Лабораторная работа №3

Дисциплина: Компьютерный практикум по статистическому моделированию

Манаева Варвара Евгеньевна

Содержание

Список иллюстраций

Список таблиц

1 Техническое оснащение:

- Персональный компьютер с операционной системой Windows 10;
- Планшет для записи видеосопровождения и голосовых комментариев;
- Microsoft Teams, использующийся для записи скринкаста лабораторной работы;
- Приложение Pycharm для редактирования файлов формата *md*;
- *pandoc* для конвертации файлов отчётов и презентаций.

2 Цели и задачи работы

2.1 Цель

Освоить применение циклов функций и сторонних для Julia пакетов для решения задач линейной алгебры и работы с матрицами.

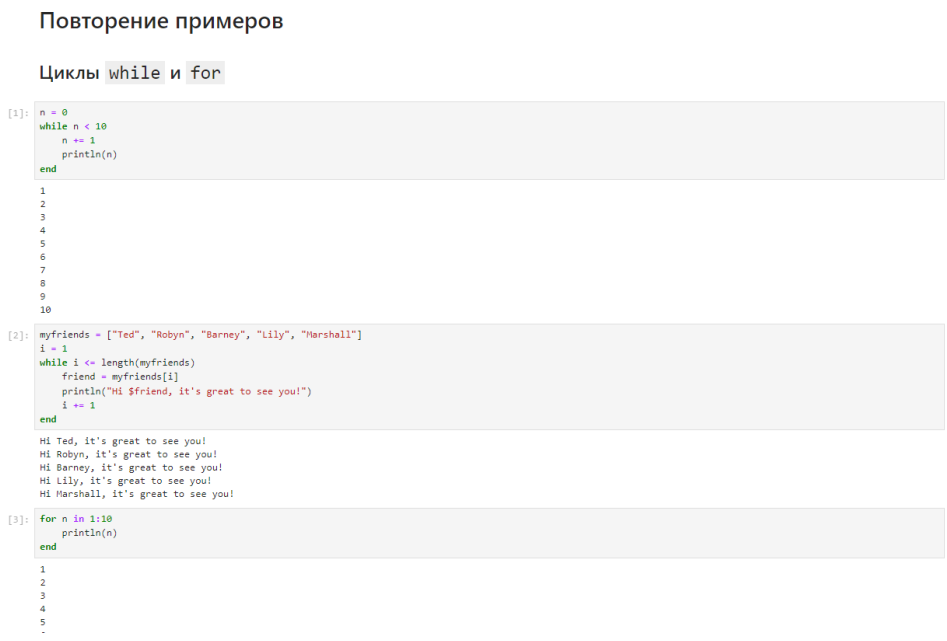
2.2 Задачи [1]

1. Используя Jupyter Lab, повторите примеры из раздела 3.2.
2. Выполните задания для самостоятельной работы (раздел 3.4).

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Повторение примеров

1. Циклы `while` и `for` (3.1);
2. Условные выражения (3.2);
3. Функции (3.2, 3.3, 3.4, 3.5);
4. Сторонние библиотеки (пакеты) в Julia (3.6).



Повторение примеров

Циклы `while` и `for`

```
[1]: n = 0
while n < 10
    n += 1
    println(n)
end
```

```
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
```

```
[2]: myfriends = ["Ted", "Robyn", "Barney", "Lily", "Marshall"]
i = 1
while i <= length(myfriends)
    friend = myfriends[i]
    println("Hi $friend, it's great to see you!")
    i += 1
end
```

```
Hi Ted, it's great to see you!
Hi Robyn, it's great to see you!
Hi Barney, it's great to see you!
Hi Lily, it's great to see you!
Hi Marshall, it's great to see you!
```

```
[3]: for n in 1:10
    println(n)
end
```

```
1
2
3
4
5
```

Рис. 3.1: Повторение примеров (1)

```
[4]: for friend in myfriends
         println("Hi $friend, it's great to see you!")
     end
```

```
Hi Ted, it's great to see you!
Hi Robyn, it's great to see you!
Hi Barney, it's great to see you!
Hi Lily, it's great to see you!
Hi Marshall, it's great to see you!
```

```
[5]: # инициализация массива m x n из нулей:
     m, n = 5, 5
     A = fill(0, (m, n))
     # формирование массива, в котором значение каждой записи является суммой индексов строки и столбца:
     for i in 1:m
         for j in 1:n
             A[i, j] = i + j
         end
     end
     A
```

```
[5]: 5×5 Matrix{Int64}:
      2  3  4  5   6
      3  4  5  6   7
      4  5  6  7   8
      5  6  7  8   9
      6  7  8  9  10
```

```
[6]: # инициализация массива m x n из нулей:
     B = fill(0, (m, n))
     for i in 1:m, j in 1:n
         B[i, j] = i + j
     end
     B
```

```
[6]: 5×5 Matrix{Int64}:
      2  3  4  5   6
      3  4  5  6   7
      4  5  6  7   8
      5  6  7  8   9
      6  7  8  9  10
```

```
[7]: C = [i + j for i in 1:m, j in 1:n]
```

```
[7]: 5×5 Matrix{Int64}:
      2  3  4  5   6
      3  4  5  6   7
```

Рис. 3.2: Повторение примеров (2)

Условные выражения

```
[8]: # используем `&&` для реализации операции "AND"
     # операция % вычисляет остаток от деления
     function check_(N)
         if (N % 3 == 0) && (N % 5 == 0)
             println("FizzBuzz")
         elseif N % 3 == 0
             println("Fizz")
         elseif N % 5 == 0
             println("Buzz")
         else
             println(N)
         end
     end
     check_(3), check_(5), check_(15), check_(2)
```

```
Fizz
Buzz
FizzBuzz
2
```

```
[8]: (nothing, nothing, nothing, nothing)
```

```
[9]: x = 5
     y = 10
     (x > y) ? x : y
```

```
[9]: 10
```

Функции

```
[10]: function sayhi(name)
          println("Hi $name, it's great to see you!")
      end
      # функция возведения в квадрат:
      function f(x)
          x^2
      end
```

```
[10]: f (generic function with 1 method)
```

Рис. 3.3: Повторение примеров (3)

```
[11]: sayhi("C-3PO"), f(42)
```

```
Hi C-3PO, it's great to see you!
[11]: (nothing, 1764)
```

```
[12]: sayhi2(name) = println("Hi $name, it's great to see you!")
      f2(x) = x^2
```

```
[12]: f2 (generic function with 1 method)
```

```
[13]: sayhi3 = name -> println("Hi $name, it's great to see you!")
      f3 = x -> x^2
```

```
[13]: #7 (generic function with 1 method)
```

```
[14]: v = [3, 5, 2]
      sort(v)
      v
```

```
[14]: 3-element Vector{Int64}:
       3
       5
       2
```

```
[15]: sort!(v)
      v
```

```
[15]: 3-element Vector{Int64}:
       2
       3
       5
```

```
[16]: map(f, [1, 2, 3])
```

```
[16]: 3-element Vector{Int64}:
       1
       4
       9
```

```
[17]: broadcast(f, [1, 2, 3])
```

```
[17]: 3-element Vector{Int64}:
       1
       4
       9
```

