

Repetitionsuppgifter – Matematik 1 (Facit)

12 juni 2025

Grundläggande ekvationslösning och olikheter

1. Lös ekvationen: $2x + 3 = 7$
Facit: $x = 2$
2. Lös ekvationen: $3x - 5 = 10$
Facit: $x = 5$
3. Lös ekvationen: $5x + 2 = 3x - 4$
Facit: $x = -3$
4. Lös ekvationen: $\frac{x}{3} + 2 = 5$
Facit: $x = 9$
5. Lös ekvationen: $2(x + 3) = 4x - 6$
Facit: $x = 6$
6. Lös ekvationen: $\frac{x+1}{2} = \frac{x-3}{4}$
Facit: $x = -5$
7. Lös ekvationen: $3(x - 1) - 2(x + 3) = 5$
Facit: $x = 14$
8. Lös ekvationen: $\frac{2x-1}{3} + \frac{x+2}{4} = 2$
Facit: $x = 2$
9. Lös olikheten: $2x + 3 < 7$
Facit: $x < 2$
10. Lös olikheten: $3x - 5 \geq 10$
Facit: $x \geq 5$
11. Lös olikheten: $5x + 2 > 3x - 4$
Facit: $x > -3$
12. Lös olikheten: $\frac{x}{3} + 2 \leq 5$
Facit: $x \leq 9$
13. Lös olikheten: $2(x + 3) < 4x - 6$
Facit: $x > 6$
14. Lös olikheten: $-3 < 2x - 5 < 7$
Facit: $1 < x < 6$
15. Lös olikheten: $\frac{x-1}{2} > \frac{x+3}{4}$
Facit: $x > 5$

16. Lös olikheten: $3(x - 1) - 2(x + 3) \leq 5$

Facit: $x \leq 14$

Räta linjens ekvation

- Bestäm räta linjens ekvation som går genom punkten $(2, 5)$ och har lutningen $k = 3$.
Facit: $y = 3x - 1$
- Bestäm räta linjens ekvation som går genom punkterna $(1, 3)$ och $(4, 9)$.
Facit: $k = \frac{9-3}{4-1} = 2$, $y = 2x + 1$
- Bestäm räta linjens ekvation som går genom punkten $(3, -2)$ och har lutningen $k = -2$.
Facit: $y = -2x + 4$
- Bestäm räta linjens ekvation som går genom punkterna $(-1, 4)$ och $(2, -5)$.
Facit: $k = \frac{-5-4}{2-(-1)} = -3$, $y = -3x + 1$
- En rät linje har ekvationen $y = 2x - 3$.
 - Vad är linjens lutning?
Facit: $k = 2$
 - Var skär linjen y -axeln?
Facit: $m = -3$
 - Beräkna y -värdet då $x = 4$.
Facit: $y = 2 \cdot 4 - 3 = 5$
 - Beräkna x -värdet då $y = 5$.
Facit: $5 = 2x - 3 \Rightarrow x = 4$
- En rät linje går genom punkterna $(0, -3)$ och $(2, 5)$.
 - Bestäm linjens ekvation på formen $y = kx + m$.
Facit: $k = \frac{5-(-3)}{2-0} = 4$, $y = 4x - 3$
 - Var skär linjen x -axeln?
Facit: $0 = 4x - 3 \Rightarrow x = 0.75$

Linjära funktioner

- För funktionen $f(x) = 3x - 2$:
 - Beräkna $f(0)$, $f(1)$ och $f(-1)$.
Facit: $f(0) = -2$, $f(1) = 1$, $f(-1) = -5$
 - Bestäm x då $f(x) = 7$.
Facit: $3x - 2 = 7 \Rightarrow x = 3$
- För funktionen $g(x) = -2x + 5$:
 - Beräkna $g(0)$, $g(2)$ och $g(-3)$.
Facit: $g(0) = 5$, $g(2) = 1$, $g(-3) = 11$
 - Bestäm x då $g(x) = -3$.
Facit: $-2x + 5 = -3 \Rightarrow x = 4$
- Rita grafen till funktionen $h(x) = 2x + 1$ för $-3 \leq x \leq 3$.
Facit: Rita linjen $h(x)$ med $k=2$ och $m=1$.
- Rita grafen till funktionen $p(x) = -x + 3$ för $-2 \leq x \leq 4$.
Facit: Rita linjen $p(x)$ med $k=-1$ och $m=3$.

