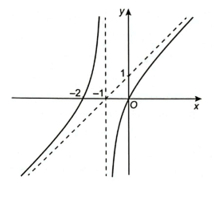
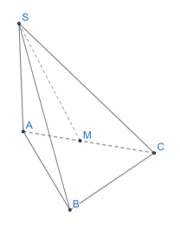
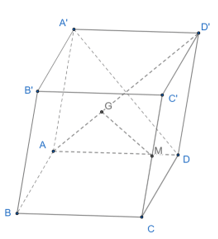
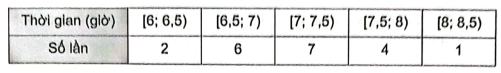
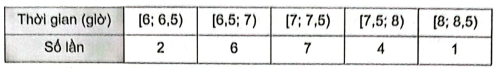
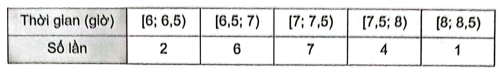
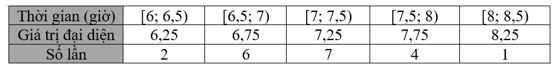
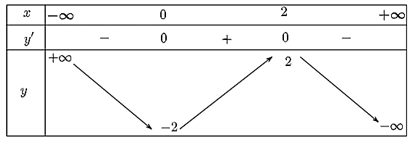
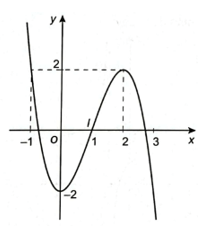
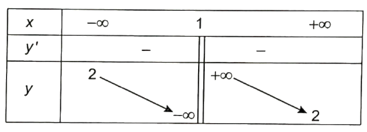
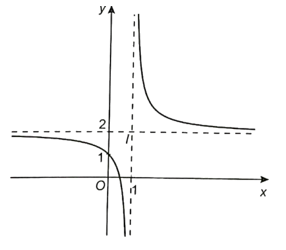
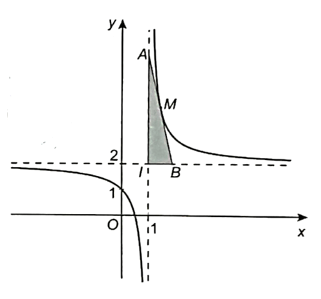
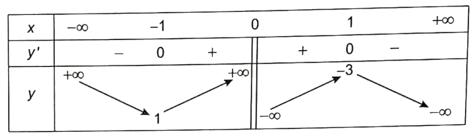
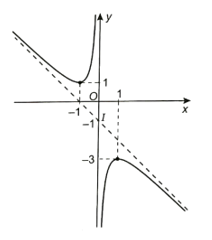
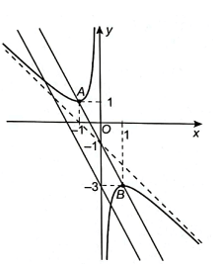
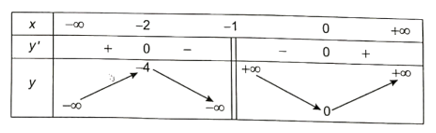
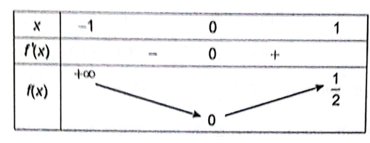
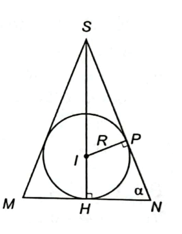
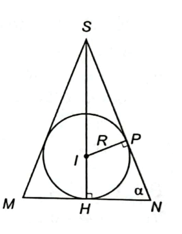
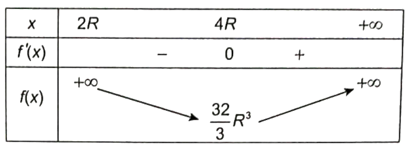
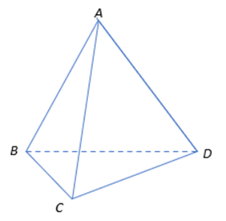
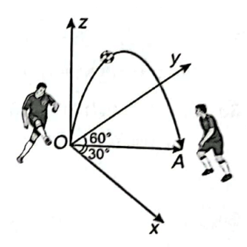
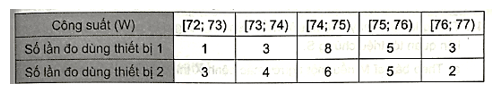
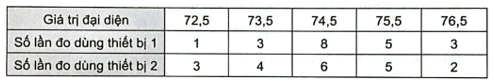
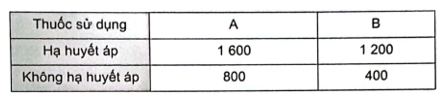
# Bài tập ôn tập cuối năm

**Giải SBT Toán 12 Bài tập ôn tập cuối năm - Kết nối tri thức**  
**A – Trắc nghiệm**  
**Bài 1 trang 47 SBT Toán 12 Tập 2:** Giá trị của tham số m để hàm số y = 13(1)/(3) x3 – mx2 + 4x – 2023 đạt cực trị tại x = −2 là  
A. Không tồn tại m.  
B. m = −2.  
C. m = 2.  
D. m = 0.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
Tập xác định: D = ℝ.  
Ta có: y*'* = x2 – 2mx + 4.  
Để hàm số đạt cực đại tại x = −2 thì y*'*(−2) = 0 hay (−2)2 − 2m(−2) + 4 = 0 ⇔ m = 2.  
Thử lại với m = 2, ta có y*'* = x2 – 2x + 4 = (x – 2)2 ≥ 0, ∀x ∈ ℝ.  
Do đó, với m = 2 hàm số đồng biến trên ℝ, nên không có cực trị.  
Vậy không tồn tại giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.  
**Bài 2 trang 48 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho hàm số y = x3 + 3x2 + 1 có đồ thị (C). Xét đường thẳng đi qua điểm A(−3; 1) và có hệ số góc k. Điều kiện của k để đường thẳng đó cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt là  
A. 0 < k < 1.  
B. k > 0.  
C. 1 < k < 9.  
D. 0 < k ≠ 9.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: D**  
Phương trình đường thẳng đi qua A(−3; 1) và có hệ số góc k là: y = k(x + 3) + 1.  
Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có:  
x3 + 3x2 + 1 = k(x + 3) + 1  
⇔ x3 + 3x2 – k(x + 3) = 0  
⇔ x2(x + 3) – k(x + 3) = 0  
⇔ (x + 3)(x2 – k) = 0  
⇔ x = −3 hoặc x2 = k.  
Để đường thẳng cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt thì x2 = k có hai nghiệm phân biệt khác −3.  
Do đó, k > 0 và k ≠ (−3)2.  
Vậy 0 < k ≠ 9.  
**Bài 3 trang 48 SBT Toán 12 Tập 2:** Đồ thị trong hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?  
  
