Họ và tên: Nguyễn Văn Lộc
MSSV: 20120131
Lớp: 20CTT1TN
Ca: Ca 1 sáng thứ 4

CHƯƠNG 2: VI PHÂN CỦA HÀM NHIỀU BIẾN

Trang 21.
Bài 33.

Tính f_x, f_y tại $(0,0)$, biết

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, (x,y) \neq (0,0) \\ 0, (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(0+h,0) - f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{f(h,0) - f(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{0}{\sqrt{h^2}} - 0}{h} = 0$$
$$\Rightarrow f_x(0,0) = 0.$$

Tương tự: $f_y(0,0) = 0$.
Bài 41.

$$W(T,v) = 13.12 + 0.6215T - 11.37v^{0.16} + 0.3965Tv^{0.16}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} W_T(T,v) = 0.6215 + 0.3965v^{0.16} \\ W_v(T,v) = -1.8192v^{-0.84} + 0.06344Tv^{-0.84} \end{cases}$$

- $W_T(-15,30) = 1.305 \Rightarrow$ khi giảm nhiệt độ xuống $1°C$ thì W giảm 1.305.
- $W_v(-15,30) = -0.049 \Rightarrow$ khi tăng tốc độ gió lên 1 km/h thì W giảm 0.049.

Trang 24.
Bài 23.

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y - xy^2}{\sqrt{x^2+y^2}}, (x,y) \neq (0,0) \\ 0, (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

(a). Với $(x,y) \neq (0,0)$

$$f_x(x,y) = \frac{(2xy - y^2)\sqrt{x^2+y^2} - \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}(x^2y - xy^2)}{x^2+y^2} = \frac{x^3y + 2xy^3 - y^4}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}.$$

$$f_y(x,y) = \frac{(x^2 - 2xy)\sqrt{x^2+y^2} - \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}(x^2y - xy^2)}{x^2+y^2} = \frac{x^4 - 2x^3y - xy^3}{(x^2+y^2)\sqrt{x^2+y^2}}.$$

(b). $\lim\limits_{h\to 0} \frac{f(0+h,0)-f(0,0)}{h} = \lim\limits_{h\to 0} \frac{0}{h} = 0 \Rightarrow f_x(0,0) = 0$.
Tương tự: $f_y(0,0)$.
(c). Xét giới hạn sau:

$$\lim_{h\to 0} \frac{f_x(0,h) - f_x(0,0)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{-\frac{h^4}{h^2\sqrt{h^2}} - 0}{h} = \lim_{h\to 0} \left(-\frac{h}{|h|}\right)$$

Giới hạn này không tồn tại nên $f_{xy}(0,0)$ không tồn tại. Tương tự, $f_{yx}(0,0)$ cũng không tồn tại.
(d). Điều này không mâu thuẫn với định lí Clairaut vì $f_{xy}(0,0)$ và $f_{yx}(0,0)$ không tồn tại.
Trang 27
Bài 31. Đặt $x = R_1, y = R_2, z = R_3$.

$$\Rightarrow \frac{1}{R} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{xy + yz + zx}{xyz}$$

$$\Rightarrow R(x,y,z) = \frac{xyz}{xy + yz + zx}$$

$$R_x(x,y,z) = \frac{yz(xy + yz + zx) - xyz(y + yz + z)}{(xy + yz + zx)^2} = \frac{y^2z^2(1-x)}{(xy + yz + zx)^2}.$$

Tương tự:

$$R_y(x,y,z) = \frac{x^2z^2(1-y)}{(xy + yz + zx)^2}$$

$$R_z(x,y,z) = \frac{x^2y^2(1-z)}{(xy + yz + zx)^2}$$

$$dx = 0.5\% \cdot 25 = 0.125$$

$$dy = 0.5\% \cdot 40 = 0.2$$

$$dz = 0.5\% \cdot 50 = 0.25$$

$$R_x(25,40,50) = -\frac{1536}{289}, R_y(25,40,50) = -\frac{975}{289}, R_z(25,40,50) = -\frac{784}{289}.$$

$$\Rightarrow \Delta R \approx R_x(25,40,50) \cdot dx + R_y(25,40,50) \cdot dy + R_z(25,40,50) \cdot dz \approx -2.019\,(\Omega)$$

Bài 33.

