

Отчёт по лабораторной работе №7

Предмет: Математическое моделирование

Манаева Варвара Евгеньевна, НФИбд-01-20. 1032201197

Содержание

1	Задание лабораторной работы	4
1.1	Вариант №28 [1]	4
2	Теоретическое введение	5
2.1	Общая информация о модели [2]	5
3	Выполнение лабораторной работы	7
3.1	Решение с помощью программ	7
3.1.1	Julia	7
3.1.1.1	Программный код решения на Julia	7
3.1.2	OPenModelica	9
3.1.2.1	Программный код решения на OPenModelica	9
3.1.3	Результаты работы кода	12
4	Выводы	18
	Список литературы	19

Список иллюстраций

3.1	“График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 1 (Julia)”	12
3.2	“График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 1 (OpenModelica)\$”	13
3.3	“График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 2 (Julia)”	14
3.4	“График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 2 (OpenModelica)\$”	15
3.5	“График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 3 (Julia)”	16
3.6	“График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 3 (OpenModelica)\$”	17

Изучить простейшую модель распространения рекламы и решить задания лабораторной работы.

Задачи:

- Изучить теоретическую справку;
- Запрограммировать решение на Julia;
- Запрограммировать решение на OpenModelica;
- Сравнить результаты работы программ;

1 Задание лабораторной работы

1.1 Вариант №28 [1]

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.48 + 0.000081n(t))(N - n(t))$

2. $\frac{dn}{dt} = (0.000049 + 0.82n(t))(N - n(t))$

3. $\frac{dn}{dt} = (0.6t + 0.3\cos 2tn(t))(N - n(t))$

При этом объем аудитории $N = 1665$, в начальный момент о товаре знает 18 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

2 Теоретическое введение

2.1 Общая информация о модели [2]

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами.

Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна

числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом: $\alpha_1(t)(N - n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N - n(t))$. Эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса.

В обратном случае ($\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$) получаем уравнение логистической кривой

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Решение с помощью программ

3.1.1 Julia

3.1.1.1 Программный код решения на Julia

Решить дифференциальное уравнение, расписанное в постановке задачи лабораторной работы, поможет библиотека DifferentialEquations[3]. Итоговые изображения в полярных координатах будут строиться через библиотеку PyPlot.

```
using PyPlot;
using DifferentialEquations;
function f(du, u, p, t)
    du[1] = (a1 * t + a2 * t * u[1]) * (N - u[1])
end
function f2(du, u, p, t)
    du[1] = (a1 * t + a2 * sin(3*t) * u[1]) * (N - u[1])
end
range = (0, 1)
N = 1665
N0 = 18
a1 = 0.48
a2 = 0.000081
ode = ODEProblem(f, [N0], range)
```

```

sol = solve(ode, dtmax=0.01)
n = [u[1] for u in sol.u];

clf()
plot(sol.t, n)
xlabel("время")
ylabel("Проинформированные люди")
title("Случай 1")
savefig("C:\\Users\\emanaev\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование_
2023_mathmod\\labs\\lab7\\report\\image\\graph1_t.png")
savefig("C:\\Users\\emanaev\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование_
2023_mathmod\\labs\\lab7\\presentation\\image\\graph1_t.png")
clf()

a1 = 0.000049
a2 = 0.82
ode = ODEProblem(f, [N0], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
n = [u[1] for u in sol.u];

plot(sol.t, n)
xlabel("время")
ylabel("Проинформированные люди")
title("Случай 2")
savefig("C:\\Users\\emanaev\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование_
2023_mathmod\\labs\\lab7\\report\\image\\graph2_t.png")
savefig("C:\\Users\\emanaev\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование_
2023_mathmod\\labs\\lab7\\presentation\\image\\graph2_t.png")
clf()

```



```

a1 = 0.6
a2 = 0.3
ode = ODEProblem(f2, [N0], range)
sol = solve(ode, dtmax=0.01)
n = [u[1] for u in sol.u];

plot(sol.t, n)
xlabel("время")
ylabel("Проинформированные люди")
title("Случай 3")
savefig("C:\\Users\\emanaev\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование_
2023_mathmod\\labs\\lab7\\report\\image\\graph3_t.png")
savefig("C:\\Users\\emanaev\\work\\study\\2022-2023\\Математическое_моделирование_
2023_mathmod\\labs\\lab7\\presentation\\image\\graph3_t.png")
clf()