Рис. 3.4: Повторение примеров (4)

```
[18]: f.([1, 2, 3])
```

```
[18]: 3-element Vector{Int64}:
       1
       4
       9
```

```
[19]: A = [i + 3*j for j in 0:2, i in 1:3]
```

```
[19]: 3×3 Matrix{Int64}:
       1  2  3
       4  5  6
       7  8  9
```

```
[20]: f(A)
```

```
[20]: 3×3 Matrix{Int64}:
        30   36   42
        66   81   96
       102  126  150
```

```
[21]: f.(A)
```

```
[21]: 3×3 Matrix{Int64}:
         1   4   9
        16  25  36
        49  64  81
```

```
[22]: A .+ 2 .* f.(A) ./ A
```

```
[22]: 3×3 Matrix{Float64}:
         3.0   6.0   9.0
        12.0  15.0  18.0
        21.0  24.0  27.0
```

```
[23]: @. A + 2 * f(A) / A
```

```
[23]: 3×3 Matrix{Float64}:
         3.0   6.0   9.0
        12.0  15.0  18.0
        21.0  24.0  27.0
```

```
[24]: broadcast(x -> x + 2 * f(x) / x, A)
```

```
[24]: 3×3 Matrix{Float64}:
         3.0   6.0   9.0
        12.0  15.0  18.0
        21.0  24.0  27.0
```

Рис. 3.5: Повторение примеров (5)

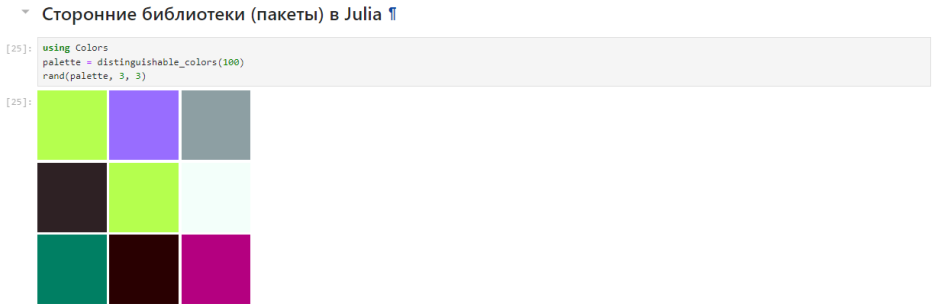


Рис. 3.6: Повторение примеров (6)

3.2 Самостоятельная работа [2]

1. Используя циклы while и for (3.7, 3.8):

- выведите на экран целые числа от 1 до 100 и напечатайте их квадраты;
- создайте словарь squares, который будет содержать целые числа в качестве ключей и квадраты в качестве их пар-значений;
- создайте массив squares_arr, содержащий квадраты всех чисел от 1 до 100.

Рис. 3.7: Циклы `while` и `for` (1)

- создайте словарь squares, который будет содержать целые числа в качестве ключей и квадраты в качестве их пар-значений:

```
[55]: squares = Dict(i => i^2 for i in 2:100)
squares2 = Dict(2 => 4)
i = 3
while i <= 100
    setindex!(squares2, i, i^2)
    i += 1
end
squares, squares2
```

```
[55]: (Dict(5 => 25, 56 => 3136, 35 => 1225, 55 => 3025, 60 => 3600, 30 => 900, 32 => 1024, 6 => 36, 67 => 4489, 45 => 2025…), Dict(3364 => 58, 9604 => 98, 3025 => 55,
2809 => 53, 1024 => 32, 1296 => 36, 6889 => 83, 784 => 28, 4900 => 70, 196 => 14…))
```

- создайте массив squares_arr, содержащий квадраты всех чисел от 1 до 100.

```
[56]: squares_arr = [i^2 for i in 1:100]
squares_arr2 = zeros(100)
i = 1
while i <= 100
    squares_arr2[i] = i^2
    i += 1
end
hcat(squares_arr, squares_arr2)
```

```
[56]: 100×2 Matrix{Float64}:
     1.0      1.0
     4.0      4.0
     9.0      9.0
    16.0     16.0
    25.0     25.0
    36.0     36.0
    49.0     49.0
    64.0     64.0
    81.0     81.0
   100.0    100.0
   121.0    121.0
   144.0    144.0
   169.0    169.0
     ⋮
  7921.0   7921.0
  8100.0   8100.0
  8281.0   8281.0
  8464.0   8464.0
  8649.0   8649.0
```

Рис. 3.8: Циклы `while` и `for` (2)

2. Напишите условный оператор, который печатает число, если число чётное, и строку «нечётное», если число нечётное. Перепишите код, используя тернарный оператор. (3.9)

2. Напишите условный оператор, который печатает число, если число чётное, и строку «нечётное», если число нечётное.

```
[29]: function chet(x)
    if x%2 == 0
        println(x)
    else
        println("нечётное")
    end
end
chet(2), chet(3)
```

```
2
нечётное
[29]: (nothing, nothing)
```

Перепишите код, используя тернарный оператор.

```
[30]: function chet2(x)
    x%2 == 0 ? println(x) : println("нечётное")
end
chet2(2), chet2(3)
```

```
2
нечётное
[30]: (nothing, nothing)
```

Рис. 3.9: Условные операторы

3. Напишите функцию `add_one`, которая добавляет 1 к своему входу. (3.10)

3. Напишите функцию `add_one`, которая добавляет 1 к своему входу.

```
[31]: function add_one(x)
          return x+1
      end
      add_one(5)

[31]: 6
```

Рис. 3.10: Функция `add_one`

4. Используйте `map()` или `broadcast()` для задания матрицы A, каждый элемент которой увеличивается на единицу по сравнению с предыдущим. (3.11)

4. Используйте `map()` или `broadcast()` для задания матрицы A, каждый элемент которой увеличивается на единицу по сравнению с предыдущим. ¶

```
[32]: A = zeros(Int64, 3, 5)
      t = map!(x -> x+1, A, 0:14); display(A)
      t = broadcast(add_one, reshape(0:14, 3, 5))

      3×5 Matrix{Int64}:
       1  4  7  10  13
       2  5  8  11  14
       3  6  9  12  15

[32]: 3×5 Matrix{Int64}:
       1  4  7  10  13
       2  5  8  11  14
       3  6  9  12  15
```

Рис. 3.11: Использование `map()` и `broadcast()`

5. Задайте матрицу A следующего вида (3.12):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

- Найдите A^3
- Замените третий столбец матрицы A на сумму 2-го и 3-го столбцов

5. Задайте матрицу A следующего вида:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

```
[33]: A = [1 1 3; 5 2 6; -2 -1 -3]
```

```
[33]: 3×3 Matrix{Int64}:
        1   1   3
        5   2   6
       -2  -1  -3
```

- Найдите A^3

```
[34]: display(A^2)
      display(A^3)
```

```
3×3 Matrix{Int64}:
  0   0   0
  3   3   9
 -1  -1  -3
3×3 Matrix{Int64}:
 0  0  0
 0  0  0
 0  0  0
```

Рис. 3.12: Матрица

6. Создайте матрицу B с элементами $B_{i1} = 10, B_{i2} = -10, B_{i3} = 10, \quad i = 1, 2, \ldots, 15$. Вычислите матрицу $C = B^T B$. (3.13)

6. Создайте матрицу B с элементами $B_{i1} = 10, B_{i2} = -10, B_{i3} = 10, \quad i = 1, 2, \ldots, 15.$

```
[36]: B = fill(10, (15,3))
      B[:, 2] = -B[:,2]
      B
```

```
[36]: 15×3 Matrix{Int64}:
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
       10  -10  10
```

