UNIVERSIDAD NACIONAL DE LUJAN

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS BASICAS DIVISION MATEMATICA

SEGUNDO PARCIAL VIRTUAL ANALISIS MATEMATICO III 25-11-20

APELLIDO Y NOMBRE .... LEGAJO.............

Ejercicio 1- Dados los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales

1) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = 4y - 3v \end{cases}$ $Y(0) = (1;2)$ 2) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = 4y + 3v \end{cases}$ $Y(0) = (-1;0)$

3) $\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = -4y - 5v \end{cases}$ $Y(0) = (-1;0)$

a) Determine cuál de los tres sistemas podría modelar a un oscilador armónico. **Justifique su elección.**

b) Escriba la ecuación diferencial de segundo orden asociado al sistema del apartado a). Teniendo en cuenta la ecuación que planteó y su condición inicial **proponga una situación**, que modele el movimiento de ese oscilador armónico, definiendo las contantes. Clasifique dicho oscilador.

c) Haga un análisis cualitativo del PVI. **Grafique**, en el plano fase, la curva solución asociada con esta solución particular hallada. **Grafique** también las $y(t)$, $v(t)$.

d) Resuelva analíticamente. ¿La solución hallada es compatible con el análisis cualitativo? ¿Por qué?

Ejercicio 2- Considere un oscilador armónico con masa 1, constante de resorte K = 4 y un coeficiente fijo de amortiguamiento b, entonces el movimiento del oscilador queda modelado por la ecuación

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \boldsymbol{b}\frac{dy}{dt} + 4y = 0$$

a) Determine el valor de la constante de amortiguación para que dicho sistema modele a un oscilador críticamente amortiguado. **Justifique su respuesta**

b) Convierta luego su ecuación en un sistema lineal de primer orden.

Ejercicio 3- Dado el siguiente problema de valor inicial, se pide:

$$\frac{dy}{dt} + y = f(t) \qquad y\,(0) = 1$$

$$f(t) = \begin{cases} -t & t < 2 \\ 2 & t \geq 2 \end{cases}$$

a) Análisis cualitativo. Determine el comportamiento de la solución a largo plazo.
b) Resolución analítica, usando Transformada de Laplace.

Ejercicio 4- Considere que un oscilador armónico con una contante de **resorte de 9** modela el movimiento de una **masa unitaria** que se desplaza sobre una mesa **sin fricción** con una fuerza externa periódica $\boldsymbol{f(t) = 4cos\,3t}$. Además se sabe que Inicialmente cuando comienza a actuar esta fuerza al resorte se lo estira **una unidad** sin empujarlo, es decir, con velocidad nula.

a) Escriba la ecuación de segundo orden que modela esta situación junto con la condición inicial, es decir, escriba el PVI.

b) Haga un análisis cualitativo del **oscilador libre** describiendo el comportamiento a largo plazo de la solución con la condición inicial dada. **Grafique**, en el plano fase, la curva solución asociada con la solución particular hallada. **Grafique** también las $y(t)$, $v(t)$.

c) Resuelva, usando transformada de Laplace, el PVI.

d) Interprete el comportamiento a largo plazo de la solución del PVI comparándola con la solución del oscilador libre.

Ejercicio 5- Calcular **usando la definición**, <u>sin usar la tabla</u>, la transformada de Laplace de la función $f(t)$ cuya expresión es

$$f(t) = \begin{cases} 3 & 0 \leq t < 3 \\ t & t \geq 3 \end{cases}$$