

Первая задача по лямбде:

$$\begin{aligned}
& ((\lambda p. (\lambda q. ((q (p r)) s)))((q ((\lambda p.p) r)) s)) \equiv \\
& \quad \text{Убираем внешние скобки} \\
& (\lambda p. (\lambda q. ((q (p r)) s)))((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv \\
& \quad \text{Убираем скобки по второму соглашению о скобках} \\
& (\lambda p. \lambda q. ((q (p r)) s))((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv \\
& \quad \text{Аналогично убираем скобки по второму соглашению о скобках} \\
& (\lambda p. \lambda q. (q (p r)) s)((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv \\
& \quad \text{Объединяем лямбды} \\
& (\lambda p q. (q (p r)) s)((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv \\
& \quad \text{Убираем скобки по левоассоциативности аппликации} \\
& (\lambda p q. (q (p r)) s)(q ((\lambda p.p) r) s) \equiv \\
& \quad \alpha\text{-конверсия по второй связанной переменной первого аргумента аппликации} \\
& (\lambda z. (z (p r)) s)(q ((\lambda p.p) r) s) \equiv \\
& \quad \beta\text{-редукция} \\
& (\lambda z. (z (p r)) s)[p := (q ((\lambda p.p) r) s)] \equiv \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& (\lambda z. (z ((q ((\lambda p.p) r) s) r)) s) \\
& \quad \text{Убираем внешние скобки} \\
& \lambda z. (z ((q ((\lambda p.p) r) s) r)) s \\
& \quad \text{Убираем внешние скобки в теле абстракции} \\
& \lambda z. z ((q ((\lambda p.p) r) s) r) s \\
& \quad \text{Убираем скобки по левоассоциативности аппликации} \\
& \lambda z. z (q ((\lambda p.p) r) s) r s \\
& \quad \text{Убираем скобки по левоассоциативности аппликации} \\
& \lambda z. z q ((\lambda p.p) r) s r s \\
& \quad \beta\text{-редукция} \\
& \lambda z. z q (p[p := r]) s r s \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& \lambda z. z q r s r s
\end{aligned}$$

Вторая задача по лямбде:

$$((\lambda a. \lambda b. (\lambda x. x) b a (a b x)((\lambda a. (\lambda b. a)) x))(\lambda b. b))[x := b]$$

Склеиваем лямбды

$$((\lambda a b. (\lambda x. x) b a (a b x)((\lambda a. (\lambda b. a)) x))(\lambda b. b))[x := b]$$

Убираем скобки в теле абстракции

$$((\lambda a b. (\lambda x. x) b a (a b x)((\lambda a. \lambda b. a) x))(\lambda b. b))[x := b]$$

Склеиваем лямбды

$$((\lambda a b. (\lambda x. x) b a (a b x)((\lambda a b. a) x))(\lambda b. b))[x := b]$$

β -редукция

$$((\lambda a b. (x[x := b]) a (a b x)((\lambda a b. a) x))(\lambda b. b))[x := b]$$

Подстановка

$$((\lambda a b. b a (a b x)((\lambda a b. a) x))(\lambda b. b))[x := b]$$

β -редукция

$$((\lambda a b. b a (a b x)((\lambda b. a)[a := x]))(\lambda b. b))[x := b]$$

Подстановка

$$((\lambda a b. b a (a b x)(\lambda b. x))(\lambda b. b))[x := b]$$

α -конверсия

$$((\lambda a c. c a (a c x)(\lambda d. x))(\lambda b. b))[x := b]$$

β -редукция

$$((\lambda c. c a (a c x)(\lambda d. x))[a := (\lambda b. b)])(x := b)$$

Подстановка

$$((\lambda c. c (\lambda b. b) ((\lambda b. b) c x)(\lambda d. x)))(x := b)$$

β -редукция

$$((\lambda c. c (\lambda b. b) (c x)(\lambda d. x)))(x := b)$$

Подстановка

$$((\lambda c. c (\lambda b. b) (c x)(\lambda d. x)))(x := b)$$

Подстановка

$$((\lambda c. c (\lambda b. b) (c b)(\lambda d. b)))$$

Убираем внешние скобки

$$\lambda c. c (\lambda b. b) (c b)(\lambda d. b)$$