Universidade de Aveiro
Departamento de Física

Exame Prático

Física Computacional — 2015/2016

15 de junho de 2016 — Salas 11.2.7 e 11.2.8

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (4.6+0.8+0.8+0.8 val) Considere a equação de movimento de um pêndulo amortecido e forçado

$$\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} = -\omega_0 \sin(\theta) - q\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} + F_D \sin(\omega_D t).$$

Os parâmetros são $\omega_0 = 1$, $q = \frac{1}{2}$, $\omega_D = \frac{2}{3}$ e as condições iniciais $\theta_i = 0.2$ e $\theta_i' = 0$.

a) Use o método de Rung–Kutta de 4ª ordem para integrar a equação até $t = 100$ quando $F_D = 0$, $F_D = 0.1$ e $F_D = 1.2$. Faça gráficos de $\theta(t)$ e da trajetória no espaço de fases em cada um dos casos.

b) No caso $F_D = 0$, encontre os máximo relativos de θ (θ_m) e os tempos para os quais acontecem (t_m). Faça um ajuste linear a $\log(\theta_m) = b - at_m$ e compare a com $q/2$.

c) No caso $F_D = 0.1$, calcule a frequência de oscilação após $t = 50$ e compare com ω_D.

d) Que tipo de trajetória obteve no caso $F_D = 1.2$? Justifique.

2. (2+4+1 val) A distribuição de temperatura num tubo unidimensional sujeito a perdas com o exterior é dada por

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{ac\rho}{k}(T - T_{\mathrm{amb}}) = 0,$$

Considere $L = 50$ cm e a temperatura ambiente igual a 20ºC. Os restantes parâmetros são $k = 0.93\,\mathrm{cal}/(\mathrm{s\,cm\,°C})$, $c = 0.094\,\mathrm{cal}/(\mathrm{g\,°C})$, $\rho = 8.9\,\mathrm{g/cm^3}$ e $a = 0.02\ \mathrm{s^{-1}}$.

a) Considere $T(0) = 10^{o}C$ e $T'(0) = 2$ e encontre a solução usando a rotina `ode45`. Faça o gráfico.

b) Use um método de shooting para encontrar a solução quando as temperaturas das extremidades são 10ºC e 50ºC.

c) Cada uma das extremidades está em contacto com um reservatório de calor. A troca de energia com cada um deles, por unidade de tempo e por unidade de área da secção da barra, é dada por

$$k\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x},$$

e a troca de energia com o exterior nos restantes pontos (também por unidade de tempo e por unidade de área da secção da barra) é dada por

$$c\rho a\Delta x(T - T_{\mathrm{amb}}).$$

Use a solução da alínea anterior para calcular ambas as taxas de variação de energia e verificar que são aproximadamente simétricas.

3. (3+3 val) Considere um domínio quadrado de lado $L = 1$ com uma densidade de carga a variar com a coordenada x na forma $\rho(x) = 10x/L$. Dois dos vértices do domínio são $(0, 0)$ e (L, L) e o potencial na fronteira exterior é $V = 1$. Considere $\epsilon_0 = 1$.

a) Determine o potencial em todo o domínio usando o método de sobre-relaxação sucessiva com α igual ao valor ótimo indicado nos slides. Faça um gráfico.

b) Varie o h (abaixo de 0.05) e registe o número de iterações em cada caso. Verifique que o número de iterações é proporcional a M, o número de valores numa das dimensões (valores de x ou de y).