

**Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки**

Лабораторна робота №2.2

з дисципліни

«Інтелектуальні вбудовані системи»

на тему

«Дослідження параметрів алгоритму швидкого перетворення Фур'є з
проріджуванням відліків сигналів у часі»

Виконав:

студент групи ІП-84

Голубов Іван

номер залікової книжки: 8404

Перевірів:

викладач

Регіда Павло Геннадійович

Київ 2021

Основні теоретичні відомості

Швидкі алгоритми ПФ отримали назву схеми Кулі-Тьюкі. Всі ці алгоритми використовують регулярність самої процедури ДПФ і те, що будь-який складний коефіцієнт W_N^{pk} можна розкласти на прості комплексні коефіцієнти.

$$W_N^{pk} = W_N^1 W_N^2 W_N^3$$

Для стану таких груп коефіцієнтів процедура ДПФ повинна стати багаторівневою, не порушуючи загальних функціональних зв'язків графа процедури ДПФ.

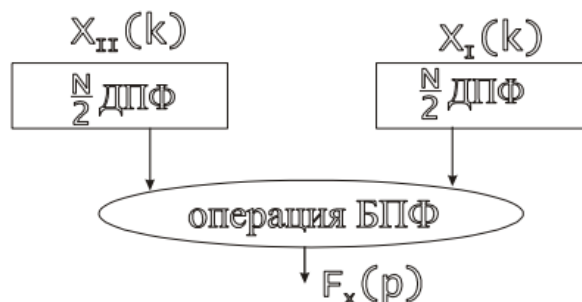
Існують формальні підходи для отримання регулярних графів ДПФ. Всі отримані алгоритми поділяються на 2 класи:

- 1) На основі реалізації принципу зрізжених за часом X_k
- 2) на основі реалізації принципу зрізжених відліків шуканого спектру $F(p)$.

Найпростіший принцип зрізжених - поділу на парні/непарні пів-послідовності, які потім обробляють паралельно. А потім знаходять алгоритм, як отримати шуканий спектр.

Якщо нам вдасться ефективно розділити, а потім алгоритм отримання спектра, то ми можемо перейти від N ДПФ до $N/2$ ДПФ.

$$X(k) \begin{cases} \rightarrow X_{II}(k) \\ \rightarrow X_I(k) \end{cases}$$



Розглянемо формальний висновок алгоритму ШПФ, який реалізує в одноразовому застосуванні принцип проріджування по часу:

$$F_x(p) = \sum_{k=0}^{N-1} X(k) W_N^{pk} = \sum_{k=0}^{N-2} X_{II}(k) W_N^{pk} + \sum_{k=1}^{N-2} X_I(k) W_N^{pk}$$

$$X_{II}(k) \rightarrow X(2k^*); X_I(k) \rightarrow X(2k^*+1); k^* = 0; \frac{N}{2} - 1$$

$$F_x(p) = \sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k^*) W_N^{pk^*} + \sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k^*+1) W_N^{p(2k^*+1)}$$

$$W_N^{p2k^*} = e^{-j \frac{2\pi}{N} p 2k^*} = e^{-j \frac{2\pi}{N/2} p k^*} = W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}$$

У цій першій сумі з'явилися коефіцієнти в 2 рази менше.

У другій сумі з'явився множник, який не залежить від k^* тобто він може бути винесений за знак суми.

$$W_N^{p(2k^*+1)} = W_N^{p2k^*} \cdot W_N^p = W_{\frac{N}{2}}^{pk^*} W_{\frac{N}{2}}^p$$

$$F_x(p) = \underbrace{\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k^*) W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}}_{F_{II}(p^*)} + W_N^p \underbrace{\sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k^*+1) W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}}_{F_I(p^*)}$$

Ми бачимо, що всі вирази можна розділити на 2 частини, які обчислюються паралельно.

$F_I(p^*)$ - проміжний спектр, побудований на парних відліку. У цьому алгоритмі передбачається, щоб отримати спектр $F(p)$ треба виконати 2 незалежних $N/2$ ШПФ.

$$1) \quad F_{II}(p^*) = \sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k^*) W_{\frac{N}{2}}^{pk^*} \quad p^* = 0, \frac{N}{2} - 1$$

$$2) \quad F_I(p^*) = \sum_{k^*=0}^{\frac{N}{2}-1} X(2k^*+1) W_{\frac{N}{2}}^{pk^*}$$