```

3.1.2 OPenModelica

3.1.2.1 Программный код решения на OPenModelica

```

model laba7
  parameter Real N= 1665;
  parameter Real N0= 18;
  Real n(start=N0);

  function k
    input Real t;
    output Real result;
  algorithm

```

```

    result:= 0.48;
end k;

function p
    input Real t;
    output Real result;
algorithm
    result:= 0.000081;
end p;

equation
    der(n)=(k(time)+p(time)*n)*(N-n);

end laba7;

model laba7_2

parameter Real N= 1665;
parameter Real N0= 18;
Real n(start=N0);

function k
    input Real t;
    output Real result;
algorithm
    result:= 0.000049;
end k;

function p

```

```

    input Real t;
    output Real result;
algorithm
    result:= 0.82;
end p;

equation
    der(n)=(k(time)+p(time)*n)*(N-n);

end laba7_2;

model laba7_3

parameter Real N= 1665;
parameter Real N0= 18;
Real n(start=N0);

function k
    input Real t;
    output Real result;
algorithm
    result:= 0.6*t;
end k;

function p
    input Real t;
    output Real result;
algorithm
    result:= 0.3*sin(3*t);

```

```

end p;

equation
    der(n)=(k(time)+p(time)*n)*(N-n);

end laba7_3;

```

3.1.3 Результаты работы кода

Решение для условия 1 (рис. 3.1, 3.2).

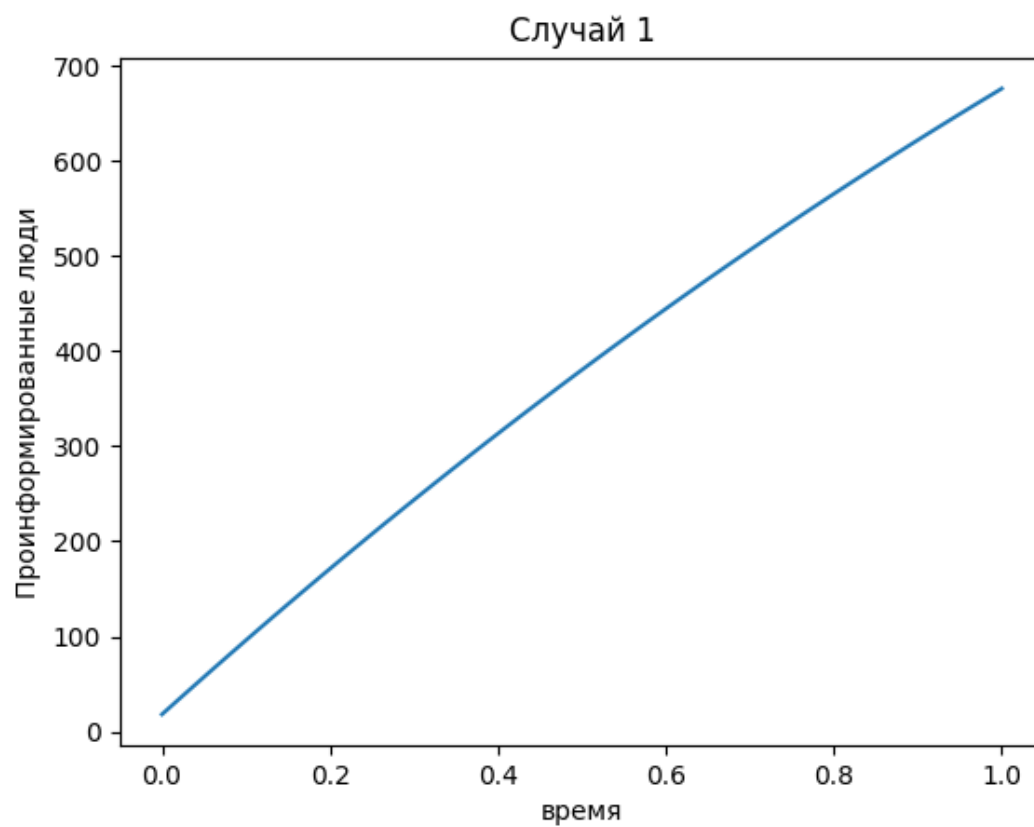


Рис. 3.1: “График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 1 (Julia)”

