

Facit: Repetitionsuppgifter – Matematik 2b

Matilda Svanlund

11 juni 2025

1 Enkla andragradsekvationer

1. $x = \pm 4$
2. $x = \pm 3$
3. $x = \pm 3$
4. $x = \pm 2$
5. $x = 2 \pm 3 = -1$ eller $x = 5$

2 Andragradsekvationer med nollproduktsmetoden

1. $x = 0$ eller $x = 5$
2. $x = 3$ eller $x = -2$
3. $x = 0$ eller $x = 7$
4. $x = -\frac{1}{2}$ eller $x = 4$

3 Andragradsekvationer med lösningsformel (pq-formel)

1. $x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$, dvs $x = 4$ eller $x = 2$
2. $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{-2 \pm 6}{2}$, dvs $x = 2$ eller $x = -4$
3. $x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$
4. $2x^2 - 7x + 3 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{7 \pm 5}{4}$, dvs $x = 3$ eller $x = \frac{1}{2}$
5. $3x^2 + 6x - 9 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$, dvs $x = 1$ eller $x = -3$
6. $5x^2 - 10 = 15x \Rightarrow 5x^2 - 15x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$

4 Logaritmer

1. $\lg(100 \cdot 1000) = \lg 100000 = \lg 10^5 = 5$ eller $\lg(100 \cdot 1000) = \lg 100 + \lg 1000 = 2 + 3 = 5$
2. $\lg\left(\frac{100}{0,1}\right) = \lg 1000 = 3$ eller $\lg\left(\frac{100}{0,1}\right) = \lg 100 - \lg 0,1 = 2 - (-1) = 3$
3. $\lg 5 + \lg 20 = \lg(5 \cdot 20) = \lg 100 = 2$
4. $\lg 50 - \lg 2 = \lg\left(\frac{50}{2}\right) = \lg 25 = \lg 5^2 = 2 \lg 5 \approx 2 \cdot 0,699 \approx 1,398$
5. $\lg x = 2,5 \Rightarrow x = 10^{2,5} = 10^2 \cdot 10^{0,5} = 100 \cdot \sqrt{10} \approx 100 \cdot 3,16 \approx 316$
6. $\lg x + \lg(x-9) = 1 \Rightarrow \lg[x(x-9)] = 1 \Rightarrow x(x-9) = 10 \Rightarrow x^2 - 9x = 10 \Rightarrow x^2 - 9x - 10 = 0$.
Lösning med pq-formeln: $x = \frac{9 \pm \sqrt{81+40}}{2} = \frac{9 \pm \sqrt{121}}{2} = \frac{9 \pm 11}{2}$, dvs $x = 10$ eller $x = -1$. Men $x = -1$ ger $\lg(-1)$ som inte är definierat, och $x = 10$ ger $\lg(1) = 0$ vilket inte stämmer med ekvationen. Kontrollera $x = 10$: $\lg 10 + \lg 1 = 1 + 0 = 1$. Lösningen är $x = 10$.
7. $2^x = 32 \Rightarrow 2^x = 2^5 \Rightarrow x = 5$
8. $3^{x-1} = 27 \Rightarrow 3^{x-1} = 3^3 \Rightarrow x-1 = 3 \Rightarrow x = 4$

5 Enkla ekvationssystem

1. Från andra ekvationen: $x = 4 + y$. Insättning i första ekvationen: $3(4 + y) + 2y = 7 \Rightarrow 12 + 3y + 2y = 7 \Rightarrow 12 + 5y = 7 \Rightarrow 5y = -5 \Rightarrow y = -1$. Då är $x = 4 + (-1) = 3$. Lösningen är $(x, y) = (3, -1)$.
2. Från andra ekvationen: $y = 8 - 2x$. Insättning i första ekvationen: $4x - 3(8 - 2x) = 10 \Rightarrow 4x - 24 + 6x = 10 \Rightarrow 10x - 24 = 10 \Rightarrow 10x = 34 \Rightarrow x = 3,4$. Då är $y = 8 - 2 \cdot 3,4 = 8 - 6,8 = 1,2$. Lösningen är $(x, y) = (3,4; 1,2)$.
3. Från andra ekvationen: $y = 3x - 4$. Insättning i första ekvationen: $x + 2(3x - 4) = 5 \Rightarrow x + 6x - 8 = 5 \Rightarrow 7x - 8 = 5 \Rightarrow 7x = 13 \Rightarrow x = \frac{13}{7}$. Då är $y = 3 \cdot \frac{13}{7} - 4 = \frac{39}{7} - 4 = \frac{39-28}{7} = \frac{11}{7}$. Lösningen är $(x, y) = (\frac{13}{7}, \frac{11}{7})$.

6 Blandade uppgifter

1. $x = \pm 5$
2. $x = 1$ eller $x = -6$
3. $x = \frac{3 \pm \sqrt{9+16}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2}$, dvs $x = 4$ eller $x = -1$
4. Från andra ekvationen: $x = 2 + y$. Insättning i första ekvationen: $2(2 + y) + 3y = 12 \Rightarrow 4 + 2y + 3y = 12 \Rightarrow 4 + 5y = 12 \Rightarrow 5y = 8 \Rightarrow y = \frac{8}{5}$. Då är $x = 2 + \frac{8}{5} = \frac{10+8}{5} = \frac{18}{5}$. Lösningen är $(x, y) = (\frac{18}{5}, \frac{8}{5})$.
5. $\lg(2x) = 2 \Rightarrow 2x = 10^2 = 100 \Rightarrow x = 50$
6. $3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm 3$
7. $x = \frac{1}{2}$ eller $x = -3$
8. Från första ekvationen: $y = 6 - x$. Insättning i andra ekvationen: $2x - 3(6 - x) = -3 \Rightarrow 2x - 18 + 3x = -3 \Rightarrow 5x - 18 = -3 \Rightarrow 5x = 15 \Rightarrow x = 3$. Då är $y = 6 - 3 = 3$. Lösningen är $(x, y) = (3, 3)$.
9. $10^{x-1} = 100 = 10^2 \Rightarrow x-1 = 2 \Rightarrow x = 3$