



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2017

### Práctica 7 Grafos – Segunda Parte

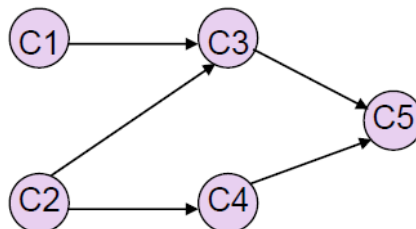
**Importante:** En el presente Trabajo Práctico, se ha incluido material de las clases de teoría a modo de ayuda memoria. El material incluido no reemplaza el apunte de la teoría, por lo cual, se recomienda que recurra a él para leer los temas en forma completa.

### Ejercicio 1- Ordenación Topológica

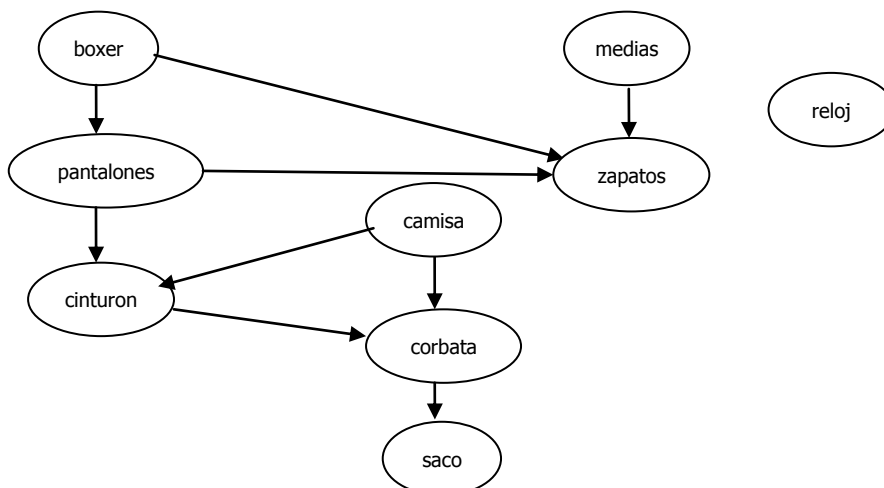
La organización topológica (o "sort topológico") de un grafo dirigido acíclico (DAG) es un proceso de asignación de un orden lineal a los vértices del DAG de modo que si existe una arista  $(v,w)$  en el DAG, entonces  $v$  aparece antes de  $w$  en dicho ordenamiento lineal.

Por ejemplo, sea el siguiente DAG, posibles organizaciones topológicas son las siguientes:

- C1, C2, C4, C3 y C5
- C2, C4, C1, C3 y C5
- C1, C2, C3, C4 y C5



El siguiente DAG surge cuando el Profesor Miguel se viste a la mañana. El profesor debe ponerse ciertas prendas antes que otras. Por ejemplo, las medias antes que los zapatos. Otras prendas pueden ponerse en cualquier orden. Por ejemplo, las medias y los pantalones. Una arista dirigida  $(v,w)$  en el DAG indica que la prenda  $v$  debe ser puesta antes que la prenda  $w$ . Enumere todos los posibles órdenes topológicos que se pueden obtener a partir del DAG previo.





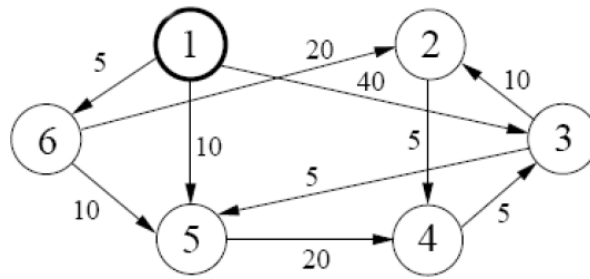
UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2017

### Ejercicio 2 – Algoritmo de Dijkstra

El algoritmo de Dijkstra que permite encontrar el camino mínimo desde un cierto nodo hacia todos los demás. Para ello, el algoritmo verifica con cada uno de los nodos si utilizando ese nodo como nodo intermedio, puede mejorar la distancia al resto de los nodos.

Sea el siguiente Dígrafo, considerando al nodo 1 como origen, la tabla inicial es la siguiente.



V	$D_v$	$P_v$	Conoc.
1	0	0	①
2	$\infty$	0	0
3	<b>40</b>	<b>1</b>	0
4	$\infty$	0	0
5	<b>10</b>	<b>1</b>	0
6	<b>5</b>	<b>1</b>	0

La secuencia de nodos a elegir es la siguiente: 6, 5, 2, 4 y 3. De esta forma, se obtiene la siguiente tabla final.

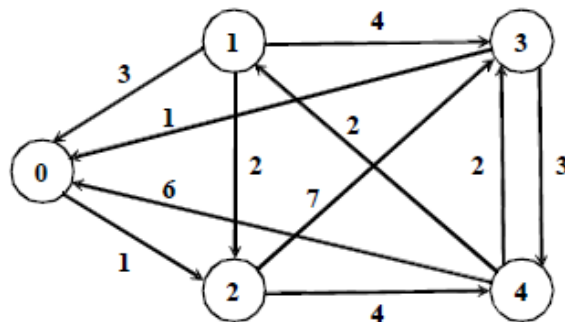
V	$D_v$	$P_v$	Conoc.
1	0	0	1
2	25	6	1
3	35	4	1
4	30	5	1
5	10	1	1
6	5	1	1



UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2017

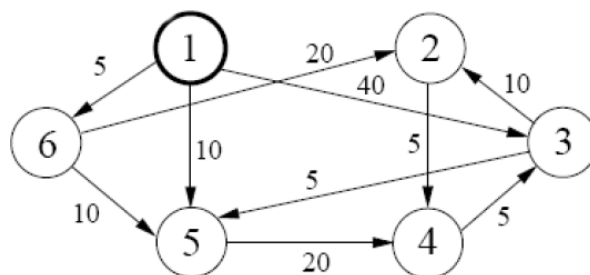
Sea el siguiente dígrafo:



- Para el vértice inicial 3, describa paso a paso la ejecución del algoritmo, mostrando como varían los costos de acceso desde el vértice inicial a cada uno de los vértices restantes.
- Muestre mediante un ejemplo como falla el algoritmo de Dijkstra si existen en el dígrafo aristas de costo negativo.
- El algoritmo de Dijkstra se puede implementar de 2 formas distintas en función de cómo se identifica al vértice que se utiliza como pivote para verificar si pasando por ese vértice se puede reducir el costo de llegar a cada uno de los demás. Describa las dos formas (no tiene que implementarlas) e indique el tiempo de ejecución de cada una.

### Ejercicio 3 - Algoritmo de Floyd

El algoritmo de Floyd permite encontrar el camino mínimo para cada par de vértices. Esto lo realiza verificando sistemáticamente si para cada par de vértices puede reducir el costo pasando por cada uno de los restantes vértices. Sea el siguiente dígrafo, la tabla inicial de costos es la siguiente.



	1	2	3	4	5	6
1	-	$\infty$	40	$\infty$	10	5
2	$\infty$	-	$\infty$	5	$\infty$	$\infty$
3	$\infty$	10	-	$\infty$	5	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	5	-	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	20	-	$\infty$
6	$\infty$	20	$\infty$	$\infty$	10	-



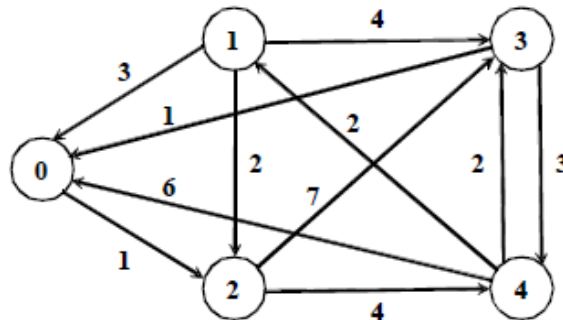
UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2017

El resultado del algoritmo de Floyd es la siguiente tabla de costos.

	1	2	3	4	5	6
1	-	25	35	30	10	5
2	$\infty$	-	10	5	15	$\infty$
3	$\infty$	10	-	15	5	$\infty$
4	$\infty$	15	5	-	10	$\infty$
5	$\infty$	35	25	20	-	$\infty$
6	$\infty$	20	35	25	10	-

Sea el siguiente dígrafo, describa paso a paso la ejecución del algoritmo.



## Ejercicio 4

Se desea mantener un conjunto de antenas situadas estratégicamente por una zona determinada. Se conoce cuál es el costo de ir de una antena a otras antenas cercanas. El equipo de mantenimiento trata de optimizar las rutas de visita a las antenas de forma que el costo de mantener las antenas sea mínimo.

El mapa de antenas junto con el costo de ir de unas antenas a otras lo representaremos en la siguiente matriz:

	Antena 1	Antena 2	Antena 3	Antena 4	Antena 5	Antena 6	Antena 7
Antena 1	0	7	2	6	9		8
Antena 2	7	0		3			
Antena 3	2		0		6		
Antena 4	6	3		0			3
Antena 5	9		6		0	3	
Antena 6					3	0	2
Antena 7	8			3		2	0

Cuando no aparece valor entre dos antenas es porque no se puede llegar directamente desde una a la otra.

- ¿Qué algoritmo se puede aplicar para calcular el costo mínimo para ir desde la antena 1 hasta la antena 7?
- Muestre el árbol de caminos mínimos desde la antena 1 hacia todas las demás.



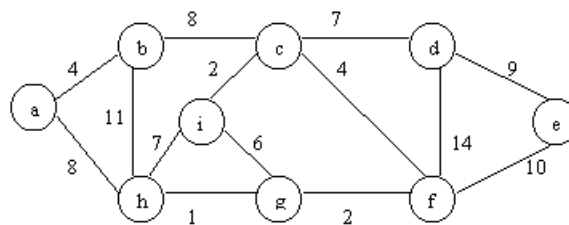
UNLP. Facultad de Informática.

## Algoritmos y Estructuras de Datos Cursada 2017

### Ejercicio 5 - Algoritmo de Prim

El algoritmo de Prim consiste en ir construyendo un árbol haciéndolo crecer por etapas, considerando en cada etapa la arista de menor costo de forma tal de que solo uno de los nodos de esa arista pertenezca al árbol.

La implementación del algoritmo de Prim es similar a la del algoritmo de Dijkstra, registrando la información en una tabla. Muestre paso a paso la aplicación del algoritmo de Prim al siguiente Grafo.



### Ejercicio 6 - Algoritmo de Kruskal

El algoritmo de Kruskal consiste en ir seleccionando aristas del Grafo si la misma no produce un ciclo. A diferencia de Prim, en Kruskal no se debe ir armando un árbol, sino que se puede considerar cualquier arista mientras que no origine un ciclo. Muestre paso a paso la aplicación del algoritmo de Kruskal al siguiente Grafo.