Вычислите матрицу $C = B^T B$.

```
[37]: C = B' * B
```

```
[37]: 3×3 Matrix{Int64}:
        1500  -1500   1500
       -1500   1500  -1500
        1500  -1500   1500
```

Рис. 3.13: Матрица и произведение

7. Создайте матрицу Z размерности 6×6, все элементы которой равны нулю, и матрицу E, все элементы которой равны 1. Используя цикл `while` или `for` и закономерности расположения элементов, создайте следующие матрицы размерности 6×6 (3.14, 3.15):

$$Z_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad Z_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Z_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad Z_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Создайте матрицу Z размерности 6×6, все элементы которой равны нулю, и матрицу E, все элементы которой равны 1.

```
[38]: Z = zeros(Int64, 6,6); display(Z)
      E = ones(Int64, 6,6)
```

```
6×6 Matrix{Int64}:
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
```

```
[38]: 6×6 Matrix{Int64}:
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
```

Используя цикл `while` или `for` и закономерности расположения элементов, создайте следующие матрицы размерности 6×6:

$$Z_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Z_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Рис. 3.14: Матрицы Z и закономерности (1)

```
[39]: Z1, Z2, Z3, Z4 = zeros(Int64, 6, 6), zeros(Int64, 6, 6), zeros(Int64, 6, 6), zeros(Int64, 6, 6)
for i in 1:6, j in 1:6
    if i == j+1 || i == j-1
        Z1[i,j] = 1
    end
    if i == j || i == j+2 || i == j-2
        Z2[i,j] = 1
    end
    if i == 7-j || i == 5-j || i == 9-j
        Z3[i,j] = 1
    end
    if (i+j)%2 == 0
        Z4[i,j] = 1
    end
end
display(Z1); display(Z2); display(Z3); display(Z4)
```

```
6×6 Matrix{Int64}:
 0  1  0  0  0  0
 1  0  1  0  0  0
 0  1  0  1  0  0
 0  0  1  0  1  0
 0  0  0  1  0  1
 0  0  0  0  1  0
6×6 Matrix{Int64}:
 1  0  1  0  0  0
 0  1  0  1  0  0
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 0  0  1  0  1  0
 0  0  0  1  0  1
6×6 Matrix{Int64}:
 0  0  0  1  0  1
 0  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  0
 1  0  1  0  0  0
6×6 Matrix{Int64}:
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
```

Рис. 3.15: Матрицы Z и закономерности (2)

8. В языке R есть функция outer(). Фактически, это матричное умножение с возможностью изменить применяемую операцию (например, заменить произведение на сложение или возведение в степень).

- Напишите свою функцию, аналогичную функции outer() языка R. Функция должна иметь следующий интерфейс: `outer(x,y,operation)`. Таким образом, функция вида `outer(A,B,*)` должна быть эквивалентна произведению матриц A и B размерностями $L \times M$ и $M \times N$ соответственно, где элементы результирующей матрицы C имеют вид $C_{ij} = \sum_{k=1}^{M} A_{ik} B_{kj}$ (или в тензорном виде $C_i^j = \sum_{k=1}^{M} A_k^i B_j^k$)
- Используя написанную вами функцию `outer()`, создайте матрицы следующей структуры:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ 3 & 9 & 27 & 81 & 243 \\ 4 & 16 & 64 & 256 & 1024 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 8 & 9 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В каждом случае ваше решение должно быть легко обобщаемым на случай создания матриц большей размерности, но той же структуры. (3.16, 3.17, 3.18)

8. В языке R есть функция outer().

Фактически, это матричное умножение с возможностью изменить применяемую операцию (например, заменить произведение на сложение или возведение в степень).

- Напишите свою функцию, аналогичную функции outer() языка R. Функция должна иметь следующий интерфейс: `outer(x,y,operation)`. Таким образом, функция вида `outer(A,B,*)` должна быть эквивалентна произведению матриц A и B размерностями $L \times M$ и $M \times N$ соответственно, где элементы результирующей матрицы C имеют вид $C_{ij} = \sum_{k=1}^{M} A_{ik} B_{kj}$ (или в тензорном виде $C_i^j = \sum_{k=1}^{M} A_k^i B_j^k$)

[40]:
```
function outer(A, B, operation)
    if size(A)[2] != size(B)[1]
        println("Size incompatability! A's amount of columns DOES NOT equal B's amount of rows")
        return
    end
    answ = zeros(size(A)[1], size(B)[2])
    for i in 1:size(A)[1], j in 1:size(B)[2]
        answ[i,j] = sum(operation(A[i,k], B[k,j]) for k in 1:size(A)[2])
    end
    return answ
end
mtrx1, mtrx2 = rand(1:10, 4, 6), rand(1:10, 6, 3); display(mtrx1); display(mtrx2)
display(outer(mtrx1, mtrx1', *))
display(outer(mtrx2', mtrx2, +))
display(outer(mtrx1, mtrx2, %))
display(outer(mtrx1, mtrx2, /))
display(outer(mtrx1, mtrx2, -))
display(outer(mtrx1, mtrx2, div))
```

```
4x6 Matrix{Int64}:
 10  4  7  10  4   1
  2  2  8  10  9   1
  6  7  1   1  2  10
  4  2  7   7  4   2
6x3 Matrix{Int64}:
 1   3  1
 5   3  1
 9   7  5
 5   1  2
 2   6  8
 8  10  1
4x4 Matrix{Float64}:
 282.0  221.0  123.0  185.0
 221.0  254.0   72.0  176.0
 123.0   72.0  191.0   80.0
 185.0  176.0   80.0  138.0
3x3 Matrix{Float64}:
 60.0  60.0  48.0
```

Рис. 3.16: `outer()` (1)

- Используя написанную вами функцию `outer()`, создайте матрицы следующей структуры:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ 3 & 9 & 27 & 81 & 243 \\ 4 & 16 & 64 & 256 & 1024 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 8 & 9 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В каждом случае ваше решение должно быть легко обобщаемым на случай создания матриц большей размерности, но той же структуры.

[41]:
```
n = 5
A1 = Int64.(outer(hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)', +))
display(A1)
t2 = hcat([[j-1 for i in 1:n] for j in 1:n]...)'
A2 = Int64.(outer(t2, hcat([[i==j ? i : 1 for i in 1:n] for j in 1:n]...), ^))-hcat([[(n-1)*i for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)
display(A2)
#=
Матрицы A3 и A4 аналогичны по своей структуре первой матрице, единственное, чем они отличаются - каждый элемент теперь представлен остатком от деления
его предыдущего значения на сторону матрицы
=#
t3 = outer(hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)', +)
A3 = Int64.(outer(t3, hcat([[i==j ? n/1 : 1.0 for i in 1:n] for j in 1:n]...), mod))
display(A3)
n = 10
t4 = outer(hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)', +)
```