$$S(w,h) = 0.109 \cdot w^{0.425} \cdot h^{0.725}$$

$$S_w(w,h) = \frac{1853}{40000} \cdot w^{-0.575} \cdot h^{0.725}$$

$$S_h(w,h) = \frac{3161}{40000} \cdot w^{0.425} \cdot h^{-0.275}$$

$$S(a,b) = 0.109 \cdot a^{0.425} \cdot b^{0.725}$$

$$S_w(a,b) = \frac{1853}{40000} \cdot a^{-0.575} \cdot b^{0.725}$$

$$S_h(a,b) = \frac{3161}{40000} \cdot a^{0.425} \cdot b^{-0.275}$$

$$dw = 0.02a, dh = 0.02b$$

$$\Delta S \approx S_w(a,b) \cdot dw + S_h(a,b) \cdot dh$$

$$= \frac{1853}{40000} \cdot a^{-0.575} \cdot b^{0.725} \cdot 0.02a + \frac{3161}{40000} \cdot a^{0.425} \cdot b^{-0.275} \cdot 0.02b$$

$$= 2.507 \cdot 10^{-3} \cdot a^{0.425} \cdot b^{0.725}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta S}{S} \approx \frac{2.507 \cdot 10^{-3} \cdot a^{0.425} \cdot b^{0.725}}{0.109 \cdot a^{0.425} \cdot b^{0.725}} \approx 2.3\%.$$

Trang 30.
Bài 33.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2\sqrt{1+t}} \Rightarrow \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=3} = \frac{1}{4}; x(3) = 2.$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{3} \Rightarrow \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=3} = \frac{1}{3}; y\left(3\right) = 3.$$

$$\Rightarrow \left.\frac{dT}{dt}\right|_{t=3} = T_x\left(2,3\right) \cdot \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=3} + T_y\left(2,3\right) \cdot \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=3} = 4 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{3} = 2.$$

Vậy tại thời điểm $t = 3$, tốc độ tăng nhiệt là $2°C$/giây.

Bài 34.

(a). $\frac{\partial W}{\partial T} = -2 \Rightarrow$ khi T tăng lên 1 đơn vị thì W giảm 2 đơn vị.

$\frac{\partial W}{\partial R} = 8 \Rightarrow$ khi R tăng lên 1 đơn vị thì W tăng 8 đơn vị.

(b).

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\partial W}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{\partial W}{\partial R} \cdot \frac{dR}{dt} = -2 \cdot 0.15 + 8 \cdot (-0.1) = -1.1$$

$\Rightarrow W$ đang giảm với tốc độ 1.1 đơn vị/năm.

Trang 31.

Bài 38.

$$V\left(I,R\right) = IR$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial I} = R, \frac{\partial V}{\partial R} = I.$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial I} \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{\partial V}{\partial R} \cdot \frac{dR}{dt} = R \cdot \frac{dI}{dt} + I \cdot \frac{dR}{dt}$$

$$\Rightarrow -0.01 = 400 \cdot \frac{dI}{dt} + 0.08 \cdot 0.03 \Rightarrow \frac{dI}{dt} = -3.1 \cdot 10^{-5}.$$

Vậy dòng điện I đang giảm với tốc độ $3.1 \cdot 10^{-5}\ (I/s)$

Bài 39.

$$PV = 8.31 \cdot T \Rightarrow V\left(P,T\right) = \frac{8.31T}{P}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial V}{\partial T} = \frac{8.31}{P}, \frac{\partial V}{\partial P} = -\frac{8.31T}{P^2}.$$

$$\Rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial T} \cdot \frac{dT}{dt} + \frac{\partial V}{\partial P} \cdot \frac{dP}{dt} = \frac{8.31}{P} \cdot 0 + \left(-\frac{8.31T}{P^2}\right) \cdot 0.15 = -\frac{8.31 \cdot 320}{20^2} \cdot 0.15 = -0.9972.$$

Vậy V đang giảm với tốc độ $-0.9972\ \left(dvtt/s\right)$.

Bài 46.

Nếu $z = f\left(x,y\right)$, trong đó $x = s + t$ và $y = s - t$, chứng minh rằng

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{\partial z}{\partial t}.$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial s} = 1, \frac{\partial x}{\partial t} = 1 \\ \frac{\partial y}{\partial s} = 1, \frac{\partial y}{\partial t} = -1 \end{cases}.$$

$$\frac{\partial z}{\partial s} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = \left(\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial s}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t}\right)$$

$$= \left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2.$$

Trang 35

Bài 7.

$f(x,y) = \frac{y^2}{2}$, $P(1,2)$, $\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{i} + \sqrt{5}\overrightarrow{j}\right)$.

