خلاصه فیزیک هالیدی - فصل دهم: چرخش

مکان زاویه ای : برای توصیف چرخش یک جسم صلب حول محوری ثابت به نام محور چرخش, یک خط مرجع ثابت را در جسم در نظر می گیریم که بر محور عمود است و با جسم می چرخد.مکان زاویه ای θاین خط را نسبت به یک راستای ثابت اندازه می گیریم . وقتی θ بر حسب رادیان اندازه گیری شود خواهیم داشت:

$$\theta = \frac{s}{\mathrm{r}} \text{ (بر حسب رادیان)}$$

که در آن sطول کمان مسیر دایره ای به شعاع r و زاویهٔ θ است. میان مقیاس رادیان با مقیاس زاویه در چرخش این رابطه برقرار است:

$$1rev = 360^{\circ} = 2\,\pi\, rad$$

جا به جایی زاویه ای: جسمی که حول یک محور چرخش می چرخد,مکان زاویه ای آن از $\boldsymbol{\theta_1}$ **به** $\boldsymbol{\theta_2}$ تغییر می کند و یک جا به جایی زاویه ای طی می شود:

$$\Delta\theta = \boldsymbol{\theta_2} - \boldsymbol{\theta_1}$$

که در آن Δθ برای چرخش پادساعتگرد مثبت و برای چرخش پادساعتگرد منفی است.

سرعت و تندی زاویه ای: اگر جسمی با جا به جایی Δθ در بازهٔ زمانی Δt چرخش کند.سرعت زاویه ای میانگین آنω_{avg} برابر است با:

$$\omega_{\text{avg}} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

سرعت زاویه ای(لحظه ای): جسمω , برابر است با :

$$\omega = \frac{d\theta}{\mathrm{d}t}$$

همω_{avg} و هم ω بردارند.و جهت آنها از قاعده ی دست راست به دست می آید.این کمیتها اگر چرخش پادساعتگرد باشد مثبت, و اگر ساعتگرد باشد منفی اند . بزرگی سرعت زاویه ای جسم تندی زاویه ای نامیده می شود.

شتاب زاویه ای : اگر سرعت زاویه ای جسمی در بازهٔ زمانی $\boldsymbol{\Delta t = t_2 - t_1}$از $\boldsymbol{\omega_1}$ تا $\boldsymbol{\omega_2}$ تغییر کند شتاب زاویه ای متوسط جسم α_{avg} برابر است با :

$$\alpha_{avg} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta \mathrm{t}}$$

شتاب زاویه ای(لحظه ای) : α یک جسم برابر است با :

$$\alpha = \frac{d\omega}{\mathrm{dt}}$$

معادله های سینماتیکی برای شتاب زاویه ای ثابت: حرکت با شتاب زاویه ای ثابت($\alpha = \mathrm{constant}$) حالت خاص مهمی از حرکت چرخشی است.معادله های سینماتیکی مربوط به این حالت عبارتند از:

$$\omega = \omega_\circ + \alpha t$$

$$\theta - \theta_\circ = \omega_\circ t + \frac{1}{2}\alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_\circ^2 + 2\alpha(\theta - \theta_\circ)$$

$$\theta - \theta_\circ = \frac{1}{2}(\omega_\circ + \omega)t$$

$$\theta - \theta_\circ = \omega t_{-}\frac{1}{2}\alpha t^2$$

رابطهٔ میان متغییرهای خطی و زاویه ای: نقطه ای از جسم صلب در حال چرخش که در فاصلهٔ***r*** از محور چرخش قرار دارد , روی دایره ای به شعاع r حرکت می کند . اگر جسم به اندازه ی θ بچرخد, این نقطه کمانی به طول s را طی می کند که با معادلهٔ زیر داده می شود:

$$s = \theta r \text{(با مقیاس رادیان)}$$

در این معادله θ بر حسب رادیان است.