Рис. 3.17: `outer()` (2)

```
A4 = Int64.(outer(t4, hcat([[i==j ? n/1 : 1.0 for i in 1:n] for j in 1:n]...), mod)) # Остаток от деления на n
display(A4)
n = 9
t5 = outer(hcat([[i==j-1 ? j-1 : 0 for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i==j-1 ? (n-i) : 0 for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)', +)
A5 = Int64.(outer(round.(t5), hcat([[i==j ? n/1 : 1.0 for i in 1:n] for j in 1:n]...), mod)) # Остаток от деления на n
display(A5)
```

```
5x5 Matrix{Int64}:
 0  1  2  3  4
 1  2  3  4  5
 2  3  4  5  6
 3  4  5  6  7
 4  5  6  7  8
5x5 Matrix{Int64}:
 0   0   0    0     0
 1   1   1    1     1
 2   4   8   16    32
 3   9  27   81   243
 4  16  64  256  1024
5x5 Matrix{Int64}:
 0  1  2  3  4
 1  2  3  4  0
 2  3  4  0  1
 3  4  0  1  2
 4  0  1  2  3
10x10 Matrix{Int64}:
 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9
 1  2  3  4  5  6  7  8  9  0
 2  3  4  5  6  7  8  9  0  1
 3  4  5  6  7  8  9  0  1  2
 4  5  6  7  8  9  0  1  2  3
 5  6  7  8  9  0  1  2  3  4
 6  7  8  9  0  1  2  3  4  5
 7  8  9  0  1  2  3  4  5  6
 8  9  0  1  2  3  4  5  6  7
 9  0  1  2  3  4  5  6  7  8
9x9 Matrix{Int64}:
 0  8  7  6  5  4  3  2  1
 1  0  8  7  6  5  4  3  2
 2  1  0  8  7  6  5  4  3
 3  2  1  0  8  7  6  5  4
 4  3  2  1  0  8  7  6  5
 5  4  3  2  1  0  8  7  6
 6  5  4  3  2  1  0  8  7
 7  6  5  4  3  2  1  0  8
 8  7  6  5  4  3  2  1  0
```

Рис. 3.18: `outer()` (3)

9. Решите следующую систему линейных уравнений с 5 неизвестными

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 5, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 17, \end{cases}$$

рассмотрев соответствующее матричное уравнение $Ax = y$. Обратите внимание на особый вид матрицы A. Метод, используемый для решения данной системы уравнений, должен быть легко обобщаем на случай большего числа уравнений, где матрица A будет иметь такую же структуру (3.19, 3.20).

9. Решите следующую систему линейных уравнений с 5 неизвестными

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 5, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 17, \end{cases}$$

рассмотрев соответствующее матричное уравнение $Ax = y$. Обратите внимание на особый вид матрицы A. Метод, используемый для решения данной системы уравнений, должен быть легко обобщаем на случай большего числа уравнений, где матрица A будет иметь такую же структуру.

Решение будет осуществлено методом Гаусса.

[42]:
```
function gauss_method(mtrx, vec)
    if size(mtrx)[1] != size(mtrx)[2]
        println("Size incompatability! ", size(mtrx)[1] >= size(mtrx)[2] ? "More" : "Less", " equations than variables")
        return
    end
    if size(mtrx)[1] != size(vec)[1]
        println("Size incompatability! ", size(mtrx)[1] >= size(vec)[1] ? "Less" : "More", " answers than equations")
        return
    end
    n = size(mtrx)[1]
    max_el, max_row = 0, 0
    for i in 1:n
        max_el = abs(mtrx[i, i])
        max_row = i
        for k in i:n
            if abs(mtrx[k, k]) > max_el
                max_el = abs(mtrx[k, k])
                max_row = k
            end
        end
        mtrx[i, :], mtrx[max_row, :] = mtrx[max_row, :], mtrx[i, :]
        vec[i], vec[max_row] = vec[max_row], vec[i]

        for k in i+1:n
            c = -mtrx[k, i] / mtrx[i, i]
            mtrx[k, :] = mtrx[k, :].+(c.*mtrx[i, :])
            mtrx[k, i] = 0
            vec[k] += c*vec[i]
        end
    end
    answ = zeros(n)
```

Рис. 3.19: СЛАУ (1)

```
    for i in n:-1:1
        answ[i] = vec[i] / mtrx[i, i]
        for k in i-1:-1:1
            vec[k] -= mtrx[k, i] * answ[i]
        end
    end
    return answ
end
```

[42]: `gauss_method (generic function with 1 method)`

[43]:
```
m = 5
A = hcat([[abs(i-j)+1 for j in 1:m] for i in 1:m]...); display(A)
y = [7, -1, -3, 5, 17]; display(y)
x = gauss_method(A, y)
```

```
5x5 Matrix{Int64}:
 1  2  3  4  5
 2  1  2  3  4
 3  2  1  2  3
 4  3  2  1  2
 5  4  3  2  1
5-element Vector{Int64}:
  7
 -1
 -3
  5
 17
```

[43]:
```
5-element Vector{Float64}:
 -2.0
  3.0
  5.0
  2.0
 -4.0
```

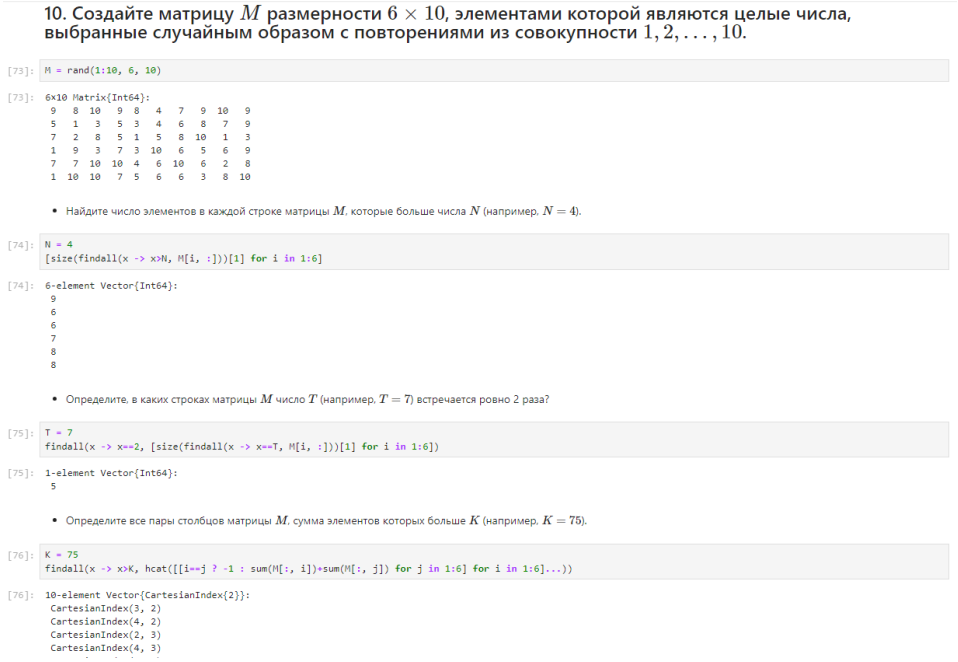
Рис. 3.20: СЛАУ (2)

10. Создайте матрицу M размерности 6×10, элементами которой являются целые числа, выбранные случайным образом с повторениями из совокупности $1, 2, \ldots, 10$.

- Найдите число элементов в каждой строке матрицы M, которые больше

числа N (например, $N = 4$).

