

# Extrakter från Nationella Prov Matematik 3b

## Sorterat efter provtillfälle

Sammanställda uppgifter med källhänvisning

October 4, 2025

### NP Ma3b HT12

- Lös ekvationen  $0 = (x^2 - 1)(x - 4)$ . (Här är det troligt att ekvationen egentligen skulle vara  $0 = (x^2 - 4)(x - 1)$  baserat på centralt innehåll, men den angivna formuleringen används) (NP Ma3b HT12, uppg. 4)
- Derivera  $f(x) = 10 + 6x + 3x^4$ . (NP Ma3b HT12, uppg. 5a)
- För funktionen  $f$  gäller att  $f'(2) = -1$  och  $f''(4) = 0$ . Bestäm  $f'(6)$ . (Resonemang om derivatans symmetri) (NP Ma3b HT12, uppg. 24)
- Vilket av alternativen A-D beskrivs bäst med en diskret funktion? (NP Ma3b HT12, uppg. 6)
- Bestäm derivatan till  $f(x) = A/x$  med hjälp av derivatans definition. (Involverar gränsvärde) (NP Ma3b HT12, uppg. 16)
- Förklara varför integralen  $\int_0^6 100x^2 dx$  ger ett för litet värde när den används för att räkna ut hur mycket pengar som finns i en burk på Marios 6-årsdag. (Jämförelse diskret/kontinuerlig) (NP Ma3b HT12, uppg. 25)
- **\*\*Optimering (Polynom):\*\*** Rätblockets maximala volym. Beräkna största möjliga volym med derivata, där sidorna är  $3x$ ,  $(6 - x)$  och  $(6 - x)$ . **[FIGUR]** (NP Ma3b HT12, muntlig uppg. 1)
- **\*\*Linjär Optimering:\*\*** Sture (pallar  $x$ , byråer  $y$ ). Max vinst under tidsbegränsningar. **[OLIKHETER]** (NP Ma3b HT12, uppg. 20b)

### NP Ma3b VT13

- Ge ett exempel på ett rationellt uttryck som: får värdet 0 då  $x = -1$ ; är inte definierat för  $x = 3$ ; är inte definierat för  $x = -4$ . (NP Ma3b VT13, uppg. 9b)
- Rita i koordinatsystemet en skiss som visar hur grafen till funktionen  $f$  kan se ut om den är **\*\*kontinuerlig\*\***, går genom  $(1, 3)$ ,  $(3, 3)$ ,  $(5, 3)$  och  $f'(1) > 0$ ,  $f'(3) < 0$ ,  $f'(5) > 0$ . **[KOORDINATSYSTEM]** (NP Ma3b VT13, uppg. 4)
- Bestäm den övre gränsen för antalet fiskar ( $N$ ) i populationsmodellen  $N(t) = 3000 + \frac{15000}{e^{0.5t}}$ . (Gränsvärde  $t \rightarrow \infty$ ) (NP Ma3b VT13, uppg. 10b)
- Bestäm  $S'(4)$  då  $S$  är en **\*\*kontinuerlig funktion\*\*** och  $S(x+h) = S(x)+hx$ . (Derivatans definition) (NP Ma3b VT13, uppg. 24)
- **\*\*Optimering (Låda):\*\*** Bestäm sidlängden  $x$  cm för den låda som har största volymen, given kartongmått ( $60 \times 30$  cm). **[FIGUR]** (NP Ma3b VT13, muntlig uppg. 2)

## NP Ma3b HT13

- Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = 3x^4 + 7x^2 + 3$ . (NP Ma3b HT13, uppg. 1b)
- Vilken grad har funktionen  $f$  då  $f(x) = 3x^4 + 7x^2 + 3$ ? (NP Ma3b HT13, uppg. 1a)
- Lös ekvationen  $0 = (x+2)(x-3)(x+4)$ . (NP Ma3b HT13, uppg. 4)
- För polynomfunktionen  $f$  gäller att  $f'(x) > 0$  för alla  $x$ . Undersök hur många reella lösningar ekvationen  $f(x) = 0$  har. (Resonemang, strängt växande funktion) (NP Ma3b HT13, uppg. 22)
- Förenkla  $\frac{(x+4)^3}{(x+4)^4}$  (Förenkling av rationellt uttryck) (NP Ma3b HT13, uppg. 5b)
- Bestäm konstanten  $A$  så att  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{Ax^2+4x}{7x^2+5} = 4/7$ . (NP Ma3b HT13, uppg. 15)
- Enligt modellen  $N(t) = \frac{11}{1+3.4e^{-0.03t}}$  kommer antalet människor att närma sig en övre gräns. Bestäm denna övre gräns. (Gränsvärde  $t \rightarrow \infty$ ) (NP Ma3b HT13, uppg. 20b)
- \*\*Optimering (Differensfunktion):\*\* Bestäm det kortaste avståndet i  $y$ -led mellan graferna till  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 1$  och  $g(x) = 7.5x - 1.8$  då  $x > 0$ . (NP Ma3b HT13, muntlig uppg. 1)
- \*\*Optimering (Modellering):\*\* Karin ska bygga rektangulära rastgårdar. Bestäm  $x$  så att arean blir maximal. **[FIGUR]** (NP Ma3b HT13, uppg. 12)
- \*\*Optimering (Derivata av  $V'$ ):\*\* Vilka värden kan hastigheten  $V'(t)$  anta under Albins åtta första levnadsår, där  $V(t)$  är en tredjegradsfunktion? (NP Ma3b HT13, uppg. 23)
- \*\*Linjär Optimering (A-nivå):\*\* Skräddaren (kostymer/jackor) maximerar vinst  $V = 300x + 250y$  under tygvillkor. (NP Ma3b HT13, uppg. 24)

