

**MATEMÁTICA 1 – 2do CUATRIMESTRE 2008 – 2do PARCIAL 1era FECHA – TEMA 3**

Grupo.....Apellido y Nombres.....Legajo #..

1) a) Hallar la matriz **M** tal que  $A \cdot M = B$ , siendo:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 3 & 0 \\ 30 & 6 \end{pmatrix}$

b) hallar la inversa de **M**.

2) a) Encontrar el valor de **k** para que el sistema sea compatible 
$$\begin{cases} x + 2y + z + 4w = 1 \\ 0 + y + 0 - 3w = 3 \\ 4x + 7y + 4z + 19w = k \end{cases}$$

b) con el valor hallado resolverlo y expresar la solución como corresponde.

3) a) Si **A**, **B**, **C** son matrices **3x3** tales que  $\det A = a$ ,  $\det B = b$  y  $\det C = c$ , donde **a**, **b**, **c** son números reales no nulos, indicar el valor de  $\det \left[ B^5 \cdot A^T \cdot \left( \frac{2}{5} C \right) \cdot C^{-1} \right]$

Enunciar las propiedades usadas.

b) Decidir si la matriz  $\left[ B^5 \cdot A^T \cdot \left( \frac{2}{5} C \right) \cdot C^{-1} \right]$  tiene o no inversa y porqué.

4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto

$S = \{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5); x_1 - x_2 + 5x_3 = 0, x_4 = 7x_5 \}$  es un subespacio vectorial de  $R^5$

b) Encontrar una base para **S** y la dimensión de **S**

**MATEMÁTICA I** - 1er cuatrimestre 2007 - Recuperatorio del 1er Examen - Tema 7

Grupo.....Apellido y Nombres.....Legajo #.....

- 1) a) En una sucesión aritmética es  $a_{201} = 640$  y  $a_{61} = 220$ . Encontrar el primer término  $a_1$  y la diferencia  $d$ .
- b) Encontrar el término explícito de la sucesión dada por 
$$\begin{cases} a_1 = 9 & a_2 = 33 \\ a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2} \end{cases}$$
- 2) a) Probar por inducción que  $10^n - 1$  es múltiplo de 3,  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ .
- b) Muestre un múltiplo de 3 que no sea de la forma  $10^n - 1$  para ningún  $n \in \mathbb{N}$ .
- 3) Con todas las letras de la palabra **INDIVIDUALISTA**
  - a) Cuántas palabras (con o sin significado) se pueden formar?
  - b) Cuántas que empiecen con T y terminen con V?
  - c) Cuántas que empiecen con TVS (en ese orden)?
- 4) Dada la ecuación  $y^2 - 6y - 12x = 15$ , hallar la ecuación canónica, indicar qué cónica representa, hallar todos sus elementos, graficar.

**MATEMÁTICA I** - 1er cuatrimestre 2007 - Primer Examen Parcial - Tema 6

Grupo.....Apellido y Nombres.....Legajo #.....

- 1) a) La suma de los  $n$  primeros términos de una sucesión aritmética es 98892. El primer término es  $a_1 = -8$  y el  $n$ -ésimo término es  $a_n = 992$ . Hallar el número  $n$  de términos y la diferencia  $d$  de esta sucesión (mostrando cómo los halla).
- b) Encontrar el término explícito de la sucesión dada por 
$$\begin{cases} b_1 = 12 & b_2 = 48 \\ b_n = 8.b_{n-1} - 12.b_{n-2} \end{cases}$$
- 2) a) Probar por inducción  $\sum_{i=1}^n (2^{i+1} - 2) = 2^{n+2} - 2n - 4$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ .
- b) Indicar cómo calcular  $\sum_{i=9}^{17} (2^{i+1} - 2)$  usando la parte a).
- 3) De 50 personas (entre las que se encuentra Pablo) que viven en un edificio de departamentos,
  - a) De cuántas formas se puede elegir una comisión de 15 personas?
  - b) De cuántas formas es posible elegir una primera comisión de 15 personas para problemas edilicios y, a continuación una segunda comisión de otras 15 personas para trámites?
  - c) De cuántas formas se pueden formar las dos comisiones citadas en la parte b) si Pablo debe integrar la comisión de problemas edilicios?
- 4) Dados los puntos del plano  $P(3,6)$  y  $Q(4,9)$ 
  - a) hallar la ecuación de la recta L que pasa por P y Q
  - b) hallar la ecuación de la recta perpendicular a L que pasa por el punto  $S(-3, 2)$  y encontrar la intersección entre ambas rectas.

MATEMÁTICA I - 1er cuatrimestre 2007 - Recuperatorio del 1er Examen - Tema 5

Grupo.....Apellido y Nombres.....Legajo #.....

