

پسته نعلی

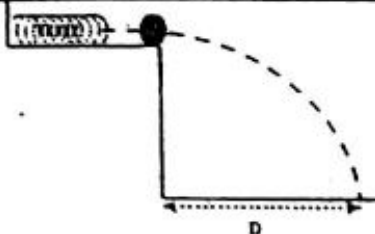
آذرماه ۱۳۸۶

زمان : ۱:۳۰ ساعت

آزمون میان ترم دوم فیزیک عمومی ۱

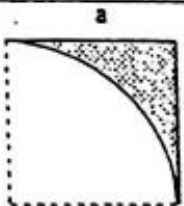
تذکر: به هیچ گونه سوالی یا ستم داده نمی شود. از همراه داشتن جزوه، کتاب، ماشین حساب و تلفن همراه خودداری شود $g = 10 \text{ m/s}^2$

۱۰



۱- جسمی مطابق شکل بر روی میزی افقی بدون اصطکاک قرار دارد. جسم را به فنر فشار داده و فنر به اندازه یک سانتی متر فشرده می شود. جسم پس از سقوط در فاصله $D = 2 \text{ m}$ از پای عمود میز می افتد. اگر بخواهیم گلوله به فاصله ۳ متری بیفتد، فنر چقدر باید فشرده شود.

۱۰

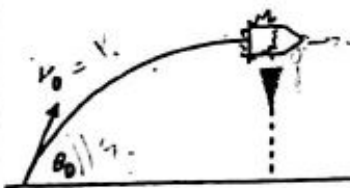


۲- مرکز جرم صفحه هائور خورده به جرم M را در شکل زیر بدست آورید. تمام مراحل باید اثبات شود.

۱۰

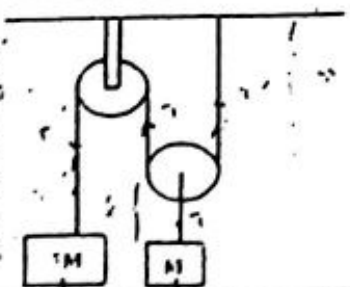
۳- دو جسم A و B هر یک به جرم ۲ کیلوگرم به هم برخورد می کنند. سرعت های قبل از برخورد عبارتند از: $\vec{v}_A = 15\hat{i} + 30\hat{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$ و $\vec{v}_B = -10\hat{i} + 5\hat{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$. پس از برخورد سرعت نهایی A عبارت است از $\vec{v}'_A = -5\hat{i} + 20\hat{j} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$. الف - سرعت نهایی جسم B را بدست آورید. ب- آیا برخورد کشمان است؟ چرا؟

۱۰



۴- گلوله ای با سرعت اولیه $v_0 = 20 \text{ m/s}$ با زاویه $\theta_0 = 60^\circ$ نسبت به افق از سطح زمین شلیک می شود. در نقطه اوج مسیر، گلوله منفجر شده و به دو تکه مساوی تقسیم می شود. یک تکه که اندازه سرعت آن درست پس از انفجار صفر است، بطور قائم سقوط می کند. تکه دیگر در چه فاصله ای از محل شلیک به زمین فرود می آید. از مقاومت هوا صرف نظر کنید.

۱۰



۵- تیروی کشش نخ و شتاب حرکت هر یک از اجسام شکل مقابل را بدست آورید. از جرم نخ و قرقره ها و اصطکاک محور قرقره ها صرف نظر کنید.

موفق باشید

انرژی جنبشی = انرژی پتانسیل $\Rightarrow \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}} x$ (۴)

اجواب (۱)

$x_1 = 1 \text{ cm}$

$H = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

$D_1 = 2 \text{ m}$

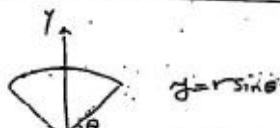
$D = v \cdot t \Rightarrow D = v \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow D = x \cdot \sqrt{\frac{k}{m}} \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}}$ (۳)

$D_2 = 3 \text{ m}$

$x_2 = ?$

$\frac{D_1}{D_2} = \frac{x_1}{x_2} \Rightarrow x_2 = \frac{D_2}{D_1} \cdot x_1 \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2} \times 1 = 1.5 \text{ cm}$ (۳)

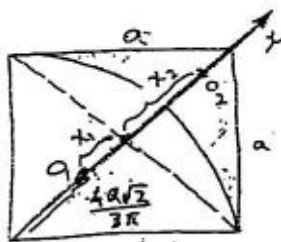
یعنی قرص به ارتفاع ۱.۵ سانتی متر افتاده است.



اجواب (۲)

دانشگاه مرکز جرم به دلیل طریقت متناهی است.

$$y_c = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int_0^{\pi/4} \int_0^R r dr d\theta \cdot r \sin \theta}{\int_0^{\pi/4} \int_0^R r dr d\theta} = \frac{\sigma \times \frac{R^3}{3} [-\cos \theta]_{\pi/4}^0}{\sigma \times \frac{\pi R^2}{4}} = \frac{4R}{3\pi} \sqrt{2}$$
 (۴)



مرکز جرم ربع م که به دلیل تقارن در مرکز آن قرار دارد.

نقطه ۱ مرکز جرم ربع دایره و ۲ مرکز جرم شکل هندسی باشد.

(که به دلیل تقارن روی قطر مربع قرار دارد.)

$R = a$

مرکز جرم مجسمه (مربع کامل) محل تقاطع قطرهاست.

$m_1 = \sigma \times \frac{\pi a^2}{4}$

$m_2 = 6(a^2 - \frac{\pi a^2}{4}) = 6a^2(1 - \frac{\pi}{4})$

(۴)

محوری را بر روی قطر دایره و نقطه ۱ مرکز جرم ربع دایره و ۲ مرکز جرم مربع باشد.

$$\begin{cases} x_1 = -(\frac{\sqrt{2}a}{2} - \frac{4a\sqrt{2}}{3\pi}) = -\frac{\sqrt{2}a}{2}(1 - \frac{8}{3\pi}) \\ x_2 = ? \end{cases}$$

$x_{cm} = 0$ مرکز جرم مجسمه

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = 0 \Rightarrow x_2 = -\frac{m_1}{m_2} x_1$$

$$\Rightarrow x_2 = -\frac{\frac{6\pi a^2}{4}}{6a^2(1 - \frac{\pi}{4})} \times (-\frac{\sqrt{2}a}{2}(1 - \frac{8}{3\pi})) =$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}(3\pi - 8)}{6(4 - \pi)} a$$
 (۲)

و در

$$m_A = m_B = 2 \text{ kg}$$

$$\vec{V}_A = 15\hat{i} + 30\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{V}_B = -10\hat{i} + 5\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{V}'_A = -5\hat{i} + 20\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$\vec{V}'_B = ?$$

$$\vec{V}'_B = 10\hat{i} + 15\hat{j} \text{ (m/s)}$$

$$|\vec{V}_A| = \sqrt{(15)^2 + (30)^2} = 15\sqrt{1+4} = 15\sqrt{5} \text{ (m/s)}$$

$$|\vec{V}_B| = \sqrt{(10)^2 + (5)^2} = 5\sqrt{5} \text{ (m/s)}$$

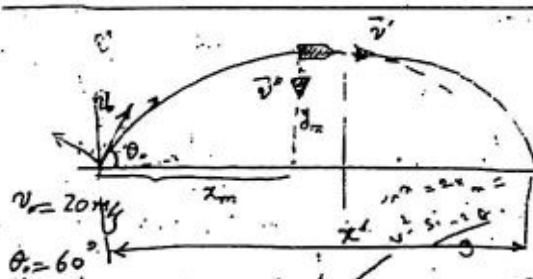
$$|\vec{V}'_A| = \sqrt{(5)^2 + (20)^2} = 5\sqrt{17} \text{ (m/s)}$$

$$|\vec{V}'_B| = \sqrt{(10)^2 + (15)^2} = 5\sqrt{13} \text{ (m/s)}$$

$$K = \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = 1125 + 125 = 1250 \text{ joule}$$

$$K' = \frac{1}{2} m_A v_A'^2 + \frac{1}{2} m_B v_B'^2 = 425 + 325 = 750 \text{ joule}$$

