi sẽ nằm trong khoảng từ 30 đến 32 độ có thể là 30°C, giá trị lớn nhất của xi sẽ nằm trong khoảng từ 38 đến 40 độ có thể là 39,9°C.  
c) Một giá trị xấp xỉ cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là  
R = 39,9°C – 30°C = 9,9°C.  
  
**Câu hỏi trang 76 Toán 12 Tập 1**: Chỉ ra rằng khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trong Bảng 3.1 lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.  
**Lời giải:**  
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trong Bảng 3.1 là R = ak + 1 – a1.  
Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu gốc giả sử là a1' > a1.  
Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu gốc giả sử là ak+1' < ak+1.  
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là:  
R' = ak+1' – a1' < ak+1 – a1 = R.  
**Giải Toán 12 trang 77** **Tập 1**  
**Luyện tập 1 trang 77 Toán 12 Tập 1**: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:  
  
a) Tính khoảng biến thiên R cho mẫu số liệu ghép nhóm trên.  
b) Nếu biết học sinh hoàn thành bài kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là bao nhiêu?  
**Lời giải:**  
a) Khoảng biến thiên R cho mẫu số liệu ghép nhóm là R = 45 – 25 = 20.  
b) Nếu biết học sinh hoàn thành bài kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 43 – 27 = 16.  
**2. Khoảng tứ vị phân**  
  
**HĐ2 trang 77 Toán 12 Tập 1**: Trong tình huống mở đầu, gọi y1, y2, …, y30 là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2022 (mẫu số liệu gốc).  
a) Có thể tính chính xác khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc hay không?  
b) Tìm tứ phân vị thứ nhất Q1 và tứ phân vị thứ ba Q3 cho mẫu số liệu ghép nhóm.  
c) Hãy đưa ra một giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.  
**Lời giải:**  
a) Để tính chính xác khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc, chúng ta cần biết giá trị cụ thể của từng ngày trong tháng Sáu năm 2022. Tuy nhiên, do không có dữ liệu cụ thể, nên không thể tính chính xác khoảng tứ phân vị.  
b) Ta có cỡ mẫu là n = 30.  
Giả sử y1, y2, …, y30 là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2022 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là y8 thuộc nhóm [32; 34) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [32; 34).  
Ta có Q1=32+304−54.(34−32)=33,25Q\_(1)=32+((30)/(4)−5)/(4).34−32=33,25.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là y23 thuộc nhóm [36; 38) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [36; 38).  
Ta có Q3=36+3.304−208.(38−36)=36,625Q\_(3)=36+((3.30)/(4)−20)/(8).38−36=36,625 .  
c) DQ = 36,625 – 33,25 = 3,375.  
**Giải Toán 12 trang 78** **Tập 1**  
**Luyện tập 2 trang 78 Toán 12 Tập 1**: Một người ghi lại thời gian đàm thoại của một số cuộc gọi cho kết quả như bảng sau:  
  
Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.  
**Lời giải:**  
Ta có bảng mẫu số liệu ghép nhóm được viết lại như sau  
  
  
  
  
  
Thời gian t (phút)  
  
  
[0;1)  
  
  
[1; 2)  
  
  
[2; 3)  
  
  
[3; 4)  
  
  
[4; 5)  
  
  
  
  
Số cuộc gọi  
  
  
8  
  
  
17  
  
  
25  
  
  
20  
  
  
10  
  
  
  
  
  
Có cỡ mẫu n = 8 + 17 + 25 + 20 + 10 = 80.  
Giả sử x1; x2; …; x80 là thời gian đàm thoại của 80 cuộc gọi được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x20+x212(x\_(20)+x\_(21))/(2).  
Mà x20; x21 đều thuộc nhóm [1; 2) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [1; 2).  
Ta có Q1=1+804−817(2−1)≈1,7Q\_(1)=1+((80)/(4)−8)/(17)2−1≈1,7 .  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x60+x612(x\_(60)+x\_(61))/(2).  
Mà x60; x61 thuộc nhóm [3; 4) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [3; 4).  
Ta có Q3=3+80.34−5020(4−3)=3,5Q\_(3)=3+((80.3)/(4)−50)/(20)4−3=3,5 .  
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: DQ = 3,5 – 1,7 = 1,8.  
  