- Определите, в каких строках матрицы M число M(например, $M = 7$) встречается ровно 2 раза?
- Определите все пары столбцов матрицы M, сумма элементов которых больше K (например, $K = 75$). (3.21)



10. Создайте матрицу M размерности 6×10, элементами которой являются целые числа, выбранные случайным образом с повторениями из совокупности $1, 2, \ldots, 10$.

```
[73]: M = rand(1:10, 6, 10)

[73]: 6x10 Matrix{Int64}:
 9   8  10   9  8   4   7   9  10   9
 5   1   3   5  3   4   6   8   7   9
 7   2   8   5  1   5   8  10   1   3
 1   9   3   7  3  10   6   5   6   9
 7   7  10  10  4   6  10   6   2   8
 1  10  10   7  5   6   6   3   8  10
```

- Найдите число элементов в каждой строке матрицы M, которые больше числа N (например, $N = 4$).

```
[74]: N = 4
      [size(findall(x -> x>N, M[i, :]))[1] for i in 1:6]

[74]: 6-element Vector{Int64}:
 9
 6
 6
 7
 8
 8
```

- Определите, в каких строках матрицы M число T (например, $T = 7$) встречается ровно 2 раза?

```
[75]: T = 7
      findall(x -> x==2, [size(findall(x -> x==T, M[i, :]))[1] for i in 1:6])

[75]: 1-element Vector{Int64}:
 5
```

- Определите все пары столбцов матрицы M, сумма элементов которых больше K (например, $K = 75$).

```
[76]: K = 75
      findall(x -> x>K, hcat([[i==j ? -1 : sum(M[:, i])+sum(M[:, j]) for j in 1:6] for i in 1:6]...))

[76]: 10-element Vector{CartesianIndex{2}}:
 CartesianIndex(3, 2)
 CartesianIndex(4, 2)
 CartesianIndex(2, 3)
 CartesianIndex(4, 3)
```

Рис. 3.21: Исследование матрицы M

11. Вычислите (3.22):

- $\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{5} \frac{i^4}{(3+j)}$
- $\sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{5} \frac{i^4}{(3+ij)}$

11. Вычислите:

- $\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{5}\frac{i^4}{(3+j)}$

```
[48]: sum([sum([i^4/(3+j)] for j in 1:5) for i in 1:20])
```

```
[48]: 1-element Vector{Float64}:
       639215.2833333334
```

- $\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{5}\frac{i^4}{(3+ij)}$

```
[49]: sum([sum([i^4/(3+i*j)] for j in 1:5) for i in 1:20])
```

```
[49]: 1-element Vector{Float64}:
       89912.02146097136
```

Рис. 3.22: Вычисления

4 Выводы по проделанной работе

4.1 Вывод

В результате выполнения работы мы освоили применение циклов функций и сторонних для Julia пакетов для решения задач линейной алгебры и работы с матрицами.

Были записаны скринкасты выполнения и защиты лабораторной работы.

Ссылки на скринкасты:

- Выполнение, Youtube
- Выполнение, Rutube
- Защита презентации, Youtube
- Защита презентации, Rutube

Список литературы

1. Лабораторная работа № 3 [Электронный ресурс]. Российский Университет Дружбы Народов имени Патрису Лумумбы, 2023. URL: https://esystem.rudn.ru/mod/resource/view.php?id=1069835.
2. Julia official documentation [Электронный ресурс]. 2023. URL: https://docs.julialang.org/en/v1/.

Повторение примеров

Циклы `while` и `for`

In [1]:
```
n = 0
while n < 10
    n += 1
    println(n)
end
```

```
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
```

In [2]:
```
myfriends = ["Ted", "Robyn", "Barney", "Lily", "Marshall"]
i = 1
while i <= length(myfriends)
    friend = myfriends[i]
    println("Hi $friend, it's great to see you!")
    i += 1
end
```

```
Hi Ted, it's great to see you!
Hi Robyn, it's great to see you!
Hi Barney, it's great to see you!
Hi Lily, it's great to see you!
Hi Marshall, it's great to see you!
```

In [3]:
```
for n in 1:10
    println(n)
end
```

```
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
```

In [4]:
```
for friend in myfriends
    println("Hi $friend, it's great to see you!")
end
```

```
Hi Ted, it's great to see you!
Hi Robyn, it's great to see you!
Hi Barney, it's great to see you!
Hi Lily, it's great to see you!
Hi Marshall, it's great to see you!
```

In [5]:
```
# инициализация массива m x n из нулей:
m, n = 5, 5
A = fill(0, (m, n))
# формирование массива, в котором значение каждой записи является суммой индексов строки и столбца:
for i in 1:m
    for j in 1:n
        A[i, j] = i + j
    end
end
A
```

Out[5]:
```
5×5 Matrix{Int64}:
 2  3  4  5   6
 3  4  5  6   7
 4  5  6  7   8
 5  6  7  8   9
 6  7  8  9  10
```

In [6]:
```
# инициализация массива m x n из нулей:
B = fill(0, (m, n))
```

```
for i in 1:m, j in 1:n
    B[i, j] = i + j
end
B
```

Out[6]:
```
5×5 Matrix{Int64}:
 2  3  4  5   6
 3  4  5  6   7
 4  5  6  7   8
 5  6  7  8   9
 6  7  8  9  10
```

In [7]:
```
C = [i + j for i in 1:m, j in 1:n]
```

Out[7]:
```
5×5 Matrix{Int64}:
 2  3  4  5   6
 3  4  5  6   7
 4  5  6  7   8
 5  6  7  8   9
 6  7  8  9  10
```

Условные выражения

In [8]:
```
# используем `&&` для реализации операции "AND"
# операция % вычисляет остаток от деления
function check_(N)
    if (N % 3 == 0) && (N % 5 == 0)
        println("FizzBuzz")
    elseif N % 3 == 0
        println("Fizz")
    elseif N % 5 == 0
        println("Buzz")
    else
        println(N)
    end
end
check_(3), check_(5), check_(15), check_(2)
```

```
Fizz
Buzz
FizzBuzz
2
```

Out[8]:
```
(nothing, nothing, nothing, nothing)
```

In [9]:
```
x = 5
y = 10
(x > y) ? x : y
```

Out[9]:
```
10
```

Функции

In [10]:
```
function sayhi(name)
    println("Hi $name, it's great to see you!")
end
# функция возведения в квадрат:
function f(x)
    x^2
end
```

Out[10]:
```
f (generic function with 1 method)
```

In [11]:
```
sayhi("C-3PO"), f(42)
```

```
Hi C-3PO, it's great to see you!
```

Out[11]:
```
(nothing, 1764)
```

In [12]:
```
sayhi2(name) = println("Hi $name, it's great to see you!")
f2(x) = x^2
```

Out[12]:
```
f2 (generic function with 1 method)
```

In [13]:
```
sayhi3 = name -> println("Hi $name, it's great to see you!")
f3 = x -> x^2
```

Out[13]:
```
#7 (generic function with 1 method)
```

In [14]:
```
v = [3, 5, 2]
sort(v)
```

```
v
```

Out[14]:
```
3-element Vector{Int64}:
 3
 5
 2
```

In [15]:
```
sort!(v)
v
```

Out[15]:
```
3-element Vector{Int64}:
 2
 3
 5
```

In [16]:
```
map(f, [1, 2, 3])
```

Out[16]:
```
3-element Vector{Int64}:
 1
 4
 9
```

In [17]:
```
broadcast(f, [1, 2, 3])
```

Out[17]:
```
3-element Vector{Int64}:
 1
 4
 9
```

In [18]:
```
f.([1, 2, 3])
```

Out[18]:
```
3-element Vector{Int64}:
 1
 4
 9
```

In [19]:
```
A = [i + 3*j for j in 0:2, i in 1:3]
```

Out[19]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
 1  2  3
 4  5  6
 7  8  9
```

In [20]:
```
f(A)
```

Out[20]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
  30   36   42
  66   81   96
 102  126  150
```