$$K \neq K' \rightarrow \text{چون انرژی جنبشی در این برخورد حفظ نمی‌شود}$$

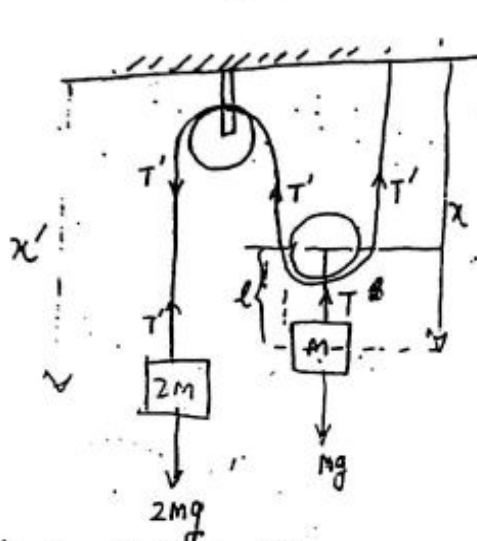


$$\begin{aligned} v_x &= v_0 \cos \theta = 20 \cos 60^\circ = 10 \text{ m/s} \\ v_y &= 0 \\ x_m &= \frac{v_x^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{10^2 \sin 120^\circ}{10} = 10\sqrt{3} \text{ m} \\ y_m &= \frac{v_x^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{10^2 \sin^2 60^\circ}{2 \times 10} = 15 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\vec{P} = \vec{P}' \rightarrow \begin{cases} m v_x = \frac{1}{2} m v_x' + \frac{1}{2} m v_x' \\ m v_y = \frac{1}{2} m v_y' + \frac{1}{2} m v_y' \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m v_x = m v_x' \\ 0 = \frac{1}{2} m v_y' + 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_x' = v_x = 10 \text{ m/s} \\ v_y' = 0 \end{cases}$$

$$y' = -\frac{g(x-x_m)^2}{2(v_x \cos \theta)^2} + (x-x_m) \tan \theta + y_m$$

$$y' = -\frac{10(x-10\sqrt{3})^2}{2 \times 10^2} + 0 + 15 = 0 \rightarrow (x-10\sqrt{3})^2 = 1200 \rightarrow x = 10\sqrt{3} \pm 34.64 = 30\sqrt{3} \text{ m}$$



$$\begin{cases} 2T = T \\ 2Mg - T' = 2Ma' \\ mg - T = ma \end{cases} \quad (2)$$

برای پیدا کردن رابطه بین a' و a از رابطه هندسی استفاده می‌کنیم

$$x' + 2(x - l) = l' \quad (1)$$

طول نخ نسبی به m
طول نخ نسبی به $2m$

با مشتق گیری از روابط

$$a' = -2a$$

$$\begin{cases} 2mg - \frac{T}{2} = 4ma \\ mg - T = ma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2mg - \frac{mg - ma}{2} = -4ma \\ 2g - \frac{g}{2} = -4a - \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{3g}{2} = -\frac{9a}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$a = -\frac{g}{3}$$

$$T = mg - ma = mg + \frac{mg}{3} = \frac{4}{3}mg$$

$$a' = -2a = \frac{2}{3}g$$

$$T' = \frac{1}{2}T = \frac{2}{3}mg$$

نسبت به g

تیب منفی

(3)

مسئله: اگر در اینجهان شتاب گرانشی در مورد ما این مقدار باشد یعنی $a' = 2a$ ظاهر برد.

$$\begin{cases} 2T' = T \\ 2mg - T' = 2ma' \\ T - mg = ma \\ a' = 2a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2mg - \frac{T}{2} = 4ma \\ T - mg = ma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2mg - \frac{mg + ma}{2} = 4ma \\ 2g - \frac{g}{2} = 4a + \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{3g}{2} = \frac{9a}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$T = mg + ma = mg + \frac{1}{3}mg = \frac{4}{3}mg \rightarrow a' = 2a = \frac{2}{3}g \rightarrow a = \frac{1}{3}g \quad (4)$$

به نام خدا

تاریخ: ۸۷/۱۲/۲۰

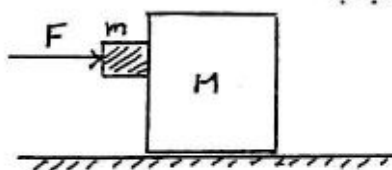
وقت: یک ساعت

امتحان میان ترم اول فیزیک عمومی یکم دانشگاه صنعتی امیرکبیر

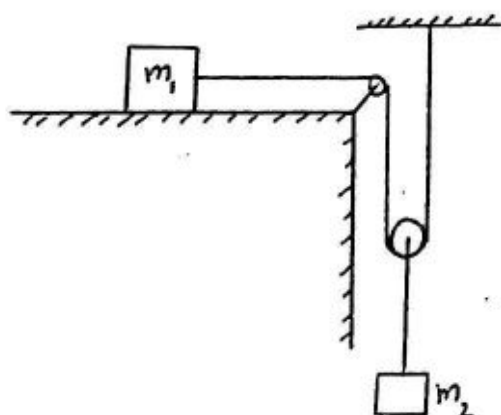
۱. سرعت متحرکی در صفحه $x-y$ و در دستگاه SI با رابطه $\vec{v}(t) = 2\vec{i} + (t-1)\vec{j}$ داده شده است. اگر این متحرک در لحظه $t=0$ از نقطه $x=1$ و $y=1$ عبور کند:

- الف) بردار مکان و بردار شتاب ذره را مشخص کنید.
ب) معادله مسیر حرکت ذره را پیدا کنید و آنرا به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. شکل مسیر چگونه است؟
پ) اندازه سرعت (تندی) ذره در چه زمانی کمینه است؟ و مقدار کمینه آن چقدر است؟
ت) اندازه سرعت ذره در چه زمانی بیشینه است؟ و مقدار بیشینه آن چقدر است؟
ث) اگر جرم متحرک 5 کیلوگرم باشد، اندازه نیروی وارد بر ذره و زاویه‌ای که بردار نیرو با جهت مثبت محور x می‌سازد را پیدا کنید.

۲. در شکل رویو ضریب اصطکاک ایستایی بین دو جسم μ_s است ولی M با سطح زیرین آن بدون اصطکاک است. حداقل نیروی F چقدر باشد تا جرم m نسبت به M ساکن بماند. اگر نیروی F بیشتر از مقدار حداقل فوقی شود وضعیت دو جسم نسبت به هم چگونه می‌شود؟



۳. در شکل زیر قرقره‌ها بدون اصطکاک و جرم و ریسمان نیز بدون جرم فرض شده است. اگر ضریب اصطکاک بین سطح میز و جرم m_1 برابر $\mu_k = \frac{1}{2}$ باشد شتاب هر یک از دو جسم را پیدا کنید.

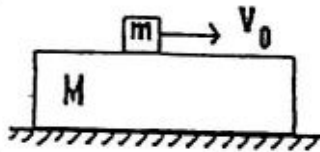


امتحان میان ترم فیزیک عمومی-۱

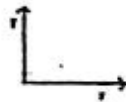
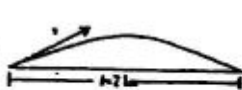
۱۳۸۸/۰۸/۰۴ - ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:



۱. جسی به جرم m با سرعت v_0 بر روی جسی به جرم M که در ابتدا ساکن است می‌لغزد (مطلق شکل روبرو). μ ضریب اصطکاک بین m و M است و از اصطکاک بین M و سطح افقی صرف‌نظر می‌شود. پس از چه مدتی جرم m نسبت به جرم M به حال سکون در می‌آید.



۲. تو تفنگی گلوله‌ای با سرعت 1000 m/s خارج می‌شود. اگر بخواهیم گلوله به هدفی در فاصله $d = 2 \text{ km}$ (مطلق شکل روبرو) برخورد کند، تحت چه زاویه‌ای باید لوله تفنگ نسبت به افق تایل داشته باشد.

۳. اتومبیلی روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع 200 m در حال حرکت است. اگر اندازه شتاب کل در لحظه‌ای که اندازه سرعت آن 20 m/s است برابر 2 m/s^2 باشد آنگاه تغییر تندی (اندازه سرعت) در این لحظه چقدر است؟

۴. تک نیروی بر جسم نره مانندای به جرم 2 kg چنان اثر می‌کند که مکان جسم بر حسب تابعی از زمان بصورت $x = 3t - 4t^2 + t^3$ داده می‌شود که در آن x بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است. کار انجام شده توسط نیروی وارد بر جسم را از $t = 0$ تا $t = 4 \text{ s}$ بدست آورید. توان لحظه‌ای در پایان ثانیه اول چقدر است.

$$a_{\text{Total}} = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$$

a_{Total}

*

$$3) -f = ma = m \frac{v - v_0}{t} \rightarrow v = v_0 - \frac{ft}{m} \quad -1$$

$$f = Ma' = M \frac{v - v_0}{t} = \frac{Mv}{t} \quad (1)$$

$$\frac{ft}{M} = v_0 - \frac{ft}{m} \rightarrow t = \frac{v_0}{f(\frac{1}{M} + \frac{1}{m})} = \frac{v_0}{\mu g(\frac{1}{M} + \frac{1}{m})}$$

$$t = \frac{v_0 \mu}{\mu g(M+m)} \quad (2) \rightarrow (3)$$

$$0 = -\frac{1}{2} \frac{g d^2}{v_{0x}^2} + \frac{v_{0z}}{v_{0x}} d \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} g d = v_{0x} v_{0z} = v^2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{2} v^2 \sin 2\alpha$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arcsin \frac{g d}{v^2} = \frac{1}{2} \arcsin \frac{9.81 \times 2.00 \text{ m}}{(100 \text{ m/s})^2} = 0.56^\circ$$

زاویه انحراف بسیار کوچک است و تقریباً برابر با نصف زاویه افت است.

