

Р. А. ТИКИДЖИ - ХАМБУРЬЯН

НИИ нейрокибернетики имени А.Б. Когана
Ростовский Государственный университет.
tikidji_ham@krinc.ru

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ГЕНЕРАТОРА СПАЙКОВ НА
ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОДИФИЦИРОВАННОГО
ИМПУЛЬСНОГО НЕЙРОНА.**

Анотация

В работе рассмотрено влияние генератора спайков на динамические свойства модифицированного импульсного нейрона (МИН). Анализ частного случая, стимуляции МИН постоянным током показал, что диапазон входных токов разделяется на два участка. В первом из них при нарастании тока частота увеличивается. Во втором частота остается постоянной, а постоянная составляющая мембранного потенциала увеличивается.

R. A. TIKIDJI – HAMBURYAN

A.B.Kogan Research Institute for Neurocybernetics
University of Rostov

**ANALYSIS OF THE MODIFIED "INTEGRATE – AND – FIRE"
NEURON DYNAMICS PROPERTIES INFLUENCED BY THE
SPIKE GENERATOR**

Adstract

The paper considers the influencing of spike generation on dynamical properties of modify "integrate – and – fire" neuron. Analysis of simple case when the input current is constant has showed that range of input currents has two regions. The first of one shows the increment of frequency then current input is growing. The second shows the constant frequency and increment of average membrane potential.

Введение. Построение реалистических моделей нейронных сетей большой размерности ставит задачу разработки биолого-правдоподобного единичного элемента сети. Современные подходы к моделированию единичной клетки можно свести к двум базовым моделям: отсековые модели (Compartment model) и модели с единичным интегратором

(импульсный нейрон(ИН), integrate – and – fire model)[1]. Первый тип моделей используется для детального моделирования единиц, десятков, редко сотен или тысяч клеток. Второй – для моделирования сетей с большой размерностью и минимальной детализацией свойств единичной клетки.

Для реализации задачи реалистического моделирования автором была предложена модель модифицированного импульсного нейрона (модифицированного порогового интегратора, modify integrate – and – fire neuron)(МИН) в структуру которого был введен ряд модулей, позволяющих феноменологически моделировать различные свойства реального биологического прототипа[2]. Включение дополнительных модулей позволило построить модель нейронной сети релейного ядра таламуса[3,4].

Базовая модель единичного нейрона имеет ряд обязательных свойств[1], которые должны присутствовать и в модифицированном варианте, при условии минимизации влияния дополнительных модулей. В данной работе проводится анализ влияния генератора спайков, заменившего сброс мембранного потенциала(МП) в классической модели. Описание ИН и МИН. Классический ИН, как правило, описывается в терминах дифференциальных уравнений. Уравнение МП для него имеет вид:

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{C} I(t) - \frac{u(t)}{\tau} \quad (1)$$

где $u(t)$ – МП, C – емкость, $\tau = RC$ – характеристическое время интегратора, $I(t)$ – синаптический приток.

Пороговые свойства ИН описываются простым компаратором:

$$\begin{cases} o(t) = 1, t' = t & \text{если } u(t) > \vartheta \\ o(t) = 1, u(t) = 0 & \text{если } t - t' < \tau_{\text{fire}} \\ o(t) = 0, u(t) = 0 & \text{если } \tau_{\text{fire}} < t - t' < \tau_{\text{ref}} \end{cases} \quad (2)$$

где $o(t)$ – бинарная выходная функция, ϑ – порог срабатывания, τ_{fire} и τ_{ref} – длительность спайка и рефракторного периода соответственно.

В рамках формализации (1) и (2) было предложено ввести дополнительные модули, моделирующие следовые процессы и смещение

порога в классический ИН. При этом в уравнение (1) для МП включается слагаемое, описывающее связь основного интегратора с дополнительным, состояние которого также описывалось дифференциальным уравнением:

$$\frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{C}I(t) + \frac{u_{ap}(t) - u(t)}{CR_{ap}} - \frac{u(t)}{\tau} \quad (3)$$

$$\frac{du_{ap}(t)}{dt} = \frac{u(t) - u_{ap}(t)}{\tau_{ap}} \quad (4)$$

где R_{ap} – сопротивление связи, $\tau_{ap} = R_{ap} C_{ap}$ – характеристическое время дополнительного интегратора.