In [21]:
```
f.(A)
```

Out[21]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
  1   4   9
 16  25  36
 49  64  81
```

In [22]:
```
A .+ 2 .* f.(A) ./ A
```

Out[22]:
```
3×3 Matrix{Float64}:
  3.0   6.0   9.0
 12.0  15.0  18.0
 21.0  24.0  27.0
```

In [23]:
```
@. A + 2 * f(A) / A
```

Out[23]:
```
3×3 Matrix{Float64}:
  3.0   6.0   9.0
 12.0  15.0  18.0
 21.0  24.0  27.0
```

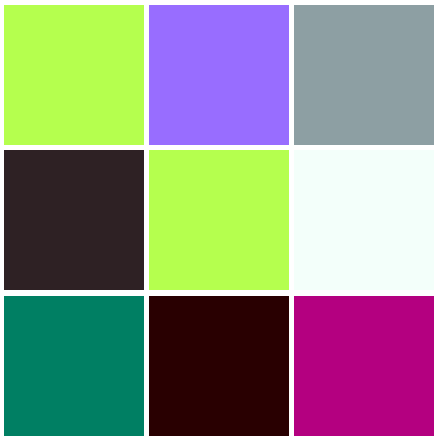
In [24]:
```
broadcast(x -> x + 2 * f(x) / x, A)
```

Out[24]:
```
3×3 Matrix{Float64}:
  3.0   6.0   9.0
 12.0  15.0  18.0
 21.0  24.0  27.0
```

Сторонние библиотеки (пакеты) в Julia

In [25]:
```
using Colors
palette = distinguishable_colors(100)
rand(palette, 3, 3)
```

Out[25]:



Самостоятельная работа

1. Используя циклы while и for:

- выведите на экран целые числа от 1 до 100 и напечатайте их квадраты;

In [26]:
```
for i in 1:100
    print(i, " ")
end
println()
for i in 1:100
    print(i^2, " ")
end
```

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 4
1 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78
79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144 169 196 225 256 289 324 361 400 441 484 529 576 625 676 729 784 841 900 961
1024 1089 1156 1225 1296 1369 1444 1521 1600 1681 1764 1849 1936 2025 2116 2209 2304 2401 2500 2601 2704 2809 29
16 3025 3136 3249 3364 3481 3600 3721 3844 3969 4096 4225 4356 4489 4624 4761 4900 5041 5184 5329 5476 5625 5776
5929 6084 6241 6400 6561 6724 6889 7056 7225 7396 7569 7744 7921 8100 8281 8464 8649 8836 9025 9216 9409 9604 98
01 10000
```

In [50]:
```
i = 1
while i <= 100
    print(i, " ")
    i += 1
end
println()
i = 0
while i < 100
    i += 1
    print(i^2, " ")
end
```

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 36 37 38 39 40 4
1 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68 69 70 71 72 73 74 75 76 77 78
79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 89 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100
1 4 9 16 25 36 49 64 81 100 121 144 169 196 225 256 289 324 361 400 441 484 529 576 625 676 729 784 841 900 961
1024 1089 1156 1225 1296 1369 1444 1521 1600 1681 1764 1849 1936 2025 2116 2209 2304 2401 2500 2601 2704 2809 29
16 3025 3136 3249 3364 3481 3600 3721 3844 3969 4096 4225 4356 4489 4624 4761 4900 5041 5184 5329 5476 5625 5776
5929 6084 6241 6400 6561 6724 6889 7056 7225 7396 7569 7744 7921 8100 8281 8464 8649 8836 9025 9216 9409 9604 98
01 10000
```

- создайте словарь squares, который будет содержать целые числа в качестве ключей и квадраты в качестве их пар-значений;

In [55]:
```
squares = Dict(i => i^2 for i in 2:100)
squares2 = Dict(2 => 4)
i = 3
while i <= 100
    setindex!(squares2, i, i^2)
    i += 1
end
squares, squares2
```

Out[55]:
```
(Dict(5 => 25, 56 => 3136, 35 => 1225, 55 => 3025, 60 => 3600, 30 => 900, 32 => 1024, 6 => 36, 67 => 4489, 45 =
> 2025…), Dict(3364 => 58, 9604 => 98, 3025 => 55, 2809 => 53, 1024 => 32, 1296 => 36, 6889 => 83, 784 => 28, 4
900 => 70, 196 => 14…))
```

- создайте массив squares_arr, содержащий квадраты всех чисел от 1 до 100.

In [56]:
```
squares_arr = [i^2 for i in 1:100]
squares_arr2 = zeros(100)
i = 1
while i <= 100
    squares_arr2[i] = i^2
    i += 1
end
hcat(squares_arr, squares_arr2)
```

Out[56]:
```
100×2 Matrix{Float64}:
     1.0      1.0
     4.0      4.0
     9.0      9.0
    16.0     16.0
    25.0     25.0
    36.0     36.0
    49.0     49.0
    64.0     64.0
    81.0     81.0
   100.0    100.0
   121.0    121.0
   144.0    144.0
   169.0    169.0
     ⋮
  7921.0   7921.0
  8100.0   8100.0
  8281.0   8281.0
  8464.0   8464.0
  8649.0   8649.0
  8836.0   8836.0
  9025.0   9025.0
  9216.0   9216.0
  9409.0   9409.0
  9604.0   9604.0
  9801.0   9801.0
 10000.0  10000.0
```

2. Напишите условный оператор, который печатает число, если число чётное, и строку «нечётное», если число нечётное.

In [29]:
```
function chet(x)
    if x%2 == 0
        println(x)
    else
        println("нечётное")
    end
end
chet(2), chet(3)
```

```
2
нечётное
```

Out[29]:
```
(nothing, nothing)
```

Перепишите код, используя тернарный оператор.

In [30]:
```
function chet2(x)
    x%2 == 0 ? println(x) : println("нечётное")
end
chet2(2), chet2(3)
```

```
2
нечётное
```

Out[30]:
```
(nothing, nothing)
```

3. Напишите функцию `add_one`, которая добавляет 1 к своему входу.

In [31]:
```
function add_one(x)
    return x+1
end
add_one(5)
```

Out[31]:
```
6
```

4. Используйте `map()` или `broadcast()` для задания матрицы A,

каждый элемент которой увеличивается на единицу по сравнению с предыдущим.

In [32]:
```
A = zeros(Int64, 3, 5)
t = map!(x -> x+1, A, 0:14); display(A)
t = broadcast(add_one, reshape(0:14, 3, 5))
```

```
3×5 Matrix{Int64}:
 1  4  7  10  13
 2  5  8  11  14
 3  6  9  12  15
```

Out[32]:
```
3×5 Matrix{Int64}:
 1  4  7  10  13
 2  5  8  11  14
 3  6  9  12  15
```

5. Задайте матрицу A следующего вида:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 6 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

In [33]:
```
A = [1 1 3; 5 2 6; -2 -1 -3]
```

Out[33]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
  1   1   3
  5   2   6
 -2  -1  -3
```