**Vận dụng trang 78 Toán 12 Tập 1**: Hãy giải bài toán trong tình huống mở đầu bằng cách sử dụng khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.  
**Lời giải:**  
**Năm 2021**  
+) Khoảng biến thiên: R1 = 40 – 30 = 10.  
+) Ta có cỡ mẫu là n = 30.  
Gọi x1; x2; …; x30 là nhiệt độ của 30 ngày tháng Sáu năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x8 thuộc nhóm [32; 34). Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [32; 34).  
Ta có Q1=32+304−28.(34−32)=33,375Q\_(1)=32+((30)/(4)−2)/(8).34−32=33,375 .  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x23 thuộc nhóm [38; 40). Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [38; 40).  
Ta có Q3=38+3.304−219.(40−38)=38,333Q\_(3)=38+((3.30)/(4)−21)/(9).40−38=38,333 .  
Do đó khoảng tứ phân vị D1Q = 38,333 – 33,375 = 4,958.  
**Năm 2022**  
+) Khoảng biến thiên R2 = 40 – 28 = 12.  
Ta có cỡ mẫu là n = 30.  
Giả sử y1, y2, …, y30 là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2022 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là y8 thuộc nhóm [32; 34) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [32; 34).  
Ta có Q1=32+304−54.(34−32)=33,25Q\_(1)=32+((30)/(4)−5)/(4).34−32=33,25 .  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là y23 thuộc nhóm [36; 38) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [36; 38).  
Ta có Q3=36+3.304−208.(38−36)=36,625Q\_(3)=36+((3.30)/(4)−20)/(8).38−36=36,625 .  
Khoảng tứ phân vị: D2Q = 36,625 – 33,25 = 3,375.  
Theo khoảng biến thiên: Vì R2 > R1 nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021.  
Theo khoảng tứ phân vị: Vì D1Q > D2Q nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022.  
**Bài tập**  
  
**Bài 3.1 trang 78 Toán 12 Tập 1**: Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 – 2022 cho kết quả sau:  
  
a) Hãy ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là [40; 50).  
b) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và mẫu số liệu ghép nhóm thu được ở câu a. Giá trị nào là giá trị chính xác? Giá trị nào là giá trị xấp xỉ?  
**Lời giải:**  
a) Bảng số liệu ghép nhóm:  
  
  
  
  
  
Số thẻ  
  
  
[40; 50)  
  
  
[50; 60)  
  
  
[60; 70)  
  
  
[70; 80)  
  
  
[80; 90)  
  
  
[90; 100)  
  
  
[100; 110)  
  
  
  
  
Tần số  
  
  
2  
  
  
5  
  
  
7  
  
  
5  
  
  
0  
  
  
0  
  
  
1  
  
  
  
  
  
b) **Mẫu số liệu gốc**  
Khoảng biến thiên: R1 = 101 – 42 = 59.  
Sắp xếp mẫu số liệu gốc theo thứ tự tăng dần:  
42; 47; 50; 55; 55; 57; 59; 60; 61; 63; 63; 67; 67; 68; 73; 75; 78; 79; 79; 101.  
Vì n = 20 nên tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nhóm 42; 47; 50; 55; 55; 57; 59; 60; 61; 63.  
Do đó Q1=55+572=56Q\_(1)=(55+57)/(2)=56.  
Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nhóm 63; 67; 67; 68; 73; 75; 78; 79; 79; 101.  
Do đó Q3=73+752=74Q\_(3)=(73+75)/(2)=74 .  
Do đó D1Q = 74 – 56 = 18.  
**Mẫu số liệu ghép nhóm**  
Khoảng biến thiên là: R2 = 110 – 40 = 70.  
Cỡ mẫu là n = 20.  
Gọi x1; x2; …; x20 là số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 – 2022 và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x5+x62(x\_(5)+x\_(6))/(2).  
Mà x5; x6 thuộc nhóm [50; 60) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [50; 60).  
Ta có Q1=50+204−25.(60−50)=56Q\_(1)=50+((20)/(4)−2)/(5).60−50=56.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x15+x162(x\_(15)+x\_(16))/(2).  
Mà x15; x16 thuộc nhóm [70; 80) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [70; 80).  
Ta có Q3=70+20.34−145.(80−70)=72Q\_(3)=70+((20.3)/(4)−14)/(5).80−70=72 .  
Do đó D2Q = 72 – 56 = 16.  
Giá trị chính xác là R1 và D1Q; giá trị xấp xỉ là R2 và D2Q.  
**Giải Toán 12 trang 79** **Tập 1**  
**Bài 3.2 trang 79 Toán 12 Tập 1**: Thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của người lao động ở hai nhà máy như sau:  
  
Tính mức thu nhập trung bình của người lao động ở hai nhà máy trên. Dựa vào khoảng tứ phân vị, hãy xác định xem mức thu nhập của người lao động ở nhà máy nào biến động nhiều hơn.  
**Lời giải:**  
Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:  
  
  
  
  
  
Thu nhập  
  
  
[5; 8)  
  
  
[8; 11)  
  
  
[11; 14)  
  
  
[14; 17)  
  
  
[17; 20)  
  
  
  
  
Giá trị đại diện  
  
  
6,5  
  
  
9,5  
  
  
12,5  
  
  
15,5  
  
  
18,5  
  
  
  
  
Số người của nhà máy A  
  
  
20  
  
  
35  
  
  
45  
  
  
35  
  
  
20  
  
  
  
