Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Melhoria do 3º Teste Prático

Física Computacional — 2015/2016

15 de junho de 2016 — Salas 11.2.7 e 11.2.8

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (5+5 val) Considere um domínio quadrado de lado $L = 1$ com uma densidade de carga a variar com a coordenada x na forma $\rho(x) = 10x/L$. Dois dos vértices do domínio são $(0, 0)$ e (L, L) e o potencial na fronteira exterior é $V = 1$. Considere $\epsilon_0 = 1$.

a) Determine o potencial em todo o domínio usando o método de sobre-relaxação sucessiva com α igual ao valor ótimo indicado nos slides. Faça um gráfico.

b) Varie o h (abaixo de 0.05) e registe o número de iterações em cada caso. Verifique que o número de iterações é proporcional a M, o número de valores numa das dimensões (valores de x ou de y).

2. (5+3+2 val) Considere a seguinte equação de condução de calor

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{k}{c\rho}\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - a(T - T_{\text{amb}}),$$

onde o último termo representa as perdas para o exterior. Considere uma barra de comprimento $L = 50$ cm cujas temperaturas das extremidades são 10ºC e 50ºC. Inicialmente, a barra está à temperatura ambiente que é 20ºC. Os restantes parâmetros são $k = 0.93\,\text{cal}/(\text{s}\,\text{cm}\,°\text{C})$, $c = 0.094\,\text{cal}/(\text{g}\,°\text{C})$, $\rho = 8.9\,\text{g}/\text{cm}^3$ e $a = 0.02\ \text{s}^{-1}$.

Neste caso, a equação discretizada para aplicação do Crank–Nicolson é:

$$\begin{aligned}
-T(i+1,n+1) + \left(\frac{2}{\eta} + 2 + \frac{a\Delta t}{\eta}\right)T(i,n+1) - T(i-1,n+1)& \\
= T(i+1,n) + \left(\frac{2}{\eta} - 2 - \frac{a\Delta t}{\eta}\right)T(i,n) + T(i-1,n) + \frac{2a\Delta t}{\eta}T_{\text{amb}}&
\end{aligned}$$

com $\eta = \dfrac{k\Delta t}{c\rho(\Delta x)^2}$.

a) Integre a equação usando o método de Crank–Nicolson até $t = 1000$ s.

b) A temperatura na barra aproxima-se assimtoticamente do equilíbrio. Determine, sem interpolar, o tempo a partir do qual o módulo da taxa de variação da temperatura é menor que 10^{-5} ºC/s em todos os pontos da barra.

c) Cada uma das extremidades está em contacto com um reservatório de calor. A troca de energia com cada um deles, por unidade de tempo e por unidade de área da secção da barra, é dada por

$$k\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x},$$

e a troca de energia com o exterior nos restantes pontos (também por unidade de tempo e por unidade de área da secção da barra) é dada por

$$c\rho a\Delta x(T - T_{\mathrm{amb}}).$$

Use os valores de temperatura em t_f para calcular ambas as taxas de variação de energia e verificar que são aproximadamente simétricas.