



Universidade de Aveiro
Departamento de Física

3º Teste Prático de Avaliação Discreta

Física Computacional — 2016/2017

9 de junho de 2017

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.

Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.

Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (4.0 + 4.0 val.) Considere o integral

$$I_n = \int_{\substack{x_1 > 0, x_2 > 0, \dots, x_n > 0 \\ x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 \leq 1}} \frac{x_1^2 x_2^2 \dots x_n^2}{(1 - x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2)^{1/3}} dx_1 dx_2 \dots dx_n.$$

O valor analítico deste integral é dado por

$$\frac{\Gamma(2/3)}{2^n} \cdot \frac{[\Gamma(3/2)]^n}{\Gamma(2/3 + 3n/2)}$$

- Use um método de Monte Carlo para calcular uma estimativa de I_5 . Recomenda-se a aplicação do método das aulas práticas: usar um domínio hipercúbico e definir uma função que é zero fora dos limites do domínio acima indicado. Compare a sua estimativa com o valor tabelado.
- Para o integral I_3 , estude a dependência do erro com N . Para cada valor de N , deve obter vários valores da estimativa do integral e determinar o erro da mesma maneira que no Problema 7.2. Faça um gráfico do logaritmo do erro em função do logaritmo de N . Determine os parâmetros da reta de regressão e compare com os valores esperados.

2. (5.0 + 3.5 + 3.5 val.) Considere um objeto com a mesma geometria que o condutor exterior do Problema 8.2. As 4 paredes não são feitas do mesmo material e não estão ao mesmo potencial. A parede em $x = -L$ está a um potencial $V = -1$, a parede em $x = +L$ está a um potencial $V = +1$ e as duas paredes em $y = -L$ e $y = +L$ estão a um potencial variável no espaço, com a expressão $V = x/L$.

- a) Determine o potencial em todo o espaço, usando o método de sobre-relaxação sucessiva. Represente graficamente o potencial. Mostre que o campo elétrico é uniforme. Determine o seu módulo e comente o resultado.
- b) Considere agora que no interior do primeiro objeto se encontra um prisma quadrangular metálico muito longo, de lado L , coaxial com a superfície exterior. O prisma está descarregado e isolado. As condições fronteira externas são as mesmas da alínea anterior. Dada a simetria do problema, podemos concluir que o condutor interno tem que estar a um potencial nulo. Determine e represente graficamente o potencial em todo o espaço.
- c) O prisma da alínea anterior é substituído por um outro, com as mesmas dimensões, mas que é feito de um material dielétrico e está carregado com uma densidade de carga positiva uniforme, de tal forma que no espaço ocupado pelo prisma a equação de Poisson se escreve

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -10.$$

Determine e represente graficamente o potencial em todo o espaço.