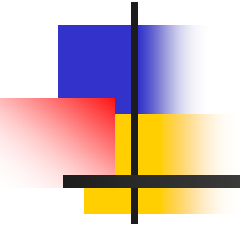


Organización de Computadoras 2009





Bibliografía

- ***Organización y Arquitectura de Computadoras – Diseño para optimizar prestaciones***, Stallings W., Editorial Prentice Hall (5ta edición).
- ***Organización de Computadoras***, Tanenbaum A., Editorial Prentice Hall (4ta edición).
- ***Estructura de Computadores y Periféricos***, Martinez Durá R. et al., Editorial Alfaomega, 2001.
- ***Arquitectura de Computadores - Un enfoque cuantitativo***, Hennessy & Patterson., Editorial Mc Graw Hill (1ra edición).



Repaso Curso de Ingreso

- Representación de Datos.
- Números sin signo. BCD.
- Lógica digital. Álgebra de Boole.



Representación de datos

- Las computadoras almacenan datos e instrucciones en memoria
- Para ello utilizan el sistema binario
- Razones :
 - el dispositivo se encuentra en uno de dos estados posibles (0 ó 1)
 - identificar el estado es más fácil si sólo hay dos



Representación de datos

- Ejemplo :
 - lámpara encendida ó apagada
 - lámpara encendida con 10 intensidades distintas
 - Es más fácil conocer el “estado” de la lámpara en el primer caso (encendida ó apagada), que determinar alguna de las 10 intensidades distintas



Tipos de datos

Las computadoras manejan 4 tipos básicos de datos binarios

- Números enteros sin/con signo
- Números reales con signo
- Números decimales codificados en binario (BCD)
- Caracteres



Representación de números enteros

- Sin signo
- Módulo y signo
- Complemento a uno (Ca1)
Complemento a la base reducida
- Complemento a dos (Ca2)
Complemento a la base
- Exceso



Números enteros sin signo

Si el número tiene n bits, puedo representar

➤ $2^n =$ números distintos

El rango va desde

➤ 0 a $(2^n - 1)$



Números enteros sin signo

Ejemplo: $n = 3$ bits

Decimal	Representación sin signo
0	000
1	001
2	010
..
7	111



Números enteros sin signo

Ejemplo: $n = 8$ bits

0	00000000
..
128	10000000
..
254	11111110
255	11111111



Números enteros sin signo

- RECORDAR: la cantidad de representaciones distintas depende del número de bits

$$\text{N}^{\circ}\text{s distintos} = 2^n$$





Sistemas Posicionales

Teorema Fundamental de la Numeración

$$N^{\circ} = \sum_{i=-m}^n (\textit{dígito})_i \times (\textit{base})^i$$

$$\dots + x_4 \times B^4 + x_3 \times B^3 + x_2 \times B^2 + x_1 \times B^1 + x_0 \times B^0 + x_{-1} \times B^{-1} + x_{-2} \times B^{-2} + \dots$$

N° es el valor decimal de una cantidad expresada en base B y con $(n+1+m)$ dígitos en posiciones i .



Sistema Decimal

- Base 10.
- Dígitos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9}

$$3574 = 3000 + 500 + 70 + 4$$

$$= 3 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

- 3 unidades de mil + 5 centenas + 7 decenas + 4 unidades

$$3.1416_{(10)} = 3 \times 10^0 + 1 \times 10^{-1} + 4 \times 10^{-2} + 1 \times 10^{-3} + 6 \times 10^{-4}$$

- 3 unidades + 1 décima + 4 centésimas + 1 milésima + 4 diezmilésimas



Sistema Binario

- Base 2.
- Dígitos {0,1}

$$\begin{aligned} 1001,1_2 &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} \\ &= 8 + 0 + 0 + 1 + 0,5 \\ &= 9,5_{10} \end{aligned}$$



Sistema Hexadecimal

- Base 16.
- Dígitos {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A, B, C, D, E, F}
10,11,12,13,14,15

$$\begin{aligned} 2CA,8_{16} &= 2 \times 16^2 + C \times 16^1 + A \times 16^0 + 8 \times 16^{-1} \\ &= 512 + 192 + 10 + 0,5 \\ &= 714,5_{10} \end{aligned}$$



