Universidade de Aveiro
Departamento de Física

2º Teste Prático de Avaliação Discreta

Física Computacional — 2015/2016

26 de abril de 2016 — Sala 11.2.8

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. Considere a forma de uma frente de temperatura — relacionada com um efeito observado em fibras óticas designado por *efeito rastilho* — que é solução da seguinte equação diferencial

$$\frac{d^2T}{dx^2} - v\frac{dT}{dx} + \beta \exp(-1/T)\left(1 + \frac{dT}{dx} - vT\right) = 0,$$

obtida depois de uma normalização, i.e, as variáveis são adimensionais. T representa a temperatura, x a distância ao longo da fibra, v é a velocidade com que esta frente de temperatura se desloca e β é um parâmetro relacionado com a absorção de luz que causa este efeito.

a) Use um método de shooting para determinar a velocidade v e a forma da frente de temperatura para $\beta = 18$. Integre desde $x = 0$ a $x = 7$, use $h = 0.01$ e as condições iniciais $T(0) = 10^{-4}$ e $T'(0) = 10^{-4}v$. O objetivo é que a derivada em $x = 7$ seja o mais próximo de zero possível. Para resolver a equação diferencial pode usar um algoritmo à sua escolha, Euler, Runge-Kutta de 2ª ordem ou a rotina do Matlab `ode45`. Use as primeiras estimativas para v iguais a 1.9 e 2.0 e a sugestão para a tolerância é de 10^{-4}. Grave o gráfico da temperatura e da sua derivada.

b) Varie β até 25 de 1 em 1 e calcule todas as velocidades. Apresente um gráfico das velocidades em função de β e um gráfico conjunto para todas as frentes de temperatura. É obrigatório o uso de um ciclo.

2. Considere a função

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 + 6xy + y^2 & \text{se } x^2 + y^2 \leq 1, \\ 0 & \text{se } x^2 + y^2 > 1. \end{cases}$$

a) Use o método de Monte Carlo estudado nas aulas para determinar o valor do integral $\int_D f(x,y)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$, onde D é um domínio quadrado de lado 2, centrado em $(0,0)$.

b) Sabendo que o valor exato do integral é $\frac{\pi}{2}$, estude a dependência do erro com N .