А на наступному кроці буде реалізована швидка збірка, тобто ШПФ з зрідженням за часом за формулою:

$$F_\tau(p^*) = F_{II}(p^*) + W_N^{p^*} F_I(p^*)$$

Але в цьому виразі різні p для зв'язку їх

Якщо $p < N/2$, то $p = p^*$ 1-а половина спектру

Якщо $p \geq N/2$, то $p = p^* + N/2$ 2-а половина спектру

В алгоритмі БПФ вже використовуються 2 рівня

$$F_x(p^*) = F_{II}(p^*) + W_N^{p^*} F_I(p^*)$$

$$F_x\left(p^* + \frac{N}{2}\right) = F_{II}(p^*) - W_N^{p^*} F_I(p^*)$$

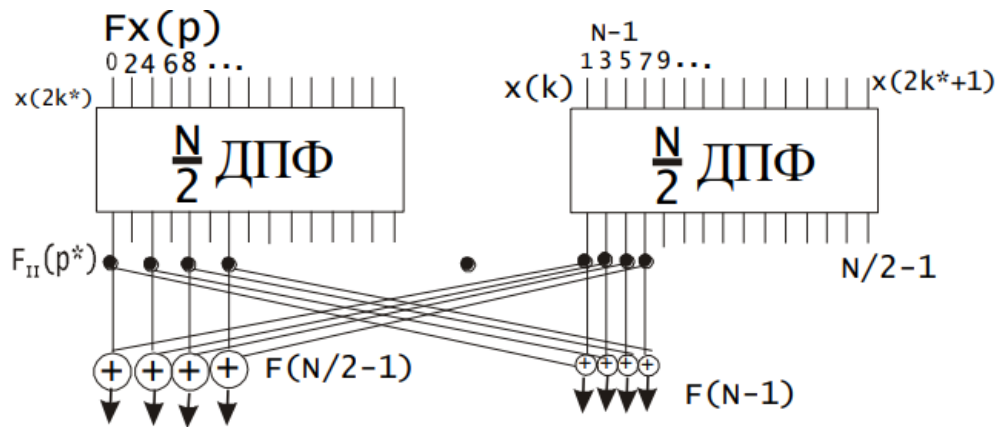
Алгоритм ШПФ з зрідженням по часу:

$$F_x(p^*) = F_{II}(p^*) + W_N^{p^*} F_I(p^*) \quad p^* = 0, \frac{N}{2} - 1$$

$$F_x\left(p^* + \frac{N}{2}\right) = F_{II}(p^*) - W_N^{p^*} F_I(p^*) \quad W_N^{p^*}$$

$\frac{N}{2}$ помножений на комплексний коефіцієнт.

Загальна схема самого ДПФ змінилася замість однорівневого перетворення.



Буде потрібно: $\frac{N^2}{2} + \frac{N}{2}$ множень. Точно такий же прийом можна виконати і для

$\frac{N}{2}$ ДПФ перетворень:

$$\begin{aligned} X(2k^*) &\rightarrow X_{II}(2k^*) \\ X(2k^*+1) &\rightarrow X_I(2k^*) \end{aligned}$$

тоді

$$X(2 \cdot 2k^*) \rightarrow X(4k^{**}), X(2 \cdot (2k^*+1)) \rightarrow X(4k^{**}+2)$$

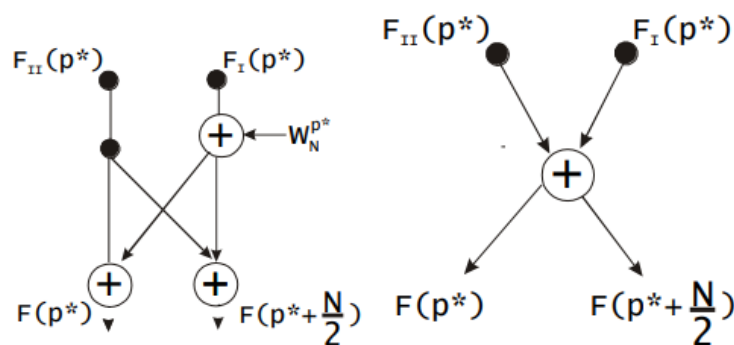
$$X_I(2k^*+1) \rightarrow X(2 \cdot 2k^{**}+1) = X(4k^{**}+1);$$