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_z^2} \quad a_r = \frac{v^2}{r} = 2 \text{ m/s}^2 \quad -2$$

$$3 = \sqrt{a_r^2 + a_z^2} \rightarrow a_r = \sqrt{5} \quad (5)$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 3 - t + t^2 \quad \text{ضرب در 2}$$

$$t=0 \rightarrow v_i = 3 \text{ m/s} (t=0), v_f = 1 \text{ m/s} (t=6)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 8 \text{ J} \quad (6)$$

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = \int (-1+5t)(3-t+t^2) dt = 8 \text{ J} \quad (7)$$

$$P = \frac{dw}{dt} = m a \cdot \frac{dx}{dt} = m (-1+5t)(3-t+t^2)$$

$$t=1 \rightarrow P = 1 \times (-2)(-2) = 4 \text{ J/s} \quad (8)$$

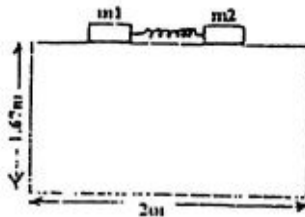
بنام خدا

آزمون میان ترم دوم فیزیک عمومی ۱ مورخ ۸۸/۰۹/۱۸

مدت ۹۰ دقیقه

سئواریت استفاده از ماشین حساب و تلفن همراه

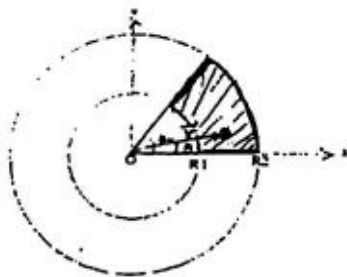
به هیچ سؤالی پاسخ داده نمیشود



۱- مطابق شکل دو جسم $m_1=0.5\text{kg}$ و $m_2=1\text{kg}$ روی میز افقی بدون اصطکاک قرار دارند. فنری به ضریب ثابت $k=100\text{N/m}$ را بین آنها قرار داده و دو جسم را بهم نزدیک میکنیم بطوریکه فنر به اندازه 10cm فشرده شود سپس دو جسم را رها میکنیم. اگر طول میز 2m و ارتفاع آن 1.67m باشد سطح برخورد دو جسم با زمین را بدست آورید.

۲- دو ذره A به جرم 2kg و B به جرم 4kg برخورد میکنند.

سرعت قبل از برخورد آنها $\vec{V}_A = 15\hat{i} + 30\hat{j}$ و $\vec{V}_B = -10\hat{i} + 5\hat{j}$ اگر بردار سرعت ذره A پس از برخورد $\vec{V}_A' = 5\hat{i} + 20\hat{j}$ باشد، بردار سرعت و تنیدی نهایی ذره B را حساب کنید. انرژی تلف شده در جریان برخورد چند ژول است و نوع برخورد چیست؟



۳- جرمی بخور غیر یکنواخت بین دو کمان دایره به شعاع های R_1 و R_2 و زاویه مرکزی θ با چگالی $\sigma = (\sigma_0/R_1)\sin\theta$ (مطابق شکل) قرار دارد که r فاصله هر نقطه از جسم تا مبدا O زاویه θ و چگال سطحی است. مرکز جرم این شکل سطح را نسبت به O و محورهای x و y بدست آورید.

۴- ذره ای به جرم m روی مسیر دایره ای بدون اصطکاک در صفحه قائم حرکت میکنند و در بالاترین نقطه دایره دارای سرعت کمینه میباشد. این ذره در پایین مسیر با ذره ای به جرم M که در حال سکون است برخوردی کلاسیک غیر کشسان انجام میدهد و پس از طی مسافت L (جسم M) به حال سکون در میآید. ضریب اصطکاک سطح افقی را بدست آورید.



$g=10\text{m/s}^2$ است

$$d = r \sin \theta \, d\theta \, r \, d\theta$$

$$\frac{\sigma \cdot r}{R_1} \sin \theta \, r \, d\theta \, r \, d\theta =$$

$$\frac{1}{2} m v^2 + m g (2R) = \frac{1}{2} (m + M) v^2 + m g L + u$$

1) $12N = 4a \quad \left\{ \begin{array}{l} 12 = 4a \\ a = 3 \frac{m}{s^2} \end{array} \right. \quad 12 = 6a \quad a = 2 \frac{m}{s^2} \quad \boxed{1}$
 $20 - 0.5 \times 4 = 2a' \quad a' = 9 \frac{m}{s^2} \quad \boxed{\vec{a} = 2\hat{i} - 9\hat{j}} \quad \boxed{1}$
 $\Rightarrow a'' = a' - a \quad \boxed{a'' = -9\hat{j}} \quad \boxed{1}$

2) $\frac{1}{2} m (5Rg) - \frac{1}{2} k x^2 = -\mu_k m g x$
 $\frac{1}{2} m (5Rg) - \frac{1}{2} k x^2 = -\frac{1}{2} m g (2)$
 $50 - 7000 x^2 = -20 \quad 70 = 7000 x^2 \quad x^2 = \frac{1}{100} \quad \boxed{x = 0.1m} \quad \boxed{1}$
 $\Rightarrow a_T = g \quad a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{3Rg}{R} = 3g \quad \boxed{\vec{a} = 30\hat{i} - 10\hat{j}} \quad \boxed{1}$

3) $w = \int y dx + x dy \quad w = \int_1^2 x(3x) dx + 3x dx$
 $w = x^3 + \frac{3}{2} x^2 \Big|_1^2 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$
 $1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} x^2 v^2 - \frac{1}{2} x^2 v_1^2 \quad v^2 = 4 \quad \boxed{v = 2 \frac{m}{s}} \quad \boxed{1}$
 $\Rightarrow w = w_1 + w_2 \quad w = \int x y dx + x dy$
 $w_1 = 0 \quad \text{at } x=0 \quad w_2 = \int_0^1 3x dx = \frac{3}{2}$
 $w'_1 = 0 \quad \text{at } y=0 \quad w'_2 = \int_0^1 y dy = \frac{1}{2}$
 $w = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2 \quad w \neq w'$

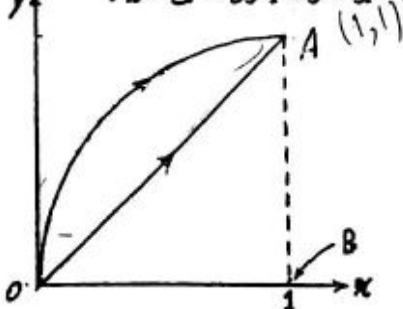
$x_{cm} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi}$
 $= \frac{\frac{1}{3} R^3 \times \frac{1}{2} \sin^2 \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}}{\frac{1}{2} R^2 \cos \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{R(\frac{1}{2})}{3(1 - \frac{1}{2})} = \frac{R}{6(1 - \frac{1}{2})}$
 $y_{cm} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi}$
 $= \frac{\frac{1}{3} R^3 \times \frac{1}{2} \sin^2 \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}}{\frac{1}{2} R^2 \cos \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}} = \frac{2R \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2\phi}{2} d\phi}{3(1 - \frac{1}{2})}$
 $= \frac{2R(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2})}{3(1 - \frac{1}{2})} = \frac{R(\pi - 2)}{3(1 - \frac{1}{2})}$

$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(\frac{1}{2} K_i)}{m}} = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{m v_i^2}{m}} = \sqrt{\frac{1}{2} (1.4)^2} = 1 \frac{m}{s} \quad \boxed{1}$