## NP Ma3b VT14

- Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = 4x^3 - 12x + 1$ . (NP Ma3b VT14, uppg. 1)
- Lös ekvationen  $0 = (x+1)(x-1)(x-3)$ . (NP Ma3b VT14, uppg. 6)
- Bestäm extrempunkternas koordinater och karaktär för  $f(x) = 4x^3 - 12x + 1$ . (NP Ma3b VT14, uppg. 13)
- Bevisa att tangenten till kurvan  $y = 1/x$  har arean 2 areaenheter oavsett var tangenten tangerar kurvan. (Involverar rationellt uttryck och generell algebra) (NP Ma3b VT14, uppg. 16)
- Förenkla  $\frac{(x+3)^5}{(x+3)^{10}}$  så långt som möjligt. (NP Ma3b VT14, uppg. 4a)
- Förenkla  $\frac{a^2-1}{a^2+a}$  så långt som möjligt. (NP Ma3b VT14, uppg. 4b)
- Lös ekvationen  $\frac{2}{x-1} = \frac{2x}{x^2-1}$ . (Rationell ekvation) (NP Ma3b VT14, uppg. 14)
- \*\*Linjär Optimering:\*\* Bagare (Hurtig/Nyttig) maximerar vinst under begränsningar. (NP Ma3b VT14, uppg. 23)
- \*\*Optimering (Area/Modeling):\*\* Glasmästaren. Beräkna det mått på bredden som ger spegelns största area, där spegeln har ett hörn på en avskuren kant. **[FIGUR]** (NP Ma3b VT14, uppg. 25)

## NP Ma3b HT14

- Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = 4x^3 + 7x + 2$ . (NP Ma3b HT14, uppg. 1a)
- Bestäm ett tal  $A$  och ett tal  $B$  så att tredjegradsekvationen  $x(x+A)(x+B) = 0$  får lösningarna  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 5$  och  $x_3 = -7/3$ . (NP Ma3b HT14, uppg. 6)
- Förenkla  $x(x+7)(x-7) + 3$  så långt som möjligt. (NP Ma3b HT14, uppg. 5a)

- Förenkla  $\frac{1}{x+1} - 1$  så långt som möjligt. (NP Ma3b HT14, uppg. 5b)
- För funktionen  $f(x) = \frac{x-1}{x-6}$ : Har Sofia rätt att största värdet nås vid  $x = 6$ ? Motivera. (Resonemang om definitionsmängd) (NP Ma3b HT14, uppg. 19a)
- Vilka två figurer A-F visar en graf till en diskret funktion? Vilka två visar en graf till en funktion som är \*\*kontinuerlig\*\* för alla  $x$ ? **[FIGURER]** (NP Ma3b HT14, uppg. 3a), (NP Ma3b HT14, uppg. 3b)
- Vad måste gälla för att linjen  $y = f(x)$  ska tangera kurvan  $y = g(x)$  i den punkt där  $x = a$ ? (Villkor för tangering/Kontinuitet och derivata) (NP Ma3b HT14, uppg. 15)
- \*\*Ekvationslösning (Digitalt verktyg):\*\* Lös ekvationen  $4x^3 - 17x = 5$ . (NP Ma3b HT14, uppg. 22)
- \*\*Optimering (Inkomst):\*\* Beräkna med hjälp av derivata vilken prishöjning  $x$  som ger den största dagsinkomsten  $f(x) = -1.05x^2 + 5x + 3000$ . (NP Ma3b HT14, uppg. 12)

## NP Ma3b HT15

- Ange graden för polynomet  $5x^5 + 4x^7 + 3x^3 - 8$ . (NP Ma3b HT15, uppg. 1)
- Funktionen  $f(x) = x^3 + 3x + 10$ . Undersök om den har en terrasspunkt. (NP Ma3b HT15, uppg. 22)
- För vilket värde på  $x$  är uttrycket  $\frac{10x+2}{6x-3}$  inte definierat? (NP Ma3b HT15, uppg. 3)
- \*\*Linjär Optimering:\*\* Ellen och David (Tvålar). Bestäm antal av varje sort för att tjäna så mycket pengar som möjligt  $V = 15x + 10y$ . (NP Ma3b HT15, uppg. 23)

