

## Распараллеливание вычисления кратного интеграла

Варивода Иван Алексеевич, студент 4 курса кафедры прикладной кибернетики  
СПбГУ varivoda\_ivan@mail.ru

### Аннотация

Существует огромное количество методов для приближенного вычисления интегралов. Одним из главных требований, предъявляемых к методу является скорость вычисления. Многие годы математики изобретали новые приемы для уменьшения погрешности, выбора разбиения, которые экономили время. Сейчас существуют мощные средства для повышения скорости вычисления, например, распараллеливание вычислений.

В данной работе рассматривается распараллеливание вычислений повторного интеграла с помощью средств Open MP.

Ключевые слова: *OpenMP, распараллеливание, вычисление кратного интеграла*

Пусть  $a, b$  — вещественные числа, где  $b > a$ ,  $n, N$  — натуральные числа. Возьмем  $H = \frac{b-a}{N}$ ,  $h = \frac{H}{n}$ . Положим  $x_k = a + kH$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$ .

Представляя интеграл в виде

$$\int_a^b f(x)dx = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)dx \quad (1)$$

и используя формулу Ньютона-Котеса

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)dx \approx h \sum_{k=0}^n B_k^n f(x_k), \quad (2)$$

где

$$B_k^n = \frac{(-1)^{n-k}}{nk!(n-k)!} \int_0^n \frac{t(t-1) \cdots (t-n)}{t-k} dt \quad (3)$$

получаем формулу

$$\int_a^b f(x)dx \approx H \sum_{k=0}^n B_k^n \sum_{l=0}^N f(x_k^l). \quad (4)$$

Здесь использовано обозначение  $x_k^l = a + Hl + hk$ ,  $k = 0, 1, \dots, N$ ,  $l = 0, 1, \dots, n$ . В силу свойства  $B_j^n = B_{n-j}^n$  можем переписать (3) при нечетном  $n$  в виде

$$\int_a^b f(x)dx \approx H \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} B_k^n \sum_{l=0}^N (f(x_k^l) + f(x_{n-k}^l)). \quad (5)$$

При четном  $n$  имеем

$$\int_a^b f(x)dx \approx H \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} B_k^n \sum_{l=0}^N (f(x_k^l) + f(x_{n-k}^l)) + HB_{\frac{n}{2}}^n \sum_{l=0}^N f(x_{\frac{n}{2}}^l). \quad (6)$$

Из формулы (3) получаем значения коэффициентов  $B_k^n$

$$\begin{aligned} \text{Для } n=4: \quad B_0^4 &= \frac{7}{90} & B_1^4 &= \frac{32}{90} & B_2^4 &= \frac{12}{90} \\ \text{Для } n=5: \quad B_0^5 &= \frac{19}{288} & B_1^5 &= \frac{75}{288} & B_2^5 &= \frac{50}{288} \end{aligned}$$

Поэтому для  $n = 4$  имеем следующую составную формулу

$$\int_a^b f(x)dx \approx H \left[ \frac{7}{90} \sum_{l=0}^N (f(x_0^l) + f(x_4^l)) + \frac{32}{90} \sum_{l=0}^N (f(x_1^l) + f(x_3^l)) \right] + \frac{12}{90} \sum_{l=0}^N (f(x_2^l) + f(x_3^l)), \quad (7)$$

а для  $n = 5$  получаем

$$\int_a^b f(x)dx \approx H \left[ \frac{19}{288} \sum_{l=0}^N (f(x_0^l) + f(x_5^l)) + \frac{75}{288} \sum_{l=0}^N (f(x_1^l) + f(x_4^l)) + \frac{50}{288} \sum_{l=0}^N (f(x_2^l) + f(x_3^l)) \right]. \quad (8)$$

Необходимо вычислить

#### Список литературы

1. Крылов В.И название книги.: Изд-во СПбГУ, 19???. - ???с.