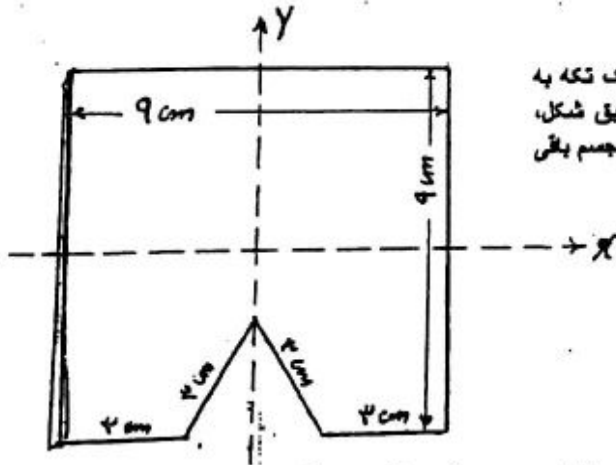
$\vec{J} = m v_f - m v_i = m(1 - 1.4) = -0.4m = -0.4 \times 0.1 = -0.04$

$F = \frac{0.04}{0.01} = 4N$

۱- گلوله ای سبک بر روی صفحه $X-Y$ تحت اثر نیروی پراگند F به شکل $F = (1 - y^2)i + (x^2 - 2x + 1)j$ قرار می گیرد. کار این نیرو را از نقطه O تا A در دو مسیر ربع دایره (به مرکز B) و مستقیم OA ، در صفحه $X-Y$ ، بدست آورید. آیا نیروی فوق پلیمتر است؟ جواب خود را با محاسبه کار در مسیر دلخواه دیگری تحقیق نمایید.

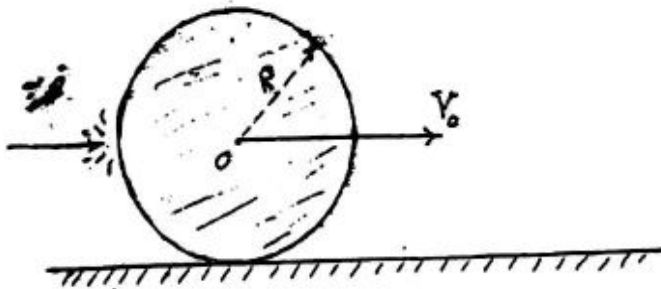


پسر بچه ای به جرم 40 کیلوگرم در آتشی قلیقی یخی به جرم 200 کیلوگرم و به طول 4 متر ایستاده است. قلیقی با سرعت ثابت 5 متر بر ثانیه بر روی سطح صاف و بدون اصطککی از یخ در حال حرکت می باشد. در یک لحظه پسر بچه با سرعت 2 متر بر ثانیه به قسمت جلوی قلیقی می رود. مطلوب است محاسبه میزان جابجایی قلیقی بر روی یخ طی مدت زمان حرکت پسر بچه.



از یک جسم فلزک مربع شکل به اضلاع 9 سانتیمتر یک تکه به شکل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع 3 سانتیمتر، مطابق شکل، بریده شده است. مطلوب است مختصات مکان مرکز جرم جسم باقی مانده نسبت به دستگاه مختصات مشخص شده در شکل.

به یک استوانه تو پر به جرم M و شعاع R که در ابتدا ساکن بر روی سطح صاف میزی قرار گرفته است، مطابق شکل ضربه ای افقی و عمود بر وسط محور آن وارد می شود. سرعت اولیه استوانه بر اثر این ضربه V_0 و ضریب اصطکاک میان آن و سطح میز μ می باشد. این استوانه قبل از آنکه حرکت غلتشی محض خود را شروع کند چه مسافتی را بر روی میز به جلو حرکت خواهد کرد.



5

5- جسمی به جرم 2 کیلوگرم از ارتفاع 1.5 متری بر روی فنری با ثابت فنری $k = 1960 \text{ N/m}$ رها می شود. با صرف نظر کردن از اصطکاک حداکثر مقدار تراکم فنر را حساب کنید. ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)



$$F = mg$$

$$U = mgh$$

$$mg = kx$$

$$x = \frac{mg}{k}$$

از طرف

$$U_A = U_B$$

$$mg(h+x) = \frac{1}{2} k x$$

$$mg = \frac{1}{2} k x$$

$$\frac{1}{2} + \frac{mg}{k} = \frac{1}{2}$$

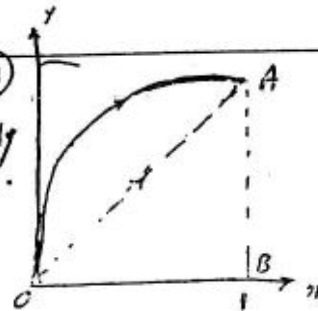
یا

$$r_2 - r_1 = \frac{14-10}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$$

$$F = (1-y^2)\hat{i} + (x^2-2xy+1)\hat{j}$$

$$W_{OA} = \int_{OA} F_x dx + \int_{OA} F_y dy = \int_0^1 (1-y^2) dx + \int_0^1 (x^2-2xy+1) dy$$

$$(x-1)^2 + y^2 = 1 \quad x=y$$



$$W_{OA} = \int_0^1 (x^2-2xy+1) dx + \int_0^1 (1-y^2) dy = \left[\frac{x^3}{3} - xy^2 + x \right]_0^1 + \left[y - \frac{y^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3} - 1 + 1 + 1 - \frac{1}{3} = 1$$

$$W_{OA} = \int_0^1 (1-x^2) dx + \int_0^1 (y^2-2xy+1) dy = \left[x - \frac{x^3}{3} \right]_0^1 + \left[\frac{y^3}{3} - xy^2 + y \right]_0^1 = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - 1 + 1 = 1$$

$$W_{OBA} = W_{OB} + W_{BA} = \int_0^1 dx + \int_0^1 (1-x^2) dy = 1$$

$20 \times 11 = \left(\frac{9}{r} - x\right) \times 1 \Rightarrow x = 15 \text{ m}$
 (نقص در وزن) $\frac{r}{2}$
 برای حالت زیر از آن (نیمه مرکز برای آن در یک نقطه)
 مرکز ۱۵ (نیمه) در جهت دیگر است

$$x_f = 2x = 2 \times 15 = 30 \text{ m}$$

$$t = \frac{9}{r} = 5 \text{ sec} \rightarrow x_r = 15 \text{ m}$$

$$x_f = x_r - x_i = 15 - 1 = 14 \text{ m}$$

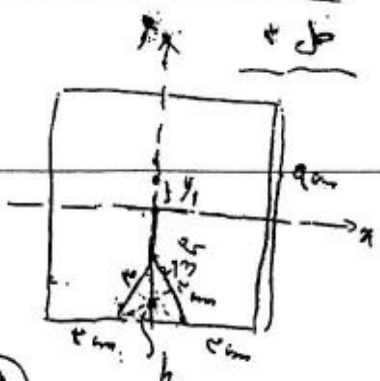
مرکز ثقل (نقطه تعادل)

$$h = 1 \text{ m}$$

$$11 - \frac{9}{2} \sqrt{5}$$

$$y_{cm} = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2}{m} = \frac{y_1 (11 - \frac{9}{2} \sqrt{5})}{11 - \frac{9}{2} \sqrt{5}}$$

$$y_1 = \frac{11 - \frac{9}{2} \sqrt{5}}{11 - \frac{9}{2} \sqrt{5}} \Rightarrow y_1 = 1$$



$\frac{11}{2} \times 1 = 5.5$
 $\frac{9}{2} \times 1 = 4.5$

$$f_k = -\mu_k a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = -\frac{\mu_k g}{1} = -\mu_k g \quad (1/10) \quad \underline{\Delta \delta}$$

$$\tau = f_k R \Rightarrow I_c \alpha = f_k R \Rightarrow f_k R = \left(\frac{1}{2} M R^2\right) \alpha \Rightarrow \mu_k M g R = \frac{1}{2} M R^2 \alpha$$

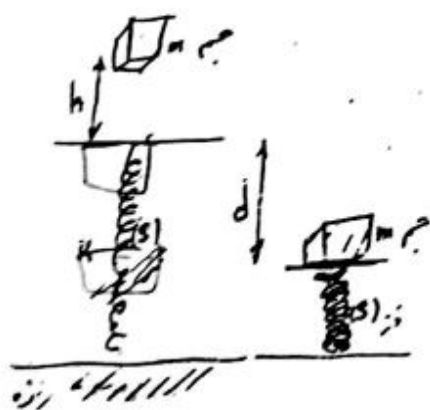
$$\Rightarrow \alpha = \frac{2 \mu_k g}{R} \quad (1/10)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = v_0 + at \\ \omega = \omega_0 + \alpha t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = v_0 - \mu_k g t \\ \omega = 0 + \frac{2 \mu_k g}{R} t \end{cases}$$

