Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Exame Prático de Recurso — Parte 2

Física Computacional — 2018/2019

9 de julho de 2019

Duração: 2 horas

- Crie no *desktop* uma pasta com nome dado pelo seu número mecanográfico seguido da sua turma prática (98765P4, por exemplo). Guarde os seus *scripts* nessa pasta, **um por alínea**.
- Quando tiver terminado, chame o professor vigilante para recolher o teste. Em nenhum momento pode fazer login com outra conta. Não apague o seu teste do *desktop*, mesmo depois de o professor o ter recolhido.

1.[12.0 v.] Uma vareta fina de urânio 235 de comprimento $L = 2$ tem uma dada concentração inicial de neutrões livres

$$\rho(x, 0) = 2\cos(\pi x/L).$$

Todos os neutrões que atingem uma das extremidades da vareta escapam. Assim, as condições fronteira são

$$\rho(-L/2, t) = 0, \qquad \rho(L/2, t) = 0.$$

Tanto as unidades de tempo como as de comprimento são reduzidas. Para resolver as alíneas seguintes, use sempre o método de Euler progressivo.

a)[4.5 v.] Vamos começar por considerar a situação simplificada em que não há criação de neutrões na barra. A equação de difusão é

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial x^2},$$

com $D = 1$. Determine a evolução com o tempo da concentração dos neutrões ao longo da vareta. Represente graficamente os seus resultados. Tenho cuidado na escolha de Δx e de Δt para garantir que está na região de estabilidade do método.

b)[5.0 v.] Na realidade, é preciso levar em conta que há uma taxa não nula de criação de neutrões. A equação de difusão que vamos passar a usar é

$$\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = D\frac{\partial^2 \rho(x,t)}{\partial x^2} + C\rho(x,t).$$

Obtenha a solução para $C = 1$. Deve verificar que o número de neutrões na barra vai diminuir com o tempo. Use agora $C = 3$. Verifique que o comportamento se alterou (e ficou problemático).

c)[2.5 v.] Repita a alínea anterior, mas com condição fronteira de Neumann numa das extremidades:

$$\left.\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial x}\right|_{x=L/2,t} = 0.$$

A maneira mais fácil de programar esta condição fronteira é fazer com que o ponto em $x = L/2$ tenha sempre o mesmo valor de ρ que o ponto em $x = L/2 - \Delta x$. Verifique que o valor crítico de C é agora menor.

2.[8.0 v.] O ficheiro 'sinal.txt' tem os valores de um dado sinal $y(t)$, registados em intervalos regulares de $\Delta t = 0.01$ s.

a)[3.0 v.] Calcule a transformada de Fourier $Y(\omega)$ usando a rotina `fft` do MATLAB. Use `fftshift` para rearranjar a saída da `fft` de forma que a frequência zero esteja no centro. Escreva um vetor de frequências ω adequado ao seu Δt e faça o gráfico da densidade espetral.

b)[2.5 v.] Depois de ter sido obtido o sinal, descobriu-se que ele contém componentes espúrias com frequências de $100 \pm 5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ e $450 \pm 5\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Filtre essas componentes no espaço de Fourier e reconstrua o sinal.

c)[2.5 v.] Retire elementos do sinal de tal forma que a frequência de Nyquist passe para metade, mas que a resolução da transformada de Fourier não se altere.