(a). Tìm vector gradient của f.

$$f_x(x,y) = 0, f_y(x,y) = y.$$
$$\nabla f(x,y) = \langle f_x(x,y), f_y(x,y)\rangle = \langle 0, y\rangle.$$

Tính gradient của f tại P.

$$\nabla f(1,2) = \langle 0, 2\rangle.$$

Tìm tốc độ biến thiên của f tại P theo hướng của vector $\overrightarrow{u}$

$$\overrightarrow{u} = \frac{1}{3}\left(2\overrightarrow{i} + \sqrt{5}\overrightarrow{j}\right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{i} + \frac{\sqrt{5}}{3}\overrightarrow{j} = \left\langle \frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right\rangle.$$
$$D_{\overrightarrow{u}} f(1,2) = \nabla f(1,2) \cdot \frac{\overrightarrow{u}}{|\overrightarrow{u}|} = \frac{\langle 0,2\rangle \cdot \left\langle \frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right\rangle}{\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{3}.$$

Bài 18.

Tìm đạo hàm của hàm số $f(x,y) = \sqrt{xy}$ tại $P(2,8)$ theo hướng đến $Q(5,4)$.

$$\overrightarrow{PQ} = \langle 3, -4\rangle \Rightarrow \overrightarrow{u} = \frac{\overrightarrow{PQ}}{\left|\overrightarrow{PQ}\right|} = \frac{\langle 3,-4\rangle}{5} = \left\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right\rangle.$$
$$f_x(x,y) = \frac{y}{2\sqrt{xy}} \Rightarrow f_x(2,8) = \frac{8}{2\sqrt{2\cdot 8}} = 1.$$
$$f_y(x,y) = \frac{x}{2\sqrt{xy}} \Rightarrow f_y(2,8) = \frac{2}{2\sqrt{2\cdot 8}} = \frac{1}{4}.$$
$$\Rightarrow \nabla f(2,8) = \left\langle 1, \frac{1}{4}\right\rangle.$$
$$D_{\overrightarrow{u}} f(2,8) = \nabla f(2,8) \cdot \overrightarrow{u} = \left\langle 1, \frac{1}{4}\right\rangle \cdot \left\langle \frac{3}{5}, -\frac{4}{5}\right\rangle = \frac{2}{5}.$$

Trang 36
Bài 5.

Tìm tốc độ biến thiên lớn nhất của f định bởi $f(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ tại điểm $(3,6,-2)$, và tìm hướng mà theo đó tốc độ biến thiên này đạt được.

$$f_x(x,y,z)=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}\Rightarrow f_x(3,6,-2)=\frac{3}{7}.$$

Tương tự: $f_y(3,6,-2)=\frac{6}{7}$ và $f_z(3,6,-2)=-\frac{2}{7}$.

$$\Rightarrow \nabla f(3,6,-2)=\left\langle \frac{3}{7},\frac{6}{7},-\frac{2}{7}\right\rangle.$$

$\Rightarrow$ Giá trị lớn nhất của $D_{\overrightarrow{u}}f(3,6,-2)$ là $|\nabla f(3,6,-2)|=1$ đạt khi

$$\overrightarrow{u}=\frac{1}{|\nabla f(3,6,-2)|}\cdot\nabla f(3,6,-2)=\left\langle \frac{3}{7},\frac{6}{7},-\frac{2}{7}\right\rangle.$$

Bài 7.

Tìm hướng theo đó hàm f định bởi $f(x,y)=x^4y-x^2y^3$ giảm nhanh nhất tại điểm $(2,-3)$.

$$f_x(x,y)=4x^3y-2xy^3\Rightarrow f_x(2,-3)=12.$$
$$f_y(x,y)=x^4-3x^2y^2\Rightarrow f_y(2,-3)=-92.$$
$$\Rightarrow \nabla f(2,-3)=\langle 12,-92\rangle\Rightarrow |\nabla f(2,-3)|=4\sqrt{538}.$$

Tại điểm $(2,-3)$, hàm số f giảm nhanh nhất theo hướng của $\overrightarrow{u}$ ngược hướng với $\nabla f(2,-3)$, nghĩa là

$$\overrightarrow{u}=-\frac{1}{|\nabla f(2,-3)|}\cdot\nabla f(2,-3)=-\frac{1}{4\sqrt{538}}\langle 12,-92\rangle=\left\langle -\frac{3\sqrt{538}}{538},\frac{23\sqrt{538}}{538}\right\rangle.$$