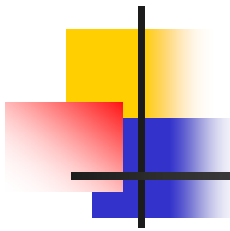
Sistema hexadecimal codificado en binario (BCH)

- Los dígitos hexadecimales se convierten uno a uno en binario
- Para representar un dígito hexadecimal se utilizará siempre 4 bits
- Se asocia cada dígito con su valor en binario puro



BCH

Dígito hexadecimal	Código BCH
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111



Sistema decimal codificado en binario (BCD)

- Los dígitos decimales se convierten uno a uno en binario
- Para representar un dígito decimal se requerirán 4 bits
- Se asocia cada dígito con su valor en binario puro



BCD

Dígito decimal	Código BCD
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001



BCD

- BCD tiene dos ámbitos de aplicación:
 - E/S y periféricos, los números se codifican usando un byte por dígito. Se dice que el número está *desempaquetado*.
 - En cálculo, se reservan 4 bits por dígito. Se dice que el número está *empaquetado*.



BCD

- Ejemplo: desempaquetado sin signo

$$\begin{aligned} 834 &= 1111\textcolor{red}{1000} \ 1111\textcolor{green}{0011} \ 1111\textcolor{yellow}{0100} \\ &= \textcolor{red}{F8} \ \textcolor{green}{F3} \ \textcolor{yellow}{F4} \end{aligned}$$

- Por cada dígito se usan 8 bits, 4 para el binario puro y 4 se completan con "1"



BCD

- Desempaquetado con signo
- Con 4 bits hay $2^4=16$ combinaciones posibles de unos y ceros :
 - Diez usamos para los dígitos 0 al 9
 - Nos quedan seis sin usar
 - $C_{16} = 1100$ representa al signo +
 - $D_{16} = 1101$ representa al signo -



BCD

- Ejemplo: desempaquetado con signo

$$\begin{aligned} + \text{ 834} &= 1111\textcolor{red}{1000} \ 1111\textcolor{green}{0011} \ 11\textcolor{blue}{00}\textcolor{yellow}{0100} \\ &= \textcolor{red}{F8} \ \textcolor{green}{F3} \ \textcolor{blue}{C4} \end{aligned}$$

- Los 4 bits que acompañan al último dígito son reemplazados por el signo.



BCD

Ejemplo:

$$\blacksquare \quad - 834 = 1111\textcolor{red}{1}000 \ 1111\textcolor{green}{0}011 \ 11\textcolor{blue}{0}1\textcolor{yellow}{0}100$$
$$= \textcolor{red}{F}8 \ \textcolor{green}{F}3 \ \textcolor{blue}{D}4$$



BCD

Ejemplo: empaquetado con signo

$$\blacksquare + 834 = 10000011 \ 01001100 \\ = 83 \ 4C$$

$$\blacksquare - 34 = 00000011 \ 01001101 \\ = 03 \ 4D$$



Suma en BCD

- De las 16 representaciones posibles con 4 bits, usamos 10 para los dígitos 0 al 9
- Nos sobran 6 combinaciones de 4 bits
- Al sumar dos dígitos BCD, se nos presentan dos casos :
 - ❖ la suma es ≤ 9
 - ❖ la suma es > 9



Suma en BCD

- En el primer caso no hay problema

$$\begin{array}{r} + \quad 41 \\ \quad 22 \\ \hline 63 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + \quad 0100 \quad 0001 \\ \quad 0010 \quad 0010 \\ \hline 0110 \quad 0011 \end{array}$$



Suma en BCD

- En el segundo caso ¿Qué sucede ?

$$\begin{array}{r} 1 \\ + 15 \\ + 27 \\ \hline 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111 \\ + 0001 \ 0101 \\ + 0010 \ 0111 \\ \hline 0011 \ 1100 \\ \underbrace{\hspace{1cm}}_3 \quad \underbrace{\hspace{1cm}}_{\text{no válido}} \end{array}$$



