Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Exame Prático de Recurso

Física Computacional — 2015/2016

5 de julho de 2016 — Salas 11.2.7 e 11.2.8

Duração: 3 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (6 val) Considere o campo magnético dado, em coordenadas cilíndricas, por

$$\boldsymbol{B}(r,\theta,z) = \hat{\boldsymbol{r}}B_r + \hat{\boldsymbol{\theta}}B_\theta + \hat{\boldsymbol{z}}B_z = \hat{\boldsymbol{r}}2r\sin(2\theta) + \hat{\boldsymbol{\theta}}\left(\frac{r^3}{4} + 2r\cos(2\theta)\right) + \hat{\boldsymbol{z}}.$$

As linhas de campo são dadas por

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z} = \frac{B_r}{B_z}, \qquad r\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} = \frac{B_\theta}{B_z}.$$

Integre as equações usando o método de Runge–Kutta de 4ª ordem desde $z = 0$ a $z = 10$. Considere que θ inicial é $\pi/2$ e r inicial é -5. Faça um gráfico 3D de $x = r\cos(\theta)$, $y = r\sin(\theta)$ e z. Faça gráficos de x e y em função de z.

2. (4 val) Uma bola de baseball, de massa 145 g e de raio 36.6 mm, é batida, sem rotação, à altura de 0.9 m, com uma velocidade inicial de 45 m/s que faz um ângulo de 30º com a horizontal. Considere que a massa volúmica do ar é $\rho = 1.225\,\mathrm{kg/m^3}$. A força de arrasto é dada por

$$\boldsymbol{F}_\mathrm{D} = -\frac{1}{2}C_\mathrm{D}\rho A v^2\hat{\boldsymbol{v}} \quad \text{com} \quad C_\mathrm{D} = 0.2194 + \frac{0.3263}{1+\exp\left[(v-v')/\Delta\right]},$$

onde $v' = 35\,\mathrm{m/s}$ e $\Delta = 5\,\mathrm{m/s}$.

a) Usando um método à sua escolha, determine a trajetória e faça um gráfico.

b) Suponha agora que não conhece o módulo da velocidade inicial mas sabe que o alcance é igual a 100 m, use um método de shooting para determinar a velocidade inicial.

3. (4 val) Use o método de Monte Carlo para determinar o momento de inércia relativamente ao eixo dos zz de um corpo com densidade de massa ρ constante e igual a 1 e com a forma de um elipsoide de semi-eixos em x, y e z iguais a 1, 2 e 3, respetivamente, definido pela equação

$$x^2 + \frac{y^2}{4} + \frac{z^2}{9} \leq 1.$$

Recorde que o momento de inércia relativo ao eixo dos zz é dado por

$$I = \int_V \rho(x^2 + y^2) dxdydz.$$

Sugestão: considere um domínio paralelipipédico de lados 2, 4 e 6 e a função a integrar igual a $\rho(x^2 + y^2)$ dentro do elipsoide e zero fora.

4. (6 val) Considere a equação de Poisson para o potencial elétrico

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{\rho}{\epsilon}.$$

Considere um domínio quadrado de lado $L = 4$ cujo potencial elétrico na fronteira é $V = 0$. No interior temos uma região circular central de $R_c = 0.5$ com potencial fixo igual a 1 e um anel, de raios $R_\mathrm{i} = 0.9$ e $R_\mathrm{e} = 1.1$, carregado com densidade de carga $\rho = 20$. Use $\epsilon = 1$.

Determine o potencial em todo o domínio usando o método de Gauss–Seidel. Faça um gráfico.