1)a) En una sucesión aritmética es  $a_{201} = 1996$  y  $a_{46} = 446$ . Encontrar el primer término  $a_1$  y la diferencia  $d$ .

b) Encontrar el término explícito de la sucesión dada por 
$$\begin{cases} a_1 = 11 & a_2 = 37 \\ a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2} \end{cases}$$

2) a) Probar por inducción que  $16^n - 1$  es múltiplo de  $5$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ .

b) Muestre un múltiplo de  $5$  que no sea de la forma  $16^n - 1$  para ningún  $n \in \mathbb{N}$

3) Con todas las letras de la palabra **DIVISIBILIDAD**.

a) Cuántas palabras (con o sin significado) se pueden formar?

b) Cuántas que empiecen con **B** y terminen con **S**?

c) Cuántas que terminen con **VSBL** (en ese orden)?

4) Dada la ecuación  $2y^2 - 12y - 24x = 30$ , hallar la ecuación canónica, indicar qué cónica representa, hallar todos sus elementos, graficar.

MATEMÁTICA I - 2do Cuatrimestre 2007 - 1er PARCIAL TEMA 3

Comisión.....Apellido y Nombres.....Legajo #.....

1) a) Encontrar  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , mostrando cómo los obtiene, tales que  $-10$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $18$  sea una sucesión aritmética.

b) Encontrar el término general explícito de la sucesión 
$$\begin{cases} a_1 = 21 & a_2 = 99 \\ a_n = 9a_{n-1} - 18a_{n-2}, n \geq 3 \end{cases}$$

2) Probar por inducción completa que  $13^n - 1$  es múltiplo de  $6$ ,  $\forall n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 1$ .

3) En un estante de una biblioteca se ubican, uno junto a otro, **7** libros de Matemática, **6** de Computación y **4** de Física, todos distintos

a) De cuántas maneras es posible ubicarlos?

b) De cuántas maneras si los de un mismo tema deben estar juntos en el estante?

c) De cuántas maneras si únicamente los de Computación deben estar juntos entre sí?

4) a) Dada la ecuación  $4y^2 + 24y = 32x + 124$  determinar qué cónica representa, hallar su ecuación canónica, sus elementos y graficar.

b) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por  $P(-6, 4)$  y es perpendicular a  $y = 6x + 1$

NOMBRE Y APELLIDO :

TEMA : 2

NÚMERO DE ALUMNO :

TURNO Y COMISIÓN:

1. Dada  $\{u_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $u_1 = 2$  ;  $u_n = 2 + u_{n-1}$  si  $n \geq 2$

a) Determine  $u_{68}$       b) Determine el valor de  $\sum_{i=75}^{200} u_i$

c) Determine una fórmula explícita para la sucesión  $\{d_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $d_n = \prod_{i=1}^n u_i$

2. Demuestre usando el principio de inducción que, para todo  $n \geq 1$  es:  $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

3. Se reparten, entre 9 personas, cuatro entradas (no numeradas) para una función de cine. Determine de cuántas maneras se puede hacer el reparto si:

a) Cada persona puede recibir a lo sumo una entrada.

b) Se entregan dos entradas a una de las personas y las otras dos entradas se entregan a personas diferentes.

c) Cada persona puede recibir a lo sumo dos entradas. (Justifique sus respuestas)

4. a) Describa las curvas definidas por las siguientes ecuaciones indicando todos sus elementos.

$$2y^2 - 3x^2 = 6$$

$$5y^2 + 2x^2 = 53$$

b) Determine, en caso de que existan, los puntos en los que dichas curvas se cortan. c) Grafique.

5. a) Determine cuáles de las siguientes matrices son invertibles y calcule la inversa cuando exista.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

b) Siendo  $A$  y  $A'$  las matrices del apartado anterior, analice la validez de los siguientes enunciados:

• Para toda matriz  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , el sistema  $AX=B$  es compatible indeterminado.

• Para toda matriz  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ , el sistema  $A'X=B$  es compatible determinado.

**MATEMÁTICA I - 1er Cuatrimestre 2006 - 1er PARCIAL**  
**TEMA 2 (dos)**

Apellido y Nombres.....

Comisión..... Legajo #.....

- 1) a) Encontrar el término general en forma explícita de la sucesión

$$\begin{cases} a_1 = 9 & a_2 = 33 \\ a_n = 7a_{n-1} - 10a_{n-2} \end{cases}$$

- b) El séptimo término de una sucesión aritmética es **79** y el décimotercero es **151**.  
Encontrar el primer término y la diferencia de esta sucesión.

