

Primer Examen Parcial de Matemática III :: 2007 II

1. Una urna contiene 5 esferas blancas y 10 esferas negras. Se arroja un dado y el número resultante es la cantidad de esferas que se extraen al azar de la urna, sin reposición.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que todas las esferas sean blancas? (~~1~~^{1,5}pts)
(b) ¿Cuál es la probabilidad condicional de que el dado haya resultado en un 3 si todas las esferas fueron blancas? (~~1pt~~) (1,5 pt)

2. El tiempo que los alumnos tardan en entregar un examen cuyo límite de tiempo es de tres horas es una variable aleatoria X , medida en hora o fracción, con función de distribución acumulada $F_X(x) = (x/3)^2$ para $0 < x < 3$.

- (a) Encuentre la Varianza de X . (1pt)
(b) ¿Que porcentaje de alumnos entregan en el último cuarto de hora? (1pt)
(c) ¿Cuánto tiempo antes de la finalización del examen habrá el profesor obtenido el 75% de los exámenes? (1pt)

3. Suponga que X e Y tienen una distribución conjunta

$$f_{X,Y}(X,Y) = \begin{cases} x+y & 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1, \\ 0 & \text{d.l.c.} \end{cases}$$

- (a) Encuentre la densidad marginal de la variable aleatoria X . (1pt)
(b) ¿Son X e Y independientes? (~~1pt~~) (1,5 pt)
(c) Encuentre $P\{X + Y < 1\}$. (~~2pts~~) (1,5 pt)

Módulo II - Parcial Teórico-práctico - Fecha 3 - Tema 1

Práctica

1. Se estima que el tiempo de reacción de cierto dispositivo eléctrico a un estímulo está normalmente distribuido con desviación estándar de 0.05 segundos. Cuál es el número de mediciones temporales que deberá hacerse para que la confianza de que el error de la estimación de la esperanza no exceda de 0.01 sea del 95%? $t(t)$

2. La variable aleatoria X tiene distribución de Poisson con $E(X) = V(X) = 2$.

a) Estimar, usando la desigualdad de Chebyshev, la probabilidad de que su valor difiera de 1 (en valor absoluto) en más de 3.

b) Calcular exactamente la probabilidad indicada en a).

3. La medición de la humedad relativa ambiente en un galpón y el contenido de humedad en una muestra de fibras, allí almacenadas, realizada durante 15 días arrojó los siguientes datos:

Humedad relativa [%] 46 53 29 61 36 39 47 49 52 38 55 32 57 54 44

Contenido de humedad [%] 12 15 7 17 10 11 11 12 14 9 16 8 18 14 12

a) Dibujar un diagrama de dispersión para el contenido de humedad en función de la humedad relativa.

b) Estimar la recta de regresión correspondiente usando el método de los cuadrados mínimos.

Teoría

1. a) Muestra aleatoria: definición y concepto.

b) Estadístico: definición. Escribir los estadísticos que considere más importantes para la Estadística.

c) Si $X \approx N(\mu, \sigma^2)$, qué distribución tiene el promedio muestral \bar{X} para una muestra de tamaño n ?

2. Estimadores de máxima verosimilitud:

a) Concepto.

b) Obtención de las ecuaciones de máxima verosimilitud.

c) Se sabe que una población está distribuida normalmente $N(\mu, \sigma^2)$. Hallar los estimadores de máxima verosimilitud de μ y σ .