- Найдите A^3

In [34]:
```
display(A^2)
display(A^3)
```

```
3×3 Matrix{Int64}:
  0   0   0
  3   3   9
 -1  -1  -3
3×3 Matrix{Int64}:
 0  0  0
 0  0  0
 0  0  0
```

- Замените третий столбец матрицы A на сумму 2-го и 3-го столбцов

In [35]:
```
A[:, 3] = A[:, 2] + A[:, 3]
A
```

Out[35]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
  1   1   4
  5   2   8
 -2  -1  -4
```

6. Создайте матрицу B с элементами

$B_{i1} = 10, B_{i2} = -10, B_{i3} = 10, \quad i = 1, 2, \ldots, 15.$

In [36]:
```
B = fill(10, (15,3))
B[:, 2] = -B[:,2]
B
```

Out[36]:
```
15×3 Matrix{Int64}:
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
 10  -10  10
```

Вычислите матрицу $C = B^T B$.

In [37]:
```
C = B' * B
```

Out[37]:
```
3×3 Matrix{Int64}:
  1500  -1500   1500
 -1500   1500  -1500
  1500  -1500   1500
```

7. Создайте матрицу Z размерности 6×6, все элементы которой равны нулю, и матрицу E, все элементы которой равны 1.

In [38]:
```
Z = zeros(Int64, 6,6); display(Z)
E = ones(Int64, 6,6)
```

```
6×6 Matrix{Int64}:
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
 0  0  0  0  0  0
```

Out[38]:
```
6×6 Matrix{Int64}:
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
 1  1  1  1  1  1
```

Используя цикл `while` или `for` и закономерности расположения элементов, создайте следующие матрицы размерности 6×6 :

$$Z_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$Z_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z_4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

In [39]:
```
Z1, Z2, Z3, Z4 = zeros(Int64, 6, 6), zeros(Int64, 6, 6), zeros(Int64, 6, 6), zeros(Int64, 6, 6)
for i in 1:6, j in 1:6
    if i == j+1 || i == j-1
        Z1[i,j] = 1
    end
    if i == j || i == j+2 || i == j-2
        Z2[i,j] = 1
    end
```

```
    if i == 7-j || i == 5-j || i == 9-j
        Z3[i,j] = 1
    end
    if (i+j)%2 == 0
        Z4[i,j] = 1
    end
end
display(Z1); display(Z2); display(Z3); display(Z4)
```

```
6×6 Matrix{Int64}:
 0  1  0  0  0  0
 1  0  1  0  0  0
 0  1  0  1  0  0
 0  0  1  0  1  0
 0  0  0  1  0  1
 0  0  0  0  1  0
6×6 Matrix{Int64}:
 1  0  1  0  0  0
 0  1  0  1  0  0
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 0  0  1  0  1  0
 0  0  0  1  0  1
6×6 Matrix{Int64}:
 0  0  0  1  0  1
 0  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  0
 1  0  1  0  0  0
6×6 Matrix{Int64}:
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
 1  0  1  0  1  0
 0  1  0  1  0  1
```

8. В языке R есть функция outer().

Фактически, это матричное умножение с возможностью изменить применяемую операцию (например, заменить произведение на сложение или возведение в степень).

- Напишите свою функцию, аналогичную функции outer() языка R. Функция должна иметь следующий интерфейс: `outer(x,y,operation)`. Таким образом, функция вида `outer(A,B,*)` должна быть эквивалентна произведению матриц A и B размерностями $L \times M$ и $M \times N$ соответственно, где элементы результирующей матрицы C имеют вид $C_{ij} = \sum_{k=1}^{M} A_{ik} B_{kj}$ (или в тензорном виде $C_i^j = \sum_{k=1}^{M} A_k^i B_j^k$)

In [40]:
```
function outer(A, B, operation)
    if size(A)[2] != size(B)[1]
        println("Size incompatability! A's amount of columns DOES NOT equal B's amount of rows")
        return
    end
    answ = zeros(size(A)[1], size(B)[2])
    for i in 1:size(A)[1], j in 1:size(B)[2]
        answ[i,j] = sum(operation(A[i,k], B[k,j]) for k in 1:size(A)[2])
    end
    return answ
end
mtrx1, mtrx2 = rand(1:10, 4, 6), rand(1:10, 6, 3); display(mtrx1); display(mtrx2)
display(outer(mtrx1, mtrx1', *))
display(outer(mtrx2', mtrx2, +))
display(outer(mtrx1, mtrx2, %))
display(outer(mtrx1, mtrx2, /))
display(outer(mtrx1, mtrx2, -))
display(outer(mtrx1, mtrx2, div))
```

```
4×6 Matrix{Int64}:
 10  4  7  10  4   1
  2  2  8  10  9   1
  6  7  1   1  2  10
  4  2  7   7  4   2
6×3 Matrix{Int64}:
 1   3  1
 5   3  1
 9   7  5
 5   1  2
 2   6  8
 8  10  1
```

```
4×4 Matrix{Float64}:
 282.0  221.0  123.0  185.0
 221.0  254.0   72.0  176.0
 123.0   72.0  191.0   80.0
 185.0  176.0   80.0  138.0
3×3 Matrix{Float64}:
 60.0  60.0  48.0
 60.0  60.0  48.0
 48.0  48.0  36.0
4×3 Matrix{Float64}:
 12.0  7.0  6.0
 12.0  9.0  4.0
  6.0  4.0  4.0
 13.0  9.0  7.0
4×3 Matrix{Float64}:
 15.7028   16.4333   21.9
  9.91389  14.0762   12.725
  9.96111   6.80952  23.95
  8.82778  10.8667   13.4
4×3 Matrix{Float64}:
  6.0   6.0  18.0
  2.0   2.0  14.0
 -3.0  -3.0   9.0
 -4.0  -4.0   8.0
4×3 Matrix{Float64}:
 14.0  15.0  21.0
  8.0  12.0  12.0
  9.0   6.0  23.0
  7.0   9.0  12.0
```

- Используя написанную вами функцию `outer()`, создайте матрицы следующей структуры:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 & 32 \\ 3 & 9 & 27 & 81 & 243 \\ 4 & 16 & 64 & 256 & 1024 \end{pmatrix},$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 4 & 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad A_4 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 8 & 9 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix},$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 & 5 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 & 7 \\ 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 8 \\ 8 & 7 & 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

В каждом случае ваше решение должно быть легко обобщаемым на случай создания матриц большей размерности, но той же структуры.

In [59]:
```
n = 5
A1 = Int64.(outer(hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)'
display(A1)
t2 = hcat([[j-1 for i in 1:n] for j in 1:n]...)'
A2 = Int64.(outer(t2, hcat([[i==j ? i : 1 for i in 1:n] for j in 1:n]...), ^))-hcat([[(n-1)*i for i in 0:n-1] fo
display(A2)
#=
Матрицы A3 и A4 аналогичны по своей структуре первой матрице, единственное, чем они отличаются - каждый элемент
его предыдущего значения на сторону матрицы
=#
t3 = outer(hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)', +)
A3 = Int64.(outer(t3, hcat([[i==j ? n/1 : 1.0 for i in 1:n] for j in 1:n]...), mod))
```