Suma en BCD

- Cuando la suma de los dos dígitos da >9 hay que generar el "acarreo" porque hay seis combinaciones no usadas
- Entonces: cuando la suma de los dígitos es > 9 hay que sumar 6 en ese dígito

Suma en BCD

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 + 15 \\
 + 27 \\
 \hline
 42
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 111 \\
 + 0001 \quad 0101 \\
 + 0010 \quad 0111 \\
 \hline
 111 \quad 1 \\
 0011 \quad 1100 \\
 + \quad \quad 0110 \quad \leftarrow 6 \\
 \hline
 \end{array}$$

Resultado correcto 0100 0010



Suma en BCD

- Ejemplo

$$\begin{array}{r} 1 \\ 476 \\ + 55 \\ \hline 531 \end{array}$$

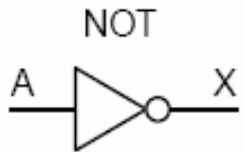
$$\begin{array}{r} 111 \quad 1 \\ 0100 \quad 0111 \quad 0110 \\ + 0101 \quad 0101 \\ \hline 0100 \quad 1100 \quad 1011 \\ + 0110 \quad 0110 \\ \hline 0101 \quad 0011 \quad 0001 \end{array}$$



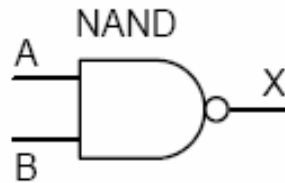
El nivel de lógica digital

- Un circuito digital es en el que están presentes dos valores lógicos
- Compuertas son dispositivos electrónicos que pueden realizar distintas funciones con estos dos valores lógicos
- Como vimos en el Ingreso las compuertas básicas son: AND, OR, NOT, NAND, NOR y XOR

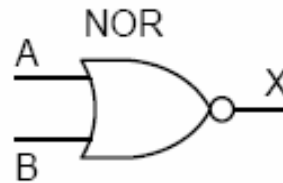
Compuertas: símbolo y descripción funcional



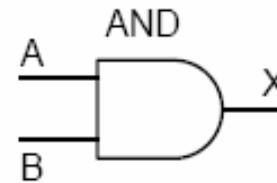
A	X
0	1
1	0



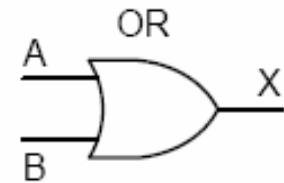
A	B	X
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



A	B	X
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0



A	B	X
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	X
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Algebra Booleana

- Para describir los circuitos que pueden construirse combinando compuertas, se requiere un nuevo tipo de álgebra, donde las variables y funciones sólo puedan adoptar valores 0 ó 1: álgebra booleana.



Algebra Booleana

- Puesto que una función booleana de n variables tiene 2^n combinaciones de los valores de entrada, la función puede describirse totalmente con una tabla de 2^n renglones, donde c/u indica un valor de la función (0 ó 1) para cada combinación distinta de las entradas:

=> ***tabla de verdad***



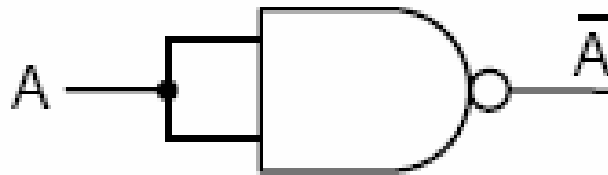
Recordemos algunas identidades del álgebra booleana

Identidad	$1.A=A$	$0+A=A$
Nula	$0.A=0$	$1+A=1$
Idempotencia	$A.A=A$	$A+A=A$
Inversa	$A.\overline{A}=0$	$A+\overline{A}=1$
Conmutativa	$A.B=B.A$	$A+B=B+A$
Asociativa	$(AB).C=A(BC)$	$(A+B)+C=A+(B+C)$
Distributiva	$A+B.C=(A+B).(A+C)$	$A.(B+C)=AB+AC$
Absorción	$A.(A+B)=A$	$A+A.B=A$
De Morgan	$\overline{A.B}=\overline{A}+\overline{B}$	$\overline{A+B}=\overline{A}.\overline{B}$