Trang 37
Bài 12.

$$T(x,y,z)=2000e^{-x^2-3y^2-9z^2}$$
$$P(2,-1,2)$$
$$Q(2,1,3)$$

(a).

$$\overrightarrow{PQ}=\langle 0,2,1\rangle\Rightarrow\overrightarrow{u}=\frac{\overrightarrow{PQ}}{\left|\overrightarrow{PQ}\right|}=\frac{\langle 0,2,1\rangle}{\sqrt{5}}=\left\langle 0,\frac{2}{\sqrt{5}},\frac{1}{\sqrt{5}}\right\rangle.$$

$$T_x(x,y,z)=2000(-2x)e^{-x^2-3y^2-9z^2}=-4000xe^{-x^2-3y^2-9z^2}$$
$$\Rightarrow T_x(2,-1,2)=-8000e^{-43}.$$

Tương tự: $T_y(2,-1,2)=12000e^{-43}$ và $T_z(2,-1,2)=-72000e^{-43}$.

$$\Rightarrow \nabla f(2,-1,2)=\left\langle -8000e^{-43},12000e^{-43},-72000e^{-43}\right\rangle$$
$$D_{\overrightarrow{u}}f(2,-1,2)=\nabla f(2,-1,2)\cdot\overrightarrow{u}=-9600e^{-43}\sqrt{5}.$$

(b), (c). $\max D_{\overrightarrow{u}}f(2,-1,2)=|\nabla f(2,-1,2)|=4000e^{-43}\sqrt{337}$ đạt khi

$$\overrightarrow{u}=\frac{\nabla f(2,-1,2)}{|\nabla f(2,-1,2)|}=\frac{\langle -8000e^{-43},12000e^{-43},-72000e^{-43}\rangle}{4000e^{-43}\sqrt{337}}$$
$$=\left\langle -\frac{2}{\sqrt{337}},\frac{3}{\sqrt{337}},-\frac{18}{\sqrt{337}}\right\rangle.$$

Trang 39
Bài 7.

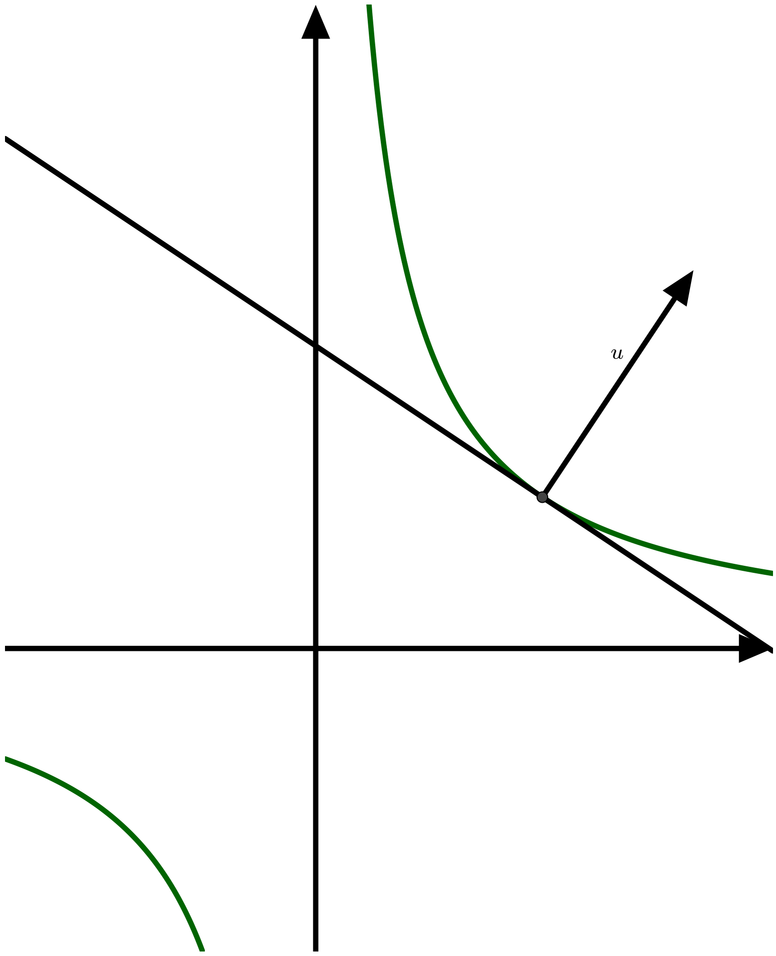
Nếu $f(x,y) = xy$, tìm vector gradient $\nabla f(3,2)$ và sử dụng nó để tìm tiếp tuyến với đường cong $f(x,y) = 6$ tại điểm $(3,2)$. Vẽ phác họa đường cong, tiếp tuyến và vector gradient.