- 2) a) Probar por inducción completa

$$\sum_{j=1}^n 8j^3 = 2n^2(n+1)^2$$

- b) Usando la parte a), calcular  $\sum_{j=5}^{30} 8j^3 =$

- 3) 3.1) En un estante se ubican, acomodando uno tras otro, **10** CDs de folklore, **15** de rock, **5** de tango y **4** de música clásica, todos distintos.
- a) De cuántas maneras se pueden ubicar?
  - b) De cuántas maneras si los de un mismo género musical van juntos?
  - c) De cuántas maneras si únicamente se quiere que los de folklore estén todos juntos entre sí?

- 3.2) Cuántos códigos de **7** cifras diferentes pueden formarse con las letras A, B, C, D, E, F, G?

- 4) Dados los puntos del plano  $P(2,4)$ ,  $Q(5,6)$

- a) Hallar su distancia.
- b) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por esos dos puntos. Indicar la pendiente.
- c) Hallar la ecuación canónica de la circunferencia con centro en  $P$  y que pasa por  $Q$ .

Apellido y Nombres.....

Comisión..... Legajo #.....

- 1) a) Encontrar el término general en forma explícita de la sucesión

$$\begin{cases} a_1 = 11 & a_2 = 57 \\ a_n = 9 \cdot a_{n-1} - 14 \cdot a_{n-2} \end{cases}$$

- b) Cuántos términos tiene una sucesión geométrica cuyo primer término es 16, su último término es 32768 y su razón es 2?

- 2) a) Probar por inducción completa

$$\sum_{j=1}^n 9j(j+1) = 3n(n+1)(n+2)$$

- b) Usando la parte a), calcular  $\sum_{j=16}^{80} 9j(j+1)$

$$\sum_{j=1}^{80} 9j(j+1) - \sum_{j=1}^{15} 9j(j+1)$$

- 3) 3.1) Con 7 argentinos y 5 uruguayos se forma una comisión de 6 personas

- a) De cuántas maneras puede hacerse?  
b) De cuántas si en la comisión debe haber por lo menos 3 argentinos?  
c) De cuántas si en la comisión debe haber más argentinos que uruguayos?

- 3.2) Hallar el valor de  $n$  tal que  $P(n, 5) = 9 \cdot P(n-1, 4)$

- 4) Dados los puntos del plano  $P(1, 3)$ ,  $Q(5, 7)$

- a) Hallar su distancia.  
b) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por esos dos puntos. Indicar la pendiente.  
c) Hallar la ecuación canónica de la circunferencia con centro en  $P$  y que pasa por  $Q$ .



2006 1<sup>er</sup> Parcial

1) a) Dado un  $n$  fijo,  $n \in \mathbb{N}$ , sean  $A, B, C$  matrices  $n \times n$ , tales q'  $A$  tiene inversa. Probar q' si  $A \cdot B = A \cdot C$ , entonces  $B = C$

b) Si  $A, B, C$  y  $D$  son matrices  $n \times n$  invertibles encontrar la min. expresión (o sea: la que k sea menor cantidad de letras) de  $(A \cdot B \cdot C \cdot D^T)^{-1} \cdot (C^T \cdot B^T \cdot A^T)^T$

Mencione los propiedades

2) Resolver el sig. sistema, separando además documentar la solución

$$X + Z + 2W = 1$$

$$Y + 2Z + 3W = 6$$

$$2X + 2Y + 6Z + 10W = 14$$

3) a) Sean  $A, B, C$  matrices  $n \times n$ . Tales que  $\det A = 5$ ,  $\det B = 2$  y  $\det C = 6$  hallar el valor del  $\det (B^4 \cdot A^T \cdot B^{-1} \cdot C^2)$   
b) Calcular el valor de  $b$  para q'  $\det$  de la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & b \end{pmatrix} \text{ valga } -18$$

4) a) Demostrar (justificando claramente paso a paso) q' el Conj

$$S = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4; x_1 + x_3 = 0, x_4 = 5x_2 \right\}$$

es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$

b) Encuentra una base de  $S$

1) a) Sean  $A, B, D, E$  matrices  $n \times n$  inversibles y  $B$  simétrica, encontrar la mínima (= con el menor número posible de letras) expresión de  $(A.B.D)^{-1} \cdot (E.D^T.B.A^T)^T$

b) Hallar si existe la Inversa de  $M = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 6 & 12 & 1 \end{pmatrix}$

2) a) Hallar el valor de  $k$  para que el sistema sea compatible  $\begin{cases} 3x - 6y + 15z + 9w = 15 \\ 2y - 4z - 2w = 6 \\ 2x - 3y + 8z + 5w = k \end{cases}$

b) Una vez hallado  $k$ , resolver el sistema. Expresar la solución como corresponde.

