

Prov: Algebraiska uttryck

Matematik 3b

Viktor Arohlén
2025-10-13

Viktiga regler för provet:

- **Tillåtna hjälpmedel:** Miniräknare och formelblad
- Skriv tydliga lösningar och motivera alla steg
- Skriv alla lösningar på separat papper
- Mobiltelefoner och kommunikation är ej tillåtet
- Misstänkt fusk leder till att provet ej kan bedömas

Jag skriver under på att jag tagit del av reglerna ovan och följer dem:

Namn:

Klass:

1. Vilka av följande uttryck är polynom? (1p)

- a) $f(x) = 2x + 1$
- b) $g(x) = x^4 + 3x^2 - 7$
- c) $h(x) = x^3 - \frac{5}{x} + 1$
- d) $k(x) = 4x^5 - 2x^2 + x - 9$
- e) $m(x) = x^{-\frac{1}{2}} + 5x$

2. Givet polynomet $p(x) = 3x^4 - 2x^3 + 5x - 7$: (2p)

- a) Bestäm graden och konstanttermen för polynomet.
- b) Beräkna $p(2)$.

3. Bestäm gränsvärde: (3p)

- a) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5)$
- b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x + 3}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

4. Beräkna: (3p)

- a) $\frac{2}{x+1} + \frac{5}{x-1}$
- b) $\frac{x^2 - 4}{x+2} / \frac{x-2}{x+1}$

5. För vilka värden på x är uttrycket $\frac{2x+5}{x^2-5x+6}$ inte definierat? (2p)

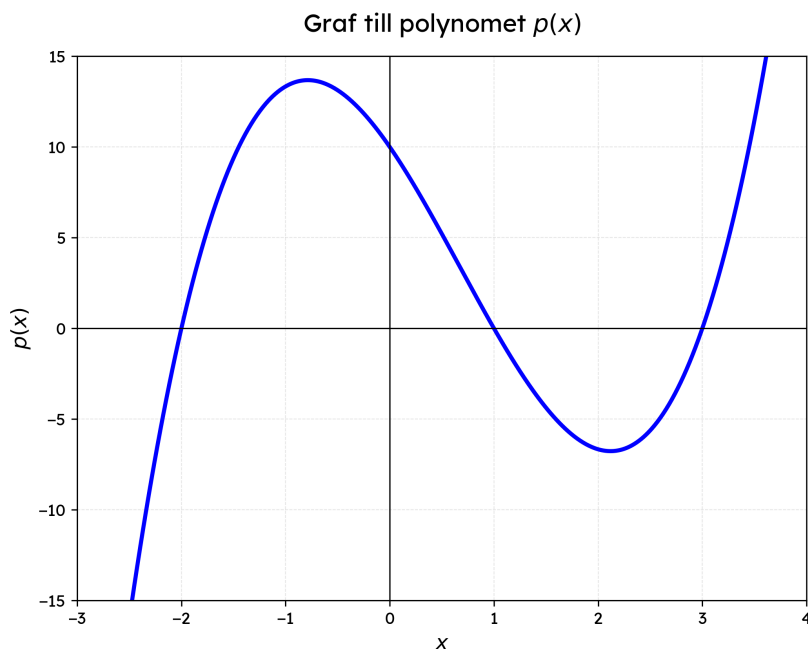
6. Lös ekvationen $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ (2p)

7. Funktionen $f(x)$ är definierad som: (3p)

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{om } x < 2 \\ 5 & \text{om } x = 2 \\ 3x & \text{om } x > 2 \end{cases}$$

- a) Bestäm vänstergränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ och högergränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.
- b) Existerar $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$? Motivera ditt svar.
- c) Är funktionen kontinuerlig i $x = 2$? Motivera ditt svar.

8. Ett polynom $p(x)$ av tredje graden har följande graf: (4p)



- a) Bestäm funktionens nollställen.
- b) Skriv polynomet på faktorerad form.
- c) Bestäm polynomet på standardform.

9. I ett naturområde finns 200 örnar år 2020. Varje år planteras A nya örnar ut för att rädda arten. Antalet örnar efter x år beskrivs av: (4p)



$$N(x) = 200 \cdot 0.9^x + \frac{A(1 - 0.9^x)}{1 - 0.9}$$

- a) Förenkla uttrycket för $N(x)$.
- b) Hur många örnar finns det efter 5 år om man planterar ut 30 örnar per år? (Avrunda till heltal)
- c) Bestäm $\lim_{x \rightarrow \infty} N(x)$ och uttryck svaret med hjälp av A . Förklara vad detta betyder i praktiken.
- d) Bestäm hur många örnar som ska planteras ut varje år för att antalet med tiden ska närma sig 400 örnar.