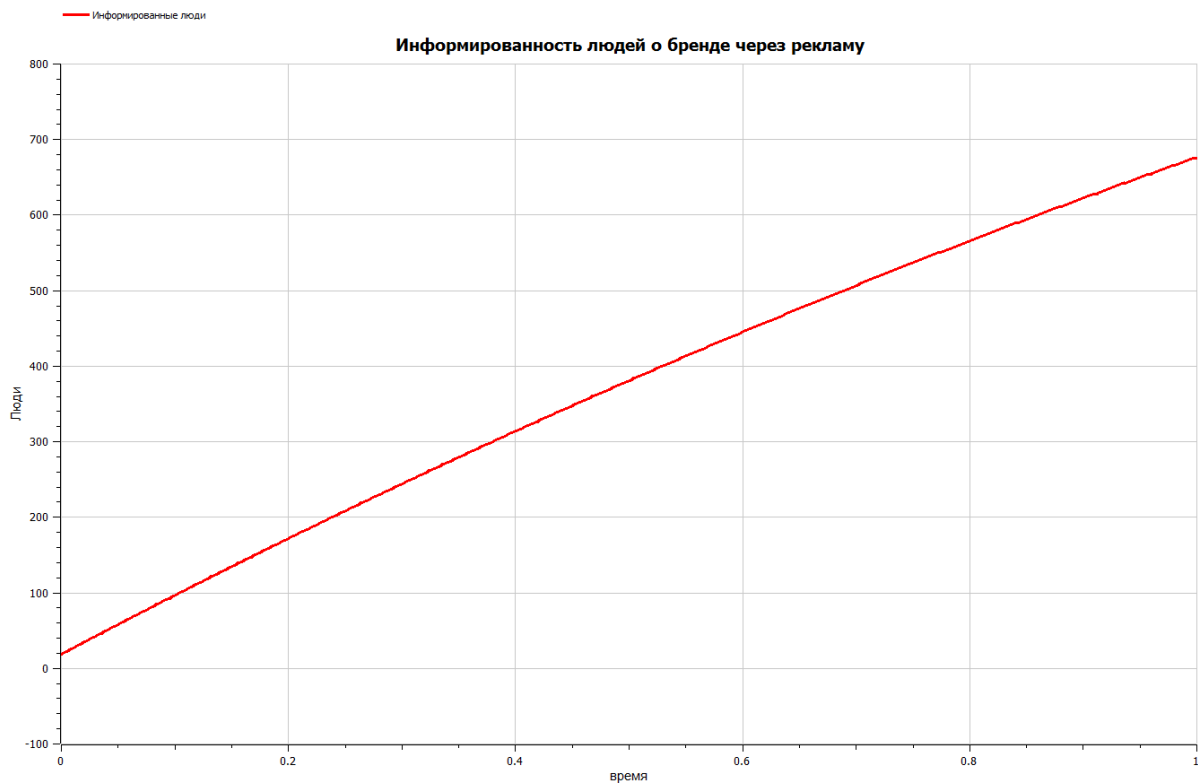


Рис. 3.2: “График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 1 (OpenModelica)”

Решение для условия 2 (рис. 3.3, 3.4).