A. y=x2−2xx+1.y=(x^(2)−2x)/(x+1).  
B. y=x2+2xx+1.y=(x^(2)+2x)/(x+1).  
C. y=x2+2x+2x+1.y=(x^(2)+2x+2)/(x+1).  
D. y=2xx+1.y=(2x)/(x+1).  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Cách 1:  
Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:  
Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng x = −1.  
Tiệm cận xiên đi qua điểm (−1; 0) và (0; 1) có phương trình y = x + 1 nên loại A và D.  
Dạng đồ thị hàm số cho thấy hàm đồng biến trên tập xác định.  
Đồ thị hàm số đi qua điểm (−2; 0) nên loại C.  
Chọn đáp án B.  
Cách 2:  
Xét các đáp án, nhận thấy đáp án B, ta có: y=x2+2xx+1=x+1−1x+1y=(x^(2)+2x)/(x+1)=x+1−(1)/(x+1) có đường tiệm cận đứng x = −1 và tiệm cận xiên y = x + 1.  
Lại có y*'* = 1 + 1(x+1)2(1)/(x+1^(2)) > 0, ∀x ≠ −1 nên hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định (−∞; −1) và (−1; +∞).  
Đồ thị hàm số đi qua điểm (−2; 0) nên đáp án thỏa mãn là B.  
**Bài 4 trang 48 SBT Toán 12 Tập 2:** Tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng y = x + m – 1 cắt đồ thị hàm số y = 2x+1x+1(2x+1)/(x+1) tại hai điểm A, B thỏa mãn AB = 2√32√(3) là  
A. m = 2±√10.2±√(10).  
B. m = 4±√3.4±√(3).  
C. m = 2±√3.2±√(3).  
D. m = 4±√10.4±√(10).  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: D**  
Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có:  
x + m – 1 = 2x+1x+1(2x+1)/(x+1)  
⇔ x2 + (m – 2)x + m – 2 = 0. (1)  
Để đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt A, B thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, do đó ∆ = (m – 2)2 – 4(m – 2) > 0 ⇔ [m>6m<2m>6m<2.  
Khi đó, đường thẳng cắt đồ thị tại hai điểm phân biệt A(x1; x1 + m – 1) và  
B(x2; x2 + m – 1) với x1, x2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1).  
Theo định lí Viète, ta có: {x1+x2=2–mx1.x2=m−2x\_(1)+x\_(2)=2–mx\_(1).x\_(2)=m−2 .  
Ta có: AB = 2√32√(3) .  
⇔ √(x1−x2)2+((x1+m−1)−(x2+m−1))2=2√3√(x\_(1)−x\_(2)^(2)+x\_(1)+m−1−x\_(2)+m−1^(2))=2√(3)  
⇔ (x1 – x2)2 + [(x1 + m – 1) – (x2 + m – 1)]2 = 12  
⇔ 2(x1 – x2)2 = 12  
⇔ (x1 – x2)2 = 6  
⇔ (x1 + x2)2 – 4x1x2 = 6  
⇔ (2 – m)2 – 4(m – 2) = 6  
⇔ m2 – 8m + 6 = 0  
⇔ m = 4 ± √10√(10) (thỏa mãn).  
**Bài 5 trang 48 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho hàm số y = x2−2x+1x+1(x^(2)−2x+1)/(x+1) có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là **sai**?  
A. Đường thẳng x = −1 là tiệm cận đứng của đồ thị (C).  
B. Đường thẳng y = 1 là tiệm cận ngang của đồ thị (C).  
C. Đường thẳng y = x – 3 là tiệm cận xiên của đồ thị (C).  
D. Hàm số có hai cực trị.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Ta thấy limx→+∞x2−2x+1x+1=+∞limx→+∞(x^(2)−2x+1)/(x+1)=+∞, limx→−∞x2−2x+1x+1=−∞limx→−∞(x^(2)−2x+1)/(x+1)=−∞.  
Do đó, đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.  
**Bài 6 trang 49 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho f(x) là một hàm số liên tục trên đoạn [a; b] và F(x) là một nguyên hàm của f(x) trên [a; b]. Khi đó b∫af(x)dx∫abfxdx có giá trị bằng  
A. F(b) – F(a).  
B. F(b) – F(a) + C; C là hằng số.  
C. F(a) – F(b).  
D. F(a) – F(b) + C; C là hằng số.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
Theo định nghĩa tích phân, ta có: b∫af(x)dx∫abfxdx = F(b) – F(a).  
**Bài 7 trang 49 SBT Toán 12 Tập 2:** Phát biểu nào sau đây là **sai**?  
A. ∫dx∫dx = x + C.  
B. ∫x3dx=14x4∫x^(3)dx=(1)/(4)x^(4) + C.  
C. ∫1xdx∫(1)/(x)dx = lnx + C.  
D. ∫exdx∫e^(x)dx = ex + C.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: C**  
Ta có: ∫1xdx∫(1)/(x)dx = ln|x| + C.  
**Bài 8 trang 49 SBT Toán 12 Tập 2:** Nguyên hàm F(x) của hàm số f(x) = 4x3 + 2x – 1 thỏa mãn F(1) = 10.  
A. F(x) = x4 + x2 + 1.  
B. F(x) = x4 – x2 + 10.  
C. F(x) = x4 + x2 – x + 9.  
D. F(x) = x4 + x2 – x + 10.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: C**  
Ta có: F(x) = ∫f(x)dx=∫(4x3+2x−1)dx∫fxdx=∫4x^(3)+2x−1dx = x4 + x2 – x + C.  
Mà F(1) = 10 ⇔ 14 + 12 – 1 + C = 10 ⇔ C = 9.  
Vậy F(x) = x4 + x2 – x + 9.  
**Bài 9 trang 49 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho 4∫0f(x)dx=5∫04fxdx=5 và 4∫0g(x)dx=6∫04gxdx=6. Giá trị của 4∫0[f(x)+2g(x)]dx∫04fx+2gxdx là  
A. 17.  
B. 16.  
C. 11.  
D. 22.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
Ta có: 4∫0[f(x)+2g(x)]dx=4∫0f(x)dx+24∫0g(x)dx∫04fx+2gxdx=∫04fxdx+2∫04gxdx = 5 + 2.6 = 17.  
Chọn A.  
**Bài 10 trang 49 SBT Toán 12 Tập 2:** Tích phân π3∫1(x−1)2dxπ∫13x−1^(2)dx dùng để tính một trong các đại lượng sau, đó là đại lượng nào?  
A. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng: y = (x – 1)2, y = 0, x = 1, x = 3.  
B. Thể tích hình tròn xoay hình thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: y = x – 1, y = 0, x = 1, x = 3 quanh trục Ox.  
C. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: y = (x – 1)2, y = 0, x = 2, x = 3.  
D. Thể tích hình tròn xoay hình thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: y = x – 1; y = 0, x = 2, x = 3 quanh trục Ox.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Thể tích hình tròn xoay hình thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường: y = x – 1, y = 0, x = 1, x = 3 quanh trục Ox được tính bởi công thức:  
V = π3∫1(x−1)2dxπ∫13x−1^(2)dx  
**Bài 11 trang 50 SBT Toán 12 Tập 2:** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số y = x2 + 2, y = 3x và các đường thẳng x = 1, x = 2 là  
A. 14(1)/(4) .  
B. 16(1)/(6) .  
C. 13(1)/(3) .  
D. 15(1)/(5) .  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số y = x2 + 2, y = 3x và các đường thẳng x = 1, x = 2 là  
S = 2∫1∣∣(x2+2)−3x∣∣dx=2∫1(−x2+3x−2)dx∫12x^(2)+2−3xdx=∫12−x^(2)+3x−2dx  
 =(−13x3+32x2−2x)∣∣21=16=−(1)/(3)x^(3)+(3)/(2)x^(2)−2x12=(1)/(6).  
**Bài 12 trang 50 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho hình chóp S.ABC có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và tam giác ABC vuông cân tại B, biết SA = AB = BC = a. Gọi M là trung điểm của cạnh AC. Tính tích vô hướng −−→SM.−−→BCSM→.BC→ bằng  
A. a22(a^(2))/(2) .  
B. a2.  
C. −a2.  
D. −a22−(a^(2))/(2) .  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
  
Tam giác ABC vuông tại B và có AB = BC nên tam giác BAC vuông cân tại B.  
Áp dụng định lý Pythagore vào tam giác ABC vuông tại B, ta có:  
BA2 + BC2 = AC2 ⇒ AC = √BA2+BC2√(BA^(2)+BC^(2)) = a√2a√(2)  
Ta có: −−→SM.−−→BCSM→.BC→ = (−→SA+−−→AM)−−→BC=−−→AM.−−→BC=12.−−→AC.−−→BCSA→+AM→BC→=AM→.BC→=(1)/(2).AC→.BC→  
= 12(1)/(2) . a√2a√(2).a.cos45° = a22(a^(2))/(2) .  
**Bài 13 trang 50 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho hình hộp ABCD.A*'*B*'*C*'*D*'*, gọi G là trọng tâm của tam giác ADA*'* và M là trung điểm của đoạn thẳng CC*'*. Hệ thức biểu diễn −−→GMGM→ theo ba vectơ −−→ABAB→, −−→ADAD→, −−→AA′AA^(')→ là  
A. −−→AB+12−−→AD+13−−→AA′AB→+(1)/(2)AD→+(1)/(3)AA^(')→ .  
B. −−→AB+23−−→AD+13−−→AA′AB→+(2)/(3)AD→+(1)/(3)AA^(')→ .  
C. −−→AB+23−−→AD+16−−→AA′AB→+(2)/(3)AD→+(1)/(6)AA^(')→ .  
D. −−→AB−13−−→AD+16−−→AA′AB→−(1)/(3)AD→+(1)/(6)AA^(')→ .  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: C**  
  
