



تاریخ امتحان: ۹۱/۱۰/۱۳
مدت امتحان: ۳ ساعت

امتحان پایان ترم ریاضی عمومی ۱

۲۲ - ۰۱۵

نیمسال اول ۹۲-۹۱

- این امتحان شامل ۵ سؤال است. پاسخ سؤالات را به ترتیب در کتابچه امتحانی بنویسید و در هر برگه کتابچه فقط و فقط به یک سؤال پاسخ دهید.
- برای نشان دادن درستی جواب‌های خود استدلال کنید و از به کار بردن عباراتی چون «واضح است» یا «بدیهی است» پرهیز کنید.
- استفاده از ماشین حساب در طول جلسه امتحان ممنوع است.
- در طول جلسه امتحان به هیچ سؤالی پاسخ داده نمی‌شود.

سؤال ۱. انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید.

$$(الف) \int \frac{(1+x)^2}{\sqrt{3-2x-x^2}} dx \quad (ب) \int \frac{x^2+2x^2+x+1}{x^2(x^2+1)} dx \quad (ج) \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^{2n} x \, dx \quad (n \in \mathbb{N})$$

سؤال ۲. طول قوس منحنی $y = e^x$ را از نقطه $(\ln \sqrt{3}, \sqrt{3})$ تا نقطه $(\ln \sqrt{8}, \sqrt{8})$ محاسبه کنید.

سؤال ۳. همگرایی یا واگرایی سری‌های زیر را بررسی کنید.

$$(الف) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{1 \times 3 \times \dots \times (2n-1)} \quad (ب) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e^n + e^{-n}}{e^{2n} - 1} \right)^n$$

سؤال ۴. نشان دهید $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$ و سپس همگرایی یا واگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{(1+\frac{1}{n})}}$ را بررسی کنید.

سؤال ۵. هر یک از توابع f و g با ضابطه‌های زیر را به یک سری تیلور حول $a = 0$ بسط دهید و در هر حالت شعاع همگرایی سری را محاسبه کنید. با استفاده از سری‌های به دست آمده، مشتق دهم f و g را در صفر به دست آورید.

$$(الف) f(x) = \frac{x}{x^2 + 16} \quad (ب) g(x) = \frac{x^2}{(x-2)^2}$$

توزیع نمره. سؤال ۱: ۱۰+۱۰+۱۰ نمره، سؤال ۲: ۱۰ نمره، سؤال ۳: ۱۰+۱۰ نمره، سؤال ۴: ۱۰+۱۰ نمره، سؤال ۵: ۱۰+۱۰ نمره.

مجموع: ۱۰۰ نمره