

Первая задача по лямбде:

$$((\lambda p. (\lambda q. ((q (p r)) s)))((q ((\lambda p.p) r)) s)) \equiv$$

Убираем внешние скобки

$$(\lambda p. (\lambda q. ((q (p r)) s)))((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv$$

Убираем скобки по второму соглашению о скобках

$$(\lambda p. \lambda q. ((q (p r)) s))((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv$$

Аналогично убираем скобки по второму соглашению о скобках

$$(\lambda p. \lambda q. (q (p r)) s)((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv$$

Объединяем лямбды

$$(\lambda p q. (q (p r)) s)((q ((\lambda p.p) r)) s) \equiv$$

Убираем скобки по левоассоциативности аппликации

$$(\lambda p q. (q (p r)) s)(q ((\lambda p.p) r) s) \equiv$$

α -конверсия по второй связанной переменной первого аргумента аппликации

$$(\lambda p z. (z (p r)) s)(q ((\lambda p.p) r) s) \equiv$$

β -редукция

$$(\lambda z. (z (p r)) s)[p := (q ((\lambda p.p) r) s)] \equiv$$

Подстановка

$$(\lambda z. (z ((q ((\lambda p.p) r) s) r)) s) \equiv$$

Убираем внешние скобки

$$\lambda z. (z ((q ((\lambda p.p) r) s) r)) s \equiv$$

Убираем внешние скобки в теле абстракции

$$\lambda z. z ((q ((\lambda p.p) r) s) r) s \equiv$$

β -редукция

$$\lambda z. z ((q (p[p := r]) s) r) s \equiv$$

Подстановка

$$\lambda z. z ((q r s) r) s \equiv$$

Левоассоциативность применения

$$\lambda z. z (q r s r) s$$

Вторая задача по лямбде:

$$\begin{aligned}
& ((\lambda a. \lambda b. (\lambda x. x) b a (a b x))((\lambda a. (\lambda b. a)) x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Склеиваем лямбды} \\
& ((\lambda a b. (\lambda x. x) b a (a b x))((\lambda a. (\lambda b. a)) x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Убираем скобки в теле абстракции} \\
& ((\lambda a b. (\lambda x. x) b a (a b x))((\lambda a. \lambda b. a) x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Склеиваем лямбды} \\
& ((\lambda a b. (\lambda x. x) b a (a b x))(\lambda a b. a) x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \beta\text{-редукция} \\
& ((\lambda a b. (x[x := b]) a (a b x))(\lambda a b. a) x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& ((\lambda a b. b a (a b x))(\lambda a b. a) x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \beta\text{-редукция} \\
& ((\lambda a b. b a (a b x))(\lambda b. a)[a := x]))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& ((\lambda a b. b a (a b x)(\lambda b. x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \alpha\text{-конверсия} \\
& ((\lambda a c. c a (a c x)(\lambda d. x))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \beta\text{-редукция} \\
& ((\lambda c. c a (a c x)(\lambda d. x))[a := (\lambda b. b)])(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& ((\lambda c. c (\lambda b. b) ((\lambda b. b) c x)(\lambda d. x)))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \beta\text{-редукция} \\
& ((\lambda c. c (\lambda b. b) (c x)(\lambda d. x)))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& ((\lambda c. c (\lambda b. b) (c x)(\lambda d. x)))(\lambda b. b))[x := b] \equiv \\
& \quad \text{Подстановка} \\
& ((\lambda c. c (\lambda b. b) (c b)(\lambda d. b))) \equiv \\
& \quad \text{Убираем внешние скобки} \\
& \lambda c. c (\lambda b. b) (c b)(\lambda d. b)
\end{aligned}$$