Базовый ИН был дополнен также блоком смещения порога, для моделирования аккомодации:

$$\frac{du_i(t)}{dt} = \begin{cases} \frac{a}{\tau_r}(u(t) - u_i(t)) & \text{если } u(t) > u_i(t) \\ \frac{a}{\tau_f}(u(t) - u_i(t)) & \text{если } u(t) < u_i(t) \end{cases} \quad (5)$$

$$\vartheta(t) = u_i(t) + c_{th}$$

где a – коэффициент, уменьшающий время интегрирования во время спайка, т.к. при $t' < \tau_{fire}$ $a > 1$, и $a = 1$ во всех остальных случаях. c_{th} – постоянная составляющая порогового уровня, τ_r и τ_f – характеристические времена нарастания и спада соответственно.

Поскольку МП влияет на значение порога (5) и на поляризацию дополнительного интегратора (4) в этой модели нельзя спайк констатировать "как факт", как это делалось в ИН (3), его необходимо эмулировать. Для чего в правую часть (3) добавляется дополнительное слагаемое $u_s(t)$, кроме того в момент спайка уменьшается сопротивление мембраны, что приводит к уменьшению τ в n -раз:

$$\begin{cases} u_s(t) = \frac{0.2}{\tau_{\text{fire}}} & \tau = \tau_s = \frac{\tau}{n} & \text{если } t' < \tau_{\text{fire}}/2 \\ u_s(t) = -\frac{0.2}{\tau_{\text{fire}}} & \tau = \tau_s = \frac{\tau}{n} & \text{если } \tau_{\text{fire}}/2 < t' < \tau_{\text{fire}} \\ u_s(t) = 0 & \text{не изменяется} & \text{во всех остальных случаях} \end{cases} \quad (6)$$

где τ_s – постоянная времени интегратора в момент спайка. В рамках биологического рассмотрения n можно интерпретировать как долю мембраны захваченную генерацией спайка.

Как следует из (6), в условиях (2) "сброс" МП ($u(t) = 0$) заменяется уменьшением постоянной составляющей мембраны. При этом могут измениться и базовые свойства самого МИН. Произведем анализ влияния генератора спайков на базовые свойства МИН.

Постоянство частоты разрядов ИН при активации его постоянным током. Наиболее распространенным примером для анализа ИН и удобным тестом для определения влияния генератора спайков на МИН является анализ поведения модели нейрона при стимуляции его постоянным током. Для этого положим $I(t) = I_0$. Как следует из (1) решением дифференциального уравнения будет:

$$u(t) = \frac{\tau}{C} I_0 (1 - e^{-\frac{t-t_0}{\tau}}) \quad (7)$$

где t_0 – момент времени включения постоянного тока I_0 . Граничным условием для такого решения является $u(t_0)=0$. Тогда очевидно, что при постоянном порого, $u(t)$ достигнет ϑ за время t_g :

$$t_g = \tau \ln \left(\frac{\frac{\tau}{C} I_0}{\frac{\tau}{C} I_0 - \vartheta} \right) \quad (8)$$

Следовательно, частота разрядов ИН будет определяться как:

$$F(I_0) = \frac{1}{t_g + \tau_{ref}} \quad (9)$$

Поскольку в МИН отсутствует сброс МП необходимо рассмотреть аналогичный пример для него.

Постоянство частоты разрядов МИН при активации его постоянным током. Для чего будем игнорировать дополнительный интегратор и считать порог постоянным. Тогда уравнения (4) – (6) преобразуются в следующую систему:

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{C} I_0 + \frac{0.2}{\tau_{fire}} - \frac{u(t)}{\tau_s} & \text{если } t' < \tau_{fire}/2 \\ \frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{C} I_0 - \frac{0.2}{\tau_{fire}} - \frac{u(t)}{\tau_s} & \text{если } \tau_{fire}/2 < t' < \tau_{fire} \\ \frac{du(t)}{dt} = \frac{1}{C} I_0 - \frac{u(t)}{\tau} & \text{во всех остальных случаях} \end{cases} \quad (10)$$

Предположим, что в момент времени $t_0 : u(t_0) = g$, тогда в момент времени $t_1 = t_0 + \tau_{fire}$ решение будет иметь вид:

$$u(t_1) = \xi_1 \left(1 - e^{-\tau_{fire}/\tau_s} \right) - \xi_2 \left(1 - 2e^{-\tau_{fire}/2\tau_s} + e^{-\tau_{fire}/\tau_s} \right) + g e^{-\tau_{fire}/\tau_s} \quad (11)$$

$$\text{где: } \xi_1 = \frac{\tau_s}{C} I_0 \text{ и } \xi_2 = \frac{0.2\tau_s}{\tau_{fire}}$$