3) a) Sean  $A, B, C$  matrices cuadradas  $3 \times 3$ , tales que  $\det A = 8$ ,  $\det B = 3$  y  $\det C = 2$ , hallar el valor de  $\det((5A) \cdot B^3 \cdot C^2 \cdot B^{-1})$  Enunciar las propiedades que usa.

b) Decidir si la matriz  $((5A) \cdot B^3 \cdot C^2 \cdot B^{-1})$  tiene inversa o no y por qué.

4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4); x_1 - 2x_3 = 0, x_4 = 5x_2\}$  es un subespacio vectorial de  $R^4$

b) Encontrar una base para  $S$  y la dimensión de  $S$ .

1) a) Hallar la matriz  $M$  tal que  $A \cdot M = B$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ 1 & 3 \\ 6 & 12 \end{pmatrix}$

b) hallar la inversa de  $M$ .

2) a) Encontrar el valor de  $k$  para que el sistema sea compatible  $\begin{cases} 2x + 5z + 2w = 3 \\ y - z - 4w = 1 \\ 4x + 2y + 8z - 4w = k \end{cases}$

b) con el valor hallado resolverlo y expresar la solución como corresponde.

3) a) Si  $A, B, C$  son matrices  $4 \times 4$  tales que  $\det A = a$ ,  $\det B = b$  y  $\det C = c$ , donde  $a, b, c$  son números reales no nulos, indicar el valor de  $\det[(5C) \cdot A^5 \cdot B^T \cdot C^{-1}]$ ,

Enunciar las propiedades usadas.

b) Decidir si la matriz  $[(5C) \cdot A^5 \cdot B^T \cdot C^{-1}]$  tiene o no inversa y por qué.

4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5); x_1 + x_2 - 9x_4 = 0, x_3 = 2x_5\}$  es un subespacio vectorial de  $R^5$

b) Encontrar una base para  $S$  y la dimensión de  $S$ .



Grupo..... Apellido y Nombres..... Legajo #.....

- 1) a) Sean  $A, B, M, N$  matrices  $n \times n$  inversibles y  $B$  simétrica, encontrar la mínima (= con el menor número posible de letras) expresión de  $(M^T \cdot B \cdot A^T \cdot N^T)^T \cdot (A \cdot B \cdot M)^{-1}$

b) Hallar si existe la inversa de  $D = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 0 \\ 8 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$

2) a) Hallar el valor de  $k$  para que el sistema sea compatible  $\begin{cases} 3x + 3y - 9z + 9w = 6 \\ y + z - 4w = 3 \\ 2x + 3y - 5z + 2w = k \end{cases}$

b) Una vez hallado  $k$ , resolver el sistema. Expresar la solución como corresponde.

- 3) a) Sean  $A, B, C$  matrices cuadradas  $3 \times 3$ , tales que  $\det A = 2$ ,  $\det B = 3$  y  $\det C = 6$ , hallar el valor del  $\det(A^3 \cdot (4B) \cdot A^{-1} \cdot C^2)$  Enunciar las propiedades que usa.

b) Decidir si la matriz  $(A^3 \cdot (4B) \cdot A^{-1} \cdot C^2)$  tiene inversa o no y por qué.

- 4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4); x_1 - x_4 = 0, x_2 - 9x_3 = 0\}$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$

b) Encontrar una base para  $S$  y la dimensión de  $S$ .

## MATEMÁTICA 1 - 1er CUATRIMESTRE 2007 - 2do PARCIAL 1era FECHA - TEMA 2

Grupo..... Apellido y Nombres..... Legajo #.....

1) a) Hallar la matriz  $M$  tal que  $A \cdot M = B$ , siendo  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 0 & 10 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

b) hallar la inversa de  $M$ .

2) a) Encontrar el valor de  $k$  para que el sistema sea compatible  $\begin{cases} 3x + 6z + 12w = 9 \\ 2y + z + w = 3 \\ 6x - 2y + 11z + 23w = k \end{cases}$

b) con el valor hallado resolverlo y expresar la solución como corresponde.

- 3) a) Si  $A, B, C$  son matrices  $5 \times 5$  tales que  $\det A = a$ ,  $\det B = b$  y  $\det C = c$ , donde  $a, b, c$  son números reales no nulos, indicar el valor de  $\det \left[ B^4 \cdot \left( \frac{1}{2} A \right) \cdot B^{-1} \cdot C^T \right]$

Enunciar las propiedades usadas.

b) Decidir si la matriz  $\left[ B^4 \cdot \left( \frac{1}{2} A \right) \cdot B^{-1} \cdot C^T \right]$  tiene o no inversa y por qué

- 4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5); x_1 - x_3 = 0, x_2 - 3x_4 + x_5 = 0\}$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^5$

b) Encontrar una base para  $S$  y la dimensión de  $S$

1-22) Dada la  $D = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  encontrar un inverso de  $D$  si es posible.  
 sea  $D^2 = O$  (matriz nula)

B) Con el valor  $K$  encontrado, calcular  $(I-D) \cdot (I+D) =$

C) Si  $A, B$  son matrices cuadradas  $n \times n$  cualesquiera,

¿Vale siempre la igualdad  $A^2 - 2A \cdot B + B^2 = (A-B)^2$ ?

