Física Computacional
2020/2021

Universidade de Aveiro

Departamento de Física

Trabalho Prático 1

Método de Euler - Revisões

Parte II

Problema 1.2 <u>Movimento a duas dimensões</u>

Neste problema vamos estudar o movimento de uma bola que é lançada de um penhasco. Em particular vamos determinar <u>o alcance</u> e <u>o tempo de voo</u> da mesma até esta atingir o solo.

Considere que a bola é lançada do cimo de um penhasco, com uma velocidade inicial de 50 m/s, que faz um angulo de 37º com a horizontal. Considere que a altura do penhasco é de 55 m, e a massa da bola é de 1 Kg.

a) Escreva a equação diferencial que resulta da aplicação da segunda lei de Newton ao problema. Considere as <u>forma vetorial</u> e <u>escalar.</u>

b) Aplique o algoritmo de Euler à equação ou equações anteriores, na forma escalar. (Não se esqueça de converter cada equação diferencial de 2ª ordem, num sistema de 2 equações diferenciais de 1ª ordem!)

c) Use o método de Euler para integrar numericamente o sistema de equaçoes obtido. Considere o instante inicial $t_0 = 0$ s e um tempo final $t_f = 10$ s, com passo $h= 0.01$ s.

Quais são os valores obtidos para <u>o alcance</u> e para <u>o tempo de voo</u> da bola?

(Para a construção do código, proceda como no problema 1.1.A., não se esquecendo de inserir o **break** para valores de y<0, e interpolar os valores para y=0.)

d) Repita os cáculos para a situação em que a bola é lançada ao nível do solo . (H=0) . Compare o valor obtido para o alcance com o valor teórico, dado por:

$$R = \frac{v_0^2}{g}\, sen\,(2\alpha)$$

Problema 1.3 <u>Movimento a três dimensões</u>

O movimento de um corpo em relação à Terra pode ser afetado pelo movimento de rotação da mesma. É o caso do movimento de foguetes ou de satélites, que se deslocam a velocidades elevadas.
Neste caso, a aceleração da gravidade medida por um observador que gira com a Terra é:

$$\mathbf{g} = \mathbf{g_0} - 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} - \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times\ \mathbf{R})$$

► <u>Da Mecânica</u>,

$\mathbf{g_0}$ é a aceleração da gravidade medida por um observador desprovido de rotação;

$-2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}$ é a aceleração de Coriolis;

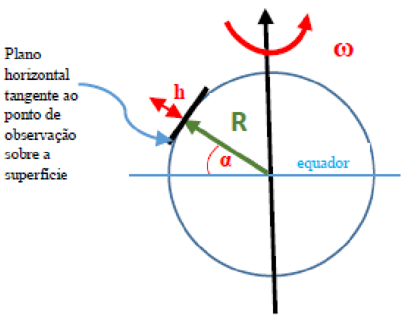
$-\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times\ \mathbf{r})$ é a aceleração de centrífuga.

$\boldsymbol{\omega}$ é um vetor cujo módulo é a velocidade angular da Terra ($\omega = 7.292\ \times 10^{-5}$ rad s^{-1}), e a sua direção coincide com o eixo de rotação da mesma.
R é o vetor posição de um observador à superficie em relação ao centro da Terra (o seu módulo é igual ao raio da Terra, ($R = 6.37\ \times 10^6 m$). **v** é o vetor velocidade.

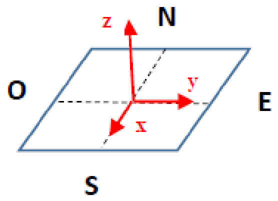
► <u>Da Mecânica</u>,
Sabe-se que no <u>hemisfério Norte</u> a trajetória de um corpo em queda é alterada do seguinte modo:
- a **<u>força centrífuga</u>** desvia para Sul (e para Norte no hemisfério Sul);

-a **<u>força de Coriolis</u>** desvia para Este (em ambos os hemisférios).

Vamos verificar estes resultados, a partir do estudo da queda de um objecto de um edifício com 200 metros de altura (≈ altura de um prédio de 65 andares), à latitude de Aveiro (40.6 N). Considere que o objecto tem velocidade inicial nula e a sua massa é de 1 kg.
Considere o referencial esquematizado na figura seguinte, para a construção dos vetores.



(i)



(ii)

(i) **R** vetor posição de um ponto à superfície e à latitude **α, H** é a altura da qual é largado o objecto. O plano tangente à superfície no ponto de observação está representado esquemáticamente em **(ii)**. **R** é paralelo ao eixo dos **zz**. O eixo dos **xx** aponta para Sul e dos **yy** aponta para Este.

e) Escreva a equação diferencial que resulta da aplicação da segunda lei de Newton ao problema. Considere a *forma vetorial*.
(*Repare que se considerar a forma escalar vai obter 3 equações diferenciais de 2ªordem, uma segundo x, outra segundo y e ainda outra segundo z. Mais, este sistema de 3 equações de 2ª ordem é equivalente a um sistema de 6 equações de 1ª ordem).* Neste caso, poderá ser vantajoso considerar a equação na forma vetorial.

f) Escreva os vetores **R ,e ω** no sistema de eixos representado em **(ii).**

g) Aplique o algoritmo de Euler à equação anterior, considerando apenas o efeito da ***força centrífuga.***
(Não se esqueça de converter a equação diferencial de 2ª ordem, num sistema de 2 equações diferenciais de 1ª ordem!)

h) Use o método de Euler para integrar numericamente o sistema de equaçoes obtido *(Repare que a aceleração é constante)*. Considere o instante inicial $t_0 = 0$ s e um tempo final $t_f = 10$ s, com passo $h = 0.01$ *s*.
(Considere H=200 m, $\omega = 7.292 \times 10^{-5}$ *rad* s^{-1}, $\alpha = 40.6$ *ºN , m= 1 kg)*. (Insira um **break** no código para valores de z <0, tal como fez no 1º problema. E repita o procedimento de interpolação dos valores das grandezas para z=0).

i) Aplique o algoritmo de Euler à equação anterior, considerando apenas o efeito da ***força de Coriolis.***
(Não se esqueça de converter a equação diferencial de 2ª ordem, num sistema de 2 equações diferenciais de 1ª ordem!)

j) Use o método de Euler para integrar numericamente o sistema de equaçoes obtido *(Repare que a aceleração é variável. Como deve proceder?)*. Considere o instante inicial $t_0 = 0$ s e um tempo final $t_f = 10$ s, com passo $h = 0.01$ *s*.
(Considere H=200 m, $\omega = 7.292 \times 10^{-5}$ *rad* s^{-1}, $\alpha = 40.6$ *ºN , m= 1 kg)*. (Insira um **break** no código para valores de z <0, tal como fez no 1º problema. E repita o procedimento de interpolação dos valores das grandezas para z=0).

k) O que pode concluir à cerca dos resultados obtidos em face do que era esperado? Qual dos efeitos é mais significativo neste caso?
(OBS: o efeito mais significativo neste caso, pode não o ser noutras situações físicas, que surgem por exemplo na atmosfera e nos oceanos).