5. En linjär funktion f har egenskaperna $f(2) = 5$ och $f(4) = 9$.

a) Bestäm funktionens uttryck på formen $f(x) = kx + m$.

Facit: $k = 2$, $m = 1$, $f(x) = 2x + 1$

b) Beräkna $f(7)$.

Facit: $f(7) = 15$

6. En linjär funktion g har egenskaperna $g(0) = -3$ och $g(-2) = 1$.

a) Bestäm funktionens uttryck på formen $g(x) = kx + m$.

Facit: $k = -2$, $m = -3$, $g(x) = -2x - 3$

b) Bestäm x då $g(x) = 0$.

Facit: $-2x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1.5$

Exponentiella funktioner

1. För funktionen $f(x) = 2^x$:

a) Beräkna $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ och $f(3)$.

Facit: $f(0) = 1$, $f(1) = 2$, $f(2) = 4$, $f(3) = 8$

b) Bestäm x då $f(x) = 8$.

Facit: $2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

2. För funktionen $g(x) = 3 \cdot 2^x$:

a) Beräkna $g(0)$, $g(1)$ och $g(2)$.

Facit: $g(0) = 3$, $g(1) = 6$, $g(2) = 12$

b) Bestäm x då $g(x) = 24$.

Facit: $3 \cdot 2^x = 24 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3$

3. För funktionen $h(x) = 5 \cdot 3^x$:

a) Beräkna $h(0)$, $h(1)$ och $h(-1)$.

Facit: $h(0) = 5$, $h(1) = 15$, $h(-1) = 5/3$

b) Bestäm x då $h(x) = 45$.

Facit: $5 \cdot 3^x = 45 \Rightarrow 3^x = 9 \Rightarrow x = 2$

4. För funktionen $p(x) = 100 \cdot 0,8^x$:

a) Beräkna $p(0)$, $p(1)$ och $p(2)$.

Facit: $p(0) = 100$, $p(1) = 80$, $p(2) = 64$

b) Bestäm x då $p(x) = 50$.

Facit: $100 \cdot 0,8^x = 50 \Rightarrow 0,8^x = 0,5 \Rightarrow x = \log_{0,8}(0,5) \approx 3,106$

5. Rita grafen till funktionen $f(x) = 2^x$ för $-2 \leq x \leq 3$.

Facit: Rita grafen med punkterna $(-2, 0.25)$, $(-1, 0.5)$, $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(2, 4)$, $(3, 8)$.

6. Rita grafen till funktionen $g(x) = 0,5^x$ för $-2 \leq x \leq 3$.

Facit: Rita grafen med punkterna $(-2, 4)$, $(-1, 2)$, $(0, 1)$, $(1, 0.5)$, $(2, 0.25)$, $(3, 0.125)$.

Problemlösning med funktioner

1. En funktion $f(x) = 2x + 1$. Lös $f(x) = 9$.

Facit: $2x + 1 = 9 \Rightarrow x = 4$

2. En funktion $g(x) = 3^x$. Bestäm x då $g(x) = 27$.

Facit: $3^x = 27 \Rightarrow x = 3$

3. En funktion $h(x) = 5 - x$. Bestäm x då $h(x) = 2$.

Facit: $5 - x = 2 \Rightarrow x = 3$

4. En funktion $p(x) = 100 \cdot 0,8^x$. När är $p(x) = 32$?

Facit: $100 \cdot 0,8^x = 32 \Rightarrow 0,8^x = 0,32 \Rightarrow x = \log_{0,8}(0,32) \approx 6.6439$

