Algoritmos
y
Estructuras de Datos

Cursada 2015

Prof. Alejandra Schiavoni
Prof. Catalina Mostaccio

Facultad de Informática – UNLP

Análisis de los algoritmos de recorridos en Árboles binarios y generales

Agenda

- Tiempo de ejecución de los recorridos
  - Árboles Binarios
  - Árboles Generales
  - Árboles AVL

Árboles Binarios

Recorridos

- **Preorden**
  - Se procesa primero la raíz y luego sus hijos, izquierdo y derecho.
- **Inorden**
  - Se procesa el hijo izquierdo, luego la raíz y último el hijo derecho
- **Postorden**
  - Se procesan primero los hijos, izquierdo y derecho, y luego la raíz
- **Por niveles**
  - Se procesan los nodos teniendo en cuenta sus niveles, primero la raíz, luego los hijos, los hijos de éstos, etc.

Recorrido: Preorden

```
public void preOrden() {
    imprimir (dato);
    si (tiene hijo_izquierdo)
        hijoIzquierdo.preOrden();
    si (tiene hijo_derecho)
        hijoDerecho.preOrden();
}
```

Recorrido Preorden: Tiempo de Ejecución

Considerando un árbol binario ***lleno*** y altura ***h***

$$T(n) = \begin{cases} c & n = 1 \\ c + 2\,T(\,(n-1)/2\,) & n > 1 \end{cases}$$

$T(n)$ es $O(n)$

Recorrido Preorden: Tiempo de Ejecución

Otra forma: expresando en función de la altura

$$T(h) = \begin{cases} c & h = 0 \\ c + 2\,\mathrm{T}(h - 1) & h > 0 \end{cases}$$

