Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Факультет інформатики та обчислювальної техніки
Кафедра обчислювальної техніки

Лабораторна робота №1.2

з дисципліни
«Інтелектуальні вбудовані системи»

на тему
«Дослідження автокореляційної і взаємно-
кореляційної функцій випадкових сигналів»

Виконав:
студент групи ІП-84
Кучін Владислав Дмитрович
номер залікової книжки: 8415

Перевірив:
викладач
Регіда Павло Геннадійович

Київ 2021

Основні теоретичні відомості

Значення автокореляційної функції фізично представляє зв'язок між значенням однієї і тієї ж величини, тобто для конкретних моментів t_k, τ_s, значення $R_{xx}(t,\tau)$ оцінюється друге змішаним центральним моментом 2-х перетинів випадкових процесів $x(t_k), x(t_k+\tau_s)$

$$R_{xx}(t,\tau_s)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\overbrace{(x_i(t_k)-M_x(t_k))}^{\overset{0}{x}(t_k)}\cdot\overbrace{(x_i(t_k+\tau_s)-M_x(t_k+\tau_s))}^{\overset{0}{x}(t_k+\tau_s)}$$

для кожного конкретного інтервалу потрібно проходити по всім t_k (перетинах).

Центральні значення можна замінити:

$$\overset{0}{x}(t_k),\ \overset{0}{x}(t_k,\tau_s),\ \text{тобто їх } M_x=0$$

$$\left[\begin{array}{l} R_{xx}(t,\tau)=\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}\overset{0}{x}_i(t)\cdot\overset{0}{x}_i(t+\tau) \\ R_{xx}(t,\tau)=\lim\limits_{N\to\infty}\dfrac{1}{N-1}\sum\limits_{i=1}^{N}\overset{0}{x}_i(t)\cdot\overset{0}{x}_i(t+\tau) \end{array}\right]$$

Обчислення кореляційної функції $R_{xx}(t,\tau)$ є відносно складним, оскільки необхідно попереднє обчислення математичного очікування M_x для виконання кількісної оцінки, іноді виповнюється коварианционной функцією:

$$C_{xx}(t,\tau)=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}x_i(t)\cdot x_i(t+\tau)$$

У завданнях управління частіше використовується нормована кореляційна функція:

$$S_{xx}(t,\tau)=\frac{R_{xx}(t,\tau)}{D_x(t)}<1$$

Дослідження нестандартних випадкових сигналів вимагає значних обсягів пам'яті, тому в більшості наукових досліджень приймається гіпотеза про стаціонарності випадкового сигналу на інтервалі (t_0 … t_1).

<u>Кореляційна функція для стаціонарного сигналу:</u>

$$R_x(\tau_s)=\lim_{N\to0}\cdot\frac{1}{N-1}\cdot\sum_{i=1}^{N}\underbrace{(x_i(t_k)-M_x)}_{X(t_k)}\cdot\underbrace{(x_i(t_k+\tau_s)-M_x)}_{x(t_s)}=$$

$$=\lim_{n\to0}\cdot\frac{1}{n-1}\cdot(x_i(t_k)-M_x)\cdot(x_i(t_k+\tau_s)-M_x)$$

$x(t)$ в межах однієї реалізації показує наскільки швидко змінюється сигнал.

Коваріаційна функція для стаціонарного сигналу:

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{N \to 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{k=1}^{n} Lx(t_k) \cdot x(t_k + \tau)$$

показує ступінь зв'язності між значеннями одного і того ж сигналу.

Таким чином для стаціонарних і ергодичні процесів обчислення параметрів сигналів реалізуються шляхом усереднення за часом у межах однієї реалізації.

Статистичне вимірювання зв'язків між двома стаціонарними випадковими процесами

Дуже важливим виявляється не тільки обчислення автокореляційної функції $R_{xx}(\tau)$, але і обчислення взаємної кореляційної функції $R_{xy}(\tau)$ для двох випадкових процесів $x(y)$, $y(t)$, для якої не можна на основі зовнішнього спостереження сказати, чи є залежність між ними. Для розрахунку взаємної кореляційної функції:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{n \to 0} \cdot \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} \underbrace{(x_i(t_k) - M_x)}_{X(t_k)} \cdot \underbrace{(y(t_k + \tau) - M_y)}_{y(t_k - \tau)} =$$

τ - випробувальний інтервал, на конкретному значенні якого досліджується взаємний вплив.

Завдання на лабораторну роботу

Для згенерованого випадкового сигналу з Лабораторної роботи N 1 відповідно до заданого варіантом (Додаток 1) розрахувати його автокореляційну функцію.

Згенерувати копію даного сигналу і розрахувати взаємнокореляційну функцію для 2-х сигналів. Розробити відповідну програму і вивести отримані значення і графіки відповідних параметрів.

Варіант-04

Число гармонік в сигналі: 12.

Гранична частота: 2400.