$$f_x(x,y) = y \Rightarrow f_x(3,2) = 2.$$
$$f_y(x,y) = x \Rightarrow f_y(3,2) = 3.$$
$$\Rightarrow \nabla f(3,2) = \langle 2,3 \rangle.$$

Tiếp tuyến với đường cong $f(xy) = 6$ tại điểm $(3,2)$ có phương trình là

$$(t): f_x(3,2)(x-3) + f_y(3,2)(y-2) = 0$$
$$\Leftrightarrow 2(x-3) + 3(y-2) = 0$$

Vẽ phác họa đường cong, tiếp tuyến và vector gradient:



Bài 8.

Nếu $g(x,y) = x^2 + y^2 - 4x$, tìm vector gradient $\nabla g(1,2)$ và sử dụng nó để tìm tiếp tuyến với đường cong $g(x,y) = 1$ tại điểm $(1,2)$. Vẽ phác họa đường cong, tiếp tuyến và vector gradient.

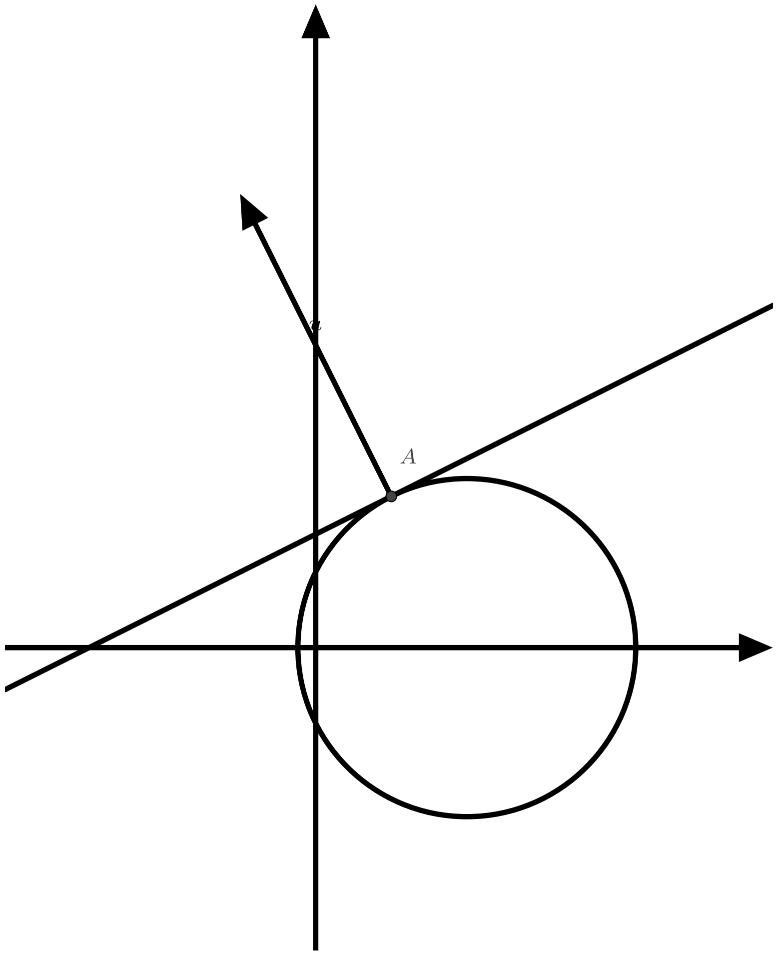
$$g_x(x,y) = 2x - 4 \Rightarrow g_x(1,2) = -2.$$
$$g_y(x,y) = 2y \Rightarrow g_x(1,2) = 4.$$
$$\Rightarrow \nabla g(1,2) = \langle -2,4 \rangle.$$

Tiếp tuyến của đường cong $g(x,y) = 1$ tại điểm $(1,2)$ có phương trình là

$$(t): g_x(1,2)(x-1) + g_x(1,2)(y-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow -2\left(x-1\right)+4\left(y-2\right)=0.$$

Vẽ phác họa đường cong, tiếp tuyến và vector gradient:



Trang 43
Bài 12.