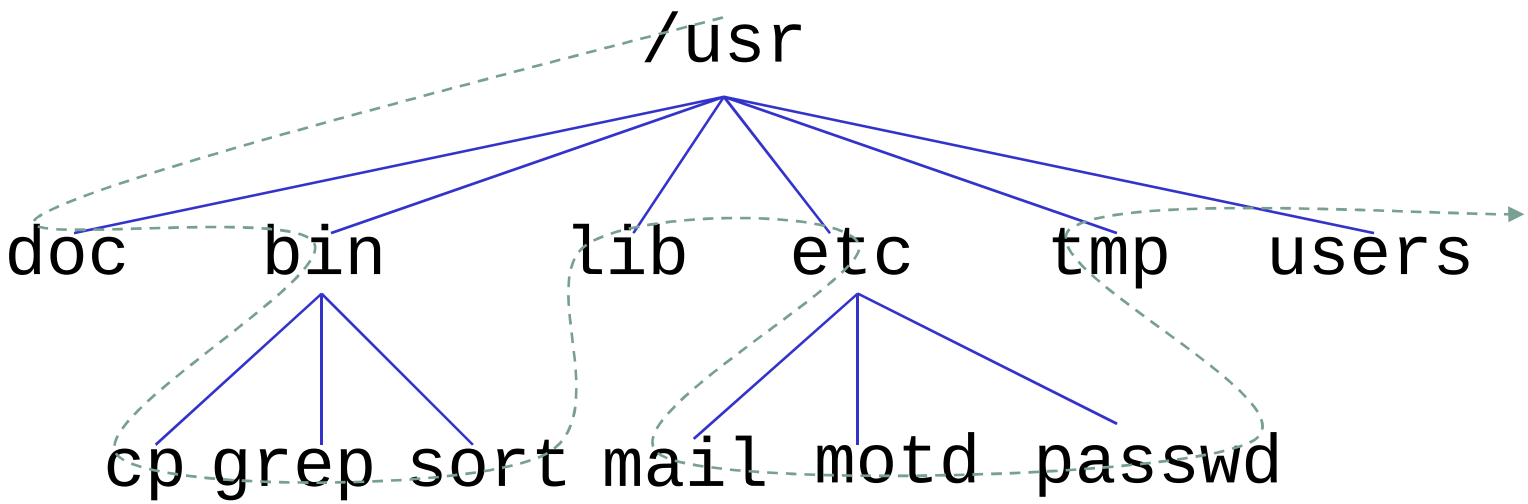
$T(n)$ es $O(n)$

Árboles Generales

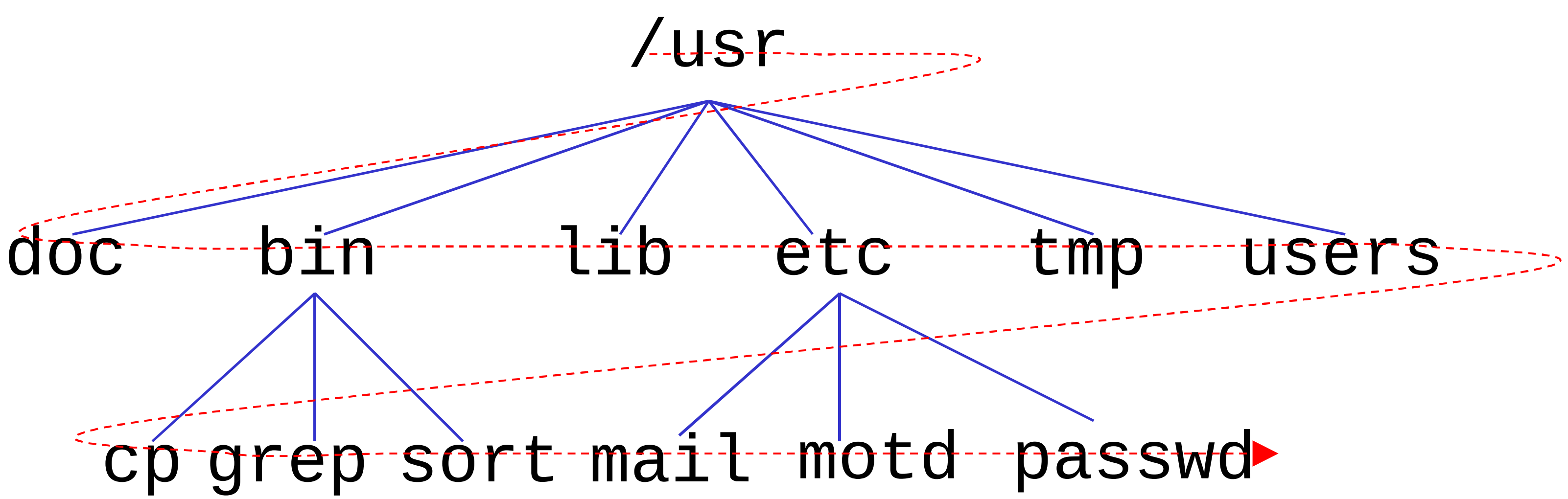
Recorridos

- **Preorden**
  - Se procesa primero la raíz y luego los hijos
- **Inorden**
  - Se procesa el primer hijo, luego la raíz y por último los restantes hijos
- **Postorden**
  - Se procesan primero los hijos y luego la raíz
- **Por niveles**
  - Se procesan los nodos teniendo en cuenta sus niveles, primero la raíz, luego los hijos, los hijos de éstos, etc.

Recorrido: Preorden



Recorrido: Por niveles



Recorrido: Preorden

```
public void preOrden() {
     imprimir (dato);
     obtener lista de hijos;
     mientras (tenga hijos) {
          hijo ← obtenerHijo;
          hijo.preOrden();
     }
}
```

Recorrido Preorden: Tiempo de Ejecución

Considerando un árbol lleno de grado ***k*** y altura ***h***

$$T(n) = \begin{cases} c & n = 1 \\ c + k\,T(\,(n-1)/k\,) & n > 1 \end{cases}$$

$T(n)$ es $O(n)$

Recorrido Preorden: Tiempo de Ejecución

Otra forma: expresando en función de la altura

$$T(h) = \begin{cases} c & h = 0 \\ c + k\,T(h - 1) & h > 0 \end{cases}$$

$T(n)$ es $O(n)$

Árboles AVL

Árbol AVL – Tiempo de ejecución

Dado que el árbol AVL es un árbol binario de búsqueda balanceado, tomamos N_h como el número de nodos en un árbol AVL de altura h

$N_h \geq N_{h-1} + N_{h-2} + 1$

$\geq 2\ N_{h-2} + 1$

$\geq 1 + 2(1 + 2\ N_{h-4}) = 1 + 2 + 2^2\ N_{h-4}$

$\geq 1 + 2 + 2^2 + 2^3\ N_{h-6}$

...

$\geq 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \ldots + 2^{h/2} = 2^{h/2+1} - 1$

continúa …

Árbol AVL – Tiempo de ejecución

Entonces,

$$2^{h/2+1} - 1 \leq n$$

$$h/2 \leq \log_2(n + 1) - 1$$

$$h \leq 2 \log_2(n + 1) - 2$$

Un análisis cuidadoso basado en la teoría de los números de Fibonacci, nos da un valor más ajustado de $1.44 \log_2(n + 2)$.