Explicar.

2-22) Hallar  $K$  para que el sistema  $\begin{cases} x - y + \frac{1}{2}z - 3w = 1 \\ -2x + 2y - z + 6w = \end{cases}$

sea compatible y resolvable

b) Para que valores de  $K$  es incompatible?

3) Determinar todos los valores de  $K$  para los q' la matriz  $\begin{bmatrix} (K-6) & 0 & 4 \\ 5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2(K+1) \end{bmatrix}$  no tiene Inverso. Justif.

4-22) Resolver, justificando claramente cada paso, el conjunto:

$S = \{(x_1, x_2, x_3); x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6\}$  es un subesp. vectorial de  $\mathbb{R}^3$

b) Encontrar una base para  $S$ , indicar la dimensión  $S$ .

2006

2do parcial

comisión..... Apellido y Nombres..... Legajo #.....

1. a) Encontrar los números  $a, b$  tales que  $(A+B).C = D$ , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 & -4 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 2 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & 6 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- b) Hallar (si existe)  $D^{-1}$ .

2. a) Encontrar el valor de  $k$  para que el sistema  $\begin{cases} x + y - z = 4 \\ -x + y - z = 1 \\ 3x - 5y + 5z = k \end{cases}$  sea compatible.

- b) Con el valor de  $k$  hallado, resolver el sistema, expresar la solución como corresponde.

3. a) Sean  $A, B, C$  matrices cuadradas  $n \times n$ , tales que  $\det A = 3$ ,  $\det B = 2$  y  $\det C = 5$ , hallar el valor del  $\det(A.B^3.C^2.B^{-1})$  Enunciar las propiedades que usa.

- b) Decidir si la matriz  $(A.B^3.C^2.B^{-1})$  tiene inversa o no y por qué.

4. a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto

$$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) ; x_1 + x_2 = 0, x_4 = 2x_3\}$$
 es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^4$

- b) Encontrar una base para  $S$

NOMBRE Y APELLIDO :

TEMA : 3

NÚMERO DE ALUMNO :

TURNO Y COMISIÓN:

1. Dada  $\{a_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $a_1 = 4$  ;  $a_n = 4 + a_{n-1}$  si  $n \geq 2$

a) Determine el valor de  $a_{73}$       b) Determine el valor de:  $\sum_{i=56}^{130} a_i$

c) Determine una fórmula explícita para la sucesión  $\{d_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $d_n = \prod_{i=1}^n a_i$

2. Demuestre usando el principio de inducción que, para todo  $n \geq 1$  es:  $\sum_{i=1}^n \left(\frac{4}{5}\right)^i = 4 - \frac{4^{n+1}}{5^n}$

3. Cuatro premios diferentes se repartirán entre ocho candidatos. Determine cuántos resultados son posibles si: a) una misma persona puede recibir más de un premio b) los dos primeros premios se entregan a personas diferentes c) los premios se reparten entre por lo menos dos personas. (Justifique sus respuestas)

4. a) Describa las curvas definidas por las siguientes ecuaciones indicando todos sus elementos.

$$3x^2 - 8y^2 = 3$$

$$y^2 = x + 4$$

b) Determine, en caso de que existan, los puntos en los que dichas curvas se cortan. c) Grafique.

5. a) Determine cuáles de las siguientes matrices son invertibles y calcule la inversa cuando exista.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Siendo  $A$  y  $A'$  las matrices del apartado anterior, analice la validez de los siguientes enunciados:

- Existe una matriz  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  tal que el sistema  $AX=B$  es incompatible.
- Existe una matriz  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  tal que el sistema  $A'X=B$  es compatible indeterminado.

NÚMERO DE ALUMNO :

TEMA : 2

NOMBRE Y APELLIDO :

1. La suma de los 12 primeros términos de una sucesión aritmética es 294 y el primer término es -3.  
a) Calcular la diferencia de la sucesión b) Definir dicha sucesión en forma explícita c) Definir dicha sucesión en forma recursiva.