Следовательно, период колебаний Δt и частоту разрядов F можно найти из (10) и (11):

$$\Delta t = \tau \ln \left(\frac{u(t_1) - \xi_1}{g - \xi_1} \right) + \tau_{ref} \quad (12)$$

$$F(I_0) = 1/\Delta t$$

Из (11) также можно найти разность МП до и после спайка Δu :

$$\begin{aligned}\Delta u &= u(t_1) - \mathcal{G} = \\ &= \xi_1 \left(1 - e^{-\tau_{fire}/\tau_s} \right) - \xi_2 \left(1 - 2e^{-\tau_{fire}/2\tau_s} + e^{-\tau_{fire}/\tau_s} \right) - \mathcal{G} \left(1 - e^{-\tau_{fire}/\tau_s} \right) \quad (13)\end{aligned}$$

Как видно из (13) второй и третий члены всегда положительны и стремятся к 0 при $\tau_s \rightarrow \infty$. Следовательно, при $I_0=0$, Δu будет меньше 0. На рис. 1 и 2 показаны спайки, искусственно вызванные у МИН при $I_0=0$, $\mathcal{G}=0$ и $n=1$, для разных постоянных времени мембраны. На рисунке 3 показана зависимость частоты спайков от I_0 .

Из (13) также следует, что существует такой синаптический ток I_{equ} , при котором к моменту окончания периода рефрактерности, МП будет равен порогу, т.е. при $t_2 = \tau_{ref} : u(t_2) = \mathcal{G}$. При этом максимальная частота будет ограничена $F_{max} = 1/\tau_{ref}$. Однако, как следует из (10) – (13) при ограничении частоты неизбежно будет происходить накопление потенциала до уровня, когда третий член уравнения (13) уравнивает разность первого и второго. Следовательно, при увеличении входного тока до уровня I_{equ} значение частоты будет расти, а стабилизация будет происходить за счет уменьшения постоянной составляющей МП, а при превышении I_{equ} частота будет равна F_{max} , а стабилизация будет происходить за счет увеличения постоянной составляющей МП.

Таким образом, для классического ИН существует максимальная частота, к которой он стремится асимптотически, а МИН может стабилизироваться на максимальной частоте за счет увеличения постоянной составляющей МП.

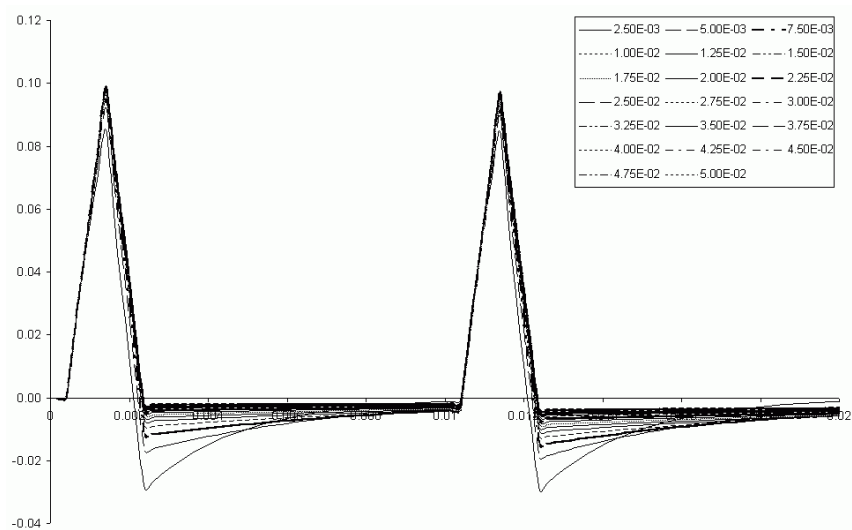


Рис. 1. Поведение МП МИН при различных постоянных времени интегратора. Спайки вызваны искусственно. $I_0=0$, $\mathcal{J}=0$ и $n=1$.