Кількість дискретних відліків: 1024

Лістинг програми

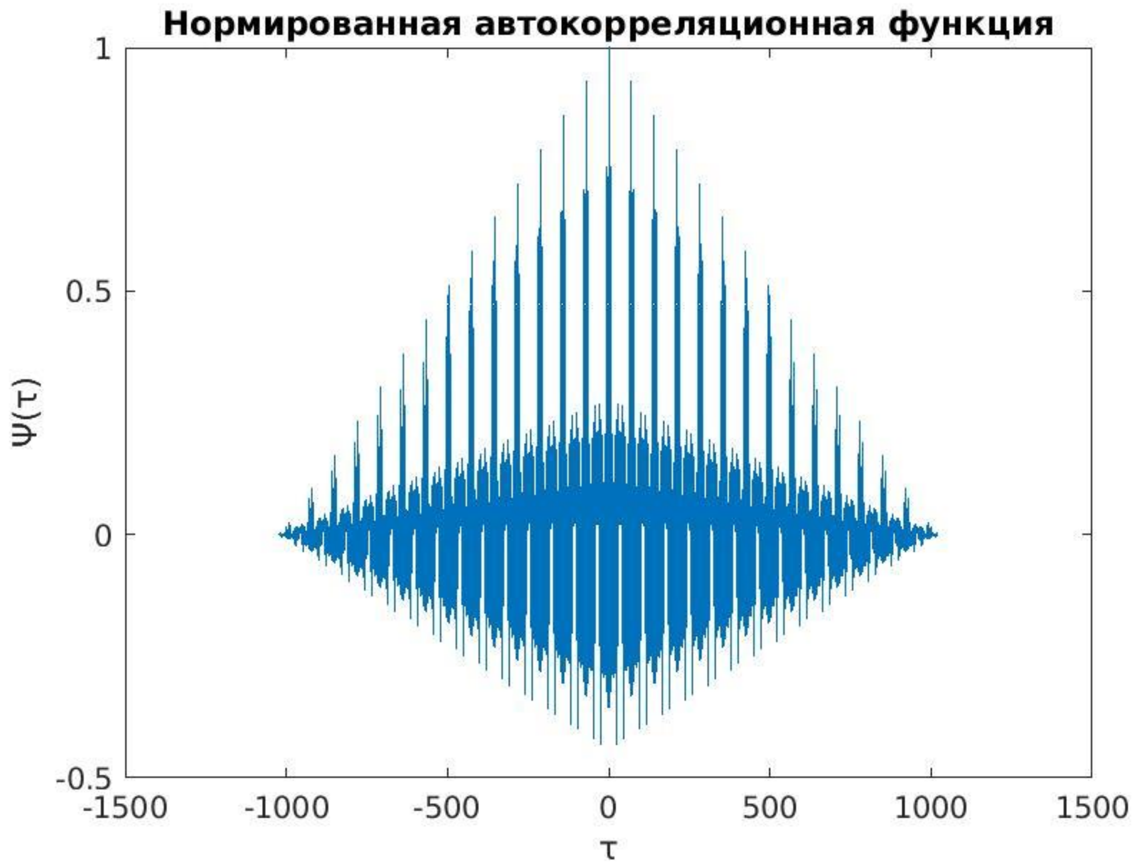
lab1.m

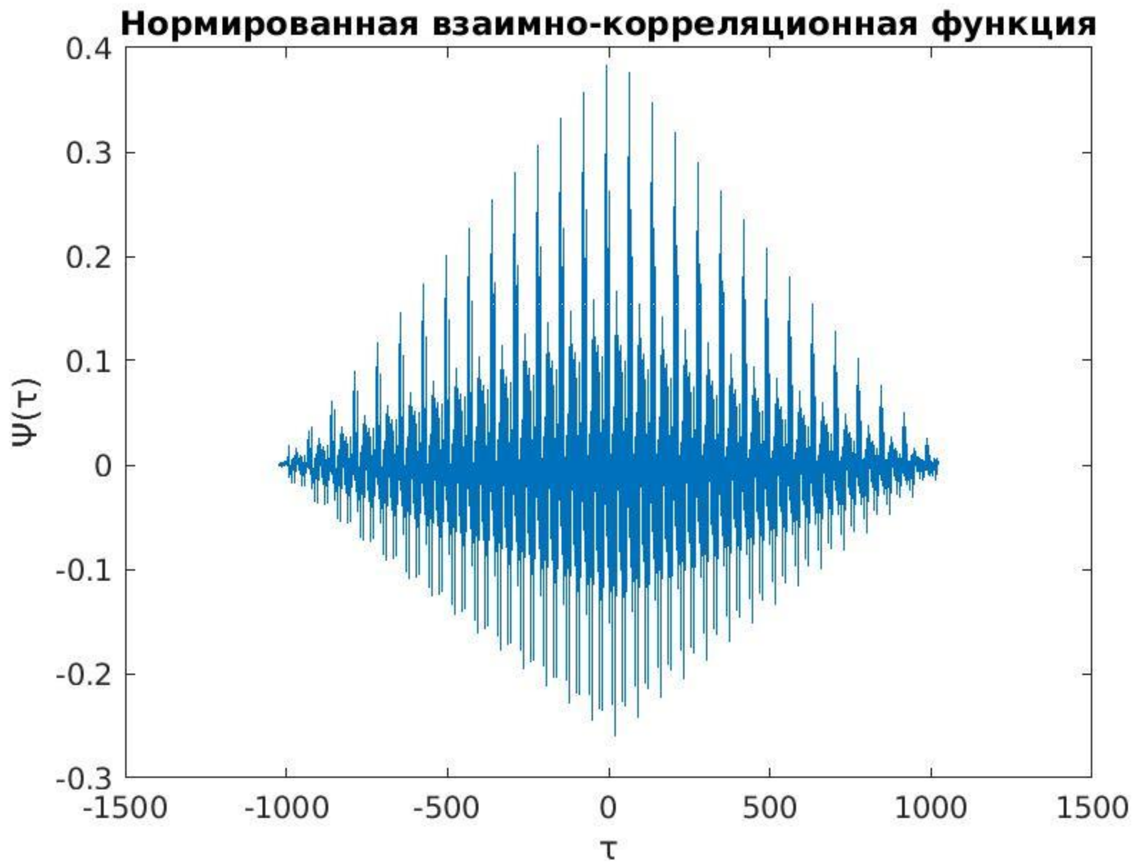
```
x = signal_generator(12, 1024);
x1 = signal_generator(120, 1024);
MD.plot_signal(x);
MD.M(x);
MD.D(x)
a=MD.On();
MD.Mx(2048);
[c,lags] = MD.corr (x);
[c1,lags1] = MD.two_corr (x, x1);
```

```
MD.plot_corr(lags,c,'автокорреляционная');
MD.plot_corr(lags1,c1,'взаимно-корреляционная');
t= MD.time_f (@ ()MD.corr (x),'автокорреляционной');
t1= MD.time_f (@ ()MD.two_corr (x, x1),'взаимно-корреляционной');
MD.difference_time (t,t1,'автокорреляционной','взаимно-корреляционной');
classdef MD
    methods (Static)
        function plot_signal (x)
            plot(x);
            title('Случайный сигнал')
            xlabel('t')
            ylabel('x(t)')
            saveas(gcf, './res/signal.jpg')
        end
        function M (x)
            M=mean(x);
            fprintf('Математическое ожидание\n M = %f\n\n',M);
        end
        function D (x)
            Dx=var(x);
            fprintf('Дисперсия\n D = %f\n\n',Dx);
        end
        function a= On ()
            a= zeros(2,120);
            for n = 1:120
                y= @() signal_generator(n,1024);
                a(1,n) = n;
                a(2,n) = timeit(y);
            end
            figure
            plot(a(2,:));
            title('Сложность алгоритма')
            xlabel('n')
            ylabel('O(n)')
            saveas(gcf, './res/On.jpg')
        end
        function Mx (k)
            b=zeros(1,k);
            c=1:k;
```

```
            for p=1:k
                b(1,p)=mean(signal_generator(12, p));
            end
            figure
            plot(c, b(1,:));