$$\rightarrow X(2 \cdot (2k^*+1)+1) = X(4k^{**}+3);$$

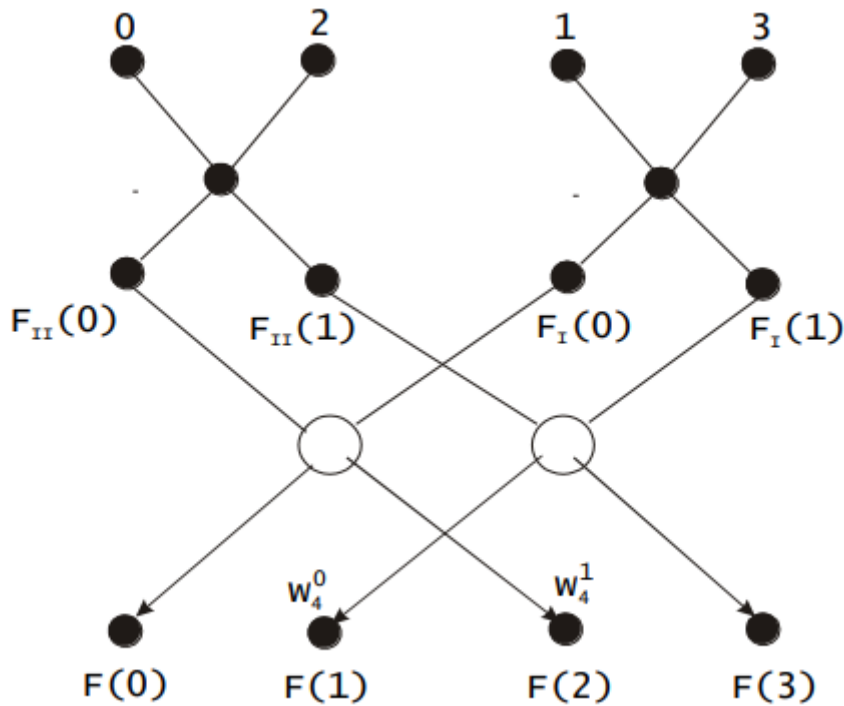
Особливості апаратної реалізації базової операції БПФ з проріджуванням за часом.

В процесорах цифрової обробки сигналів спеціальне АЛУ орієнтоване на виконання реалізації ШПФ або за часом, або по частоті. Функції, реалізовані базовими операціями БПФ, визначаються базовими алгоритмами. Операнди представлені як комплексні величини. Особливість операції - 2 операнда на вході, на виході так само 2 результату.

Графічно базову операцію БПФ описують так:



Цю базову операцію називають метеликом через форми графа. Для спрощеного аналізу процедури БПФ використовують символічне зображення.



Завдання на лабораторну роботу

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) побудувати його спектр, використовуючи процедуру швидкого перетворення Фур'є з проріджуванням відліків сигналу за часом. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Варіант-04

Число гармонік в сигналі: 12.

Гранична частота: 2400.

Кількість дискретних відліків: 1024

Примітка

Використовуючи особливості ДПФ задля зменшення часу обчислень, розраховується лише $N/8+1$ коефіцієнт.

Лістинг програми

```
N = 1024;
```

```
Fd=1024;% Частота дискретизации (Гц)
```

```
FftL=1024;% Количество линий Фурье спектра
```

```
disp('Лаб №2.2.1')
```

```
F2 = complex(zeros(1,N));
```

```
w=zeros(2,N);
```

```
for i = 1:N
```

```
    if i<=N/8
```

```

        w(1,i)=cos(2*pi*i/N);
        w(2,i)=sin(2*pi*i/N);
    elseif i <=N/4
        w(1,i)=w(2,N/4+1-i);
        w(2,i)=w(1,N/4+1-i);
    elseif i<=N/2
        w(1,i)=-w(2,i-N/4);
        w(2,i)=+w(1,i-N/4);
    else
        w(1,i)=-w(1,i-N/2);
        w(2,i)=-w(2,i-N/2);
    end
end
for p=1:N
    for k = 1:N
        a=mod(p*k,N);
        F2(1,p) = F2(1,p) + x(k)*(w(1,a+1)-w(2,a+1)*1i);
    end
end
FftS2=abs(F2);% Амплитуды преобразования Фурье сигнала
FftS2=2*FftS2./FftL;% Нормировка спектра по амплитуде
FftS2(1)=FftS2(1)/2;% Нормировка постоянной составляющей в спектре

figure
plot(F,FftS2(1:length(F)));% Построение спектра Фурье сигнала
hold on;
title('Спектр сигнала(БПФ)');
xlabel('Частота');
ylabel('Амплитуда');

Xpositive2 = FftS2(1:length(F));

[~,locs] = findpeaks(Xpositive2,'MinPeakHeight',0.02,...
    'MinPeakDistance',2);

plot(F(locs),Xpositive2(locs),'rv','MarkerFaceColor','r');
cellpeaks = cellstr(num2str(round(F(locs)',-1)));
text(F(locs),Xpositive2(locs),cellpeaks,'FontSize',16);
hold off;

