

Parcial de Matemática 3
Tema 2

- 1) La distribución de plantas de cierta especie en una zona sigue un proceso de Poisson con una tasa de 5 plantas por hectárea.
- Calcular la probabilidad de encontrar menos de 8 plantas en una hectárea
 - Calcular la probabilidad de encontrar menos de 17 plantas en 3 hectáreas
 - ¿Cuál es el número esperado de plantas en 20 hectáreas?
- 2) Sea X el tiempo (en días) entre dos fallas sucesivas de un equipo. X tiene distribución exponencial con $\lambda = 0.028$. Calcular:
- La probabilidad de que el equipo funcione sin fallas durante al menos 32 días.
 - Si el equipo falla el día 5, ¿cuál es la probabilidad de que falle antes del día 30?
 - La esperanza y desviación estándar del tiempo entre dos fallas.
- 3) La distribución del recuento de glóbulos rojos en adultos de sexo masculino de una población es una variable aleatoria con distribución normal con media 4820 mm^3 y desviación estándar 490 mm^3
- Se elige un hombre al azar en esa población y se realiza el recuento de glóbulos rojos. ¿Cuál es la probabilidad de que ese valor sea menor de 5100?
 - Se eligen 6 hombres, ¿cuál es la probabilidad de que el promedio del recuento de glóbulos rojos sea mayor que 4700?
 - ¿Cuántos hombres deberían analizarse para que la diferencia entre el promedio muestral y la verdadera media poblacional sea menor que 100 con probabilidad ≥ 0.95 ?
- 4) Sea X una variable aleatoria con densidad dada por:
- $$f(x) = \begin{cases} (x/\theta) \exp(-x^2/2\theta) & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en c.c.} \end{cases}$$
- Obtenga el estimador de máxima verosimilitud para θ .
 - Demuestre que el estimador obtenido en a) es insesgado. [Pista $E(X^2) = 2\theta$]
- 5) Se desea estimar la proporción de automovilistas que usan el cinturón de seguridad, mediante un intervalo de confianza de nivel 0.95
- Modelizar el problema. ¿Cuántos automovilistas debería encuestarse, si se desea que la longitud del intervalo no sea mayor que 0.11?
 - Se encuestan 330 conductores, y 142 afirman que utilizan regularmente el cinturón de seguridad. Construir el intervalo de confianza pedido.
- 6) Suponemos que la resistencia al corte de soldaduras eléctricas tiene una distribución normal con $\sigma = 21$. Se planifica probar 18 soldaduras.
- Plantear un test de hipótesis para determinar si la media de la resistencia al corte es mayor que 385. Usar $\alpha = 0.05$
 - ¿Cuál es la probabilidad de error tipo II, si el verdadero valor de la media es 398?
 - ¿Cuál sería el n necesario para que la probabilidad anterior fuera menor que 0.1?
 - Se determinó la resistencia al corte de las 18 soldaduras eléctricas y se obtuvo $\bar{X} = 396$ ¿cuál es su conclusión con ese nivel de significación?
 - Calcule el p-valor.
 - Si en lugar de conocer el valor de X , sólo se sabe que el p-valor es 0.0236 ¿Qué concluiría para un nivel $\alpha = 0.05$ y con $\alpha = 0.01$? Explicar su razonamiento.