

خلاصه فیزیک هالیدی - فصل یازدهم: غلتش، گشتاور و اندازه حرکت زاویه ای

جسمهای غلتان: برای چرخشی به شعاع R که بطور همراه می غلتد، داریم:

$$v_{com} = \omega R$$

که در آن v_{com} تندى خطى مرکز چرخ و ω تندى زاویه ای چرخ حول مرکز آن است. همچنین می توان که چرخ به طور لحظه ای حول نقطه P روی سطح "جاده" که در تماس با چرخ است می چرخد. تندى زاویه ای چرخ حول این نقطه همانند تندى زاویه ای چرخ حول مرکز آن است. چرخ غلتان دارای انرژی جنبشی زیر است:

$$K = \frac{1}{2} I_{com} \omega^2 + \frac{1}{2} M v_{com}^2$$

که در آن I_{com} لختی چرخشی چرخ حول مرکز جرم آن و M جرم چرخ است. اگر چرخ را شتاب دهیم

اما باز هم به طور هموار غلتش کند، شتاب مرکز جرم چرخ \vec{a}_{com} با رابطه زیر به شتاب زاویه ای α حول مرکز آن مربوط است:

$$a_{com} = \alpha R$$

اگر چرخ به طور هموار از سطح شیبدارى با زاویه θ به پایین بغلتد، شتاب آن در راستای محور x روی سطح شیبدار برابر است با:

$$a_{com,x} = - \frac{g \sin \theta}{1 + I_{com}/MR^2}$$

گشتاور نیرو به عنوان یک بردار: در حالت سه بعدی، گشتاور نیروی $\vec{\tau}$ یک کمیت برداری است که

نسبت به یک نقطه ثابت تعریف می شود (معمولاً نسبت به مبدا) برابر است با:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

که در آن \vec{F} نیروی وارده بر یک ذره و \vec{r} بردار مکان ذره نسبت به یک نقطه ثابت است. بزرگی $\vec{\tau}$ از رابطه زیر بدست می آید:

$$\tau = r F \sin\theta = r F = rF$$

که در آن θ زاویه میان \vec{r} و \vec{F} است. F مؤلفه \vec{F} عمود بر \vec{r} و r بازوی گشتاور \vec{F} است. جهت $\vec{\tau}$ از قاعده دست راست به دست می آید.

اندازه حرکت زاویه ای یک ذره: اندازه حرکت زاویه ای \vec{L} یک ذره با اندازه حرکت خطی \vec{p} ، جرم m و سرعت خطی \vec{v} کمیت برداری است که نسبت به نقطه ای ثابت تعریف می شود (معمولاً نسبت به مبدا) و برابر است با:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = m(\vec{r} \times \vec{v})$$

بزرگی \vec{L} از رابطه های زیر بدست می آید:

$$L = r m v \sin\theta$$

$$= r p = r m v$$

$$= r p = r m v$$

که آن θ زاویه بین \vec{r} و \vec{p} است، p مؤلفه های \vec{p} و \vec{v} در راستای عمود بر \vec{r} و r فاصله عمودی میان نقطه ثابت و امتداد \vec{p} است. جهت \vec{L} با قاعده دست راست برای ضرب خارجی به دست می آید.

شکل زاویه ای قانون دوم نیوتون: قانون دوم نیوتون در شکل زاویه ای برای یک ذره را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\vec{\tau}_{net} = \frac{d\vec{\phi}}{dt}$$

که در آن $\vec{\tau}_{net}$ گشتاور نیروی خالص وارد وارده بر ذره و $\vec{\phi}$ اندازه حرکت زاویه ای آن است.

اندازه حرکت زاویه ای سامانه ای از ذره ها: اندازه حرکت زاویه ای \vec{L} سامانه ای از ذره ها برابر جمع برداری اندازه حرکت های زاویه ای تمام ذره هاست:

$$\vec{L} = \vec{\phi}_1 + \vec{\phi}_2 + \vec{\phi}_3 + \dots + \vec{\phi}_n = \sum_{i=1}^n \vec{\phi}_i$$

آهنگ زمانی تغییر این اندازه حرکت زاویه ای برابر گشتاور نیروی خارجی خالصی است که به سامانه وارد می شود (جمع برداری گشتاور نیروهای ناشی از برهم کنش های ذره های سامانه با ذره های خارج از سامانه)

$$\vec{\tau}_{net} = \frac{d\vec{L}}{dt} \text{ (سامانه ای از ذره ها)}$$

اندازه حرکت زاویه ای یک جسم صلب: برای یک جسم صلب چرخان حول محور ثابت، مولفه اندازه حرکت زاویه ای موازی با محور چرخش عبارت است از:

$$L = I \omega \text{ (برای جسم صلب و محور ثابت)}$$

پایستگی اندازه حرکت زاویه ای: اندازه حرکت زاویه ای \vec{L} یک سامانه در صورتی که گشتاور نیروی خارجی وارده بر این سامانه برابر صفر باشد، ثابت می ماند:

$$\vec{L} = \text{مقدار ثابت (سامانه منزوی)}$$

$$\vec{L}_i = \vec{L}_f \text{ (سامانه منزوی)}$$

این قانون پایستگی اندازه حرکت زاویه ای است.

حرکت تقدیمی ژيروسکوپ: ژيروسکوپ چرخان به دور محوری قائم که از میان پایه آن می گذرد با آهنگ زیر حرکت تقدیمی انجام می دهد:

$$\Omega = \frac{Mgr}{I\omega}$$

که M جرم ژيروسکوپ، r بازوی گشتاور، I الختی چرخشی و ω آهنگ چرخش آن است.