Ta có: −−→GM=−−→GA+−−→AC+−−→CMGM→=GA→+AC→+CM→  
 =−13−−→AD′+(−−→AB+−−→AD)+12−−→CC′=−(1)/(3)AD^(')→+AB→+AD→+(1)/(2)CC^(')→  
 =−13(−−→AD+−−→AA′)+(−−→AB+−−→AD)+12−−→AA′=−(1)/(3)AD→+AA^(')→+AB→+AD→+(1)/(2)AA^(')→  
 =−−→AB+23−−→AD+16−−→AA′=AB→+(2)/(3)AD→+(1)/(6)AA^(')→.  
**Bài 14 trang 50 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng ∆: x−32=y+11=z+4−3(x−3)/(2)=(y+1)/(1)=(z+4)/(−3) . Một vectơ chỉ phương của đường thẳng ∆ là  
A. →u1u\_(1)→ = (3; −1; −4).  
B. →u2u\_(2)→ = (−4; −2; 6).  
C. →u3u\_(3)→ = (2; 1; 3).  
D. →u4u\_(4)→ = (3; 1; 4).  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Một vectơ chỉ phương của đường thẳng ∆ là →uu→ = (2; 1; −3).  
Vectơ này cùng phương với vectơ →u2u\_(2)→ = (−4; −2; 6) = −2(2; 1; −3).  
**Bài 15 trang 50 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho điểm A(2; −1; −3) và mặt phẳng (P): 2x – 2y – z = 0. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
Ta có: d(A, (P)) = |2.2−2.(−1)−(−3)|√22+(−2)2+(−1)2=3(2.2−2.−1−−3)/(√(2^(2)+−2^(2)+−1^(2)))=3 .  
**Bài 16 trang 50 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): x2 + y2 + z2 – 2x – 4y + 6z + 9 = 0. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) lần lượt là  
A. I(1; 2; −3), R = 5.  
B. I(1; 2; −3), R = √5√(5) .  
C. I(2; 4; −6); R = 5.  
D. I(2; 4; −6); R = √5√(5) .  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Ta có: x2 + y2 + z2 – 2x – 4y + 6z + 9 = 0  
 ⇔ (x – 1)2 + (y – 2)2 + (z + 3)2 = 5  
Do đó, tọa độ tâm I(1; 2; −3) và R = √5√(5) .  
**Bài 17 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** Bảng tần số ghép nhóm sau cho biết thành tích luyện tập của một vận động viên nghiệp dư chạy maraton chạy 42 km.  
  
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là  
A. 0,5.  
B. 1,5.  
C. 2,0.  
D. 2,5.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: D**  
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: R = 8,5 – 6 = 2,5.  
**Bài 18 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** Bảng tần số ghép nhóm sau cho biết thành tích luyện tập của một vận động viên nghiệp dư chạy maraton chạy 42 km.  
  
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là  
A. 0,5.  
B. 0,75.  
C. 6,75.  
D. 7,5.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Ta có: n = 2 + 6 + 7 + 4 + 1 = 20.  
Có n4=204(n)/(4)=(20)/(4) = 5 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [6,5; 7).  
Ta có: Q1 = 6,5 + 5−26.0,5(5−2)/(6).0,5 = 6,75.  
Do 3n4=3.204(3n)/(4)=(3.20)/(4) = 15 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [7; 7,5).  
Ta có: Q3 = 7 + 15−(2+6)7.0,5(15−2+6)/(7).0,5 = 7,5.  
Do đó, khoảng tứ phân vị là: ∆Q = Q3 – Q1 = 7,5 – 6,75 = 0,75.  
**Bài 19 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** Bảng tần số ghép nhóm sau cho biết thành tích luyện tập của một vận động viên nghiệp dư chạy maraton chạy 42 km.  
  
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) là  
A. 0,51.  
B. 0,61.  
C. 0,71.  
D. 0,81.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
Ta có bảng giá trị đại diện sau:  
  
Ta có số trung bình là:  
¯xx¯ = 120(1)/(20) (6,25.2 + 6,75.6 + 7,25.7 + 7,75.4 + 8,25.1) = 7,15.  
Độ lệch chuẩn là:  
  
**Bài 20 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** Chọn ngẫu nhiên một lá bài từ cỗ bài tú lơ khơ gồm 52 lá bài. Xác suất để lá bài lấy ra có chất rô, nếu biết rằng lá bài đó mang số chẵn là  
A. 14(1)/(4) .  
B. 38(3)/(8) .  
C. 13(1)/(3) .  
D. 513(5)/(13) .  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: A**  
Gọi A là biến cố: “Lá bài có chất rô”;  
 B là biến cố: “Lá bài có số chẵn”.  
Do đó, P(A | B) là xác suất để lá bài lấy ra có chất rô, nếu biết rằng lá bài đó mang số chẵn.  
Có các số chẵn trong bộ bài là: 2; 4; 6; 8; 10.  
Mà bộ bài có 4 chất {rô, cơ, bích, nhép} nên có 5.4 = 20 lá bài chẵn.  
Vậy n(B) = 20.  
Có 5 lá bài chẵn chất rô {2 rô; 4 rô; 6 rô; 8 rô; 10 rô}. Vậy n(AB) = 5.  
Do đó, P(AB) = 552(5)/(52), P(B) = 2052(20)/(52) .  
⇒ P(A | B) = P(AB)P(B)=552:2052=14(PAB)/(PB)=(5)/(52):(20)/(52)=(1)/(4) .  
**Bài 21 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** Chọn ngẫu nhiên gia đình có 2 con. Biết rằng người con đầu là con gái. Xác suất để gia đình đó có hai con gái là  
A. 0,6.  
B. 0,5.  
C. 0,55.  
D. 0,65.  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: B**  
Kí hiệu G là con gái, T là con trai.  
Gọi A là biến cố: “Cả hai là con gái”.  
 B là biến cố: “Người con đầu là con gái”.  
Lúc này, P(A | B) là xác suất để chọn được gia đình có hai con gái trong đó người con đầu là con gái.  
Ta có: B ={GT; GG} ⇒ n(B) = 2;  
 AB = {GG} ⇒ n(AB) = 1.  
Vậy P(B) = 12(1)/(2), P(AB) = 14(1)/(4) ⇒ P(A | B) = P(AB)P(B)(PAB)/(PB) = 12(1)/(2) .  
**Bài 22 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** Giao hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Biết rằng số chấm trên hai con xúc xắc bé hơn 5. Xác suất để tổng số chấm bằng 6 là  
A. 317(3)/(17).  
B. 417(4)/(17).  
C. 519(5)/(19).  
D. 316(3)/(16).  
**Lời giải:**  
**Đáp án đúng là: D**  
Gọi A là biến cố: “Tổng số chấm bằng 6”  
 B là biến cố: “Số chấm trên hai con xúc xắc bé hơn 5”.  
Lúc này, P(A | B) là xác suất hai con xúc xắc có tổng bằng 6, biết số chấm trên hai con xúc xắc bé hơn 5.  
Ta có: B = {(1; 2); (1; 3); (1; 4); (2; 1); (2; 3); (3; 4); (4; 3); (3; 2); (3; 1); (2; 1); (3; 3);  
(4; 4); (2; 2); (1; 1); (4; 1); (4; 2)}.  
Suy ra n(B) = 16 ⇒ P(B) = 1636(16)/(36).  
 A ={(1; 5); (5; 1); (2; 4); (4; 2); (3; 3)}.  
AB = A ∩ B = {(2; 4); (4; 2); (3; 3)} ⇒ n(AB) = 3.  
Suy ra P(AB) = 336(3)/(36) .  
Vậy P(A | B) = P(AB)P(B)=336:1636=316(PAB)/(PB)=(3)/(36):(16)/(36)=(3)/(16).  
**B – Tự luận**  
**Bài 23 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số y = −x3 + 3x2 – 2.  
b) Tìm điều kiện của tham số m để phương trình x3 – 3x2 + 5 – m = 0 có ba nghiệm phân biệt.  
c) Tìm điểm thuộc đồ thị hàm số mà tiếp tuyến với đồ thị tại điểm có hệ số góc lớn nhất.  
**Lời giải:**  
a) Tập xác định: D = ℝ.  
Ta có: y*'* = −3x2 + 6x  
 y*'* = 0 ⇔ x = 0 hoặc x = 2.  
Ta có bảng biến thiên sau:  
  
Hàm số đồng biến trên khoảng (0; 2).  
Hàm số nghịch biến trên khoảng (−∞; 0) và (2; +∞).  
Điểm cực đại và cực tiểu của hàm số lần lượt là (2; 2) và (0; −2).  
Đồ thị hàm số nhận điểm uốn I(1; 0) làm tâm đối xứng.  
  
