

۱- انتگرال نامین زیر را پیدا کنید.

$$I = \int \frac{\sin(\ln x)}{x^2} dx$$

(۲/۵ نمره)

۲- در همگرایی یا واگرایی انتگرال زیر بحث کنید:

$$\int_0^{+\infty} \frac{dx}{1 - \cos \sqrt{x}}$$

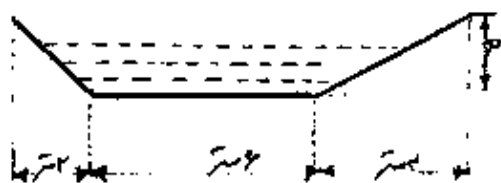
(۲/۵ نمره)

۳- فرض کنید

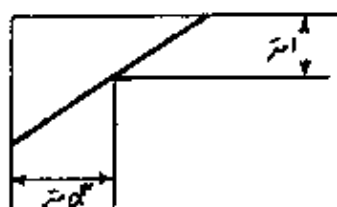
$$L(x) = \int_1^x \frac{dt}{\ln t} \quad , \quad F(x) = \int_{\ln \sqrt{x}}^x \frac{e^{t^2}}{t} dt$$

تابع F را بر حسب تابع L بیان کنید. (۲ نمره)

۴- دایره $x^2 + (y-a)^2 = a^2$ را حول محور x ها دوران می‌دهیم، اندازه سطح رویه جسم حاصل را محاسبه کنید. (۳ نمره)



۵- یک استخر مستطیل شکل ۱۲ متر طول و ۶ متر عرض دارد و گودترین قسمت آن ۲ متر عمق دارد. مقطع استخر مطابق شکل روبه‌رو است. استخر را با سرعت ۲۰ متر مکعب در دقیقه با آب پر می‌کنیم. سرعت افزایش ارتفاع آب در لحظه‌ای که ارتفاع آب از گودترین قسمت استخر برابر ۱/۵ متر است را پیدا کنید. (۲ نمره)



۶- طول بزرگترین تیر چوبی را (بر حسب a) چنان پیدا کنید که از یک راهرو L شکل (مطابق شکل مقابل) قابل عبور باشد (از کلفتی تیر صرف‌نظر می‌شود). (۲ نمره)

۷- بازه همگرایی سری زیر را به دست آورید (با ذکر دلیل):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n x^n$$

(۲ نمره)

۸- الف) بسط مک‌لرن تابع $\ln(1+x)$ را به دست آورید. (۰/۵ نمره)ب) به کمک قسمت الف مقدار $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$ را با خطای کمتر از 5×10^{-2} پیدا کنید. (۱/۵ نمره)

۹- مجموع سری زیر را

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+2)}$$

حساب کنید (۲ نمره)