Condition: $v = R\omega \Rightarrow v_0 - \mu_k g t = R \left(\frac{2 \mu_k g}{R} t\right) \Rightarrow \boxed{t = \frac{v_0}{3 \mu_k g}} \quad (1/10)$

$$\Rightarrow v = v_0 - \mu_k g t = v_0 - \mu_k g \frac{v_0}{3 \mu_k g} \Rightarrow \boxed{v = \frac{2}{3} v_0} \quad (1/10)$$

$$\Rightarrow \mathcal{H} = \frac{v^r - v_0^r}{ra_{cm}} = \frac{\frac{2}{3} v_0^r - v_0^r}{-R \mu_k g} \Rightarrow \boxed{\mathcal{H} = \frac{\Delta v_0^r}{1.5 \mu_k g}} \quad (1/10)$$



$$U_{in} + U_{fs} + K_{in} = U_{fm} + U_{fs} + K_{fm} \quad (1/10)$$

$$K_{in} = \frac{1}{2} m v_i^r = 0, \quad K_{fm} = 0$$

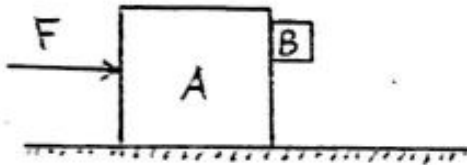
$$mgh + 0 + 0 = mg(-d) + \frac{1}{2} k d^r + 0$$

$$2 \times 9.8 \times 1.5 = 2 \times 9.8 \times (-d) + \frac{1}{2} \times 175 \times d^r \quad (1/10)$$

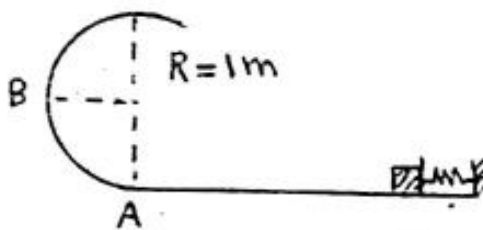
$$d^r - 0.12 d - 0.176 = 0$$

$$\boxed{d = 0.1 \text{ m} = 10 \text{ cm}} \quad (1/10)$$

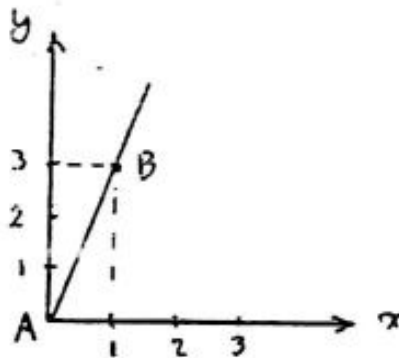
توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.



- ۱- نیروی ۱۲ نیوتونی به جسم ۴ کیلوگرمی A بصورت افقی اعمال می گردد. اگر ضریب اصطکاک جنبشی و ایستایی بین اجسام A و B به ترتیب ۵.۰ و ۶.۰ و سطح افقی بدون اصطکاک باشد.
الف- بردار شتاب جسم ۲ کیلوگرمی B را بدست آورید.
ب- شتاب نسبی جسم B را نسبت به A بدست آورید.



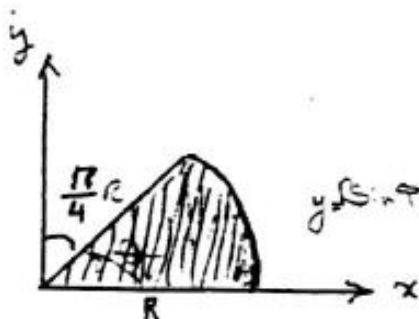
- ۲- جسی به جرم ۱ kg را مطابق شکل در جلوی یک فنر با ثابت $k = 7000 \frac{N}{m}$ روی سطحی افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = \frac{1}{2}$ قرار داده و سپس آنرا فشار می دهیم بطوریکه فاصله جسم از نقطه A در پایین مسیر دایره ای بدون اصطکاک برابر ۲ m گردد اگر این فشردگی فنر کمترین مقدار برای رسیدن جسم به بالاترین نقطه مسیر دایره ای باشد.
الف- فشردگی فنر را بدست آورید.
ب- بردار شتاب را در نقطه B در امتداد مرکز مسیر دایره ای بدست آورید.



- ۳- جسی به جرم ۲ kg با تندی اولیه $\sqrt{\frac{3}{2}} \frac{m}{sec}$ از نقطه A به سمت راست می رود. نیروی برآیند $\vec{F} = xy\vec{i} + xz\vec{j}$ مستقیم به طرف نقطه B حرکت می کند.

الف- تندی جسم را در نقطه B بدست آورید.

ب- آیا این نیرو پایدار است.



- ۴- یک صفحه بشکل قطاعی از دایره به شعاع R و چگالی $\sigma = \sigma_0 \sin \phi$ که σ_0 مقداری ثابت است مفروض است. مرکز جرم این صفحه را بدست آورید.

- ۵- توبی به جرم ۰.۱ kg با تندی $1.4 \frac{m}{s}$ به دیواری برخورد می کند و فقط با ۵۰٪ انرژی جنبشی اولیه خود رو به عقب واپس می گردد. اگر توب به مدت ۰.۰۱ s با دیوار در تماس باشد در این بازه زمانی نیروی متوسط وارد بر توب را به دست آورید.

$$\text{و) } \begin{cases} 12N = 4a \\ v = 2a \end{cases} \quad 12 = 4a \quad a = 3 \frac{m}{s^2}$$

$$20 - 0.5 \times 4 = 2a' \quad a' = 9 \frac{m}{s^2} \quad \boxed{\vec{a} = 2\hat{i} - 9\hat{j}} \quad (1)$$

$$\rightarrow a'' = a' - a \quad \boxed{a'' = -9\hat{j}} \quad (1)$$

$$\text{ا) } \frac{1}{2} m (5Rg) - \frac{1}{2} k x^2 = -\mu_k mg x$$

$$\frac{1}{2} m (5Rg) - \frac{1}{2} k x^2 = -\frac{1}{2} mg (2)$$

$$50 - 7000 x^2 = -20$$

$$70 = 7000 x^2 \quad x^2 = \frac{1}{100} \quad \boxed{x = 0.1m} \quad (1)$$

$$\rightarrow a_T = g \quad a_N = \frac{v^2}{R} = \frac{3Rg}{R} = 3g \quad \boxed{\vec{a} = 30\hat{i} - 10\hat{j}} \quad (1)$$

$$\text{ا) } W = \int y dx + x dy \quad W = \int_0^1 x(3x) dx + 3x dx$$

$$W = x^3 + \frac{3}{2} x^2 \Big|_0^1 = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2} \times 2 v^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times \frac{3}{2} \quad v^2 = 4 \quad \boxed{v = 2 \frac{m}{s}} \quad (1)$$

$$y = 3x$$

$$dy = 3dx$$



$$\text{ب) } W = W_1 + W_2 \quad W = \int xy dx + x dy$$

$$W_1 = 0 \quad \text{for } x=0 \quad W_2 = \int_0^1 3x dx = \frac{3}{2}$$

$$W_1 = 0 \quad \text{for } y=0 \quad W_2 = \int_0^3 1 dy = 3$$

$$W = 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \quad W' = 0 + 3 = 3$$

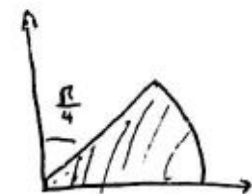
$$W \neq W' \quad \text{بما ان المسار ليس مستقيماً}$$

$$x_{cm} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi}{\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi} \quad (0.5)$$

$$= \frac{\frac{1}{3} R^3 \times \frac{1}{2} \sin^2 \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}}{\frac{1}{2} R^2 \cos \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}} = \frac{R (\frac{1}{2})}{3 (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})} = \frac{R}{6 (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})}$$

$$y_{cm} = \frac{\int y dm}{\int dm} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^R r \sin \phi r \sin \phi r dr d\phi}{\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^R r \sin \phi r dr d\phi} = \frac{\frac{1}{3} R^3 \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3 \phi d\phi}{\frac{1}{2} R^2 \cos \phi \Big|_0^{\frac{\pi}{4}}} = \frac{2R \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1 - \cos^2 \phi}{2} d\phi}{3 (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})} \quad (0.5)$$

$$= \frac{2R (\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4})}{3 (1 - \frac{\sqrt{2}}{2})}$$



$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2(\frac{1}{2} K_i)}{m}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} m v_i^2}{m}} = \sqrt{\frac{1}{2} (1.4)^2} = 1 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$\vec{J} = m v_f - m v_i = m (1 + 1.4) = 0.4 m = 0.4 \times 0.1$$

$$\vec{F} = \frac{0.04}{0.01} = 4 N$$

5

امتحان ترم فیزیک عمومی I

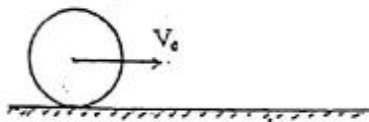
نیمسال اول ۹۰-۹۱

نام و نام خانوادگی: انور خیزی
شماره دانشجویی: ۹۰۱۳۵/۸

مدت: یک ساعت و نیم

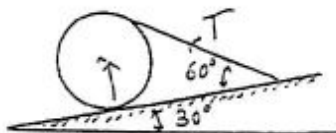
توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود.