Procent och förändringsfaktor

1. Beräkna:

- a) 15% av 400
Facit: $0,15 \cdot 400 = 60$
- b) 7,5% av 80
Facit: $0,075 \cdot 80 = 6$
- c) 120% av 50
Facit: $1,2 \cdot 50 = 60$

2. Hur många procent är:

- a) 30 av 150
Facit: $\frac{30}{150} = 0,2 = 20\%$
- b) 45 av 180
Facit: $\frac{45}{180} = 0,25 = 25\%$
- c) 5 av 25
Facit: $\frac{5}{25} = 0,2 = 20\%$

3. Ett klädesplagg kostar 800 kr. Under en rea sänks priset med 25%.

- a) Vad blir det nya priset?
Facit: $800 \cdot 0,75 = 600$ kr
- b) Vilken förändringsfaktor motsvarar prissänkningen?
Facit: 0,75

4. En vara kostar 500 kr. Priset höjs med 12%.

- a) Vad blir det nya priset?
Facit: $500 \cdot 1,12 = 560$ kr
- b) Vilken förändringsfaktor motsvarar prishöjningen?
Facit: 1,12

5. Priset på en vara höjs från 200 kr till 250 kr.

- a) Hur många procent höjs priset?
Facit: $\frac{250-200}{200} = 0,25 = 25\%$
- b) Vilken förändringsfaktor motsvarar prishöjningen?
Facit: $\frac{250}{200} = 1,25$

6. Antalet invånare i en stad minskar från 45 000 till 40 500.

- a) Hur många procent minskar befolkningen?
Facit: $\frac{45\,000-40\,500}{45\,000} = \frac{4\,500}{45\,000} = 0,1 = 10\%$
- b) Vilken förändringsfaktor motsvarar minskningen?
Facit: $\frac{40\,500}{45\,000} = 0,9$

7. En vara kostar 400 kr. Priset höjs först med 20% och sedan med ytterligare 10%.

- a) Vad blir det slutliga priset?
Facit: $400 \cdot 1,2 \cdot 1,1 = 528$ kr
- b) Hur många procent har priset totalt höjts med?
Facit: $\frac{528-400}{400} = 0,32 = 32\%$

c) Vilken förändringsfaktor motsvarar den totala prishöjningen?

Facit: $1,2 \cdot 1,1 = 1,32$

8. En vara kostar 600 kr. Under en rea sänks priset med 30%. Efter rean höjs priset med 40%.

a) Vad blir det slutliga priset?

Facit: $600 \cdot 0,7 \cdot 1,4 = 588$ kr

b) Hur många procent har priset totalt förändrats med?

Facit: $\frac{588-600}{600} = -0,02 = -2\%$

c) Vilken förändringsfaktor motsvarar den totala prisförändringen?

Facit: $0,7 \cdot 1,4 = 0,98$

Sannolikhet

Enkla slumpförsök

1. En vanlig tärning kastas en gång. Beräkna sannolikheten för att:

a) Få en 6:a

Facit: $P = \frac{1}{6}$

b) Få ett jämnt tal

Facit: $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) Få ett tal som är större än 4

Facit: $P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

2. En kortlek med 52 kort innehåller 13 kort av varje färg (hjärter, ruter, klöver, spader). Beräkna sannolikheten för att dra:

a) Ett hjärter

Facit: $P = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

b) Ett ess

Facit: $P = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

c) Ett svart kort

Facit: $P = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$

3. I en urna finns 5 röda, 3 blå och 2 gröna kulor. En kula dras slumpmässigt. Beräkna sannolikheten för att:

a) Kulan är röd

Facit: $P = \frac{5}{10} = 0,5$

b) Kulan är blå eller grön

Facit: $P = \frac{3+2}{10} = 0,5$

c) Kulan är varken röd eller blå

Facit: $P = \frac{2}{10} = 0,2$

4. I en klass med 30 elever är 18 flickor och 12 pojkar. Av flickorna har 6 glasögon och av pojkarna har 4 glasögon. En elev väljs slumpmässigt. Beräkna sannolikheten för att:

a) Eleven är en flicka

Facit: $P = \frac{18}{30} = 0,6$

b) Eleven har glasögon

Facit: $P = \frac{6+4}{30} = \frac{10}{30} = 0,333$

c) Eleven är en pojke med glasögon

Facit: $P = \frac{4}{30} = 0,133$

Slumpförsök i flera steg

1. En vanlig tärning kastas två gånger. Beräkna sannolikheten för att:

a) Få två 6:or

Facit: $P = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$

b) Få summan 7

Facit: $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (möjliga utfall: (1,6),(2,5),(3,4),(4,3),(5,2),(6,1))

c) Få minst en 6:a

Facit: $P = 1 - (\frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$

2. Två vanliga tärningar kastas samtidigt. Beräkna sannolikheten för att:

a) Få samma tal på båda tärningarna

Facit: $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

b) Få summan 8

Facit: $P = \frac{5}{36}$ (möjliga utfall: (2,6),(3,5),(4,4),(5,3),(6,2))

c) Få en summa som är högst 4

Facit: $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ (möjliga utfall: (1,1),(1,2),(2,1),(1,3),(3,1),(2,2))

3. Från en kortlek med 52 kort dras två kort i följd utan återläggning. Beräkna sannolikheten för att:

a) Båda korten är ess

Facit: $P = \frac{4}{52} \cdot \frac{3}{51} = \frac{12}{2652} = \frac{1}{221}$

b) Första kortet är ett ess och andra kortet är en kung

Facit: $P = \frac{4}{52} \cdot \frac{4}{51} = \frac{16}{2652} = \frac{4}{663}$

c) Båda korten är röda

Facit: $P = \frac{26}{52} \cdot \frac{25}{51} = \frac{650}{2652} = \frac{25}{102}$

4. I en urna finns 4 vita och 6 svarta kulor. Två kulor dras slumpmässigt utan återläggning. Beräkna sannolikheten för att:

a) Båda kulorna är vita

Facit: $P = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

b) Båda kulorna är svarta

Facit: $P = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}$

c) En kula är vit och en kula är svart

Facit: $P = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} = 2 \cdot \frac{24}{90} = \frac{48}{90} = \frac{8}{15}$

5. En påse innehåller 3 röda, 2 blå och 1 grön kula. Du drar slumpmässigt två kulor i följd utan återläggning.

a) Rita ett träd diagram för detta slutförsök.

Facit: Träd diagram visar första draget (Röd, Blå, Grön) och för varje gren andra draget (utan återläggning).

b) Beräkna med hjälp av träd diagrammet sannolikheten att få två kulor med olika färg.

Facit: $P = 1 - (\text{sannolikheten att båda har samma färg}) = 1 - (\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot 0) = 1 - (\frac{6}{30} + \frac{2}{30}) = 1 - \frac{8}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

c) Beräkna sannolikheten att få minst en röd kula.

Facit: $P = 1 - (\text{ingen röd}) = 1 - (\frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5}) = 1 - \frac{2}{30} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$

6. En skola har två klasser med 20 elever i varje klass. I klass A är 12 elever flickor och i klass B är 8 elever flickor. En elev väljs slumpmässigt från hela skolan genom att först välja en klass och sedan en elev från den valda klassen.

a) Rita ett träd diagram för detta slutförsök.

Facit: Träd diagram: Första steg: Klass A (20/40), Klass B (20/40). Andra steg: Flicka/pojke i respektive klass.

b) Beräkna med hjälp av träd diagrammet sannolikheten att den valda eleven är en flicka.

Facit: $P = \frac{20}{40} \cdot \frac{12}{20} + \frac{20}{40} \cdot \frac{8}{20} = 0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 = 0,3 + 0,2 = 0,5$

c) Om den valda eleven visar sig vara en flicka, vad är sannolikheten att hon kommer från klass A?

Facit: $P = \frac{0,3}{0,5} = 0,6$