2. Demuestre usando el principio de inducción que:  $\sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right) = \frac{n}{n+1}$  para  $n \geq 1$

3. Un examen consta de dos partes. La primera parte tiene 7 preguntas y la segunda parte tiene 5 preguntas. Determine de cuántas maneras puede un alumno seleccionar las preguntas que va a responder, si éstas deben ser: a) 5 de la primera parte y 4 de la segunda parte b) por lo menos 5 de la primera parte y por lo menos 4 de la segunda parte. (Justifique sus respuestas)

4. a) Escriba la ecuación explícita de la recta que pasa por  $(2, -3)$  y es perpendicular a la recta de ecuación  $5y + 4x = 20$ . Represente.

b) Determine la intersección de la circunferencia que tiene centro en  $(-3, -2)$  y radio 2 con la recta de ecuación  $y - x - 1 = 0$ . Represente.

5. a) Determine  $k$  de manera que el sistema 
$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 + x_3 = 2 \\ 4x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ 5x_1 + 7x_2 + kx_3 = 4 \end{cases}$$
 tenga infinitas soluciones.

Justifique su respuesta. b) resuelva para el valor de  $k$  hallado.



NOMBRE Y APELLIDO :

**TEMA : 2**

NÚMERO DE ALUMNO :

TURNO Y COMISIÓN:

1. Dada  $\{u_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $u_1 = 2$  ;  $u_n = 2 + u_{n-1}$  si  $n \geq 2$

a) Determine  $u_{68}$       b) Determine el valor de  $\sum_{i=75}^{200} u_i$

c) Determine una fórmula explícita para la sucesión  $\{d_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $d_n = \prod_{i=1}^n u_i$

2. Demuestre usando el principio de inducción que, para todo  $n \geq 1$  es:  $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

3. Se reparten, entre 9 personas, cuatro entradas (no numeradas) para una función de cine. Determine de cuántas maneras se puede hacer el reparto si:

- a) Cada persona puede recibir a lo sumo una entrada.
- b) Se entregan dos entradas a una de las personas y las otras dos entradas se entregan a personas diferentes.
- c) Cada persona puede recibir a lo sumo dos entradas. (Justifique sus respuestas)

4. a) Describa las curvas definidas por las siguientes ecuaciones indicando todos sus elementos.

$$2y^2 - 3x^2 = 6$$

$$5y^2 + 2x^2 = 53$$

b) Determine, en caso de que existan, los puntos en los que dichas curvas se cortan. c) Grafique.

5. a) Determine cuáles de las siguientes matrices son invertibles y calcule la inversa cuando exista.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

b) Siendo  $A$  y  $A'$  las matrices del apartado anterior, analice la validez de los siguientes enunciados:

- Para toda matriz  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , el sistema  $AX=B$  es compatible indeterminado.
- Para toda matriz  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ , el sistema  $A'X=B$  es compatible determinado.

NOMBRE Y APELLIDO :

TEMA : 2

NÚMERO DE ALUMNO :

TURNO Y COMISIÓN:

1. Dada  $\{u_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $u_1 = 2$  ;  $u_n = 2 + u_{n-1}$  si  $n \geq 2$ .

a) Determine  $u_{63}$       b) Determine el valor de  $\sum_{i=15}^{200} u_i$

c) Determine una fórmula explícita para la sucesión  $\{d_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $d_n = \prod_{i=1}^n u_i$ .

2. Demuestre usando el principio de inducción que, para todo  $n \geq 1$  es:  $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

3. Se reparten entre 9 personas, cuatro entradas (no numeradas) para una función de cine. Determine cuántas maneras se puede hacer el reparto :

- a) Cada persona puede recibir a lo sumo una entrada.
- b) Se entregan dos entradas a una de las personas y las otras dos entradas se entregan a personas diferentes.
- c) Cada persona puede recibir a lo sumo dos entradas. (Justifique sus respuestas)

4. a) Describa las curvas definidas por las siguientes ecuaciones indicando todos sus elementos.

$$2y^2 - 3x^2 = 6$$

$$5y^2 + 2x^2 = 53$$

b) Determine, en caso de que existan, los puntos en los que dichas curvas se cortan. c) Grafique.

5. a) Determine cuáles de las siguientes matrices son invertibles y calcule la inversa cuando exista.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \sqrt{2} & 1 \end{pmatrix}$$

b) Siendo  $A$  y  $A'$  las matrices del apartado anterior, analice la validez de los siguientes enunciados:

- Para toda matriz  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ , el sistema  $AX=B$  es compatible indeterminado.
- Para toda matriz  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$ , el sistema  $A'X=B$  es compatible determinado.

