BÀI TẬP TUẦN 02

12. Gọi $\mathcal{L} = \{w \in \{a, b\}^*: |w| \equiv_3 0\}$. Liệt kê 10 chuỗi đầu tiên theo thứ tự chuẩn tắc của ngôn ngữ $\mathcal{L}$.

Giải:

$\mathcal{L} = \{\varepsilon$, aaa, aab, aba, abb, baa, bab, bba, bbb, aaaaaa, …$\}$

13. Cho bảng chữ cái $\sum = \{a, b\}$. Đưa ra lời mô tả ngắn gọn, súc tích cho ngôn ngữ $\mathcal{L}$:

a) $\mathcal{L}$ là ngôn ngữ gồm các chuỗi w có đặc điểm chỉ chứa duy nhất một tiền tố kết thúc bằng ký tự a.

Giải:

$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 = (\mathcal{L}_{11}.\mathcal{L}_{12})\mathcal{L}_2$ với:

$\mathcal{L}_{11} = \{w \in \{a,b\}^* : |w|_a = 0\}$

$\mathcal{L}_{12} = \{w \in \{a,b\}^+: |w|_a = |w| = 1\}$

$\mathcal{L}_2 = \{w \in \{a,b\}^*\}$

b) $\mathcal{L}$ là ngôn ngữ gồm các chuỗi w có đặc điểm mọi tiền tố khác rỗng của nó đều kết thúc bằng ký tự a.

Giải:

$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1\mathcal{L}_2 = (\mathcal{L}_{11}\mathcal{L}_{12})\mathcal{L}_2$ với:

$\mathcal{L}_{11} = \{w \in \{a,b\}^*\}$

$\mathcal{L}_{12} = \{w \in \{a,b\}^+: |w|_a = |w| = 1\}$

$\mathcal{L}_2 = \{w \in \{a,b\}^*\}$

14. Tính đúng sai của phát biểu:

a. $\forall \mathcal{L}: (\mathcal{L}^+)^+ = \mathcal{L}^+ \rightarrow$ **ĐÚNG** vì $(\mathcal{L}^+)^+ = \mathcal{L} \backslash \{\varepsilon\} = \mathcal{L}^+$

b. $\forall \mathcal{L}: (\mathcal{L}^*)^+ = (\mathcal{L}^+)^* \rightarrow$ **SAI** vì:

$$\left.\begin{array}{l}(\mathcal{L}^*)^+ = \{\mathcal{L} \cup \{\varepsilon\}\} \backslash \{\varepsilon\} = \mathcal{L} \backslash \{\varepsilon\} = \mathcal{L}^+ \\ (\mathcal{L}^+)^* = \{\mathcal{L} \backslash \{\varepsilon\}\} \cup \{\varepsilon\} = \mathcal{L}\end{array}\right\} \Rightarrow (\mathcal{L}^*)^+ \neq (\mathcal{L}^+)^*$$

c. $\forall \mathcal{L}: \mathcal{L}^* = \mathcal{L}^+ \cup \emptyset \rightarrow$ **ĐÚNG**

d. $\forall \mathcal{L}: \mathcal{L}^* \mathcal{L} = \mathcal{L}^+ \rightarrow$ **SAI** vì có trường hợp $\mathcal{L}_1 = \{\varepsilon\} \in \mathcal{L}^*$ nên $\mathcal{L}_1 \mathcal{L} = \emptyset \neq \mathcal{L}^+$

f. $\forall \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2: \mathcal{L}_1^* \cup \mathcal{L}_2^* = (\mathcal{L}_1^* \cup \mathcal{L}_2^*)^* \rightarrow$ **ĐÚNG**

g. $\forall \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2: \mathcal{L}_1 \backslash \mathcal{L}_2 = \mathcal{L}_2 \backslash \mathcal{L}_1 \rightarrow$ **SAI** vì phát biểu chỉ đúng khi và chỉ khi $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_2$

h. $\forall \mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ và $\mathcal{L}_1 \neq \mathcal{L}_2: \mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 \neq \mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1$

$\rightarrow$ **ĐÚNG** vì khi đó $\mathcal{L}_1 \mathcal{L}_2 = (\mathcal{L}_2 \mathcal{L}_1)^R$