

Time : Three Hours]

[Maximum Marks : 80

Note : Attempt *five* questions in all while Question No. 1 is compulsory. All questions carry equal marks.

नोट : कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए जबकि प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

1. Compulsory Question (अनिवार्य प्रश्न)

- (a) Find the distance between the points P and Q in $P(-1, 5)$ and $Q(7, 3)$.
- (b) Find the value of k for which the points $(k, -1)$, $(2, 1)$ and $(4, 5)$ are collinear.
- (c) If $T_n = n^2$, when n is odd, and $T_n = 2n$, when n is even then write down the first 6 terms.
- (d) Evaluate

$$\int \sqrt{x}(x^2 + 2x + 3) dx.$$

- (e) Find the value of $\log_8 128$.
- (f) Given $\log 2 = 0.3010$, find the no. of digits in 2^{64} .

16

(क) $P(-1, 5)$ तथा $Q(7, 3)$ में बिंदुओं P तथा Q के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

(ख) k के उस मान को ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिंदु $(k, -1)$, $(2, 1)$ तथा $(4, 5)$ संरेखीय हों।

(ग) यदि $T_n = n^2$, जबकि n विषम है तथा $T_n = 2n$ जबकि n सम है, तब पहले 6 पदों को लिखिए।

(घ) हल कीजिए : $\int \sqrt{x}(x^2 + 2x + 3) dx$.

(ङ) $\log_8 128$ का मान ज्ञात कीजिए।

(च) दिया है $\log 2 = 0.3010$ तब 2^{64} में अंकों की संख्या ज्ञात कीजिए।

2. (a) Find the equations of the altitudes of the triangle whose vertices are $A(7, -1)$, $B(-2, 8)$ and $C(1, 2)$. 8

(b) Find the distance between the parallel lines $3x + 4y - 5 = 0$ and $6x + 8y - 45 = 0$. 8

(क) उस त्रिभुज के शीर्ष-लंबों के समीकरणों को ज्ञात कीजिए जिसके सिरे $A(7, -1)$, $B(-2, 8)$ तथा $C(1, 2)$ हैं।

(ख) समांतर रेखाओं $3x + 4y - 5 = 0$ तथा $6x + 8y - 45 = 0$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

3. (a) If a, b, c are in A.P., show that

$$\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

are also in A.P. 8

(b) Sum the series

$5 + 55 + 555 + \dots$ to n terms. 8

(क) यदि a, b, c समांतर श्रेणी में हैं तब दर्शाइए कि

$$\frac{1}{\sqrt{b} + \sqrt{c}}, \frac{1}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}, \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} \text{ भी समांतर श्रेणी में हैं।}$$

(ख) $5 + 55 + 555 + \dots$ श्रेणी के n पदों का योग ज्ञात कीजिए।

4. (a) If A.M. between 'a' and 'b' be equal to n times of their G.M.; find the ratio of a to b . 8

(b) The m th term of an H.P. is n and n th term is m . Find the $(m+n)$ th term. 8

(क) यदि 'a' तथा 'b' के बीच का समांतर माध्य उनके गुणोत्तर माध्य का n गुना हो, तो a और b का अनुपात ज्ञात कीजिए।

(ख) एक हरात्मक श्रेणी का m वाँ पद n है तथा n वाँ पद m है। $(m+n)$ वाँ पद ज्ञात कीजिए।

5. (a) Integrate $\int x^2 (\log x)^2 dx$. 8

(b) Evaluate $\int \frac{2x+5}{x^2-x-2} dx$. 8

(क) समाकलन कीजिए $\int x^2 (\log x)^2 dx$.

(ख) हल कीजिए $\int \frac{2x+5}{x^2-x-2} dx$.

6. (a) Prove that

$$\int_1^e x e^{2x} dx = \frac{1}{4}(e^2 + 1). \quad 8$$

(b) The supply curve for a commodity is $p = \sqrt{9+x}$ and the quantity sold is 7 units. Find the producer's surplus. 8

(क) सिद्ध कीजिए

$$\int_1^1 xe^{2x} dx = \frac{1}{4}(e^2 + 1).$$

(ख) एक वस्तु का आपूर्ति वक्र $p = \sqrt{9+x}$ है तथा 7 इकाइयाँ बेची गई हैं। उत्पादक अधिशेष ज्ञात कीजिए।

7. (a) If $a^2 + b^2 = 7ab$, show that 8

$$2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b.$$

(b) Find the seventh root of 0.00001427. 8

(क) यदि $a^2 + b^2 = 7ab$ तब दर्शाइए कि

$$2 \log(a+b) = 2 \log 3 + \log a + \log b.$$

(ख) 0.00001427 के सातवें मूल को ज्ञात कीजिए।

8. (a) At what rate percent will ₹1000 amount to ₹1500 in 12 years at compound interest ? 8

(b) The value of a machinery depreciates by 5% annually. If its present value is ₹2,10,000, find the value after 4 years.

(क) कितने प्रतिशत ब्याज की दर से ₹1000 12 वर्षों में चक्रवृद्धि दर से ₹1500 हो जायेंगे?

(ख) एक मशीनरी का मूल्य-हास 5% वार्षिक की दर से होता है। यदि उसका वर्तमान मूल्य ₹ 2,10,000 है तो 4 वर्षों के पश्चात उसका मूल्य ज्ञात कीजिए।