Prov: Algebraiska uttryck

Matematik 3b

Viktor Arohlén 2025-10-13

Viktiga regler för provet:

- Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare och formelblad
- Skriv tydliga lösningar och motivera alla steg
- Skriv alla lösningar på separat papper
- Mobiltelefoner och kommunikation är ej tillåtet
- Misstänkt fusk leder till att provet ej kan bedömas

Jag skriver under på att jag tagit del av reglerna ovan och följer dem:
Namn:
Klass:

1. Vilka av följande uttryck är polynom? (1p)

a)
$$f(x) = 2x + 1$$

b)
$$g(x) = x^4 + 3x^2 - 7$$

c)
$$h(x) = x^3 - \frac{5}{x} + 1$$

d)
$$k(x) = 4x^5 - 2x^2 + x - 9$$

e)
$$m(x) = x^{-\frac{1}{2}} + 5x$$

2. Givet polynomet $p(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$: (2p)

- a) Bestäm graden och konstanttermen för polynomet.
- b) Beräkna p(2).

3. Bestäm gränsvärde: (3p)

a)
$$\lim_{x\to 3} (x^2 - 5)$$

b)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{2}{x+3}$$

c)
$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2-9}{x-3}$$

4. Beräkna: **(2p)**

a)
$$\frac{2}{x+1} + \frac{5}{x-1}$$

b)
$$\frac{x^2-4}{x+2} / \frac{x-2}{x+1}$$

5. För vilka värden på x är uttrycket $\frac{2x+5}{x^2-5x+6}$ inte definierat? (2p)

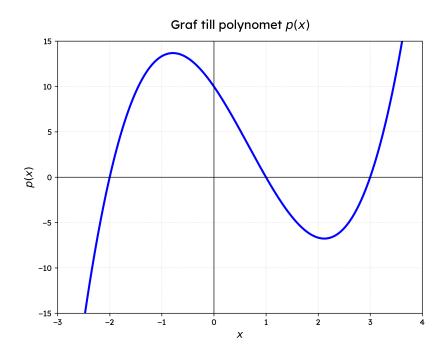
6. Lös ekvationen $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ (2p)

8. Funktionen f(x) är definierad som: (3p)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 \text{ om } x < 2\\ 5 \text{ om } x = 2\\ 3x \text{ om } x > 2 \end{cases}$$

- a) Bestäm vänstergränsvärdet $\lim_{x\to 2^-} f(x)$ och högergränsvärdet $\lim_{x\to 2^+} f(x).$
- b) Existerar $\lim_{x\to 2} f(x)$? Motivera ditt svar.
- c) Är funktionen kontinuerlig i x = 2? Motivera ditt svar.

9. Ett polynom p(x) av tredje graden har följande graf: (3p)



- a) Bestäm funktionens nollställen.
- b) Skriv polynomet på faktoriserad form.
- c) Bestäm polynomet på standardform.

10. I ett naturområde finns 200 örnar år 2020. Varje år planteras A nya örnar ut för att rädda arten. Antalet örnar efter x år beskrivs av: (4p)



$$N(x) = 200 \cdot 0.9^x + \frac{A(1 - 0.9^x)}{1 - 0.9}$$

- a) Förenkla uttrycket för N(x).
- b) Hur många örnar finns det efter 5 år om man planterar ut 30 örnar per år? (Avrunda till heltal)
- c) Bestäm $\lim_{x\to\infty}N(x)$ och uttryck svaret med hjälp av A.Förklara vad detta betyder i praktiken.
- d) Bestäm hur många örnar som ska planteras ut varje år för att antalet med tiden ska närma sig 400 örnar.