- ۱- یک پوسته استوانه‌ای به جرم M و شعاع R را با سرعت v_0 روی یک سطح افقی به حرکت وامی داریم. ضریب اصطکاک جنبشی بین پوست و سیر μ_k است. الف - با استفاده از رابطه $I = \int r^2 dm$ لختی دورانی پوست را حول محورش بدست آورید.

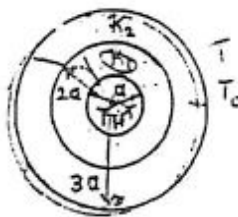


- ب - بعد از چه مدت حرکت غلشی شروع می گردد.
ج - کار نیروی اصطکاک را در این مدت بدست آورید.

- ۲- کره‌ای به جرم M مطابق شکل روی یک سطح شیب‌دار در حالت تعادل قرار دارد کشش وارد بر کابل را بدست آورید.



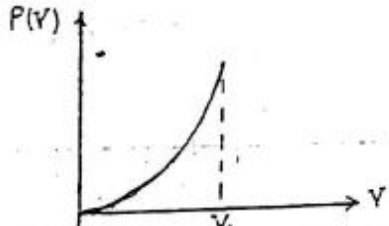
- ۳- یک کوره گرمایی کروی مطابق شکل با دمای $T_H = 2T$ بوسیله دو لایه بارسانش گرمایی $k_1 = k$ و $k_2 = 2k$ عایق‌بندی شده است. اگر $T_c = T$ باشد در حالت پایا جریان گرمایی H را بدست آورید.



$$\frac{kA \Delta T}{L}$$

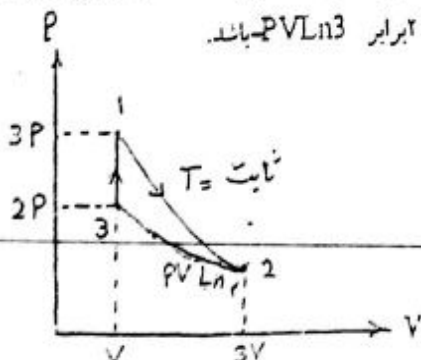
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

- ۴- شکل زیر توزیع تندی فرضی را برای ذرات گاز معینی نشان می دهد. به ازای $P(v) = cv^2$ ، $0 < v \leq v_0$ و به ازای $P(v) = 0$ ، $v > v_0$ است. الف - عبارتی برای c بر حسب v_0 پیدا کنید. ب - اگر چگالی و جرم مولکولی گاز به ترتیب ρ و M باشد دمای فشار گاز را بدست آورید.



$$\sqrt{\frac{3P_0 T}{m}}$$

- ۵- در شکل زیر یک چرخه برگشت‌ناپذیر را برای یک مول گاز جند اتمی خاص نشان می دهد که در آن فرایند ۲-۳ برگشت‌ناپذیر است. اگر مقدار کار انجام شده روی گاز در فرایند ۳-۲ برابر $3PVL \ln 3$ باشد.



الف - راندمان چرخه چند است.

ب - تغییرات آنتروپی را در کلیه فرآیندها بدست آورید.

$$\ln 3 = 1.1$$

$$\ln 2 = 0.7$$

$$\text{Sol)} I = \int r^2 dm = \int_0^R r^2 \sigma R d\phi dz = \sigma R (2\pi R) \int_0^R r^2 dr = \pi \sigma R^4$$

$$\text{1)} -\mu_K Mg = Ma = m \frac{v_c - v_0}{t} \quad -\mu_K Mg R' = I \alpha = m R^2 \left(-\frac{v_c}{R} \right) \quad (1)$$

$$m \frac{v_c - v_0}{t} = m R \left(-\frac{v_c}{R} \right) \quad v_c - v_0 = -v_c \quad \boxed{v_c = \frac{v_0}{2}} \quad (2)$$

$$-\mu_K Mg = \frac{v_c - v_0}{t} \quad \left[t = \frac{v_0}{2\mu_K g} \right] \quad (6)$$

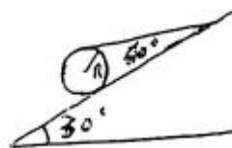
$$2) W_f = \Delta KE = \frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{1}{2} M v_c^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = \frac{1}{2} M R^2 \frac{v_c^2}{R^2} + \frac{1}{2} M v_c^2 - \frac{1}{2} M v_0^2 = M \frac{v_c^2}{4} - \frac{1}{2} M v_0^2$$

$$\boxed{W_f = -\frac{1}{4} M v_0^2} \quad (3)$$

$$RT = R F_S \quad T = F_S \quad (3)$$

$$F_S + T \cos 60 - Mg \sin 30 = 0 \quad (5)$$

$$F_S + \frac{T}{2} - \frac{Mg}{2} = 0 \quad T = \frac{Mg}{3}$$



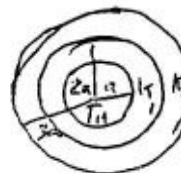
$$H = \frac{4\pi K r_1 r_2 (T_1 - T_2)}{r_2 - r_1} \quad (3)$$

$$H_1 = \frac{4\pi K \alpha a^2 (2T - T_M)}{a} = 8\pi K \alpha (2T - T_M)$$

$$H_2 = \frac{4\pi K (6a^2)}{a} (T_M - T) = 48\pi K \alpha (T_M - T)$$

$$8\pi K \alpha (2T - T_M) = 48\pi K \alpha (T_M - T)$$

$$H = 8\pi K \alpha (2T - \frac{8}{7}T) = \frac{48}{7} \pi K \alpha T \quad (2)$$

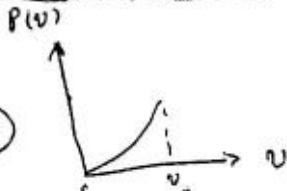


$$\int_0^v P(v) dv = 1 \quad \int_0^v C v^2 dv = 1 \quad \boxed{C = \frac{3}{v_0^3}} \quad (3)$$

$$\overline{v^2} = \int_0^v v^2 \frac{3v^2}{v_0^3} dv = \frac{3}{5} v_0^2 \quad v_{rms} = \sqrt{\frac{3}{5}} v_0 \quad (4)$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3P}{f}} \quad \frac{3P}{f} = \frac{3}{5} v_0^2 \quad \boxed{P = \frac{f}{5} v_0^2} \quad (1.5)$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \frac{3RT}{M} = v_{rms}^2 = \frac{3}{5} v_0^2 \quad \boxed{T = \frac{M}{5R} v_0^2} \quad (1.5)$$



$$C_v = 3R \quad C_p = 4R \quad (2) \quad C_v = \frac{dU}{n dT} \quad U = \frac{5}{2} nRT \quad (5)$$

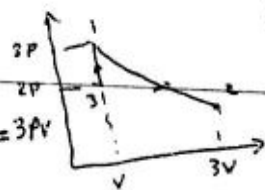
$$\frac{1}{3} \frac{3P}{V} \quad \frac{2}{3} \frac{2P}{V} \quad \frac{2}{3} \frac{P}{3V}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \quad (3P) V = 3V P_2 \quad P_2 = P \quad T_2 = T$$

$$Q_{12} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = R \frac{3PV}{R} \ln 3 = 3PV \ln 3 \quad Q_{31} = nC_v \Delta T = 3R \left(\frac{3PV}{R} - \frac{2PV}{R} \right) = 3PV$$

$$W_{12} = 3PV \ln 3 \quad W_{31} = 0 \quad W_{23} = -PV \ln 3 \quad W = 2PV \ln 3$$

$$2PV \ln 3 = 3PV \ln 3 + 3PV + Q_{23} \quad Q_{23} = -PV \ln 3 - 3PV$$



امتحان میان ترم فیزیک عمومی ۱

نیمسال اول ۹۲-۹۱

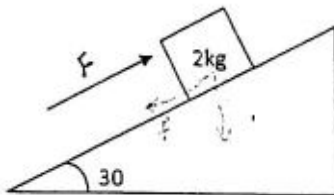
زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

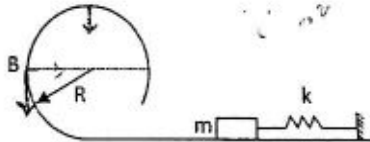
شماره دانشجویی:

$$g=10\text{m/s}^2$$

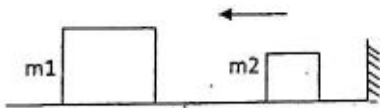
توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود



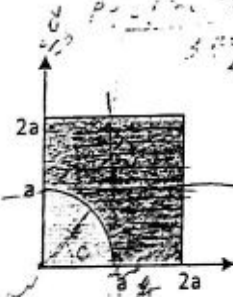
۱- جسمی به جرم 2kg بر روی یک سطح شیب دار با ضریب اصطکاک جنبشی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ قرار گرفته است اگر یک نیروی $F=5t+10$ نیوتونی را موازی سطح شیب دار مطابق شکل به آن اعمال کنیم. در آخر ثانیه اول توان لحظه ای را بدست آورید.