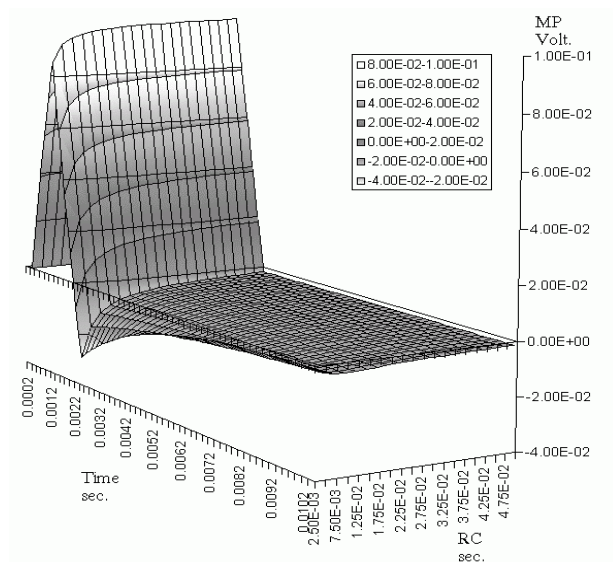


Рис.2. Тоже, что и на рис.1.

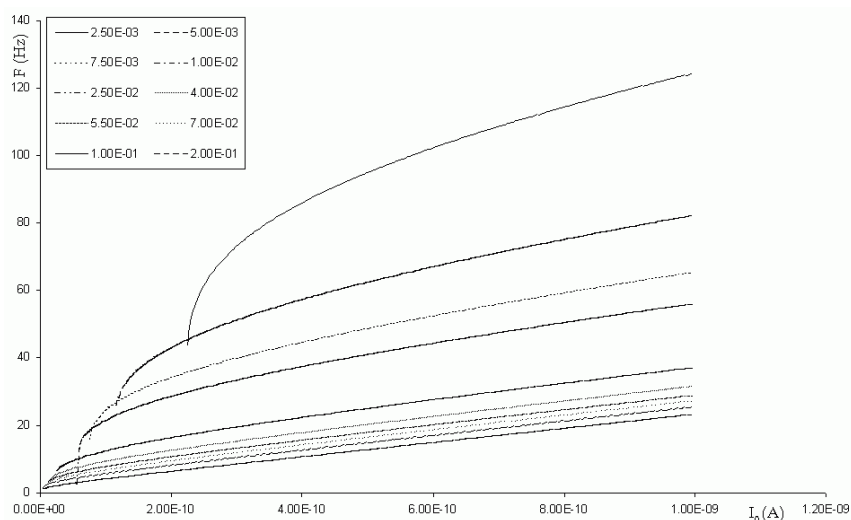


Рис.3. Зависимость частоты спайков МИН от входного тока I_0 при различных τ . При $\theta = 7 \cdot 10^{-3} \text{ Volt.}$, $C = 8 \cdot 10^{-11} \text{ A.}$, $\tau_{\text{fire}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ sec.}$, $n=1$.

Закключение. Рассмотренное, в данной работе, влияние генератора спайков на МИН показывает, что существуют принципиальные различия между простой констатацией спайка со "сбросом" МП для ИН и моделированием этого спайка для МИН. Введение генератора спайков приводит к уменьшению потенциала нейрона после спайка. Уровень снижения зависит от постоянной составляющей МИН и синаптического тока. Существует два диапазона входных токов: первый, при котором с увеличением тока частота спайков растет и стабилизируется уменьшением постоянной составляющей, МП и второй, при котором стабилизация происходит с увеличением постоянной составляющей МП, а частота ограничена временем рефрактерности клетки.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №00-04-49344 и проекта №015,07,01,002 по программе Университеты России.

Список литературы

1. W. Gerstner, W. M. Kistler " Spiking Neuron Models: Single Neurons, Populations, Plasticity" Cambridge University Press, 2002

2. Р.А. Тикиджи – Хамбурьян “Модифицированный импульсный нейрон как базовая модель для реалистических нейронных сетей”, “Нейрокомпьютер” 2002, № 7-8, 97-103.
3. Р.А. Тикиджи – Хамбурьян «Пороговый интегратор для имитационного моделирования релейного ядра таламуса»; труды IV всероссийской научно-технической конференции «Нейроинформатика - 2002» Москва 2002, с. 134 – 141.
4. R. Tikidji – Hamburyan "THALAMIC CIRCUITRY MODEL BASED ON MODIFIED "INTEGRATE-AND-FIRE NEURONS" 9-th International Conference "Neuronal Information Processing", Singapore 2002, in press.