

ریاضیات عمومی ۱

میان‌ترم اول، ۱۳۸۹/۷/۲۹، زمان: ۹۰ دقیقه

(۱) معادلهٔ مختلط $z^6 = \frac{1+i}{1-i}$ را حل کنید و تعیین کنید ریشه‌های این معادله در صفحهٔ اعداد مختلط رؤوس چه شکلی هستند.



(۲) سرعت نور نزدیک به $300,000$ کیلومتر بر ثانیه است (در واقع کمی کم‌تر) و نور خورشید در مدت زمانی بین ۸ تا ۹ دقیقه به زمین می‌رسد. نشان دهید اگر بتوانیم سرعت نور را با دقت 10 کیلومتر بر ثانیه و زمان رسیدن نور از خورشید به زمین را با دقت 10 میلی‌ثانیه (میلی‌ثانیه = یک هزارم ثانیه) اندازه بگیریم، خواهیم توانست فاصلهٔ زمین از خورشید را با دقتی بهتر از $10,000$ کیلومتر محاسبه کنیم.

(۳) الف) دو عدد گنگ بین صفر و یک مثال بزنید که رقم اول بعد از ممیز در بسط اعشاری آن‌ها متفاوت باشد ولی فاصله‌شان از 10^{-1000} کم‌تر باشد.

ب) فرض کنید α عددی گنگ باشد. نشان دهید اگر x_1, x_2, x_3, \dots دنباله‌ای از اعداد حقیقی همگرا به α باشد، عدد طبیعی n وجود دارد که هزار رقم اول در بسط اعشاری همهٔ اعداد $x_n, x_{n+1}, x_{n+2}, \dots$ با هم برابراند.

سوالات نمرهٔ برابر دارند.

لطفاً شمارهٔ صندلی خود را به خاطر بسپارید چون برای تقاضای تجدید نظر ضروری است.