Tìm giá trị cực đại và cực tiểu địa phương và các điểm yên ngựa của hàm số $f\left(x,y\right)=xy+\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$.

$$f_x\left(x,y\right)=y-\frac{1}{x^2}.$$

$$f_y\left(x,y\right)=x-\frac{1}{y^2}.$$

$$f_{xx}\left(x,y\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(y-\frac{1}{x^2}\right)=\frac{2}{x^3}.$$

$$f_{yy}\left(x,y\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(x-\frac{1}{y^2}\right)=\frac{2}{y^3}.$$

$$f_{xy}\left(x,y\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(y-\frac{1}{x^2}\right)=1.$$

$$D\left(x,y\right)=f_{xx}\left(x,y\right)\cdot f_{yy}\left(x,y\right)-\left[f_{xy}\left(x,y\right)\right]^2$$

$$\Rightarrow D\left(x,y\right)=\frac{4}{x^3y^3}-1.$$

Xét hệ phương trình

$$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y - \dfrac{1}{x^2} = 0 \\ x - \dfrac{1}{y^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow (x,y) = (1,1)\,.$$

$D(1,1) = 3 > 0$ và $f_{xx}(1,1) = 2 > 0 \Rightarrow (1,1)$ là cực tiểu địa phương của hàm f.
Giá trị cực tiểu của f là $f(1,1) = 3$.
f không có điểm cực đại và điểm yên ngựa.

Bài 19.

Chứng minh rằng $f(x,y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 2$ có vô hạn điểm dừng và $D = 0$ tại mỗi điểm. Tiếp đó, chứng minh f đạt cực tiểu tại mỗi điểm dừng.

$$f_x(x,y) = 2x - 4y$$
$$f_y(x,y) = 8y - 4x$$

Điểm dừng (a,b) của f thỏa mãn hệ phương trình

$$\begin{cases} f_x(a,b) = 0 \\ f_y(a,b) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 4b = 0 \\ 8b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow a = 2b.$$

Hệ phương trình có vô số nghiệm thỏa mãn $a = 2b$ nên hàm f có vô số điểm dừng.

$$f_{xx}(x,y) = \frac{\partial}{\partial x}(2x - 4y) = 2.$$

$$f_{yy}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(8y - 4x) = 8.$$

$$f_{xy}(x,y) = \frac{\partial}{\partial y}(2x - 4y) = -4.$$

$$D(a,b) = f_{xx}(a,b) \cdot f_{yy}(a,b) - [f_{xy}(a,b)]^2 = 2 \cdot 8 - (-4)^2 = 0.$$

Do đó, tại mỗi điểm dừng, $D = 0$.

$$f(x,y) = x^2 + 4y^2 - 4xy + 2 = (x - 2y)^2 + 2 \geqslant 2, \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$
$$f(a,b) = (a - 2b)^2 + 2 = 2 = \min f$$

$\Rightarrow$ Mỗi điểm dừng là một cực tiểu địa phương.

Trang 44

Bài 5.

Tìm giá trị cực đại và cực tiểu tuyệt đối của f định bởi $f(x,y) = xy^2$ trên tập $D = \{(x,y) |\, x, y \geqslant 0; x^2 + y^2 \leqslant 3\}$.

$$f_x(x,y) = y^2$$

$$f_y(x,y) = 2xy$$

(a,b) là điểm dừng của hàm f

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f_x(a,b) = 0 \\ f_y(a,b) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b^2 = 0 \\ 2ab = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = t \\ b = 0 \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R}) \ .$$

$$f(a,b) = f(t,0) = 0.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ y = 0 \end{array}\right. \Rightarrow f(x,y) = 0.$$

$$0 \leqslant x^2 \leqslant 3 \Rightarrow 0 \leqslant x \leqslant \sqrt{3}$$

Xét $x^2 + y^2 = 3$

$$\Leftrightarrow y^2 = 3 - x^2$$

Khi đó: $f(x,y) = x(3 - x^2) = 3x - x^3 = g(x)$.

$$g'(x) = 3 - 3x^2 = 3\left(1 - x^2\right).$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \quad \left(0 \leqslant x \leqslant \sqrt{3}\right) \ .$$

$$g(0) = 0, g(1) = 2, g\left(\sqrt{3}\right) = 0.$$

Vậy trên tập D, cực đại tuyệt đối của f là 2, cực tiểu tuyệt đối của f là 0.