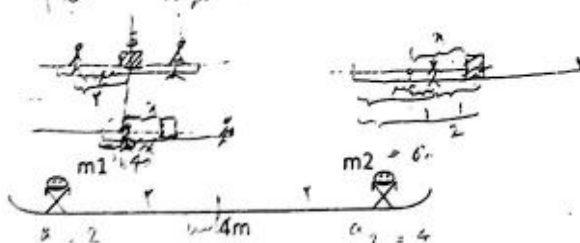
۲- جسمی به جرم m در کنار فنری با ثابت k قرار گرفته است آنرا فشرده و سپس رها می سازیم. الف) کمترین فشردهگی فنر چقدر باشد تا جسم بتواند روی مسیر دایره ای شعاع R باقی بماند. ب) شتاب جسم را در نقطه ای B بدست آورید. (از اصطکاک سطوح صرف نظر کنید)



۳- جسمی به جرم $m_1=100\text{kg}$ روی یک میز بدون اصطکاک درازی که یک طرفش به دیوار متکی است در حالت سکون قرار دارد. جسم دیگری به جرم m_2 را میان جسم اول و دیوار قرار میدهیم و آنرا با سرعت ثابت v_0 مطابق شکل به سمت چپ به حرکت در می آوریم با فرض اینکه برخوردها کاملاً کشسان اند مقدار m_2 چقدر باشد تا بعد از آنکه یک بار با m_1 و یک بار با دیوار برخورد کرد سرعت هر دو جسم مساوی شود.



۴- مرکز جرم جسم هاشور خورده را بدست آورید. پخش جرم را یکنواخت و چگالی را σ فرض کنید. (اثبات کامل)



۵- دو نفر به جرم های $m_1=40\text{kg}$ و $m_2=60\text{kg}$ که در ابتدا و انتهای یک قایق به جرم 120kg و طول 4m ایستاده اند. در یک لحظه با شتاب $a_1=2\text{m/s}^2$ و $a_2=4\text{m/s}^2$ بطرف هم شروع به حرکت می کنند. اگر از اصطکاک قایق با آب صرف نظر کنیم. الف) در آخر ثانیه اول قایق چقدر جابجا می گردد. ب) سرعت نسبی فرد 40kg نسبت به قایق چقدر است.

$$x_1 = 1.5 \times 2 = 3$$

$$x_2 = 1.5 \times 4 = 6$$

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{40 \times 3 + 60 \times 6}{40 + 60} = \frac{120 + 360}{100} = 4.8$$

$$4 \times 2 + 6 \times 4 = 4 \times x_1 + 6 \times x_2 + m_3 x_3$$

$$4 \times 2 + 6 \times 6 = 4 \times x_1 + 6 \times x_2 + m_3 x_3$$

امتحان میان ترم فیزیک عمومی ۱

نیمسال اول ۹۱-۹۲

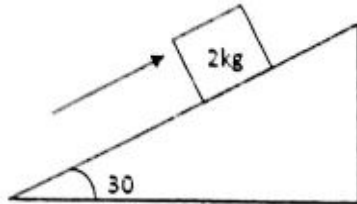
زمان پاسخگویی: ۹۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: علی ارجمندی شاد

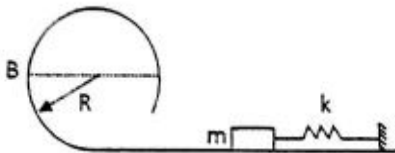
شماره دانشجویی:

$g=10\text{m/s}^2$

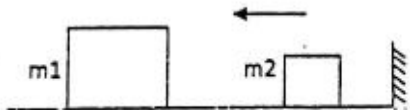
توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده نمی شود



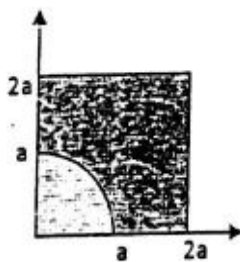
۱- جسمی به جرم 2kg بر روی یک سطح شیب دار با ضریب اصطکاک جنبشی $\frac{\sqrt{3}}{2}$ قرار گرفته است اگر یک نیروی $F=5t+10$ نیوتونی را موازی سطح شیب دار مطابق شکل به آن اعمال کنیم. در آخر ثانیه اول توان لحظه ای را بدست آورید.



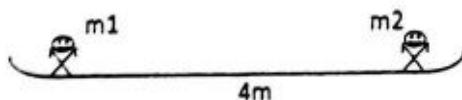
۲- جسمی به جرم m در کنار فنری با ثابت K قرار گرفته است آنرا فشرده و سپس رها می سازیم. (الف) کمترین فشردگی فنر چقدر باشد تا جسم بتواند روی مسیر دایره ای شعاع R باقی بماند. (ب) شتاب جسم را در نقطه ای B بدست آورید. (از اصطکاک منطوح صرف نظر کنید)



۳- جسمی به جرم $m_1=100\text{kg}$ روی یک میز بدون اصطکاک درازی که یک طرفش به دیوار متکی است در حالت سکون قرار دارد. جسم دیگری به جرم m_2 را میان جسم اول و دیوار قرار میدهم و آنرا با سرعت ثابت v_0 مطابق شکل به سمت چپ به حرکت در می آوریم با فرض اینکه برخورد ها کاملاً کشمان اند مقدار m_2 چقدر باشد تا بعد از آنکه یک بار با m_1 و یک بار با دیوار برخورد کرد سرعت هر دو جسم مساوی شود.



۴- مرکز جرم جسم هائوسر خورده را بدست آورید. پخش جرم را یکنواخت و چگالی را σ فرض کنید. (اثبات کامل)



۵- دو نفر به جرم های $m_1=40\text{kg}$ و $m_2=60\text{kg}$ که در ابتدا و انتهای یک قایق به جرم 120kg و طول 4m ایستاده اند. در یک لحظه با شتاب $a_1=2\text{m/s}^2$ و $a_2=4\text{m/s}^2$ بطرف هم شروع به حرکت می کنند. اگر از اصطکاک قایق با آب صرف نظر کنیم. (الف) در آخر ثانیه اول قایق چقدر جابجا می گردد. (ب) سرعت نسبی فرد 40kg نسبت به قایق چقدر است.

