

Task 1

Ванслов Евгений

Поиск центра описанной окружности

- O - центр
- H_a -высота из точки А на ВС
- h_a -высота из точки О на ВС
- $\alpha = \angle BAC$

$$\begin{cases} R = \frac{abc}{4S} = \frac{a}{2e \sin \alpha} \\ S = \frac{aH_a}{2} = \frac{bc \sin \alpha}{2} \\ \sin \alpha = \frac{|\vec{b}, \vec{c}|}{|\vec{b}| |\vec{c}|} \end{cases}$$

$$R^2 = h_a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2$$

$$\begin{cases} h_a = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \alpha \\ H_a = \frac{bc \sin \alpha}{a} \end{cases} \Rightarrow \frac{h_a}{H_a} = \frac{a^2 \cos \alpha}{2bc \sin^2 \alpha}$$

$$O\left(\frac{a^2 \cos \alpha}{2bc \sin^2 \alpha}, \frac{b^2 \cos \beta}{2ac \sin^2 \beta}, \frac{c^2 \cos \gamma}{2ab \sin^2 \gamma}\right)$$

Проверка попадания точки в описанный круг

Уравнение плоскости, проходящей через 3 заданные точки.

$$A = \begin{pmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{pmatrix}$$

Если $\det|A| \neq 0$, то точка находится ниже/выше плоскости в пространстве. Тогда по теореме, доказанной на паре, для окружности будут выполняться те же условия.

$$(x, y) < - > (x, y, x^2 + y^2)$$

$$\begin{pmatrix} x & y & x^2 + y^2 & 1 \\ x_1 & y_1 & x_1^2 + y_1^2 & 1 \\ x_2 & y_2 & x_2^2 + y_2^2 & 1 \\ x_3 & y_3 & x_3^2 + y_3^2 & 1 \end{pmatrix}$$