

---

## Projeto em R

---

- Data de distribuição: 27 de abril 2020.
- Data de entrega: 22 de maio 2020.

### Grupo 3:

90004 - Alexandre Silva  
93112 - Leandro Duarte  
93635 - Diogo Santos  
97015 - Vasco Pearson

Em todas as questões do trabalho referentes a simulação de números pseudo-aleatórios a semente de geração dos dados deve ser fixada com a instrução `set.seed(3)`. Sempre que seja necessário variar a semente de geração devem utilizar a instrução `set.seed(3i)`.

A interpretação e a análise dos resultados obtidos devem ser baseadas em estatísticas sumárias e em representações gráficas.

- (a) Para  $X \sim Poi(\lambda)$  considerem três algoritmos baseados em:
  - Forma recursiva da função de probabilidade da Poisson;
  - Se  $\{Y_i\}$  é uma sucessão de v.a's i.i.d a  $Y \sim Exp(\lambda)$  e  $X = \max\{n : \sum_{j=1}^n Y_j \leq 1\}$  então  $X \sim Poi(\lambda)$ ;
  - Gerador do programa R;para obter 10000 observações de  $X \sim Poi(3)$ , comparando o tempo da geração com as três alternativas. Calculem para as três amostras geradas: a média, os quartis e estimem a  $P(2 < X < 8)$ . Comparem os resultados obtidos com os da distribuição  $Poi(3)$ . Avaliem, graficamente, qual das três amostras simuladas melhor se ajusta à distribuição  $Poi(3)$ . Qual é o algoritmo que consideram mais eficiente, o utilizado em (i) ou em (ii)?
- (b) Desenvolvam um estudo de simulação de Monte Carlo para estimar  $P = P(\bar{X} > 2)$ . Para isso, simulem  $N = 500$  amostras independentes de  $x_i, i = 1, \dots, 50$ , com o algoritmo mais eficiente (i) ou (ii). Obtenham a estimativa pontual de  $P$  e a intervalar a aproximadamente 90%:
  - sem redução de variância;
  - reduzindo a variância com variáveis antitéticas.Comparem e comentem os resultados obtidos.

2. Geram com o método da aceitação-rejeição valores da v.a.  $X$  com função densidade de probabilidade  $f_X(x) = \frac{3}{8}(1-x)^2 \quad |x| \leq 1$  tomando como candidata a v.a.  $Y \sim U(-1, 1)$ . Fixem o número de pontos candidatos de  $Y$  em 500. Quantos dos 500 valores candidatos da distribuição uniforme foram aceites? Utilizem representações gráficas para ilustrar a geração.
3. Simulem  $N = 500$  amostras de dimensão 6 da variável aleatória  $X \sim Gama(3, 0.1)$  com o gerador do programa R. O objetivo desta análise é simular o valor-p do teste dos sinais que confronta as hipóteses  $H_0 : \chi_{0.5} = 26.7406$  contra  $H_1 : \chi_{0.5} \neq 26.7406$ . Implementem um algoritmo para obter os 500 valores observados das estatísticas deste teste e os respetivos valor- $p_{USUAL}$  e valor- $p_{PVM}$  simulados. Que conclusões podem tirar deste estudo de simulação?

**Sobre o relatório:**

- Não deve exceder 20 páginas, deve incluir índice e bibliografia.
- Deve conter a explicação da metodologia utilizada em cada uma das questões.
- O código do *software* R utilizado e o relatório devem ser enviados por e-mail para:  
`irodrig@math.tecnico.ulisboa.pt`.