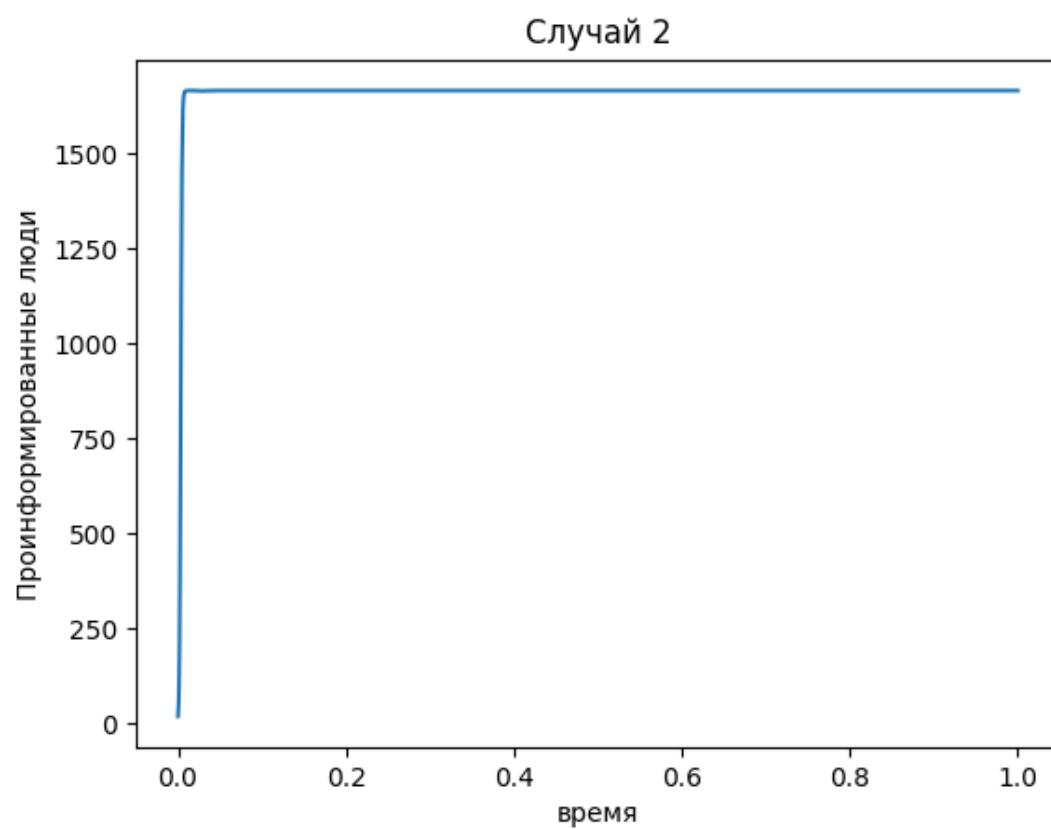


Рис. 3.3: “График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 2 (Julia)”

