



دانشکده مهندسی
کامپیوتر و فناوری اطلاعات

۱۳۹۸/۳/۱۲

پاسخ تکلیف ۵

اعداد ممیز شناور

معماری کامپیوتر



(۱) دو کامپیوتر برای نمایش ممیز شناور از روش‌های زیر استفاده می‌کنند. محدوده اعداد نمایش داده شده و دقت را برای هر کدام از آنها محاسبه و مقایسه کنید.

بزرگترین عدد از نظر اندازه در ممیز شناور وقتی تولید می‌شود که توان بیش‌ترین مقدار مثبت را داشته باشد (تمام بیت‌ها یک) و قسمت اعشاری هم بزرگترین مقدار را داشته باشد (تمام بیت‌ها یک).

کامپیوتر A

۳۱	۳۰	۷	۶	۰
S	Fraction			Exponent

بزرگترین مقدار مثبت:

۳۱	۳۰	۷	۶	۰
S	Fraction			Exponent
1	11111111111111111111111111111111			1111111

کوچکترین عدد مثبت و بزرگترین عدد منفی قابل نمایش:

$$\pm 1.00000000000000000000000000000000 \times 2^{-62}$$

بزرگترین عدد مثبت و کوچکترین عدد منفی قابل نمایش:

$$\pm 1.11111111111111111111111111111111 \times 2^{+63}$$

کامپیوتر B

۳۱	۳۰	۲۰	۱۹	۰
S	Fraction		Exponent	

بزرگترین مقدار مثبت:

۳۱	۳۰	۲۰	۱۹	۰
S	Fraction		Exponent	
۰	11111111111		11111111111111111111111111111111	

کوچکترین عدد مثبت و بزرگترین عدد منفی قابل نمایش:

$$\pm 1.000000000000 \times 2^{-(2^{19}-2)}$$

بزرگترین عدد مثبت و کوچکترین عدد منفی قابل نمایش:



$$\pm 1.111111111111 \times 2^{+2^{19}-1}$$

روشن است که کامپیوتر B محدوده بزرگتری را نمایش می دهد.

مقایسه دقت:

کامپیوتری که تعداد بیت های بیش تری برای قسمت fraction دارد، دقت آن بیش تر است.

تفاوت بین کوچکترین عدد و عدد بعد از آن (کوچکترین مقدار E):

$$\text{Computer A} : 2^{-24} : 24 \times \log_{10} 2 \cong 7$$

$$\text{Computer B} : 2^{-11} : 11 \times \log_{10} 2 \cong 3$$

(۲) اعداد زیر را که در مبنای ۱۰ هستند در قالب ۱۲ بیتی با ممیز ثابت با ۶ بیت عدد صحیح و ۶ بیت عدد اعشاری را در قالب دودویی و هگز (Hex) بنویسید.

ابتدا برای قسمت اعشاری شش بیت و برای قسمت صحیح شش بیت در نظر می گیریم . عدد را بدون در نظر گرفتن علامت آن باینری می کنیم) باید حتماً هر قسمت در شش بیت نوشته شود، حتی اگر در تعداد بیت کمتری جا شود). سپس مکمل عدد را به دست آورده (یکها را صفر و صفرها را یک می کنیم) و با یک جمع می کنیم تا مکمل دو به دست بیاید .

برای تبدیل عدد به hex برای از سمت راست چهار بیت ،چهار بیت جدا می کنیم و اگر در آخر کم تر از چهار بیت باقی ماند صفر اضافه می کنیم .

-17.15625 (a)

$$-17.15625 = -010001.001010$$

$$2's \text{ complement} \Rightarrow 101110.110110$$

$$-17.15625 = BB6$$

-13.5625 (b)

$$-13.5625 = -001101.100100$$

$$2's \text{ complement} \Rightarrow 110010.011100$$

$$-13.5625 = C9C$$

(c) 42.3125 عدد ۴۲,۳۱۲۵ در شش بیت جا نمی شود. زیرا مقدار ۴۲ از ۳۱ که بیشترین مقدار مثبت

قابل نمایش در سیستم مکمل دو با ۶ بیت است، بیشتر است؛



۳) توضیح دهید هر یک از پرچم های `overflow` , `underflow` , `invalid` , `inexact` , `divide by zero` چه چیزی را در اعداد ممیز شناور نشان می دهند.

Divided by zero : یک شدن این پرچم به این معناست که عمل تقسیم بر صفر انجام شده است.

Inexact : اگر تمام رقم های اعشار یک عدد ذخیره نشده باشد و گرد شده باشد، این پرچم یک می شود.

Underflow : اگر عدد مورد محاسبه کوچکتر از بیش ترین مقدار قابل ذخیره باشد، این پرچم یک می شود.

Overflow : اگر عدد مورد محاسبه بزرگتر از بیش ترین مقدار قابل ذخیره باشد این پرچم یک می شود .