سرعت خطی $\vec{v}$یک نقطه بر دایرهٔ مسیر مماس است,تندی خطی v نقطه عبارت است از:

$$v = \omega r \text{(با مقیاس رادیان)}$$

که در آن wتندی زاویه ای جسم(بر حسب رادیان بر ثانیه) است. شتاب خطی $\vec{\alpha}$ نقطهٔ ,دارای دو مؤلفهٔ مماسی و شعاعی است .برای مؤلفهٔ مماسی داریم :

$$a_{\mathrm{t}} = \alpha \mathrm{r} \text{(با مقیاس رادیان)}$$

که در آنα بزرگی شتاب زاویه ای جسم (بر حسب رادیان بر مجذور ثانیه)است . مؤلفه شعاعی $\vec{\alpha}$ عبارت است از:

$$a_{\mathrm{r}} = \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{r}} = \omega^2 \mathrm{r} \text{(با مقیاس رادیان)}$$

اگر نقطه ای دارای حرکت دایره ای یکنواخت باشد.دورهٔ تناوب T حرکت نقطه و جسم عبارت است از:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \text{(با مقیاس رادیان)}$$

انرژی جنبشی چرخشی و لختی چرخشی : انرژی جنبشی **K** یک جسم صلب , که حول محور ثابتی می چرخد, با معادلهٔ زیر داده می شود:

$$K = \frac{1}{2} I\omega^2$$ (در مقیاس رادیان)

که در آن I لختی چرخشی جسم است.لختی چرخشی برای دستگاهی که از ذره های مجزا تشکیل شده به صورت زیر تعریف می شود:

$$I = \sum m_i r_i^2$$

و برای جسمی که توزیع پیوسته داشته باشد عبارت است از:

$$I = \int r^2 \, d\, m$$

در این عبارت ها rو r_{i} فاصلهٔ عمودی از محور چرخش تا هر جزء جرم جسم است و انتگرال گیری روی کل جسم صورت می گیرد که شامل هر عنصر جرم است.

قضیهٔ محورهای موازی : قضیهٔ محورهای موازی لختی چرخشی جسم حول هر محور را به لختی چر خشی همان جسم حول محوری که از مرکز جرم می گذرد مربوط می کند:

$$I = I_{com} + \ Mh^2$$

در اینجا hفاصلهٔ عمودی میان دو محور است و I_{com} لختی چرخشی جسم حول محوری است که ازمرکز جرم می گذرد .می توان فرض کرد که h فاصله ای است که محور چرخش واقعی از محور چرخشی که از مرکز جرم می گذرد,جا به جا شده است.

گشتاور نیرو: گشتاور نیرو اثر چرخشی یا پیچشی نیروی $\vec{\boldsymbol{F}}$ وارد به یک جسم حول محور چرخش را بیان می کند.اگر$\vec{\boldsymbol{F}}$بر نقطه ای اثر کند که با بردار مکان $\vec{r}$ نسبت به محور داده می شود, آنگاه , بزرگی گشتاور نیرو عبارت است از:

$$\tau = rF_t = rF = rF\ sin\emptyset$$

که در آنF_tمؤلفهٔ $\vec{F}$ درراستای عمود بر $\vec{r}$و $\emptyset$زاویهٔ میان $\vec{r}$و $\vec{F}$است . کمیت r فاصلهٔ عمودی میان محور چرخش و امتداد بردار$\vec{F}$است.این امتداد خط اثر$\vec{F}$وr بازوی گشتاور $\vec{F}$ نامیده می شوند. به همین ترتیب ,rبازوی گشتاور$\vec{F}$ است.

یکای SIگشتاور نیرو نیوتون -متر(N-m) است.گشتاور نیروr ,اگر جسم ساکن را به طور پادساعتگرد بچرخاند مثبت و اگر آن را به طور ساعتگرد بچرخاند منفی است.

قانون دوم نیوتون در شکل زاویه ای : قانون دوم نیوتون در حرکت چرخشی به صورت زیر است:

$$\tau_{net} = \mathrm{I}\alpha$$

که در آن τ_{net}گشتاور نیروی خالص وارد بر یک ذره یا یک جسم صلب , I لختی چرخشی ذره یا جسم حول محور چرخش, و α شتاب زاویه ای حاصل حول آن محور است.

کار و انرژی جنبشی چرخشی: معادله های مورد استفاده در محاسبهٔ کار و توان در حرکت چرخشی, با معادله های مورد استفاده در حرکت انتقالی متناظرند و عبارتند از:

$$w = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

و

$$P = \frac{dw}{dt} = \tau\omega$$

وقتی τ ثابت باشد, معادله ی بالا را به صورت زیر ساده می شود:

$$w = r(\theta_f - \theta_i)$$

معادلهٔ مربوط به قضیهٔ کار – انرژی جنبشی ,که برای جسم های در حال چرخش بکار می رود به

صورت زیر است:

$$\Delta k = k_f - k_i = \frac{1}{2} I\omega_f^2 - \frac{1}{2} I\omega_i^2 = w$$