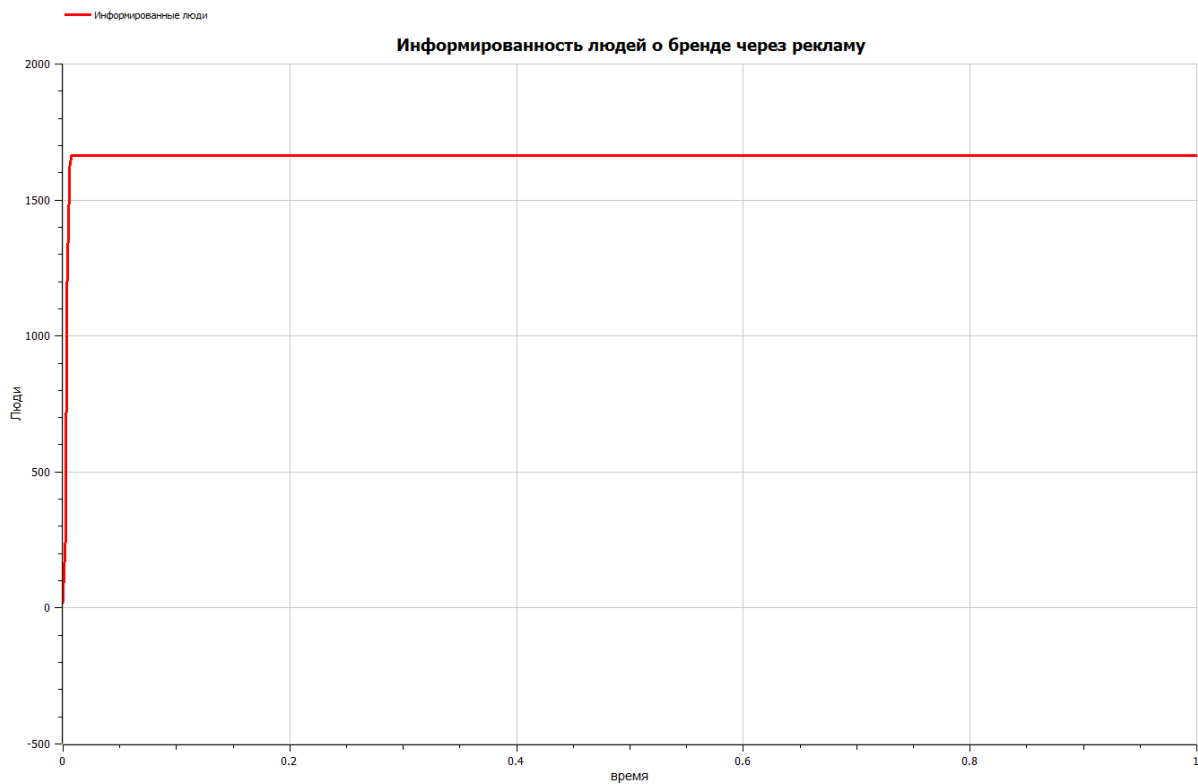


Рис. 3.4: “График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 2 (OpenModelica)”

Решение для условия 3 (рис. 3.5, 3.6).

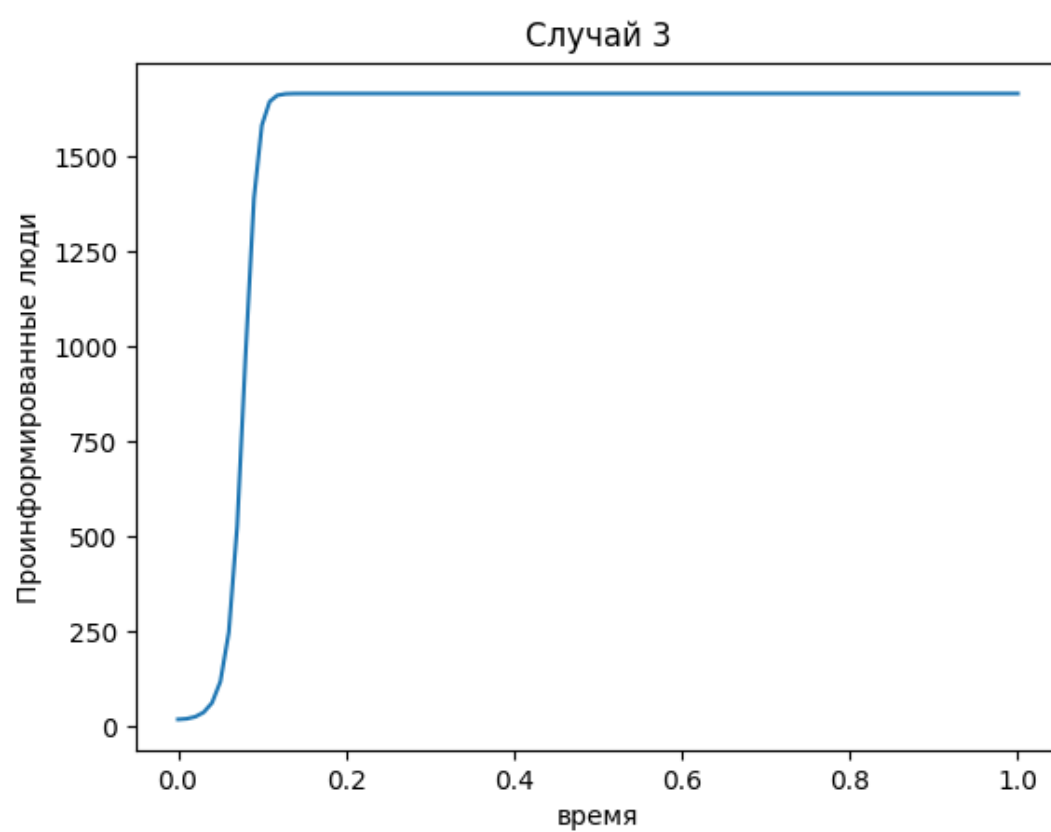


Рис. 3.5: “График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 3 (Julia)”