Invalid : اگر شرایطی باشد که یک محاسبه غیر معتبر از سیستم خواسته شود، (مثلاً جذر اعداد منفی) این پرچم یک می شود

۴) در صورتی که قالب ۸ بیتی زیر را برای اعداد ممیز شناور داشته باشیم، با استفاده از این قالب اعداد $-۲,۷۵$ و $۲,۶$ را جمع و ضرب کرده و مراحل را نمایش دهید.

S	۴	۳
---	---	---

مراحل انجام عمل جمع :

ابتدا توان ها مقایسه می شوند اگر برابر بود (مقدار بایاس نشده).

مقدار کسری با در نظر گرفتن علامت با هم جمع می شوند و دوباره به صورت ممیز شناور ذخیره می شوند.

اگر توان ها برابر نبود، ابتدا اعداد را به گونه ایی تغییر می دهیم که توان ها برابر شوند؛ سپس عمل جمع را انجام می دهیم.

عملیات ضرب :

توان ها را با هم جمع می کنیم و قسمت اعشاری ضرب می شود.

سپس به شکل استاندارد ممیز شناور برده می شود.



استاد درس : دکتر فربه

معماری کامپیوتر

پاسخ تکلیف شماره ۵



جمع :

$$-2.75 = -10.11 = -1.011 \times 2^1 \Rightarrow (1)(011)(0001)$$

$$2.6 = 10.10011001100 \dots \text{گرد} = 1.01001100 \dots \times 2^1 \Rightarrow (0)(010)(0001)$$

توان‌ها یکی است .

یک عدد منفی و یکی مثبت است. عمل جمع را انجام می‌دهیم.

$$A - B = A + \sim B + 1$$

$$0101 + 1010 = 1111$$

این جواب مکمل دو است آن را به حالت عادی می‌بریم : -001

به شکل استاندارد در می‌آوریم: -1.000×2^{-3}

توان اولیه هم ۱ بود بنابراین توان نهایی -2 می‌شود.

$$(1)(000)(1110)$$

(اعداد منفی به صورت مکمل دو ذخیره می‌شوند)

ضرب:

برای تعیین علامت نهایی :

$$11 \Rightarrow 0$$

$$01 \Rightarrow 1$$

$$00 \Rightarrow 0$$

پس می‌توان علامت را از XOR بیت‌های علامت به دست آورد. در این مورد علامت منفی است.

$$1.011 \times 1.010 = 1.101110$$

$$1 + 1 = 2 \text{ توان}$$

$$(1)(101)(0010)$$

۵) اعداد زیر در قالب اعداد اعشاری با دقت ساده IEEE 754 هستند. آنها را از مبنای ۱۶ به مبنای ۱۰ ببرید.

3F880000

00800000

C7F00000



استاد درس: دکتر فربه

معماری کامپیوتر

پاسخ تکلیف شماره ۵



در ممیز اعشار حالت ساده (دقت یگانه)

۸ بیت توان، ۲۳ بیت قسمت اعشار، ۱ بیت علامت و مقدار بایاس ۱۲۷

اگر n بیت توان داشته باشیم بایاس به صورت زیر محاسبه می شود: $2^{n-1} - 1$

$$F88000 = 00111111100010000000000000000000 \Rightarrow +1.0625 \times 2^{127-127} = +1.0625$$

$$00800000 = 00000000100000000000000000000000 \Rightarrow +1.0 \times 2^{1-127} = +2^{-126}$$

$$C700000 = 11000111111000000000000000000000 \Rightarrow -1.875 \times 2^{143-127} = -1.875 \times 2^{16}$$

(۶) اعداد با دقت یگانه شناور زیر، چه اعداد دهدهی را نمایش می دهند؟

پارامترها مانند سوال قبل هستند.

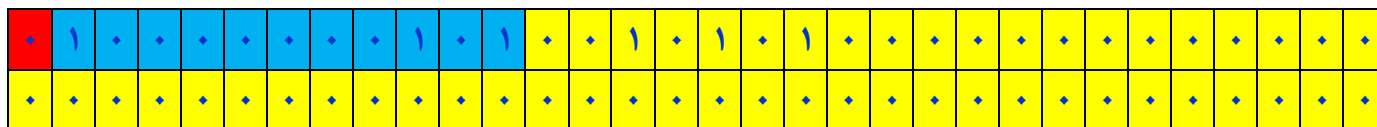


$$10111110001000000000000000000000 = -1.25 \times 2^{124-127} = -1.25 \times 2^{-3} = -0.15625$$



$$11000000010100000000000000000000 = -1.625 \times 2^{128-127} = -3.25$$

(۷) عدد ممیز شناور زیر را به صورت دهدهی نمایش دهید.



در ممیز اعشار حالت ساده (دقت دو برابر):

۱۱ بیت توان، ۵۲ بیت قسمت اعشار، ۱ بیت علامت و مقدار بایاس ۱۰۲۳

$$1.0010101 \times 2^{1029-1023} = +1001010.1 = +74.5$$