



Física Computacional

2020/2021

12 de Junho de 2021

Universidade de Aveiro

Departamento de Física

Trabalho Prático de Avaliação Contínua

No seu relatório identifique cada alínea, caso contrário a mesma poderá não ser considerada

(15 valores)

Uma membrana fina tem as suas arestas fixas a uma estrutura retangular de arame. Tanto a cordenada x como a coordenada y da membrana têm valores entre $-L/2$ e $+L/2$, com $L=4$. A estrutura de arame impõe as seguintes condições fronteira.:

$$z(-L/2, y) = 10, \quad z(L/2, y) = 12, \quad z(x, -L/2) = 11 + \frac{2}{L}x, \quad z(x, L/2) = 11 + \frac{2}{L}x$$

Sobre a parte central da membrana atua uma força dada por:

$$f(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{para } x^2 + y^2 < L^2/9 \\ 0 & \text{para } x^2 + y^2 \geq L^2/9 \end{cases}$$

O perfil da membrana é solução da seguinte equação,

$$\frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial y^2} = f(x, y)$$

a) (5 valores) Determine o perfil da membrana usando,

A1) o método de Jacobi;

A2) o método de Gauss-Seidel;

A3) o método da sobre-relaxação sucessiva (S.O.R).

Considere para α o valor de α_{opt} . Justifique.

Represente-o graficamente usando a função `meshc`. Os resultados obtidos concordam entre si? O que difere de método para método? Justifique a sua resposta.

b) (3 valores) Para o método de Gauss-Seidel, verifique que:

B1) o número de iterações é proporcional a M^2 ;

B2) o tempo de cálculo é proporcional a M^4 .

Represente graficamente os resultados obtidos. Sugestão: *use logaritmos*. Use um ajuste polinomial, em cada caso, para confirmar os resultados obtidos. Justifique a sua resposta

c) (3 valores) Sabe-se que cada elemento de área da membrana é dado aproximadamente por:

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

Tendo em atenção que as derivadas presentes nesta expressão são as componentes do gradiente de $z(x,y)$, some estes elementos para obter a área total da membrana. Represente o gradiente usando a função `quiver`. Interprete o resultado obtido.

d) (2 valores) Considere agora que uma vareta fina foi usada para elevar o ponto central da membrana, de tal forma que $z(0,0) = 11$. Determine o perfil da membrana usando o método direto de resolução da equação de Poisson. Represente-o graficamente usando a função `meshc`.

e) (2 valores) Represente o gradiente da função, para os resultados obtidos em d), usando a função `quiver`.

Determine o seu módulo. Represente graficamente z e o módulo do gradiente de z em função de y , para $x=0$, e comente o resultado.