b) Ta có: x3 – 3x2 + 5 – m = 0 ⇔ −x3 + 3x2 – 2 = 3 – m.  
Vậy phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng y = 3 – m cắt đồ thị y = −x3 + 3x2 – 2 tại ba điểm phân biệt.  
Điều này tương đương với −2 < 3 – m < 2 ⇔ 1 < m < 5.  
c) Ta có: y*'* = −3x2 + 6x = (−3x2 + 6x – 3) + 3 = −3(x – 1)2 + 3 ≤ 3, ∀x ∈ ℝ.  
Vậy tiếp tuyến có hệ số góc lớn nhất bằng 3 tại x = 1.  
Phương trình tiếp tuyến này là y = y*'*(1)(x – 1) + y(1)  
 ⇔ y = 3(x – 1) + 0  
 ⇔ y = 3x – 3.  
**Bài 24 trang 51 SBT Toán 12 Tập 2:** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (H) của hàm số y = 2x−1x−1(2x−1)/(x−1) . Tìm tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị.  
b) Tìm điều kiện của tham số m để đường thẳng d: y = −x + m cắt đồ thị (H) tại hai điểm phân biệt.  
c) Chứng minh rằng tiếp tuyến của đồ thị (H) tại mọi điểm M thuộc (H) luôn cắt hai tiệm của (H) tại hai điểm A và B thuộc hai nhánh của đồ thị và đoạn AB ngắn nhất.  
**Lời giải:**  
a) Tập xác định: D = ℝ\{1}.  
Chiều biến thiên: y*'* = −1(x−1)2(−1)/(x−1^(2)) < 0, ∀x ≠ 1.  
Vậy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định (−∞; 1) và (1; +∞).  
Hàm số không có cực trị.  
Giới hạn tại vô cực: limx→−∞y=2limx→−∞y=2; limx→+∞y=2limx→+∞y=2. Vậy đường thẳng y = 2 là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.  
Giới hạn vô cực: limx→1−y=−∞limx→1^(−)y=−∞; limx→1+y=+∞limx→1^(+)y=+∞. Vậy đường thẳng x = 1 là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.  
Ta có bảng biến thiên:  
  
Đồ thị hàm số nhận giao điểm I(1; 2) của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.  
  
b) Đường thẳng thẳng d: y = −x + m cắt đồ thị (H): y = 2x−1x−1(2x−1)/(x−1) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình 2x−1x−1(2x−1)/(x−1) = −x + m có hai nghiệm phân biệt khác 1.  
Ta có: 2x−1x−1(2x−1)/(x−1) = −x + m  
⇔ 2x − 1 = (x – 1)(−x + m).  
⇔ x2 + (1 – m)x + m – 1 = 0 (x ≠ 1)   
⇔ {Δ=(1−m)2−4(m−1)>01+1−m+m−1≠0Δ=1−m^(2)−4m−1>01+1−m+m−1≠0  
⇔ m2 – 6m + 5 > 0  
⇔ m ∈ (−∞; 1) ∪ (5; +∞).  
c)  
  
Lấy điểm M(t;2t−1t−1)t;(2t−1)/(t−1) bất kì thuộc đồ thị (H) với t ≠ 1. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (H) tại tiếp điểm M là  
∆: y = y*'*(t)(x – t) + y(t) hay y = −1(t−1)2(x−t)+2t−1t−1(−1)/(t−1^(2))x−t+(2t−1)/(t−1) .  
Đường thẳng ∆ cắt tiệm cận đứng tại A(1;2tt−1)1;(2t)/(t−1). Ta có: IA = 2|t−1|(2)/(t−1) .  
Đường thẳng ∆ cắt tiệm cận ngang tại điểm B(2t – 1; 2).  
Ta có IB = 2|t - 1| .  
Vậy diện tích tam giác IAB là  
SΔIAB=12IA.IB=12.2|t−1|.2|t−1|=2S\_(ΔIAB)=(1)/(2)IA.IB=(1)/(2).(2)/(t−1).2t−1=2 (đvdt).  
**Bài 25 trang 52 SBT Toán 12 Tập 2:** a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị (C) của hàm số y = −x2+x+1x−(x^(2)+x+1)/(x) .  
b) Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng d: y = −2x + m cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B thuộc hai nhánh của đồ thị và đoạn AB ngắn nhất.  
**Lời giải:**  
a) Tập xác định: D = ℝ\{0}.  
Ta có: y = −x2+x+1x−(x^(2)+x+1)/(x) = −x−1−1x−x−1−(1)/(x)  
 ⇒y*'* = −1 + 1x2(1)/(x^(2)) = 1−x2x2(1−x^(2))/(x^(2))  
 y*'* = 0 ⇔ 1−x2x2(1−x^(2))/(x^(2)) = 0 ⇔ 1 – x2 = 0 ⇔ x = ±1.  
Hàm số nghịch biến trên các khoảng (−∞; −1) và (1; +∞).  
Hàm số đồng biến trên các khoảng (−1; 0) và (0; 1).  
Điểm cực tiểu và điểm cực đại của đồ thị hàm số lần lượt là (−1; 1) và (1; −3).  
Các giới hạn:  
limx→−∞y=+∞limx→−∞y=+∞; limx→+∞y=−∞limx→+∞y=−∞ .  
limx→±∞[y−(−x−1)]limx→±∞y−−x−1 = limx→±∞(−1x)limx→±∞−(1)/(x) = 0. Vậy đường thẳng y = −x – 1 là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.  
limx→0−y=+∞limx→0^(−)y=+∞; limx→0+y=−∞limx→0^(+)y=−∞ . Vậy đường thẳng x = 0 làm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.  
Ta có bảng biến thiên:  
  
Đồ thị hàm số nhận giao điểm I(0; −1) của hai đường tiệm cận làm tâm đối xứng.  
  
b)  
Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số y = −x2+x+1x−(x^(2)+x+1)/(x) và đường thẳng d: y = −2x + m là nghiệm của phương trình:  
−x2+x+1x−(x^(2)+x+1)/(x) = −2x + m  
⇔ x2 – (1 + m)x – 1 = 0 (x ≠ 0). (\*)  
Phương trình (\*) có ac = −1 < 0 nên luôn có hai nghiệm trái dấu.  
Vậy với mọi m, đường thẳng luôn cắt đồ thị tại hai điểm A(x1; −2x1 + m) và  
B(x2; −2x2 + m) thuộc hai nhánh của đồ thị, ở đó x1 và x2 là hai nghiệm của phương trình (\*). Ta có:  
AB2 = (x1 – x2)2 + [(−2x1 + m) – (−2x2 + m)]2  
 = (x1 – x2)2 + 4(x1 – x2)2  
 = 5(x1 – x2)2  
 = 5[(x1 + x2)2 – 4x1x2].  
Theo định lí Viète ta có: {x1+x2=m+1x1x2=−1x\_(1)+x\_(2)=m+1x\_(1)x\_(2)=−1 .  
⇒ AB2 = 5[(m + 1)2 + 4] = 5(m + 1)2 + 20 ≥ 20 ∀m.  
Vậy AB ≥ 2√5√(5) .  
Dấu “=” xảy ra khi m = −1.  
Lúc này phương trình (1) là x2 – 1 = 0 ⇔ x = ±1.  
Vậy đường thẳng d: y = −2x – 1 đi qua hai điểm cực trị A(−1; 1) và B(1; −3).  
Đồ thị hàm số như sau:  
  
**Bài 26 trang 52 SBT Toán 12 Tập 2:** a) Lập bảng biến thiên của hàm số y = x2x+1(x^(2))/(x+1) .  
b) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức M = cos2αcosα+1(cos^(2)α)/(cosα+1).  
**Lời giải:**  
a) Tập xác định: D = ℝ\{−1}.  
Ta có: y*'* = x2+2x(x+1)2(x^(2)+2x)/(x+1^(2)) ; y*'* = 0 ⇔ [x=−2x=0x=−2x=0 .  
Bảng biến thiên:  
  
Hàm số đồng biến trên các khoảng (−∞; −2) và (0; +∞).  
Hàm số nghịch biến trên khoảng (−2; −1) và (−1; 0).  
b) Đặt x = cosα, ta có M = cos2αcosα+1(cos^(2)α)/(cosα+1) = x2x+1(x^(2))/(x+1) trên (−1; 1].  
Dựa vào câu a, ta có bảng biến thiên của hàm số f(x) = x2x+1(x^(2))/(x+1) trên (−1; 1] dưới đây:  
  