Leyes de De Morgan

➤ Ejemplo: construir un NOT con NAND

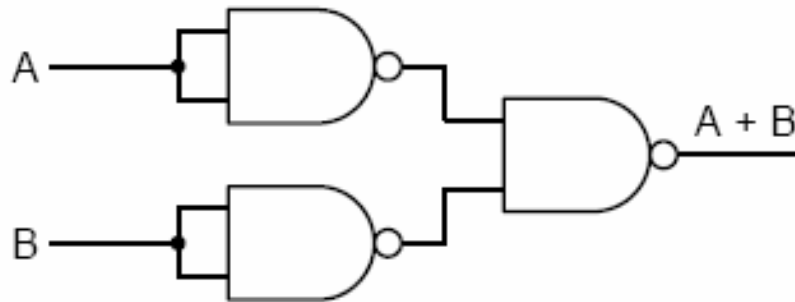
$$F = \overline{A.B} = \overline{A.A} = \overline{A}$$



Leyes de De Morgan

- Ejemplo: construir un OR con NAND

$$F = A + B = \overline{\overline{A + B}} = \overline{\overline{A} \cdot \overline{B}}$$





Implementación de funciones booleanas

- Escribir la tabla de verdad para la función
- Dibujar una AND para cada término que tiene un 1 en la columna de resultado (con sus entradas apropiadas)
- Invertir las entradas necesarias
- Unir todas las AND a una OR



Implementación

Ejemplo: construir la tabla de verdad e implementar el circuito de una función booleana M , de tres entradas A , B y C , tal que $M=1$ cuando la cantidad de '1' en A , B y C es ≥ 2 y $M=0$ en otro caso.