**MATEMÁTICA 1 (INFORMÁTICA) - TURNO 3A - RECUPERATORIO DE PRIMER PARCIAL -**  
6/06/05 - TEMA 1

Apellido y Nombre: \_\_\_\_\_

Nro. Legajo: \_\_\_\_\_

Ej. 1		Ej. 2		Ej. 3			Ej. 4		Nota
a	b	a	b	a	b	c	a	b	

1. a) Sea  $a_s = \frac{3s+1}{2s+1}$ , con  $s \geq -2$ . Si se define  $z_i$  para  $i = -1, 0, 1, \dots$  de manera que  $z_{-1} = a_{-2}, z_0 = a_{-1}, z_1 = a_0$ ,

- i) calcule  $z_i$  para  $i = -1, 0, \dots, 9$ .  
ii) dé una fórmula explícita para  $z_i$ .

- b) Encontrar una expresión del valor numérico de  $\sum_{i=1000}^{1347} \frac{2^i}{3^{i+1}}$

2. Demostrar usando el principio de inducción:

- a)  $n^3 + 2n$  es divisible por 3, para todo número natural  $n \geq 1$ .

- b)  $\sum_{j=1}^n 3^j = \frac{3^{n+1}-3}{2}$ , para todo número natural  $n \geq 1$ .

3. Se manejan números binarios de 16 bits.

- a) ¿Cuántos de ellos son tales que la suma de sus dígitos es 9?  
b) ¿Cuántos se pueden formar con exactamente 4 unos?  
c) ¿Cuántos con a lo sumo 3 ceros?

4. a) Encontrar el término de grado 130 en el desarrollo de  $(\frac{5}{y-2} - 3y)^{70}$ .

- b) Usando la fórmula del binomio, calcular:  $\sum_{k=0}^{697} \binom{697}{k} (-2)^k$

$$\sum_{k=0}^{697} \binom{697}{k} (-2)^k$$

NOMBRE Y APELLIDO :

**TEMA : 1**

NÚMERO DE ALUMNO :

TURNOS Y COMISIÓN:

1. Dada  $\{u_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $u_1 = 3$  ;  $u_n = 3 + u_{n-1}$  si  $n \geq 2$

a) Determine  $u_{83}$       b) Determine el valor de la siguiente suma  $\sum_{i=90}^{175} u_i$

c) Determine una fórmula explícita para la sucesión  $\{d_n\}_{n \geq 1}$  definida por  $d_n = \prod_{i=1}^n u_i$

2. Demuestre usando el principio de inducción que, para todo  $n \geq 1$  es:  $\sum_{j=1}^n \frac{j}{2^j} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$

3. Se reparten cuatro entradas (no numeradas) para una función de cine entre 8 personas.

Determine de cuántas maneras se puede hacer el reparto si:

- a) Cada persona puede recibir a lo sumo una entrada.  
 b) Se entregan dos entradas a una de las personas y las otras dos entradas se entregan a personas diferentes.  
 ✓ c) Cada persona puede recibir a lo sumo dos entradas. (Justifique sus respuestas)

4. a) Describa las curvas definidas por las siguientes ecuaciones indicando todos sus elementos.

$$2x^2 + 5y^2 = 22$$

$$3x^2 - y^2 = -1$$

b) Determine, en caso de que existan, los puntos en los que dichas curvas se cortan. c) Grafique.

5. a) Determine cuáles de las siguientes matrices son invertibles y calcule la inversa cuando exista.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad A' = \begin{pmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

b) Siendo  $A$  y  $A'$  las matrices del apartado anterior, analice la validez de los siguientes enunciados:

- El sistema  $AX=B$  es compatible indeterminado cualquiera sea la matriz  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$
- El sistema  $A'X=B$  es compatible determinado cualquiera sea la matriz  $B \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$

Grupo.....Apellido y Nombres.....Legajo#.....

1)a) Encontrar los números  $m$  y  $k$  tales que  $A.B = O$  (matriz nula), siendo

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ k & 3 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ m & 2 \end{pmatrix};$$

b) Calcular el rango de  $A$ , decidir si  $A$  tiene o no inversa. Justificar.

2)a) Encontrar el valor de  $k$  para que el sistema sea compatible

$$\begin{cases} x - 4y + z + w = 5 \\ 5y + 2z + 3w = 2 \\ 2x - 3y + 4z + 5w = k \end{cases}$$

b) Resolverlo, expresar la solución como corresponde.

3)a) Si  $A, B, C$  son matrices  $4 \times 4$  tales que  $\det A = a$ ,  $\det B = b$  y  $\det C = c$ , donde  $a, b, c$

son números reales no nulos, indicar el valor de  $\det \left[ A^9 \cdot A^T \cdot \left( \frac{9}{2} B \right) \cdot C^{-1} \right]$

Enunciar todas las propiedades usadas.

b) Decidir si la matriz  $\left[ A^9 \cdot A^T \cdot \left( \frac{9}{2} B \right) \cdot C^{-1} \right]$  tiene o no inversa y porqué.