Suy ra minαcos2αcosα+1=minx∈(−1;1]x2x+1=0minα(cos^(2)α)/(cosα+1)=minx∈(−1;1](x^(2))/(x+1)=0 khi x = 0 ⇔ cosα = 0 ⇔ α = π2+kπ(π)/(2)+kπ và không tồn tại giá trị lớn nhất.  
**Bài 27 trang 52 SBT Toán 12 Tập 2:** Một hình chóp tứ giác đều ngoại tiếp hình cầu bán kính R.  
a) Chứng minh rằng thể tích của khối chóp tương ứng và V = 4R2x23(x−2R)(4R^(2)x^(2))/(3x−2R), trong đó x là chiều cao của hình chóp.  
b) Với giá trị nào của x để khối chóp tương ứng có thể tích nhỏ nhất?  
Hướng dẫn:  
  
a) Mặt phẳng đi qua đường cao SH của hình chóp và trung điểm M của một cạnh đáy cắt hình chóp theo tam giác cân SMN và cắt hình cầu theo hình tròn tâm I bán kính R nội tiếp tam giác SMN.  
Có thể thể tích khối chóp theo x và α = ˆSNHSNH^ . Sau đó sử dụng đẳng thức x = R + IS để tìm hệ thức giữa R, x và α.  
**Lời giải:**  
a)  
  
Xét tam giác vuông SHN, ta có: HN = SH.cotα = xcotα.  
MN = 2HN = 2xcotα.  
Thể tích khối chóp là V = 13MN2.SH=43x3cot2α.(1)/(3)MN^(2).SH=(4)/(3)x^(3)cot^(2)α.  
Xét tam giác SHN có ˆHSNHSN^ = 90° − α.  
Trong tam giác IPH vuông tại P, có SI = IPsin(90°−α)=Rcosα(IP)/(sin90°−α)=(R)/(cosα) .  
Ta có: SH = HI + IS = R + Rcosα(R)/(cosα)  
⇒ cosα = Rx−R(R)/(x−R) .  
Suy ra sin2α = 1 – cos2α = 1 − R2(x−R)2(R^(2))/(x−R^(2)) = x2−2Rx(x−R)2(x^(2)−2Rx)/(x−R^(2));  
cot2α = cos2αsin2α=R2x(x−2R)(cos^(2)α)/(sin^(2)α)=(R^(2))/(xx−2R).  
Từ đó ta được V = 4R2x23(x−2R)(4R^(2)x^(2))/(3x−2R).  
b) Xét hàm số f(x) = 4R2x23(x−2R)(4R^(2)x^(2))/(3x−2R) với x > 2R.  
Ta có: f*'*(x) = 12R2x2−48R3x9(x−2R)2=12R2x(x−4R)9(x−2R)2(12R^(2)x^(2)−48R^(3)x)/(9x−2R^(2))=(12R^(2)xx−4R)/(9x−2R^(2));  
 f*'*(x) = 0 ⇔ 12R2x(x−4R)9(x−2R)2(12R^(2)xx−4R)/(9x−2R^(2)) = 0 ⇔ x = 4R.  
Ta có bảng biến thiên:  
  
Vậy minx>2RV=323R3minx>2RV=(32)/(3)R^(3) khi x = 4R.  
**Bài 28 trang 52 SBT Toán 12 Tập 2:** Tìm học các nguyên hàm của mỗi hàm số sau:  
a) f(x) = 3x2 – 2x + 2x(2)/(x) ;  
b) g(x) = sinx – 3cos2x(3)/(cos^(2)x) + 1;  
c) h(x) = (3x – 1)2 − 2√x√(x) + sinx – 1.  
**Lời giải:**  
a) F(x) = ∫(3x2–2x+2x)dx∫3x^(2)–2x+(2)/(x)dx = x3 – x2 + 2ln|x| + C.  
b) G(x) = ∫(sinx−3cos2x+1)dx∫sinx−(3)/(cos^(2)x)+1dx = −cosx – 3tanx + x + C.  
c) H(x) = ∫[(3x−1)2−2√x+sinx−1]dx∫3x−1^(2)−2√(x)+sinx−1dx   
 = 19(3x−1)2−43x√x−cosx−x+C(1)/(9)3x−1^(2)−(4)/(3)x√(x)−cosx−x+C .  
**Bài 29 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Tính:  
a) π4∫0sin2x2dx∫0(π)/(4)sin^(2)(x)/(2)dx;  
b) 1∫0(3x−4x3)dx−2∫1(4x3−3x)dx∫013x−4x^(3)dx−∫124x^(3)−3xdx;  
c) 6∫0(|2x−2|+4x2)dx∫062x−2+4x^(2)dx.  
**Lời giải:**  
a) π4∫0sin2x2dx∫0(π)/(4)sin^(2)(x)/(2)dx = π4∫0(1−cosx2)dx=π4∫012dx−π4∫0cosx2dx∫0(π)/(4)(1−cosx)/(2)dx=∫0(π)/(4)(1)/(2)dx−∫0(π)/(4)(cosx)/(2)dx  
 = 12x∣∣π40−sinx2∣∣π40(1)/(2)x0(π)/(4)−(sinx)/(2)0(π)/(4) = π8−√24(π)/(8)−(√(2))/(4).  
b) 1∫0(3x−4x3)dx−2∫1(4x3−3x)dx∫013x−4x^(3)dx−∫124x^(3)−3xdx  
= (32x2−x4)∣∣10−(x4−32x2)∣∣21(3)/(2)x^(2)−x^(4)01−x^(4)−(3)/(2)x^(2)12  
= (32.12−14−32.02+04)(3)/(2).1^(2)−1^(4)−(3)/(2).0^(2)+0^(4) − (24−32.22−14+32.12)2^(4)−(3)/(2).2^(2)−1^(4)+(3)/(2).1^(2)  
= 11.  
c) 6∫0((2x−2)+4x2)dx∫062x−2+4x^(2)dx   
= 1∫0(|2x−2|+4x2)dx+6∫0(|2x−2|+4x2)dx∫012x−2+4x^(2)dx+∫062x−2+4x^(2)dx  
= 1∫0(2−2x+4x2)dx+6∫0(2x−2+4x2)dx∫012−2x+4x^(2)dx+∫062x−2+4x^(2)dx  
= (2x−x2+43x3)∣∣10−(2x−x2+43x3)∣∣612x−x^(2)+(4)/(3)x^(3)01−2x−x^(2)+(4)/(3)x^(3)16  
= 314.  
**Bài 30 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho hàm số f(x) có f*'*(x) = 10x – ex với mọi x ∈ ℝ. Biết f(0) = 1, tính giá trị f(2).  
**Lời giải:**  
Ta có: f(x) = ∫f′(x)dx∫f^(')xdx = ∫(10x−ex)dx∫10x−e^(x)dx = 5x2 – ex + C.  
Mà f(0) = 1 ⇔ 5.02 – e0 + C = 1 ⇔ C = 2.  
Suy ra f(x) = 5x2 – ex + 2.  
Vậy f(2) = 5.22 – e2 + 2 = 22 – e2.  
**Bài 31 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 15 m/s thì tăng tốc, chuyển động nhanh dần đều với gia tốc a = 3t – 8 (m/s2), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc tăng vận tốc.  
a) Biết vận tốc của ô tô là v(t) = a2(a)/(2) t2 + bt + c, với a, b, c là các số nguyên.  
Tính giá trị a + b + c.  
b) Quãng đường ô tô đi được sau 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là bao nhiêu mét? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).  
**Lời giải:**  
a) Ta có: v(t) = ∫a(t)dt=∫(3t−8)dt∫atdt=∫3t−8dt = 32t2−8t+C(3)/(2)t^(2)−8t+C .  
Mà v(0) = 15 ⇔ 32(3)/(2) .02 – 8.0 + C = 15 ⇔ C = 15.  
Suy ra v(t) = 32(3)/(2) t2 – 8t + 15.  
Do đó, a = 3, b = −8, c = 15. Vậy a + b + c = 3 – 8 + 15 = 10.  
b) Quãng đường ô tô đi được sau 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc là  
s = 10∫0v(t)dt∫010vtdt = 10∫0(32t2−8t+15)dt∫010(3)/(2)t^(2)−8t+15dt = (12t3−4t2+15t)∣∣100(1)/(2)t^(3)−4t^(2)+15t010 = 250 (m).  
**Bài 32 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường y = √x√(x) − 2, trục hoành và các đường thẳng x = 4, x = 9.  
**Lời giải:**  
Diện tích hình phẳng là:  
S = 9∫4∣∣√x−2∣∣dx=9∫4(√x−2)dx=(23x√x−2x)∣∣94∫49√(x)−2dx=∫49√(x)−2dx=(2)/(3)x√(x)−2x49 = 83(8)/(3) (đvdt).  
**Bài 33 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh Ox hình phẳng giới hạn bởi đường parabol y = x2 – 3x + 2, trục hoành và các đường thẳng x = 1,x = 2.  
**Lời giải:**  
Thể tích khối tròn xoay đó là:  
V = π2∫1(x2−3x+2)2dxπ∫12x^(2)−3x+2^(2)dx = π30(π)/(30) (đvdt).  
**Bài 34 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a. Tính (−−→AB+−−→AD).−−→BCAB→+AD→.BC→ .  
**Lời giải:**  
  