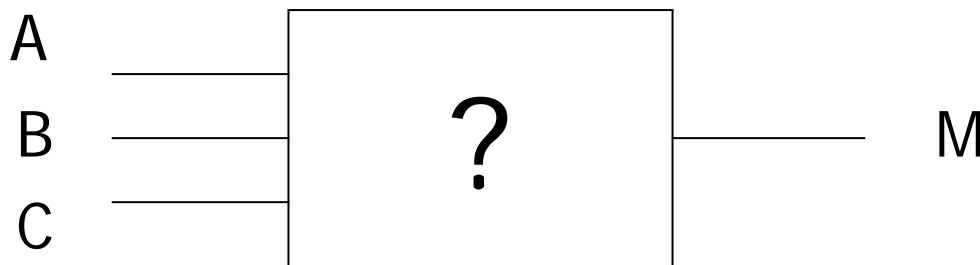




Tabla de verdad

A	B	C	M
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1





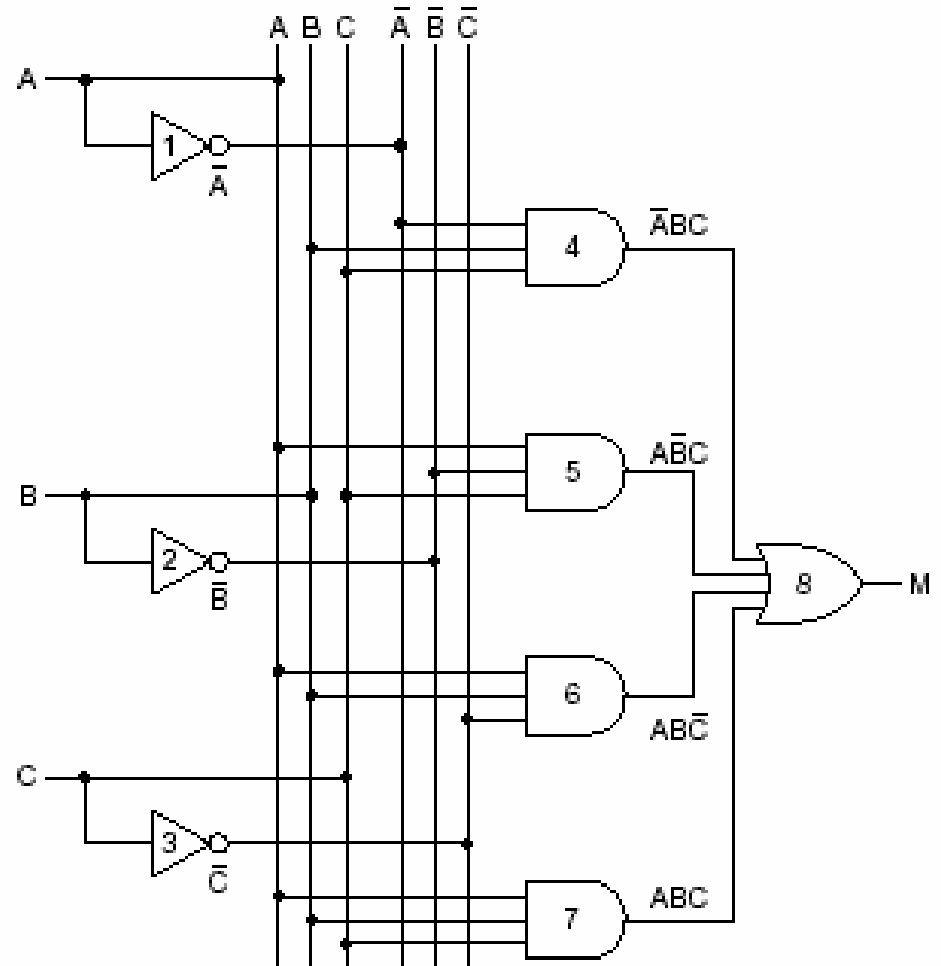
Función M

$$M = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

- ❖ Hay tantos términos como 1s en la tabla
- ❖ Cada término vale 1 para una única combinación de A, B y C
- ❖ Las variables que valen 0 en la tabla aparecen aquí negadas

Función M (2)

$$M = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$





Otro ejemplo

Supongamos la siguiente Tabla de Verdad

A	B	M
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Función $M = \bar{A}B + A\bar{B} \Rightarrow M = \text{XOR}$

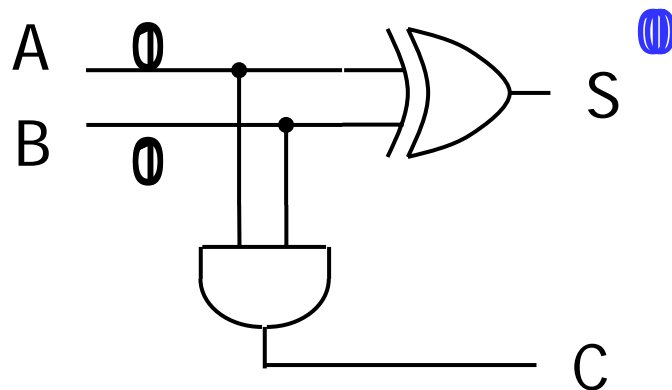


Recordemos

- ✓ En un AND, basta que una de sus entradas sea 0 para que la función valga 0.
- ✓ En un OR, basta que una de sus entradas sea 1 para que la función valga 1.
- ✓ Hacer el XOR con 1 invierte el valor de la variable.
- ✓ Hacer el XOR con 0 deja el valor de la variable como estaba.

Circuitos combinatorios

■ Ejemplo



A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

S representa la suma aritmética de 2 bits y **C** es el acarreo

Semi-sumador ó Half adder



mayor información ...

- Sistemas enteros y Punto fijo
 - Apunte 1 de Cátedra
- Operaciones lógicas
 - Apunte 3 de Cátedra
- Apéndice 8A: Sistemas de Numeración
 - Stallings, 5ta Ed.
- Apéndice A: Lógica digital (A.1., A.2.)
 - Stallings, 5ta Ed.
- Capítulo 3: Lógica digital y representación numérica
 - Apuntes COC - Ingreso 2009