$$F - mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta = ma$$

$$50T + 10 - 2 \times 10 \times \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2a$$

$$50T - 15 = 2a$$

$$a = 25T - \frac{15}{2}$$

$$F = 50T - 15 \quad (2)$$

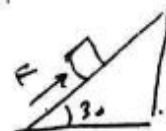
$$F(1) = 35 \rightarrow -1$$

$$v = \frac{25}{2}t^2 - \frac{15}{2}t \quad (2)$$

$$v(1) = 5 \rightarrow -3.5$$

$$P = 35 \times 5 = 175 \text{ W} \quad (4)$$

$$P = 175 \text{ W}$$



$$\frac{1}{2} K x^2 = mg(2R) + \frac{1}{2} m (\sqrt{Rg})^2$$

$$x = \sqrt{\frac{5Rg}{K}}$$

$$x = \sqrt{\frac{5Rg}{K}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} K x^2 = mg(R) + \frac{1}{2} m v^2$$

$$(4)$$

$$\frac{1}{2} K \left(\sqrt{\frac{5Rg}{K}} \right)^2 = mgR + \frac{1}{2} m v^2 \quad v^2 = 3Rg \quad (1)$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = 3g \quad (2)$$

$$a_r = g \sin \theta = g \sin \frac{\pi}{2} = g \quad (2)$$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \hat{i} - g \hat{j}$$

$$\vec{a} = 3g \hat{i} - g \hat{j} \quad (1)$$

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = -v_1 \quad (2)$$

$$v_2 = -v_1$$

$$(3)$$

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (2)$$

$$\frac{2m_2}{m_1 + m_2} = -\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}$$

$$3m_2 = m_1 \quad m_2 = \frac{100}{3} \text{ kg} \quad (2)$$

$$-v_2' = \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (2)$$

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$x_{c.m.} = 0 \quad y_{c.m.} = 0$$

$$y_{c.m.} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} \quad (4)$$

$$x_1 = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int_0^R x \rho \pi r dr}{\int_0^R \rho \pi r dr} = \frac{\frac{1}{2} \rho \pi R^3}{\frac{1}{2} \rho \pi R^2} = \frac{4R}{3\pi} = \frac{4a}{3\pi} \quad (4)$$

$$0 = \frac{\sigma \left(\frac{\pi a^2}{4} \right) \frac{4a}{3\pi}}{m_1 + m_2} - \left[\sigma \left(4a^2 - \frac{\pi a^2}{4} \right) \right] x_2$$

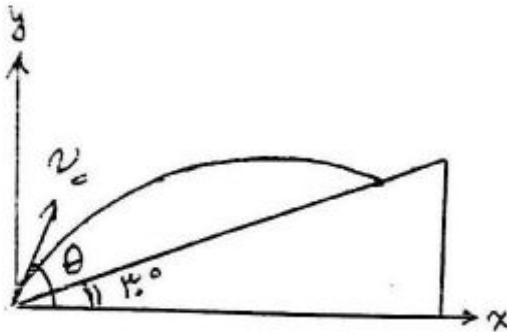
$$x_2 = \frac{a^3}{(4a^2 - \frac{\pi a^2}{4})} \quad (4)$$

$$y_2 = \left(\frac{a^3}{4a^2 - \frac{\pi a^2}{4}} \right)$$

ليست نول

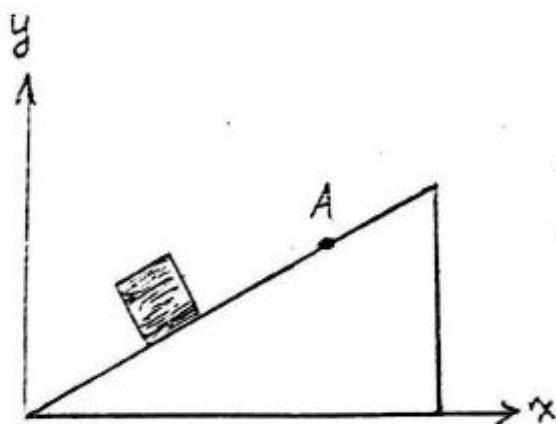
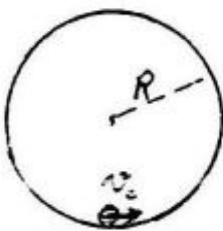
توجه: به هیچ سوالی پاسخ داده نمی‌شود.

- ۱- قایقی زمانیکه سرعت آن به v_0 میرسد موتورش خاموش می‌شود. از آن به بعد نیروی اصطکاک $F = -\alpha v^2$ که در آن α ثابت و v تندی است به آن اعمال می‌گردد. سرعت و مکان را تابعی از زمان بدست آورید.



- ۲- از پائین یک سطح شیب‌دار با زاویه شیب ۳۰ درجه گلوله‌ای با تندی v_0 پرتاب می‌گردد. تحت چه زاویه پرتاب θ ، فاصله نقطه برخورد از نقطه پرتاب ماکزیمم می‌گردد.

- ۳- گلوله‌ای با سرعت $v_0 = \sqrt{4Rg}$ را از پائین یک پوسته کروی بدون اصطکاک به حرکت می‌اندازیم تا در یک مسیر دایره‌ای قائم حرکت نماید. آیا گلوله به بالاترین نقطه می‌رسد. اگر چنین است سرعت در بالاترین نقطه را بدست آورید. در غیر اینصورت کجا این گلوله از مسیر دایره‌ای خارج می‌گردد.



- ۴- جرمی به جرم ۲ kg را تحت نیروی برآیند $\vec{F} = 2xy\hat{i} + x^2\hat{j}$ از پائین یک سطح شیب‌دار به نقطه $A|_B^a$ روی سطح آن منتقل می‌کنیم.

الف) تندی جسم در آن نقطه چقدر است؟

ب) آیا این نیرو پایدار است (با اثبات).

$$F = ma \quad -\alpha v^2 = m \frac{dv}{dt} \quad \int + \frac{\alpha}{m} dt = - \int \frac{dv}{v^2}$$

$$\frac{\alpha}{m} t = \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0}$$

$$v = \frac{v_0}{\frac{\alpha}{m} v_0 t + 1}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t \frac{v_0}{\frac{\alpha}{m} v_0 t + 1} dt \quad x = \frac{m}{\alpha} \ln \left(\frac{\alpha}{m} v_0 t + 1 \right) \Big|_0^t$$

$$x = \frac{m}{\alpha} \ln \left(1 + \frac{\alpha}{m} v_0 t \right)$$

(✓Δ)

$$m \Delta E = 0 \quad mg(2R) + \frac{1}{2} m (\sqrt{4Rg})^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \quad v_0 = \sqrt{5Rg} \quad -3$$

$$\frac{1}{2} m (\sqrt{4Rg})^2 = mg(2R) + \frac{1}{2} m v^2 \quad v = 0 < \sqrt{4Rg} \quad (✓Δ)$$

بلا نمی رسد

$$\frac{1}{2} m v^2 + mg(h+R) = \frac{1}{2} m (\sqrt{4Rg})^2$$

$$v^2 = 4Rg - g(h+R)$$

(✓Δ)

$$N + mg \cos \theta = m \frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = Rg \left(\frac{h}{R} \right) = gh$$



$$gh + gh = 4Rg - gR$$

$$2h = 3R$$

$$h = \frac{3}{2} R \quad (✓Δ)$$

$$W_T = \Delta K E \quad W_T = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \quad -4$$

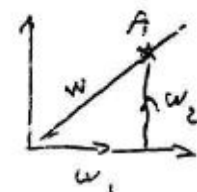
$$\int 2xy dx + x^2 dy = \frac{1}{2} m v^2$$

$$y = \tan \theta x = \frac{b}{a} x$$

$$\int_0^a 2x \left(\frac{b}{a} x \right) dx + x^2 \left(\frac{b}{a} dx \right) = \frac{1}{2} m v^2$$

$$dy = \frac{b}{a} dx$$

$$\frac{2}{3} a^2 b + \frac{1}{3} b a^2 = b a^2 \quad (1)$$



$$w_1 = 0 + 0 = 0 \quad w_2 = 0 + a^2 b = b a^2$$

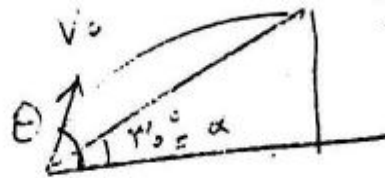
$$w = w_1 + w_2 = b a^2$$

پایستداری
چون از دو نیرو کار برابر است

(✓Δ)

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2xy & x^2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$\theta = 0$ در هر دو بار



$$y = (tg \theta) x - \frac{g x^2}{2(v_0 \cos \theta)^2} \quad (0.25)$$

$$x = R \cos \alpha \quad y = R \sin \alpha \quad (0.25)$$

$$R \sin \alpha = \frac{-g R^2 \cos^2 \alpha}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} + tg \theta R \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{-g R \cos^2 \alpha}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} + tg \theta \cos \alpha$$

$$\frac{g R \cos^2 \alpha}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} = tg \theta \cos \alpha - \sin \alpha$$

$$R = \frac{2 v_0^2 \cos^2 \theta}{g \cos^2 \alpha} (tg \theta \cos \alpha - \sin \alpha) \quad (0.5)$$

$$R = \frac{2 v_0^2}{g \cos^2 \alpha} (\cos \theta \sin \theta \cos \alpha - \cos^2 \theta \sin \alpha)$$

$$\frac{dR}{d\theta} = 0 \Rightarrow \cos \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \theta \sin \alpha = 0$$

$$\cos(\theta - \alpha) = 0 \Rightarrow \theta - \alpha = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{90^\circ + \alpha}{2} = \frac{90^\circ + 0^\circ}{2} = 45^\circ$$

(0.5)