Ta có: (−−→AB+−−→AD).−−→BCAB→+AD→.BC→   
= −−→AB.−−→BC+−−→AD.−−→BCAB→.BC→+AD→.BC→   
= −−→AB.−−→BC+−−→AD.(−−→AC−−−→AB)AB→.BC→+AD→.AC→−AB→  
= −−→AB.−−→BC+−−→AD.−−→AC−−−→AD.−−→ABAB→.BC→+AD→.AC→−AD→.AB→  
= AB.BC.cos(180° − 60°) + AD.AC.cos60° − AD.AB.cos60°.  
= a.a.cos120° + a.a.cos60° − a.a.cos60°  
= −a22−(a^(2))/(2) .  
**Bài 35 trang 53 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng  
∆: x−21=y+22=z−32(x−2)/(1)=(y+2)/(2)=(z−3)/(2) và mặt phẳng (P): 2x + y – z – 3 = 0.  
a) Tính góc giữa đường thẳng ∆ và mặt phẳng (P).  
b) Viết phương trình mặt phẳng (Q) chứa ∆ và mặt phẳng (Q) vuông góc với mặt phẳng (P).  
**Lời giải:**  
a) Ta có: −→uΔu\_(Δ)→ = (1; 2; 2), −→nPn\_(P)→ = (2; 1; −1).  
⇒ sin(∆, (P)) = ∣∣cos(−→uΔ,−→nP)∣∣cosu\_(Δ)→,n\_(P)→ = ∣∣−→uΔ.−→nP∣∣∣∣−→uΔ∣∣.∣∣−→nP∣∣(u\_(Δ)→.n\_(P)→)/(u\_(Δ)→.n\_(P)→)  
=|1.2+2.1+2.(−1)|√12+22+22.√22+12−(−1)2=√69=(1.2+2.1+2.−1)/(√(1^(2)+2^(2)+2^(2)).√(2^(2)+1^(2)−−1^(2)))=(√(6))/(9) .  
⇒ cos(∆, (P)) ≈ 15,8°.  
b) Ta có: −→nQ=[−→uΔ,−→nP]=(∣∣∣221−1∣∣∣;∣∣∣21−12∣∣∣;∣∣∣1221∣∣∣)n\_(Q)→=u\_(Δ)→,n\_(P)→=221−1;21−12;1221 = (−4; 5; −3) là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).  
Mặt phẳng (Q) chứa ∆ nên đi qua A(2; −2; 3) nên phương trình mặt phẳng của (Q) là:  
−4(x – 2) + 5(y + 2) – 3(z – 3) = 0.  
⇔ 4x – 5y + 3z – 27 = 0.  
**Bài 36 trang 54 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S): x2 + y2 + (z – 2)2 = 9 và mặt phẳng (P): 2x + 2y – z + 8 = 0.  
a) Xác định tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).  
b) Chứng minh rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S). Tính bán kính r của đường tròn là giao tuyến của (P) và (S).  
**Lời giải:**  
a) Ta có (S): x2 + y2 + (z – 2)2 = 9  
 ⇔ x2 + y2 + (z – 2)2 = 32  
Vậy tâm mặt cầu có tọa độ I(0; 0; 2) và bán kính R = 3.  
b) Khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P) là:  
d(I, (P)) = |2.0+2.0−2+8|√22+22+(−1)2=2(2.0+2.0−2+8)/(√(2^(2)+2^(2)+−1^(2)))=2 < R = 3 nên mặt phẳng (P) cắt mắt cầu (S).  
Bán kính của đường tròn là giao tuyến của (P) và (S) là:  
r = √R2−d2=√32−22=√5√(R^(2)−d^(2))=√(3^(2)−2^(2))=√(5) .  
**Bài 37 trang 54 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho hai đường thẳng:  
∆: ⎧⎪⎨⎪⎩x=3y=1+tz=−1+3tx=3y=1+tz=−1+3t và ∆*'*: ⎧⎪⎨⎪⎩x=1+sy=−2+3sz=−5x=1+sy=−2+3sz=−5 .  
a) Xét vị trí tương đối của hai đường thẳng ∆ và ∆*'*.  
b) Tính côsin của góc giữa hai đường thẳng ∆ và ∆*'*.  
**Lời giải:**  
a) Đường thẳng ∆ đi qua A(3; 1; −1) và = (0; 1; 3) là vectơ chỉ phương.  
 Đường thẳng ∆*'* đi qua B(1; −2; −5) và = (1; 3; 0) là vectơ chỉ phương.  
Ta có: [−→uΔ,−→uΔ′]=(∣∣∣1330∣∣∣;∣∣∣3001∣∣∣;∣∣∣0113∣∣∣)u\_(Δ)→,u\_(Δ^('))→=1330;3001;0113 = (−9; 3; −1) và −−→ABAB→ = (−2; −3; −4).  
⇒ [−→uΔ,−→uΔ′].−−→ABu\_(Δ)→,u\_(Δ^('))→.AB→ = −9.(−2) + 3.(−3) + (−1).(−4) = 13 ≠ 0.  
Do đó, hai đường thẳng ∆ và ∆*'* chéo nhau.  
b) cos(∆, ∆*'*) = ∣∣cos(−→uΔ,−→uΔ')∣∣=∣∣−→uΔ.−→uΔ'∣∣∣∣−→uΔ∣∣.∣∣−→uΔ'∣∣cosu\_(Δ)→,u\_(Δ')→=(u\_(Δ)→.u\_(Δ')→)/(u\_(Δ)→.u\_(Δ')→)  
=|0.1+1.3+3.0|√02+12+32.√12+32+02=(0.1+1.3+3.0)/(√(0^(2)+1^(2)+3^(2)).√(1^(2)+3^(2)+0^(2))) = 310(3)/(10) .  
**Bài 38 trang 54 SBT Toán 12 Tập 2:** Trong không gian Oxyz, cho hai điểm A(1; 2; 0) và B(3; 2; 2).  
a) Viết phương trình tham số của đường thẳng AB.  
b) Viết phương trình mặt cầu đường kính AB.  
c) Viết phương trình mặt phẳng (OAB).  
d) Tìm tọa độ của điểm M trên mặt mặt phẳng tọa độ (Oyz) sao cho MA2 + MB2 nhỏ nhất.  
**Lời giải:**  
a) Ta có: −−→ABAB→ = (2; 0; 2) là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB.  
Phương trình tham số của đường thẳng AB là: ⎧⎪⎨⎪⎩x=1+2ty=2z=2tx=1+2ty=2z=2t .  
b) Mặt cầu đường kính AB có tâm I là trung điểm của AB, ta có tọa độ I là:  
⎧⎪  
⎪  
⎪⎨⎪  
⎪  
⎪⎩xI=1+32=2yI=2+22=2zI=0+22=1x\_(I)=(1+3)/(2)=2y\_(I)=(2+2)/(2)=2z\_(I)=(0+2)/(2)=1 ⇒ I(2; 2; 1).  
Bán kính mặt cầu là: IA = √(1−2)2+(2−2)2+(0−1)2=√2√(1−2^(2)+2−2^(2)+0−1^(2))=√(2).  
Phương trình mặt cầu đường kính BA là: (x – 2)2 + (y – 2)2 + (x – 1)2 = 2.  
c) Ta có: −−→OAOA→ = (1; 2; 0), −−→OBOB→ = (3; 2; 2).  
→n=[−−→OA,−−→OB]=(∣∣∣2022∣∣∣;∣∣∣0123∣∣∣;∣∣∣1232∣∣∣)n→=OA→,OB→=2022;0123;1232 = (4; −2; −4) = 2(2; −1; −2) là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (OAB) nên phương trình mặt phẳng (OAB) là:  
2(x – 0) – 1(y – 0) – 2(z – 0) = 0 ⇔ 2x – y – 2z = 0.  
d) Gọi I là trung điểm của AB thì I = (2; 2; 1), ta có:  
MA2 + MB2 = (−→MI+−→IA)2+(−→MI+−→IB)2MI→+IA→^(2)+MI→+IB→^(2) = 2MI2 + IA2 + IB2,  
Do đó MA2 + MB2 nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu vuông góc của điểm I trên mặt phẳng (Oxy), suy ra M(2; 2; 0).  
**Bài 39 trang 54 SBT Toán 12 Tập 2:** Một quả bóng được chuyền theo một đường parabol nằm trong một mặt phẳng (α) vuông góc với mặt sân cỏ, từ vị trí O đến vị trí A cách O một khoảng 20 m về hướng S30°E (hướng tạo với hướng nam góc 30° và tạo với hướng đông góc 60°). Các vị trí O, A đều thuộc sân cỏ. Chọn hệ trục tọa độ Oxyz có gốc tại điểm O, các trục Ox, Oy thuộc mặt sân cỏ (phẳng), tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, đơn vị đo theo mét. Viết phương trình mặt phẳng (α).  
  
