

۱- یک عدد تصادفی از بازه‌ی $(0, \frac{\pi}{2})$ انتخاب می‌کنیم. احتمال این که سینوس آن از کسینوس آن بیشتر شود چقدر است؟

۲- نشان دهید تابع زیر یک تابع توزیع تجمعی است، آن را رسم کنید و سپس کمیت‌های زیر را محاسبه کنید.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{x}{4} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & 1 \leq x < 2 \\ \frac{1}{12}x + \frac{1}{2} & 2 \leq x < 3 \\ 1 & x \geq 3 \end{cases}$$

a) $P(X < 2)$
b) $P(X = 2)$
c) $P(1 \leq X < 3)$
d) $P(X > 3/2)$
e) $P(X = 5/2)$
f) $P(2 < X \leq 7)$

۳- در آزمایش دو بار پرتاب یک تاس سالم، فرض کنید X ماکسیمم دو خال مشاهده شده باشد. تابع احتمال و تابع توزیع تجمعی X را محاسبه و آن‌ها را رسم کنید.

۴- الف) نمودار تابع زیر را رسم کنید و نشان دهید که این تابع، تابع چگالی احتمال یک متغیر تصادفی است.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{4}|x-3| & 1 \leq x \leq 5 \\ 0 & O.W. \end{cases}$$

ب) تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی X را پیدا کنید و نشان دهید که پیوسته است.

ج) نمودار تابع توزیع تجمعی را رسم کنید.

۵- تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی X به صورت زیر است:

$$F(x) = \alpha + \beta \arctan \frac{x}{2}, \quad -\infty < x < \infty$$

مقادیر ثابت α و β و تابع چگالی X را تعیین کنید.

موفق و شاد باشید