```
display(A3)
n = 10
t4 = outer(hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i//n for i in 0:n-1] for j in 1:n]...)', +)
A4 = Int64.(outer(t4, hcat([[i==j ? n/1 : 1.0 for i in 1:n] for j in 1:n]...), mod)) # Остаток от деления на n
display(A4)
n = 9
t5 = outer(hcat([[i==j-1 ? j-1 : 0 for i in 0:n-1] for j in 1:n]...), hcat([[i==j-1 ? (n-i) : 0 for i in 0:n-1]
A5 = Int64.(outer(round.(t5), hcat([[i==j ? n/1 : 1.0 for i in 1:n] for j in 1:n]...), mod)) # Остаток от делени
display(A5)
```

```
5×5 Matrix{Int64}:
 0  1  2  3  4
 1  2  3  4  5
 2  3  4  5  6
 3  4  5  6  7
 4  5  6  7  8
5×5 Matrix{Int64}:
 0   0   0    0     0
 1   1   1    1     1
 2   4   8   16    32
 3   9  27   81   243
 4  16  64  256  1024
5×5 Matrix{Int64}:
 0  1  2  3  4
 1  2  3  4  0
 2  3  4  0  1
 3  4  0  1  2
 4  0  1  2  3
10×10 Matrix{Int64}:
 0  1  2  3  4  5  6  7  8  9
 1  2  3  4  5  6  7  8  9  0
 2  3  4  5  6  7  8  9  0  1
 3  4  5  6  7  8  9  0  1  2
 4  5  6  7  8  9  0  1  2  3
 5  6  7  8  9  0  1  2  3  4
 6  7  8  9  0  1  2  3  4  5
 7  8  9  0  1  2  3  4  5  6
 8  9  0  1  2  3  4  5  6  7
 9  0  1  2  3  4  5  6  7  8
9×9 Matrix{Int64}:
 0  8  7  6  5  4  3  2  1
 1  0  8  7  6  5  4  3  2
 2  1  0  8  7  6  5  4  3
 3  2  1  0  8  7  6  5  4
 4  3  2  1  0  8  7  6  5
 5  4  3  2  1  0  8  7  6
 6  5  4  3  2  1  0  8  7
 7  6  5  4  3  2  1  0  8
 8  7  6  5  4  3  2  1  0
```

9. Решите следующую систему линейных уравнений с 5 неизвестными

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = -1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = -3, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + 2x_5 = 5, \\ 5x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 + x_5 = 17, \end{cases}$$

рассмотрев соответствующее матричное уравнение $Ax = y$. Обратите внимание на особый вид матрицы A. Метод, используемый для решения данной системы уравнений, должен быть легко обобщаем на случай большего числа уравнений, где матрица A будет иметь такую же структуру.

Решение будет осуществлено методом Гаусса.

In [42]:
```
function gauss_method(mtrx, vec)
    if size(mtrx)[1] != size(mtrx)[2]
        println("Size incompatability! ", size(mtrx)[1] >= size(mtrx)[2] ? "More" : "Less", " equations than va
        return
    end
    if size(mtrx)[1] != size(vec)[1]
        println("Size incompatability! ", size(mtrx)[1] >= size(vec)[1] ? "Less" : "More", " answers than equat
        return
    end
    n = size(mtrx)[1]
    max_el, max_row = 0, 0
    for i in 1:n
        max_el = abs(mtrx[i, i])
```

```
        max_row = i
        for k in i:n
            if abs(mtrx[k, k]) > max_el
                max_el = abs(mtrx[k, k])
                max_row = k
            end
        end
        mtrx[i, :], mtrx[max_row, :] = mtrx[max_row, :], mtrx[i, :]
        vec[i], vec[max_row] = vec[max_row], vec[i]

        for k in i+1:n
            c = -mtrx[k, i] / mtrx[i, i]
            mtrx[k, :] = mtrx[k, :].+(c.*mtrx[i, :])
            mtrx[k, i] = 0
            vec[k] += c*vec[i]
        end
    end
    answ = zeros(n)
    for i in n:-1:1
        answ[i] = vec[i] / mtrx[i, i]
        for k in i-1:-1:1
            vec[k] -= mtrx[k, i] * answ[i]
        end
    end
    return answ
end
```

Out[42]:
```
gauss_method (generic function with 1 method)
```

In [43]:
```
m = 5
A = hcat([[abs(i-j)+1 for j in 1:m] for i in 1:m]...); display(A)
y = [7, -1, -3, 5, 17]; display(y)
x = gauss_method(A, y)
```

```
5×5 Matrix{Int64}:
 1  2  3  4  5
 2  1  2  3  4
 3  2  1  2  3
 4  3  2  1  2
 5  4  3  2  1
5-element Vector{Int64}:
  7
 -1
 -3
  5
 17
```

Out[43]:
```
5-element Vector{Float64}:
 -2.0
  3.0
  5.0
  2.0
 -4.0
```

10. Создайте матрицу M размерности 6×10, элементами которой являются целые числа, выбранные случайным образом с повторениями из совокупности $1, 2, \ldots, 10$.

In [73]:
```
M = rand(1:10, 6, 10)
```

Out[73]:
```
6×10 Matrix{Int64}:
 9   8  10   9  8   4   7   9  10   9
 5   1   3   5  3   4   6   8   7   9
 7   2   8   5  1   5   8  10   1   3
 1   9   3   7  3  10   6   5   6   9
 7   7  10  10  4   6  10   6   2   8
 1  10  10   7  5   6   6   3   8  10
```

- Найдите число элементов в каждой строке матрицы M, которые больше числа N (например, $N = 4$).

In [74]:
```
N = 4
[size(findall(x -> x>N, M[i, :]))[1] for i in 1:6]
```

Out[74]:
```
6-element Vector{Int64}:
 9
 6
 6
 7
 8
 8
```

- Определите, в каких строках матрицы M число T (например, $T = 7$) встречается ровно 2 раза?

In [75]:
```
T = 7
findall(x -> x==2, [size(findall(x -> x==T, M[i, :]))[1] for i in 1:6])
```

Out[75]:
```
1-element Vector{Int64}:
 5
```

- Определите все пары столбцов матрицы M, сумма элементов которых больше K (например, $K = 75$).

In [76]:
```
K = 75
findall(x -> x>K, hcat([[i==j ? -1 : sum(M[:, i])+sum(M[:, j]) for j in 1:6] for i in 1:6]...))
```

Out[76]:
```
10-element Vector{CartesianIndex{2}}:
 CartesianIndex(3, 2)
 CartesianIndex(4, 2)
 CartesianIndex(2, 3)
 CartesianIndex(4, 3)
 CartesianIndex(6, 3)
 CartesianIndex(2, 4)
 CartesianIndex(3, 4)
 CartesianIndex(6, 4)
 CartesianIndex(3, 6)
 CartesianIndex(4, 6)
```

11. Вычислите:

- $$\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{5}\frac{i^4}{(3+j)}$$

In [48]:
```
sum([sum([i^4/(3+j)] for j in 1:5) for i in 1:20])
```

Out[48]:
```
1-element Vector{Float64}:
 639215.2833333334
```

- $$\sum_{i=1}^{20}\sum_{j=1}^{5}\frac{i^4}{(3+ij)}$$

In [49]:
```
sum([sum([i^4/(3+i*j)] for j in 1:5) for i in 1:20])
```

Out[49]:
```
1-element Vector{Float64}:
 89912.02146097136
```