**Lời giải:**  
Ta có: OA = 20 (m) nên ⎧⎪⎨⎪⎩xA=OA.cos30°=10yA=OA.cos60°=10√3zA=0x\_(A)=OA.cos30°=10y\_(A)=OA.cos60°=10√(3)z\_(A)=0 .  
⇒ A(10; 10√3√(3) ; 0).  
⇒ −−→OAOA→ = (10; 10√3√(3) ; 0) = 10(1;√3√(3) ; 0).  
Mặt phẳng (α) là mặt phẳng chứa OA và trục Oz.  
Trục Oz có vectơ chỉ phương là →kk→ = (0; 0; 1).  
⇒ →n=[−−→OA,→k]=(∣∣∣10√3001∣∣∣;∣∣∣01010∣∣∣;∣∣∣1010√300∣∣∣)n→=OA→,k→=10√(3)001;01010;1010√(3)00 = (10√3√(3) ; −10; 0) = 10(√3√(3) ; −1; 0) là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α).  
Phương trình mặt phẳng (α) là:  
√3√(3)(x – 0) – 1(y – 0) + 0(z – 0) = 0  
⇔ √3√(3)x – y = 0.  
**Bài 40 trang 54 SBT Toán 12 Tập 2:** Đối với một vị trí P trong không trung, gọi M là giao điểm của tia OP với bề mặt Trái Đất. Khi đó vĩ độ, kinh độ của M cũng tương ứng được gọi là vĩ độ, kinh độ P, độ dài PM được gọi là cao độ (so với mặt đất) của P. Vị trí P trong không trung hoàn toàn xác định khi biết vĩ độ, kinh độ và cao độ của nó. Tại một thời điểm, một vệ tinh ở vị trí có độ cao 19 113 km so với mặt đất và có vĩ độ kinh độ tương ứng là 30°N, 60°W. Trong không gian Oxyz, tính tọa độ của vị trí vệ tinh tại thời điểm đó.  
**Lời giải:**  
Dựa vào Mục 2 Bài 17 trang 57 SGK Toán lớp 12 tập 2, ta có:  
M(cos30°cos60°; −cos30°sin60°; sin30°) = (√34;−34;12)(√(3))/(4);(−3)/(4);(1)/(2) .  
Vì 1 đơn vị dài trong không gian Oxyz tương ứng với 6 371 km trên thực tế.  
Do đó, 19 113 km trên thực tế ứng với 19 113 : 6 371 = 3 đơn vị dài trong không gian Oxyz, tức là OP = 3 + 1 = 4. Do đó, −−→OP=4−−→OM=(√3;−3;2)OP→=4OM→=√(3);−3;2.  
Vậy P(√3;−3;2)√(3);−3;2.  
**Bài 41 trang 55 SBT Toán 12 Tập 2:** Một nhóm học sinh áp dụng hai thiết bị để đo công suất của một chiếc quạt điện và thu được bảng tần số ghép nhóm sau:  
  
a) Tìm độ lệch chuẩn cho hai mẫu số liệu ghép nhóm về công suất của một chiếc quạt điện khi đo theo hai phương pháp trên.  
b) Từ kết quả tính được hãy cho biết thiết bị nào cho kết quả ổn định hơn?  
**Lời giải:**  
a) Chọn giá trị đại diện cho mỗi nhóm ta có bảng số liệu sau:  
  
Với số liệu về kết quả đo dùng thiết bị 1:  
Cỡ mẫu là: n = 1 + 3 + 8 + 5 + 3 = 20.  
Số trung bình  
¯¯¯¯x1x\_(1)¯ = 72,5.1+73,5.3+74,5.8+75,5.5+76,5.320(72,5.1+73,5.3+74,5.8+75,5.5+76,5.3)/(20) = 74,8.  
Độ lệch chuẩn là:  
  
Với số liệu về kết quả đo dùng thiết bị 2;  
Cỡ mẫu là: n = 3 + 4 + 6 + 5 + 2 = 20.  
Số trung bình  
¯¯¯¯x2x\_(2)¯ = 72,5.3+73,5.4+74,5.6+75,5.5+76,5.220(72,5.3+73,5.4+74,5.6+75,5.5+76,5.2)/(20) = 74,45.  
Độ lệch chuẩn là:  
  
b) Do s1 < s2 nên thiết bị 1 cho kết quả ổn định hơn.  
**Bài 42 trang 55 SBT Toán 12 Tập 2:** Nghiên cứu hiệu quả của hai loại thuốc hạ huyết áp A và B trên 4000 người ta thu được bảng thống kê 2 x 2 sau đây:  
  
Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để:  
a) Người đo hạ huyết áp biết rằng người đó dùng thuốc A;  
b) Người sso dùng thuốc A biết rằng người đó hạ huyết áp;  
c) Người đó dùng thuốc B biết rằng người đó không hạ huyết áp;  
d) Người đó không hạ huyết áp biết rằng người đó dùng thuốc B.  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Người đó có dùng thuốc A”;  
 B là biến cố: “Người đó dùng thuốc B”;  
 E là biến cố: “Người đó hạ huyết áp”,  
 F là biến cố: “Người đó không hạ huyết áp”.  
Ta có:  
n(A) = 1 600 + 800 = 2 400  
n(B) = 1 200 + 400 = 1 600,  
n(E) = 1 600 + 1 200 = 2 800,  
n(F) = 800 + 400 = 1 200,  
n(EA) = 1 600, n(FB) = 400.  
a) Ta có: P(A) = 24004000(2400)/(4000) ; P(EA) = 16004000(1600)/(4000)⇒ P(E | A) = P(EA)P(A)=16002400=23(PEA)/(PA)=(1600)/(2400)=(2)/(3) .  
b) Ta có: P(E) = 28004000(2800)/(4000) ; P(EA) = 16004000(1600)/(4000)⇒ P(A | E) = P(EA)P(E)=16002800=47(PEA)/(PE)=(1600)/(2800)=(4)/(7) .  
c) Ta có: P(F) = 12004000(1200)/(4000) ; P(FB) = 4004000(400)/(4000)⇒ P(B | F) = P(FB)P(F)=4001200=13(PFB)/(PF)=(400)/(1200)=(1)/(3) .  
d) Ta có: P(B) = 16004000(1600)/(4000) ; P(FB) = 4004000(400)/(4000)⇒ P(F | B) = P(FB)P(B)=4001600=14(PFB)/(PB)=(400)/(1600)=(1)/(4) .  
**Bài 43 trang 55 SBT Toán 12 Tập 2:** Gieo ba con xúc xắc cân đối và đồng chất. Xét các biến cố sau:  
A: “Số chấm trên mặt xuất hiện của ba con xúc xắc khác nhau”;  
B: “Có ít nhất một con xúc xắc xuất hiện mặt 6 chấm”.  
Tính P(A | B) và P(B | A).  
**Lời giải:**  
Ta có: Ω = {(a; b; c); 1 ≤ a, b, c ≤ 6} ⇒ n(Ω) = 6.6.6 = 216.  
A = {(a; b; c)}, trong đó 1 ≤ a, b, c ≤ 6 và a, b, c là các số nguyên dương phân biệt.  
Đó chính là một chỉnh hợp chập 3 của 6 phần tử {1; 2; 3; 4; 5; 6}.  
Suy ra n(A) = A36A63 = 120.  
Vậy P(A) = 120216(120)/(216) .  
Xét biến cố đối ¯¯¯BB¯ : “Số chấm xuất hiện trên mỗi con xúc xắc đều khác 6”.  
Mỗi kết quả thuận lợi cho ¯¯¯BB¯ là một bộ ba số (a; b; c), trong đó a, b, c là các số nguyên dương bé hơn 6. Do đó, ta có n(B) = 5.5.5 = 125.  
Vậy P(¯¯¯BB¯) = 125216(125)/(216) .  
Suy ra P(B) = 1 – P(¯¯¯BB¯) = 91216(91)/(216).  
Mỗi kết quả thuận lợi cho AB là một bộ ba (a; b; c), trong đó 1 ≤ a, b, c ≤ 6 và a, b, c là các số nguyên dương khác nhau và có đúng một số bằng 6.  
Có ba cách chọn một số bằng 6 và = 20 cách chọn hai số còn lại trong 5 số {1; 2; 3; 4; 5}.  
Ta có: n(B) = 3.20 = 60.  
Suy ra P(AB) = 60216(60)/(216).  
Từ đó, ta có:  
P(A | B) = P(AB)P(B)=6091(PAB)/(PB)=(60)/(91);  
P(B | A) = P(AB)P(A)=60120=12(PAB)/(PA)=(60)/(120)=(1)/(2).  
**Bài 44 trang 55 SBT Toán 12 Tập 2:** Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng một trứng sinh ra (gọi đó là cặp song sinh cùng trứng) hay do hai trứng khác nhau sinh ra (gọi là cặp song sinh khác trứng). Cặp song sinh cùng trứng luôn có cùng giới tính. Cặp song sinh khác trứng có xác suất 12(1)/(2) là cùng giới tính. Thống kê cho thấy 34% cặp song sinh cùng là trai và 30% cặp song sinh cùng là gái.  
a) Chọn ngẫu nhiên một cặp trẻ sinh đôi. Tính xác suất để cặp trẻ sinh đôi được chọn là cặp song sinh cùng trứng.  
b) Chọn ngẫu nhiên một cặp sinh đôi ta được một cặp sinh đôi có cùng giới tính. Tính xác suất để cặp sinh đôi này cặp song sinh cùng trứng.  
**Lời giải:**  
a) Gọi A là biến cố: “Cặp sinh đôi là song sinh cùng trứng”  
 B là biến cố: “Cặp sinh đôi có cùng giới tính”.  
Theo đề bài, ta có: P(B | A) = 1, P(B | ¯¯¯AA¯ ) = 12(1)/(2) và P(B) = 0,34 + 0,3 = 0,64.  
Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:  
P(B) = P(A).P(B | A) + P(¯¯¯AA¯).P(B | ¯¯¯AA¯ )  
⇔ 0,64 = P(A).1 + (1 – P(A)).12(1)/(2)  
⇔ 0,64 = P(A) – 12(1)/(2) P(A) +12(1)/(2)  
⇔ 0,14 = 12(1)/(2) P(A)  
⇔ P(A) = 0,28.  
Vậy xác suất để cặp sinh đôi được chọn là cặp song sinh cùng trứng bằng 0,28.  
b) Xác suất để chọn được cặp sinh đôi cùng trứng biết rằng cặp sinh đôi đó cùng giới tính là P(A | B).  
Theo công thức nhân xác suất, ta có: P(AB) = P(A).P(B | A).  
Ta có, P(A) = 0,28. Theo giả thiết P(B | A) = 1.  
Do đó, P(AB) = P(A).P(B | A) = 0,28.  
Lại có P(B) = 0,34 + 0,3 = 0,64.  
Như vậy, P(A | B) = P(AB)P(B)=0,280,64=0,4375(PAB)/(PB)=(0,28)/(0,64)=0,4375 .  
**Bài 45 trang 55 SBT Toán 12 Tập 2:** Thống kê cho thấy tỉ lệ người mắc bệnh X trong dân cư là 20%. Bệnh X có liên quan tới triệu chứng S.  
a) Theo bác sĩ M nếu một người mắc bệnh X thì khả năng người đó có triệu chứng S là 90% và nếu người đó không mắc bệnh X thì chỉ có 15% khả năng người đó có triệu chứng S mà thôi. Vậy theo bác sĩ M, nếu một người có triệu chứng S thì xác suất để người đó mắc bệnh X là bao nhiêu?  
b) Theo bác sĩ N nếu một người mắc bệnh X thì 95% khả năng người đó có triệu chứng S và nếu người đó không mắc bệnh X thì chỉ có 10% khả năng người đó có triệu chứng S mà thôi. Vậy theo bác sĩ N, nếu một người có triệu chứng S thì xác suất để người đó mắc bệnh X là bao nhiêu?  
c) Theo bác sĩ P nếu một người mắc bệnh X thì 99% khả năng người đó có triệu chứng S. Còn nếu người đó không mắc bệnh X thì chỉ có 1% khả năng người đó có triệu chứng S mà thôi. Vậy theo bác sĩ P, nếu một người có triệu chứng S thì xác suất để người đó mắc bệnh X là bao nhiêu?  
**Lời giải:**  
Gọi A là biến cố: “Người đó mắc bệnh X”,  
 B là biến cố: “Người đó có triệu chứng S”.  
Ta có: P(A) = 0,2.  
Xác suất để một người có triệu chứng S mắc bệnh X là P(A | B).  
a) Theo đánh giá của bác sĩ M, nếu một người mắc bệnh X thì 90% khả năng người đó có triệu chứng S, tức là P(B | A) = 0,9; nếu người đo không mắc bệnh X thì xác suất người đó có triệu chứng S là 15% hay P(B | ¯¯¯AA¯ ) = 0,15.  
Theo công thức Bayes, ta được:  
P(A | B) = P(A).P(B|A)P(A).P(B|A)+P(¯¯¯A).P(B∣∣¯¯¯A)(PA.PB|A)/(PA.PB|A+PA¯.PB|A¯) = 0,2.0,90,2.0,9+(1−0,2).0,15(0,2.0,9)/(0,2.0,9+1−0,2.0,15) = 0,6.  
Vậy bác sĩ M kết luận: Nếu một người có triệu chứng S thì người đó mắc bệnh X với xác suất 0,6.  
b) Theo bác sĩ N thì nếu một người mắc bệnh X thì 95% khả năng người đó có triệu chứng S, tức là P(B | A) = 0,95; nếu người đo không mắc bệnh X thì xác suất người đó có triệu chứng S là 10% hay P(B | ¯¯¯AA¯) = 0,1.  
Theo công thức Bayes, ta được:  
P(A | B) = P(A).P(B|A)P(A).P(B|A)+P(¯¯¯A).P(B∣∣¯¯¯A)(PA.PB|A)/(PA.PB|A+PA¯.PB|A¯) = 0,2.0,950,2.0,95+(1−0,2).0,1(0,2.0,95)/(0,2.0,95+1−0,2.0,1) ≈ 0,74.  
Vậy bác sĩ N kết luận: Nếu một người có triệu chứng S thì người đó mắc bệnh X với xác suất khoảng 0,74.  
c) Theo bác sĩ P thì nếu một người mắc bệnh X thì 99% khả năng người đó có triệu chứng S, tức là P(B | A) = 0,99; nếu người đo không mắc bệnh X thì xác suất người đó có triệu chứng S là 1% hay P(B | ¯¯¯AA¯ ) = 0,01.  
Theo công thức Bayes, ta được:  
P(A | B) = P(A).P(B|A)P(A).P(B|A)+P(¯¯¯A).P(B∣∣¯¯¯A)(PA.PB|A)/(PA.PB|A+PA¯.PB|A¯) = 0,2.0,990,2.0,90+(1−0,2).0,01(0,2.0,99)/(0,2.0,90+1−0,2.0,01) ≈ 0,961.  
Vậy bác sĩ P kết luận: Nếu một người có triệu chứng S thì người đó mắc bệnh X với xác suất khoảng 0,961.  
**Xem thêm Lời giải bài tập Toán 12 sách Kết nối tri thức hay, chi tiết khác:**  
**Chương 3: Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm**  
**Chương 4: Nguyên hàm và tích phân**  
**Chương 5: Phương pháp tọa độ trong không gian**  
**Chương 6: Xác suất có điều kiện**  
**Đề minh họa kiểm tra cuối học kì 2**