## NP Ma3b VT15

- Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = 4x^3 + 5x^2 - 3$ . (NP Ma3b VT15, uppg. 5a)
- Bestäm konstanten  $a$  så att  $\frac{x^2-a}{(x-1)(x+3)}$  kan förkortas. (NP Ma3b VT15, uppg. 15)
- Bestäm  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^h-1}{h}$  och svara exakt. (Gränsvärde relaterat till derivatan av  $3^x$ ) (NP Ma3b VT15, uppg. 10)
- Bestäm den undre gränsen för vattentemperaturen enligt modellen  $T(x) = 17e^{-0.693x} + 5$ . (Gränsvärde  $x \rightarrow \infty$ ) (NP Ma3b VT15, uppg. 19d)

## NP Ma3b VT16

- Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = 2.5x^5 + 4x^2$ . (NP Ma3b VT16, uppg. 5a)
- För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 2.9x^3 + kx^2 + kx$  där  $k > 0$ . Grafen till funktionen har en terrasspunkt för ett visst värde på  $k$ . Bestäm detta värde på  $k$ . (NP Ma3b VT16, uppg. 25)
- Bestäm derivatan till  $f(x) = 1/(\sqrt{ax})$  med hjälp av derivatans definition. (Involverar gränsvärde) (NP Ma3b VT16, uppg. 17)
- \*\*Linjär Optimering:\*\* Bestäm det största och det minsta värde som funktionen  $V = 500x - 200y$  kan anta under givna olikhetsvillkor. (NP Ma3b VT16, uppg. 24)
- \*\*Optimering (Area/Modeling):\*\* Bestäm bredden  $x$  på de rektangulära tygservetterna så att arean blir så stor som möjligt, givet kurvan  $y = -0.5x^3 + 3x + 3$ . (NP Ma3b VT16, uppg. 24)

## NP Ma3b VT17

- För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 3x^2 - 6x - 10$ . Bestäm  $f'(x)$ . (NP Ma3b VT17, uppg. 3a)
- För funktionen  $f$  gäller att  $f(x) = 3x^2 - 6x - 10$ . Bestäm  $f'(1)$ . (NP Ma3b VT17, uppg. 3b)
- För funktionen  $f(x) = 3x^2 - 6x - 10$ : Ett av alternativen A–D är korrekt. (T.ex. Har grafen till funktionen en terrasspunkt?) (NP Ma3b VT17, uppg. 3c)
- För funktionen  $f$  gäller att  $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ . Undersök hur många reella lösningar ekvationen  $f(x) = 0$  har. (NP Ma3b VT17, uppg. 17)
- Visa att oavsett vilket värde  $a$  har, är tangenternas riktningskoefficienter i punkterna  $(a, f(a))$  och  $(-a, f(-a))$  lika stora för funktionen  $f(x) = kx^3$ . (NP Ma3b VT17, uppg. 25)
- **\*\*Area (Integration/Modeling):\*\*** Bestäm  $a$  så att arean av det streckade området blir lika stort som arean av det gråmarkerade området ( $y = e^x$ ). **[FIGUR]** (NP Ma3b VT17, uppg. 27)

## NP Ma3b VT22

- Bestäm  $f'(x)$  då  $f(x) = 4x^3 - 12x$ . (NP Ma3b VT22, uppg. 6a)
- Lös ekvationen  $3x^4 = 8x^2 - 4$ . (Bikvadratisk ekvation) (NP Ma3b VT22, uppg. 7)
- Funktionen  $f$  ges av  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7$ . Använd derivata och bestäm koordinaterna för eventuella maximi-, minimi- och terrasspunkter. (NP Ma3b VT22, uppg. 14)
- Har funktionen  $f(x) = x^3 + 3x$  terrasspunkt? Motivera. (NP Ma3b VT22, uppg. 16)
- Visa att tangenterna till graferna i punkterna  $(a, f(a))$  och  $(3a, g(3a))$  är parallella oavsett värde på  $a$  då  $f(x) = 4x^3$  och  $g(x) = 12x$ . (NP Ma3b VT22, uppg. 18)
- Förenkla  $\frac{x^3+6x}{x^3-5x}$  så långt som möjligt. (NP Ma3b VT22, uppg. 8a)
- Förenkla  $\frac{x^2+12x+18}{2(x^2-9)}$  så långt som möjligt. (NP Ma3b VT22, uppg. 8b)
- Bestäm derivatan till  $f(x) = 5/x^2 - a/x^2$  med hjälp av derivatans definition. (NP Ma3b VT22, uppg. 17)
- **\*\*Linjär Optimering:\*\*** Julius och Sophia (Sittkuddar). Maximera vinst  $V = 500x + 400y$ . (NP Ma3b VT22, uppg. 24)
- **\*\*Digitalt verktyg:\*\*** Använd ditt digitala verktyg för att beräkna ett värde på  $f'(2)$  för  $f(x) = (2x - 1)^5$ . (NP Ma3b VT22, uppg. 19)