            title('зависимость мат ожидания от количества дискретных отсчетов')
            xlabel('N')
            ylabel('Mx')
            saveas(gcf, './res/MxN.jpg')
        end
        function [c,lags] = corr (x)
            [c,lags] = xcorr(x,'normalized');
        end
        function t= time_f (f, title_f)
            t=timeit(f);
            fprintf('Время выполнения %s функции\nt(%s) = %f\n\n',title_f,title_f,t);
        end
        function [c,lags] = two_corr (x, x1)
            [c,lags] = xcorr(x,x1,'normalized');
        end
        function plot_corr (lags, c, title_s)
            figure
            plot(lags,c)
            title('Нормированная %s функция', title_s)
            xlabel('τ')
            ylabel('Ψ(τ)')
            saveas(gcf, sprintf('./res/norm_%s.jpg',title_s))
        end
        function writeOn (a)
            writematrix(a,'O.csv');
        end
        function difference_time (t,t1, title_f, title_f1)
            fprintf('Соотношение времени выполнения %s и %s
функций\nt(%s)/t(%s)  = %f\n\n',title_f, title_f1, title_f, title_f1,t/t1);
        end
    end
end
```

Результати роботи програми





Время выполнения автокорреляционной функции
t(автокорреляционной) = 0.000238

Время выполнения взаимно-корреляционной функции
t(взаимно-корреляционной) = 0.000251

Соотношение времени выполнения автокорреляционной и взаимно-корреляционной функций
t(автокорреляционной)/t(взаимно-корреляционной) = 0.948300

Висновки

Під час даної лабораторної роботи я ознайомився з принципами побудови автокорелляціонної і взаємної кореляційної функцій, вивчив та дослідив їх основні параметри з використанням засобів моделювання і сучасних програмних оболонок