Série 12

Exercice 1. Soit $X: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $X \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R}^3)$ défini au voisinage d'une surface paramétrée $S \subset \mathbb{R}^3$. Montrer que

$$\left| \iint_S X \cdot \nu d\sigma \right| \le \left| \iint_S \|X\| d\sigma.$$

Exercice 2. Soient $u, v : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ deux fonctions \mathcal{C}^1 , soit f(x+iy) := u(x,y) + iv(x,y) et soit $\Omega \subset \mathbb{C}$ un domaine borné dont le bord est \mathcal{C}^1 par morceau. Montrer que

$$\oint_{\partial\Omega} f dz = 2i \iint_{\Omega} \bar{\partial} f dx dy.$$

Exercice 3. Trouver un champ de vecteurs qui ne dérive pas d'un potentiel.