```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
disp('Лаб №2.2.2')
```

```
FftS=abs(fft(x,FftL));
```

```
FftS=2*FftS./FftL;% Нормировка спектра по амплитуде
```

```
FftS(1)=FftS(1)/2;% Нормировка постоянной составляющей в спектре
```

```
figure
```

```
plot(F,FftS(1:length(F)));% Построение спектра Фурье сигнала
```

```
hold on;
```

```
title('Спектр сигнала(БПФ, встроенная функция)');
```

```
xlabel('Частота');
```

```
ylabel('Амплитуда');
```

```
Xpositive = FftS(1:length(F));
```

```
[~,locs] = findpeaks(Xpositive,'MinPeakHeight',0.02,...  
    'MinPeakDistance',2);
```

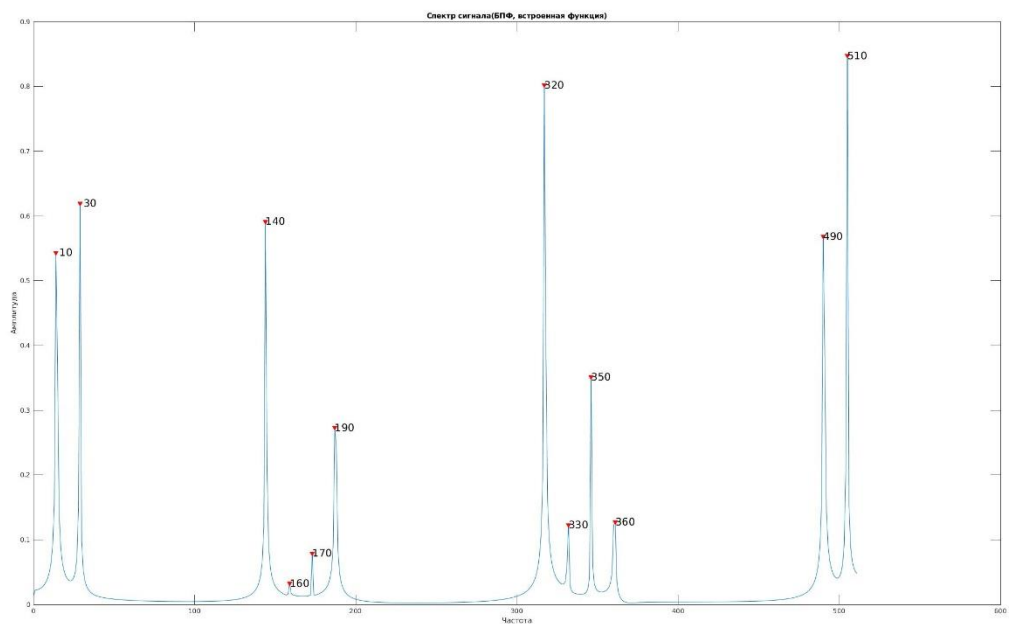
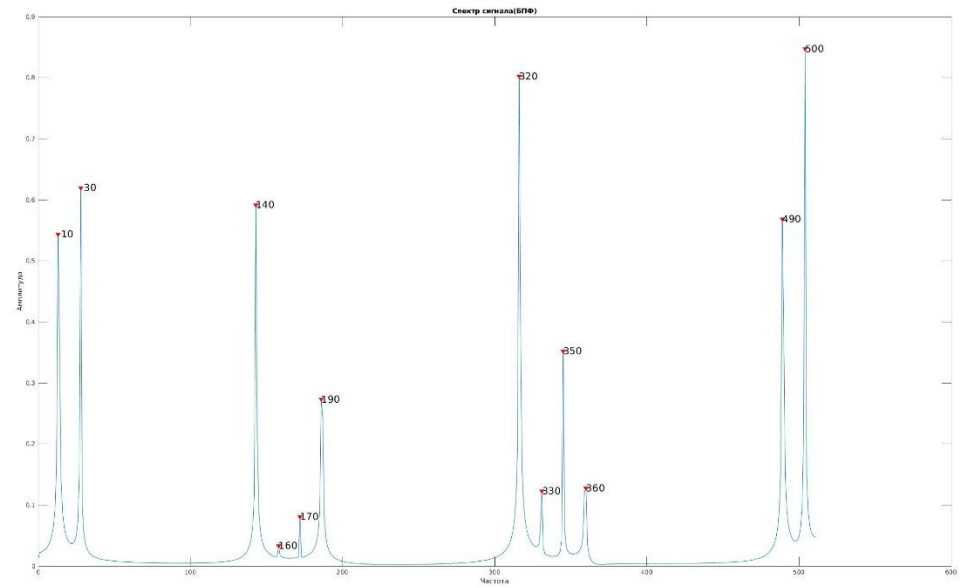
```
plot(F(locs),Xpositive(locs),'rv','MarkerFaceColor','r');
```

```
cellpeaks = cellstr(num2str(round(F(locs)),-1));
```

```
text(F(locs),Xpositive(locs),cellpeaks,'FontSize',16);
```

```
hold off;
```

Результати роботи програми



Висновки

Під час даної лабораторної роботи я ознайомився з принципами реалізації прискореного спектрального аналізу випадкових сигналів на основі алгоритму швидкого перетворення Фур'є, вивчив та дослідив особливості даного алгоритму з використанням засобів моделювання і сучасних програмних оболонок.