Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Exame Prático

Física Computacional — 2016/2017

23 de junho de 2017

Duração: 3 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (3.7 + 1.8 + 1.5 val.) Considere um oscilador harmónico simples de parâmetros $K = 1\,\mathrm{N/m}$ e $m = 2\,\mathrm{kg}$. As condições iniciais são $x(0) = 1\,\mathrm{m}$, $v_x(0) = 0\,\mathrm{m/s}$. Para o estudar, vai usar um método de Runge–Kutta de terceira ordem definido por

$$\begin{aligned} r_1 &= f(y_k, t_k), \\ r_2 &= f\left(y_k + r_1 \cdot \frac{h}{2}, t_k + \frac{h}{2}\right), \\ r_3 &= f\left[y_k + (2r_2 - r_1) \cdot h, t_k + h\right], \\ y_{k+1} &= y_k + \frac{1}{6}(r_1 + 4r_2 + r_3) \cdot h\,. \end{aligned}$$

a) Trace a trajectória no espaço de fases e verifique se a energia se conserva.

b) Calcule o período do oscilador para vários valores do passo h. Represente graficamente o logaritmo do módulo do erro em função do logaritmo de h e confirme se o método é, de facto, de ordem 3.

c) Calcule o período do oscilador usando a função `ode45` do MATLAB.

2. (3.0 + 3.0 val.)

a) Calcule a transformada de Fourier discreta da função

$$f(x) = \cos(2x) + \frac{1}{2}\cos(4x) + \frac{1}{6}\cos(12x).$$

Escolha a frequência e largura de amostragem de forma a que não ocorra o efeito de aliasing e a resolução da transformada de Fourier seja de 0.1. Represente graficamente a densidade espetral.

b) No ficheiro temperatura.txt estão os dados de temperatura mensais globais da baixa atmosfera desde Dezembro de 1978 a Abril de 2013, apresentados como desvios relativamente à média. Considere que a unidade temporal é o ano, assim o espaçamento em tempo dos dados é de 1/12.

   i) Calcule e represente graficamente a transformada de Fourier discreta destes dados.

   ii) No espaço de Fourier aplique um filtro que elimine as oscilações com período inferior a 1 ano. Aplique a transformada de Fourier inversa e compare o resultado com os dados iniciais.

3. (0.6 + 3.5 + 1.0 + 1.0 + 0.9 val.) Considere um domínio cúbico de lado igual a 20, centrado na origem. Nesse espaço, existe:

- Uma esfera interior, centrada na origem, com raio igual a 5 e uniformemente carregada com uma densidade: $\rho(r \leq 5) = 1$, onde r é a distância à origem.
- Uma superfície metálica, centrada na origem, com raio igual a 10 e com um potencial fixo igual a zero: $V(r \geq 10) = 0$.
- Espaço vazio descarregado no resto do domínio.

a) Calcule a carga total na esfera interior.

b) Use o método de sobre-relaxação sucessiva para determinar o potencial elétrico em todo o espaço. Recomenda-se que use um valor (inicial) do parâmetro α dado por:

$$\alpha = \frac{2}{1 + \pi / N},$$

onde N é o numero de pontos segundo cada uma das 3 direções do domínio discretizado. Represente graficamente o potencial elétrico no plano $z = 0$.

c) Determine e represente graficamente o campo elétrico no plano $z = 0$. Assuma que E_z é zero nesse plano.

d) Dada a simetria do problema, podemos admitir que a densidade superficial de carga na superfície esférica condutora é uniforme. Sabendo isso, apresente uma estimativa numérica da carga total nessa superfície (o resultado deveria ser o mesmo da primeira alínea).

e) Estime o valor V' do potencial elétrico na periferia da esfera interior ($r = 5$). Se a esfera fosse condutora (e se a sua carga total Q se mantivesse), V' seria o potencial em todos os seus pontos. Estime a capacidade $C = Q/V'$ do condensador que teríamos nesse caso e compare com o valor exato, $C = 40\pi$.