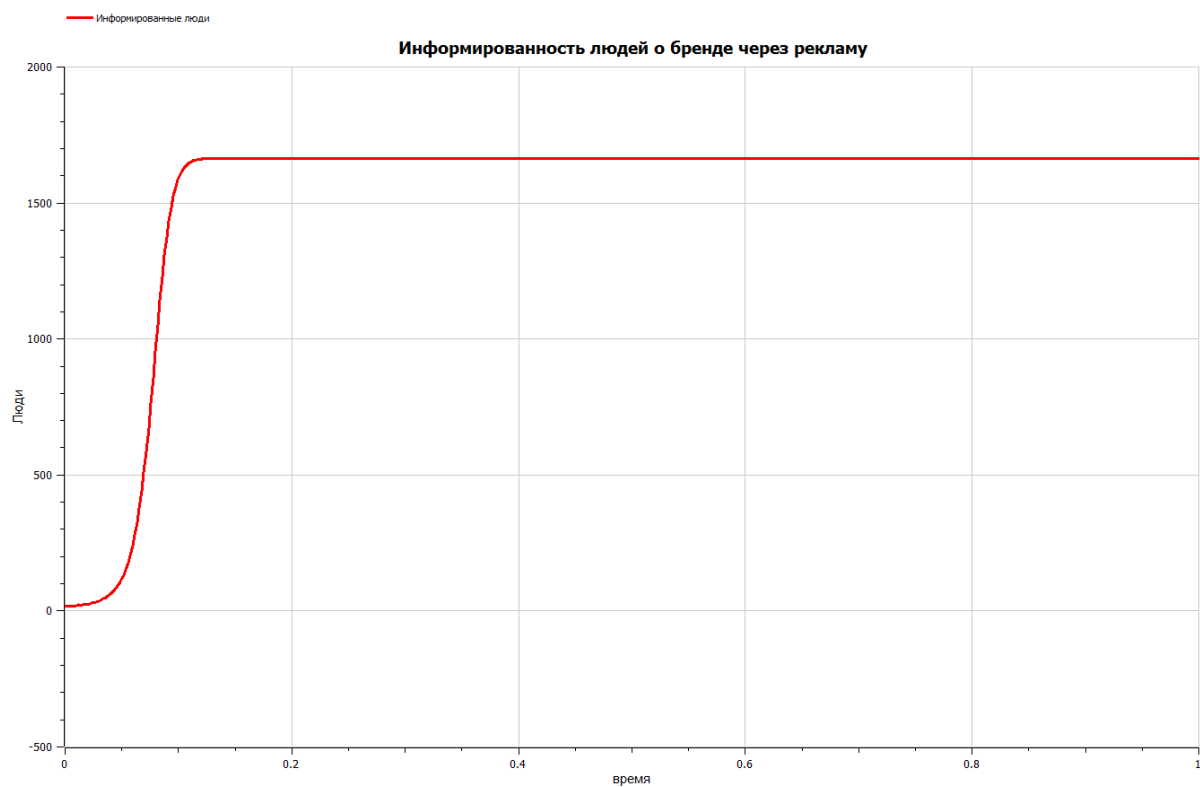


Рис. 3.6: “График численности информированных клиентов в модели Мальтуса для условия 3 (OpenModelica)”

4 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и построены графики. Также эти графики были изучены и сделаны выводы о работе программ и эффективности распространения рекламы.

Были записаны скринкасты лабораторной работы и презентации лабораторной работы.

Список литературы

1. Задания к лабораторной работе №6 (по вариантам) [Электронный ресурс]. RUDN, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971669/mod_resource/content/2/Задание%20к%20лабораторной%20работе%20№%202%2020%20%281%29.pdf.
2. Лабораторная работа №6 [Электронный ресурс]. RUDN, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1971668/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%206.pdf.
3. DifferentialEquations.jl: Efficient Differential Equation Solving in Julia [Электронный ресурс]. 2023. URL: <https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/>.