MSSV: **1712919**
Họ và tên: **Lê Văn Vũ**

Bài tập	Trang trong bài làm
5, *trang 53*	1
6, *trang 53*	1
7, *trang 53*	2
8, *trang 53*	2
10, *trang 54*	3

5. Sử dụng quy nạp toán học, chứng minh rằng: $\forall n \in N$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1} \; (*)$$

(Nếu n = 0 thì vế trái của đẳng thức được định nghĩa sẽ là 0)

Giải:

Với n = 0; ta có (*): VT =VP =0

Bước cơ sở: Cho n_0=1. Rõ ràng (*) đúng vì: VT= $\frac{1}{1.(1+1)}$ = VP = $\frac{1}{(1+1)} = \frac{1}{2}$

Bước quy nạp: Giả thiết quy nạp rằng (*) đúng với giá trị k ∈ N tùy ý, k ≥ n_0. Nghĩa là:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k}{k+1} \; \textbf{(1)}$$

Ta cần chứng minh rằng: $\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{k+1}{k+2}$

Ta có: $\sum_{i=1}^{k+1} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{1}{(k+1)(k+1+1)} + \sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i(i+1)}$

$= \frac{1}{(k+1)(k+1+1)} + \frac{k}{k+1}$ (theo **(1)**)

$= \frac{1+k(k+2)}{(k+1)(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$

Vậy ta có thể khẳng định rằng: $\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{i(i+1)} = \frac{n}{n+1} \; \forall n \in N$

6. Sử dụng quy nạp toán học, chứng minh rằng: $\forall n \in \mathrm{Z}^+$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{2}{3^i} = 1 - \frac{1}{3^n} \; (*)$$

Giải:

Bước cơ sở: Cho n_0=1. Rõ ràng (*) đúng vì: VT= $\frac{2}{3^1}$ = VP = $1 - \frac{1}{3^1} = \frac{2}{3}$

Bước quy nạp: Giả thiết quy nạp rằng (*) đúng với giá trị k ∈ Z^+ tùy ý, k ≥ n_0. Nghĩa là:

$$\sum_{i=1}^{k} \frac{2}{3^{i}} = 1\text{-}\frac{1}{3^{k}} \ \textbf{(1)}$$

Ta cần chứng minh rằng: $\sum_{i=1}^{k+1} \frac{2}{3^{i}} = 1\text{-}\frac{1}{3^{k+1}}$

Đi từ vế trái, dựa vào giả thiết **(1)**, ta có:

VT= $\sum_{i=1}^{k+1} \frac{2}{3^{i}} = \sum_{i=1}^{k} \frac{2}{3^{i}} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1\text{-}\frac{1}{3^{k}} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1\text{-}\frac{3\text{-}2}{3^{k+1}} = 1\text{-}\frac{1}{3^{k+1}}$ =VP

Vậy ta có thể khẳng định rằng: $\sum_{i=1}^{n} \frac{2}{3^{i}} = 1\text{-}\frac{1}{3^{n}} \ \forall n \in Z^{+}$

7. Sử dụng quy nạp toán học, chứng minh rằng: $\forall n \in Z^{+}$

$$\sum_{i=1}^{n} i.\,2^{i} = (n\text{-}1).\,2^{n+1} + 2 \ (*)$$

Giải:

Bước cơ sở: Cho n_0=1. Rõ ràng (*) đúng vì: VT= $1.\,2^{1}$= VP = $(1\text{-}1).2^{1+1} + 2 = 2$

Bước quy nạp: Giả thiết quy nạp rằng (*) đúng với giá trị $k \in Z^{+}$ tùy ý, $k \geq n_0$. Nghĩa là:

$$\sum_{i=1}^{\boldsymbol{k}} i.\,2^{i} = (k\text{-}1).\,2^{k+1} + 2 \ (1)$$

Ta cần chứng minh (*) đúng với giá trị k+1 ($k \geq n_0$): $\sum_{i=1}^{\boldsymbol{k+1}} i.\,2^{i} = (k + 1 - 1).\,2^{k+1+1} + 2$

$$= k.\,2^{k+2} + 2$$

Đi từ vế trái, dựa vào giả thiết (1), ta có:

$$\sum_{i=1}^{\boldsymbol{k}+1} i.\,2^{i} = \sum_{i=1}^{\boldsymbol{k}} i.\,2^{i} + (k+1).\,2^{k+1} = (k-1).\,2^{k+1} + 2 + (k+1).\,2^{k+1}$$

$= k.\,2.\,2^{k+1} + 2 = k.\,2^{k+2} + 2$

Vậy ta có thể khẳng định rằng: $\sum_{i=1}^{n} i.\,2^{i} = (n\text{-}1).\,2^{n+1} + 2 \ (\forall n \in Z^{+})$

8. Sử dụng quy nạp toán học, chứng minh rằng $2^n > n^3$ khi n là số nguyên lớn hơn 9 (hay $n \geq 10$, $n \in Z^{+}$)

Giải:

Biểu thức: $2^n > n^3$ (*)

Bước cơ sở: Cho n_0=10. Rõ ràng (*) đúng vì: VT= 2^{10} > VP =10^3 (1024 > 1000)

Bước quy nạp: Giả thiết quy nạp rằng (*) đúng với giá trị $k \in Z^{+}$ tùy ý, $k \geq n_0$. Nghĩa là:

$2^k > k^3 \leftrightarrow 2.2^k = 2^{k+1} > 2.k^3$ **(1)**

Ta cần chứng minh: $2^{k+1} > (k+1)^3$

Đi từ vế trái, dựa vào giả thiết **(1)**, ta có: $2^{k+1} = 2.2^k > 2.k^3 = k^3 = k^3$

Với $k \geq n_0$, $k \in \mathrm{Z}^+$, ta có: $\frac{3k^2 + 3k + 1}{k^3} = \frac{3}{k} + \frac{3}{k^2} + \frac{1}{k^3} < 3.\frac{3}{k} < \frac{9}{10} < 1$

⇨ $k^3 > 3k^2 + 3k + 1 = (k+1)^3 - k^3$

⬄ $2.\,k^3 > (k+1)^3$ **(2)**

Từ **(1)** và **(2)**, ta suy ra: $2^{k+1} > (k+1)^3$

Vậy ta có thể khẳng định rằng: $2^n > n^3$ khi hay $n \geq 10$, $n \in \mathrm{Z}^+$

10. Chứng minh rằng, ***Phát biểu S:*** nếu n là một số nguyên dương thì luôn tồn tại số tự nhiên i và số nguyên dương lẻ j sao cho: $n = 2^i$ x j.

Giải:

Biêu thức: $n = 2^i$ x j **(*)**

- Nếu n là một số nguyên dương lẻ, thì luôn tồn tại cặp số tự nhiên (i, j) = (0, j)

  (j = 2k+1 với k ∈ N)

  để thỏa **(*)**
- Nếu là một số nguyên dương chẵn, thì $\forall i, j \in \mathrm{N}^*$, **(*)** luôn đúng.

  Thật vậy, vì 2^i chẵn nên 2^i x j chẵn → n chẵn.

Vậy ta có thể khẳng định phát biểu S trên là đúng.