  
Số người của nhà máy B  
  
  
17  
  
  
23  
  
  
30  
  
  
23  
  
  
17  
  
  
  
  
  
Mức thu nhập trung bình của người lao động nhà máy A là:  
6,5.20+9,5.35+12,5.45+15,5.35+18,5.20(20+35+45+35+20)=12,5(6,5.20+9,5.35+12,5.45+15,5.35+18,5.20)/(20+35+45+35+20)=12,5(triệu đồng).  
Mức thu nhập trung bình của người lao động nhà máy B là:  
6,5.17+9,5.23+12,5.30+15,5.23+18,5.17(17+23+30+23+17)=12,5(6,5.17+9,5.23+12,5.30+15,5.23+18,5.17)/(17+23+30+23+17)=12,5 (triệu đồng).  
**Nhà máy A**  
Cỡ mẫu n = 20 + 35 + 45 + 35 + 20 = 155.  
Gọi x1; x2; …; x155 là mức thu nhập của 155 công nhân lao động của nhà máy A và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần  
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x39 thuộc nhóm [8; 11) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [8; 11).  
Ta có Q1=8+1554−2035.(11−8)≈9,6Q\_(1)=8+((155)/(4)−20)/(35).11−8≈9,6.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x117 thuộc nhóm [14; 17) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [14; 17).  
Ta có Q3=14+155.34−10035.(17−14)≈15,4Q\_(3)=14+((155.3)/(4)−100)/(35).17−14≈15,4 .  
Khoảng tứ phân vị: RAQ = 15,4 – 9,6 = 5,8.  
**Nhà máy B**  
Cỡ mẫu n = 17 + 23 + 30 + 23 + 17 = 110.  
Gọi y1; y2; …; y110 là mức thu nhập của 110 công nhân lao động của nhà máy B và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là y28 thuộc nhóm [8; 11) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [8; 11).  
Ta có Q1=8+1104−1723.(11−8)≈9,4Q\_(1)=8+((110)/(4)−17)/(23).11−8≈9,4.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là y83 thuộc nhóm [14; 17) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [14; 17).  
Ta có Q3=14+3.1104−7023.(17−14)≈15,6Q\_(3)=14+((3.110)/(4)−70)/(23).17−14≈15,6 .  
Khoảng tứ phân vị .  
Vì RBQ > RAQ nên mức thu nhập của người lao động ở nhà máy B biến động nhiều hơn.  
  
**Bài 3.3 trang 79 Toán 12 Tập 1**: Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.  
  
a) Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 12A, 12B.  
b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?  
**Lời giải:**  
**Lớp 12A**  
+) Khoảng biến thiên: R1 = 175 – 145 = 30.  
+) Cỡ mẫu n = 1 + 0 + 15 + 12 + 10 + 5 = 43.  
Gọi x1; x2; …; x43 là chiều cao của 43 học sinh lớp 12A được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x11 thuộc nhóm [155; 160) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [155; 160).  
Ta có Q1=155+434−115.(160−155)=158,25Q\_(1)=155+((43)/(4)−1)/(15).160−155=158,25 .  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x33 thuộc nhóm [165; 170) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [165; 170).  
Ta có Q3=165+43.34−2810.(170−165)=167,125Q\_(3)=165+((43.3)/(4)−28)/(10).170−165=167,125 .  
Khoảng tứ phân vị là D1Q = 167,125 – 158,25 = 8,875.  
**Lớp 12B**  
+) Khoảng biến thiên: R2 = 175 – 155 = 20.  
+) Cỡ mẫu n = 17 + 10 + 9 + 6 = 42.  
Gọi y1; y2; …; y42 là chiều cao của 42 học sinh lớp 12B và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.  
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là y11 thuộc nhóm [155; 160) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [155; 160).  
Ta có Q1=155+424−017.(160−155)≈158,1Q\_(1)=155+((42)/(4)−0)/(17).160−155≈158,1.  
Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là y32 thuộc nhóm [165; 170) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [165; 170).  
Ta có Q2=165+42.34−279.(170−165)=167,5Q\_(2)=165+((42.3)/(4)−27)/(9).170−165=167,5 .  
Khoảng tứ phân vị là: R2Q = 167,5 – 158,1 = 9,4.  
b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này, ta nên dùng khoảng tứ phân vị vì khoảng tứ phân vị chỉ phụ thuộc vào nửa giữa của mẫu số liệu, không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.  
**Xem thêm các bài giải sách giáo khoa Toán 12 bộ sách Kết nối tri thức hay, chi tiết khác:**  
**Bài tập cuối chương 2 trang 73, 74**  
**Bài 10: Phương sai và độ lệch chuẩn**  
**Bài tập cuối chương 3 trang 85**  
**Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số với phần mềm GeoGebra**  
**Vẽ vectơ tổng của ba vectơ trong không gian bằng phần mềm GeoGebra**