MATLAB

DOIS EXEMPLOS de aplicação do método de Runge-Kutta de 4ª ordem: as vantagens das funções anónimas

OBS:A implementação em MATLAB pode ser feita, por exemplo, por 1) um ciclo comum ou por 2) um ciclo com recurso a funções anónimas

EXEMPLO 1. Considere a FUNÇAO y=3*exp(-2.*t) e a sua primeira derivada y'=-2*yexact. A partir da derivada y' obtenha a solução y por integração numérica, usando um método RK de 4ª ordem.

1.1) Aplicação 'DIRECTA' do MÉTODO de Runge-Kutta

```
clc
close all
clear all

y0=3.0; h=0.1;
t=0:h:2;
N=length(t);

yexact=3*exp(-2.*t);

y(1)=y0;

for k=1:N-1
 r1=-2*y(k);
   y1=y(k)+r1*h/2;
 r2=-2*y1;
   y2=y(k)+r2*h/2;
 r3=-2*y2;
  y3=y(k)+r3*h;
 r4=-2*y3;
  y(k+1)=y(k)+h/6*(r1+2*r2+2*r3+r4);
end

plot(t,yexact,'*',t,y)
```

1.2) Aplicação do MÉTODO de Runge-Kutta por recurso A FUNÇÕES ANÓNIMAS

```
clc
close all
clear all
```

```
y0=3; h=0.1;
t=0:h:2; N=length(t);
yexact=3*exp(-2.*t);

y(1)=y0;
```

```
fy=@(y) -2*y; %Função Anónima  (Caso particular)

for k=1:N-1
  r1=fy(y(k));
  r2=fy(y(k)+r1*h/2);
  r3=fy(y(k)+r2*h/2);
  r4=fy(y(k)+r3*h);
y(k+1)=y(k)+h/6*(r1+2*r2+2*r3+r4);
end
```

```
plot(t,yexact,'*',t,y)
```

-----------------------------***---------------------------------

OBS: o bloco anterior pode ser substituído por:

```
      fy = @(t,y) -2*y;        %Função Anónima  (CASO GERAL)
      for k=1:N-1
           r1=fy(t(k),y(k));
           r2=fy(t(k)+h/2,y(k)+r1*h/2);
           r3=fy(t(k)+h/2,y(k)+r2*h/2);
           r4=fy(t(k)+h,y(k)+r3*h);
        y(k+1)=y(k)+h/6*(r1+2*r2+2*r3+r4);
      end
```

(RECOMENDADO !)

VANTAGENS: Se o bloco estiver escrito de modo geral, na implementação de um novo código apenas é necessário a substituição da função anónima.

EXEMPLO 2. Recorde o problema do oscilador harmónico simples, (OHS), considerado nas aulas. Obtenha o deslocamento por integração numérica da equação do movimento, usando um método RK de 4ª ordem.

Neste caso a equação do movimento escreve-se como :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -Kx$$

Como é uma equação de 2ª ordem, então é equivalente a um sistema de duas equações de 1ª ordem:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = v \\ \dfrac{dv}{dt} = -Kx/m \end{cases}$$

(Uma equação de ordem N é equivalente a um sistema de N equações de 1ªordem).

2.1) Aplicação 'DIRECTA' do MÉTODO de Runge-Kutta

```
clc
clear all
close all

% Input
x0=1.0;
v0=0.0;

% Parametros
tfin=15;
h=0.1;

% Constantes do problema
K=16.0;
m=1.0;
% Calculos
w=sqrt(K/m);
w2=K/m;

% Iniciação das Variaveis
t=0:h:tfin;
N=length(t);
x=zeros(N,1);
x(1)=x0;
v=zeros(N,1);
v(1)=v0;

for k=1:N-1
%--------------------------r1x---r1v-----
r1x=v(k);
r1v=-K*x(k)/m;
%--------------------------r2x---r2v-----
x1=x(k)+r1x*h/2;
v1=v(k)+r1v*h/2;
r2x=v1;
r2v=-K*x1/m;
%--------------------------r3x---r3v-----
x2=x(k)+r2x*h/2;
v2=v(k)+r2v*h/2;
r3x=v2;
r3v=-K*x2/m;
%--------------------------r4x---r4v-----
x3=x(k)+r3x*h;
v3=v(k)+r3v*h;
r4x=v3;
r4v=-K*x3/m;
x(k+1)=x(k)+h/6*(r1x+2*r2x+2*r3x+r4x);
v(k+1)=v(k)+h/6*(r1v+2*r2v+2*r3v+r4v);
end

% SoluÃ§ao analitica
xsa=x0*cos(w*t);

plot(t,x,'r',t,xsa,'*');
```

2.2) Aplicação do MÉTODO de Runge-Kutta por recurso A FUNÇÕES ANÓNIMAS

```
clc
clear all
close all
% Input
x0=1.0;
v0=0.0;
% Parametros
tfin=15;
h=0.1;
% Constantes do problema
K=16.0;
m=1.0;
% Calculos
w=sqrt(K/m);
w2=K/m;
% Iniciação das Variaveis
t=0:h:tfin;
N=length(t);
x=zeros(N,1);
x(1)=x0;
v=zeros(N,1);
v(1)=v0;
fx = @(V) V;
fv = @(X) -K*X/m;
for k=1:N-1
r1v=fv(x(k));
r1x=fx(v(k));
r2v=fv(x(k)+r1x*h/2);
r2x=fx(v(k)+r1v*h/2);
r3v=fv(x(k)+r2x*h/2);
r3x=fx(v(k)+r2v*h/2);
r4v=fv(x(k)+r3x*h);
r4x=fx(v(k)+r3v*h);
v(k+1)=v(k)+(r1v+2*r2v+2*r3v+r4v)*h/6;
x(k+1)=x(k)+(r1x+2*r2x+2*r3x+r4x)*h/6;
end
% SoluÃ§ao analitica
xsa=x0*cos(w*t);
plot(t,x,'r',t,xsa,'*');
```