4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto

$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5); 3x_1 - x_2 = 0, x_5 = -9x_4, x_3 = 0\}$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^5$

b) Encontrar una base para  $S$  y la dimensión de  $S$ .

Grupo.....Apellido y Nombres.....Legajo#.....

1)a) Encontrar los números  $m$  y  $k$  tales que  $A.B = O$  (matriz nula), siendo

$$A = \begin{pmatrix} m & 5 \\ 3 & -15 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 10 & 5 \\ 2 & k \end{pmatrix};$$

b) Calcular el rango de  $A$ , decidir si  $A$  tiene o no inversa. Justificar.

2)a) Encontrar el valor de  $k$  para que el sistema sea compatible

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 2w = 6 \\ y - z - 2w = 1 \\ 3x + 7y + 8z + 4w = k \end{cases}$$

b) Resolverlo, expresar la solución como corresponde.

3)a) Si  $A, B, C$  son matrices  $3 \times 3$  tales que  $\det A = a$ ,  $\det B = b$  y  $\det C = c$ , donde  $a, b, c$

son números reales no nulos, indicar el valor de  $\det \left[ B^6 \cdot A^{-1} \cdot \left( \frac{4}{5} C \right) \cdot C^T \right]$

Enunciar todas las propiedades usadas.

b) Decidir si la matriz  $\left[ B^6 \cdot A^{-1} \cdot \left( \frac{4}{5} C \right) \cdot C^T \right]$  tiene o no inversa y porqué.

4) a) Demostrar (justificando claramente cada paso) que el conjunto

$S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5); x_2 - 9x_3 + x_5 = 0, x_4 = 10x_1\}$  es un subespacio vectorial de  $\mathbb{R}^5$

b) Encontrar una base para  $S$  y la dimensión de  $S$



Apellido y Nombres..... Legajo#.....

1) a) Encontrar el término explícito de la sucesión  $\begin{cases} a_1 = 9 & a_2 = 21 \\ a_n = 5a_{n-1} - 4a_{n-2}, & n \geq 3 \end{cases}$

b) Encontrar (mostrando cómo los halla) los números  $a, b$  tales que  $-6, a, b, \frac{-81}{4}$  sea una sucesión geométrica

2) a) Probar por inducción completa  $\sum_{j=1}^n \frac{j^3}{5} = \frac{n^2(n+1)^2}{20}$

b) Usando la parte a), indicar el valor de  $\sum_{j=9}^{26} \frac{j^3}{5} =$

3) Una señora ubica sobre una repisa rectangular uno al lado del otro **15** portarretratos con fotos todas distintas: **5** de sus hijos, **6** de sus nietos y **4** de su marido,

a) De cuántas maneras puede ponerlos en la repisa?

b) De cuántas maneras si quiere que los de fotos de personas de un mismo vínculo familiar con ella queden juntos entre sí?

c) De cuántas maneras si sólo quiere que los de fotos de sus nietos queden juntos entre sí?

4) a) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por **P(18,1)** y es perpendicular a  $y = \frac{9}{2}x + 3$

b) Dada la ecuación  $3y^2 - 18y - 36x = 45$ , hallar la ecuación canónica, indicar qué cónica representa, hallar todos sus elementos, graficar.

## MATEMÁTICA 1 1er SEMESTRE 2008 1er PARCIAL(Recuperatorio1) Tema 3 tres

Apellido y Nombres..... Legajo#.....

1) a) Encontrar el término explícito de la sucesión  $\begin{cases} t_1 = 23 & t_2 = 203 \\ t_n = 11 \cdot t_{n-1} - 10 \cdot t_{n-2} \end{cases}$

b) Encontrar (justificando cómo los halla) los términos  $a, b, c$  tales que  $-12, a, b, c, 16$  sea una sucesión aritmética

2) a) Probar por inducción  $\sum_{j=1}^n (2 \cdot j + 4) = n^2 + 5 \cdot n$

b) Desarrollar la  $\sum$  dada hasta el quinto término e indicar cuánto vale

3) De un total de **10** diputados y **6** senadores

a) Cuántas comisiones de **7** legisladores se pueden formar?

b) Cuántas en las que haya por lo menos **3** senadores?

c) Cuántas en las que haya como máximo **3** senadores?

4) a) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por los puntos **P(10,9)** y **Q(12, 10)**

b) Dada la ecuación  $32x^2 - 64x + 18y^2 - 72y = 184$ , hallar la ecuación canónica, indicar qué cónica representa, hallar todos sus elementos, graficar.