Universidade de Aveiro
Departamento de Física

2º Teste Prático de Avaliação Discreta

Física Computacional — 2018/2019

17 de maio de 2019

Duração: 2 horas

- Crie no *desktop* uma pasta com nome dado pelo seu número mecanográfico seguido da sua turma prática (98765P4, por exemplo). Guarde os seus *scripts* nessa pasta, **um por alínea**.
- Quando tiver terminado, chame o professor vigilante para recolher o teste. Em nenhum momento pode fazer login com outra conta. Não apague o seu teste do *desktop*, mesmo depois de o professor o ter recolhido.

1.[8.0 v.] Suponha que procedeu experimentalmente à amostragem do seguinte sinal:

$$1.2\cos(5.0t) + \cos(5.1t) + \sin(5.5t),$$

realizando 512 medidas em intervalos regulares entre $t = 0$ s e $t = 51.1$ s, com o objetivo de estudar o sinal usando transformadas de Fourier. Assuma que ao fazer a amostragem não tinha nenhuma informação prévia sobre a forma do sinal.

a)[1.0 v.] Ao fazer a amostragem, sabia à partida que não iria poder observar componentes do sinal acima de uma dada frequência. Diga, justificando, qual o valor dessa frequência (em Hertz).

b)[1.5 v.] Escreva o vetor `y` dos valores que seriam medidos se não ocorressem quaisquer erros experimentais. Calcule a transformada de Fourier discreta desses dados (usando **`fftshift`**) e represente graficamente a densidade espetral.

c)[1.5 v.] Aplique a transformada de Fourier inversa à transformada de Fourier obtida na alínea anterior. Calcule o valor médio da diferença absoluta entre o `y` original e o `y` reconstruido. Comente.

d)[1.0 v.] Faça um gráfico da densidade espetral entre $\omega = 4.8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ e $\omega = 5.8\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Ao analisar este gráfico iria provavelmente suspeitar que um dos picos tinha uma estrutura que não era possível separar com a presente resolução. Como procederia para identificar essa estrutura se pudesse regressar ao laboratório? Justifique numericamente.

e)[3.0 v.] Dado o problema descrito na alínea anterior, na impossibilidade de realizar mais medidas é habitual acrescentar zeros ao sinal (*zero padding*). Acrescente 7×512 zeros no final de `y` e calcule a transformada de Fourier discreta do novo vetor. Faça os gráficos que considerar necessários e discuta os resultados.

2.[12.0 v.] Neste exercício, queremos obter numericamente a solução da equação de Schrödinger independente do tempo,

$$-\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}^2\psi(x)}{\mathrm{d}x^2} + V(x)\psi(x) = E\psi(x),$$

para o caso do potencial de Pöschl–Teller:

$$V(x) = -\frac{\lambda(\lambda+1)}{2}\,\mathrm{sech}^2(x),$$

com $\lambda = 3$. Para os estado ligados, que são os únicos que interessam neste contexto, as condições fronteira são

$$\lim_{x\to-\infty} \psi(x) = 0 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} \psi(x) = 0.$$

a)[1.0 v.] Para preparar as próximas alíneas, faça um gráfico de $V(x)$ em função de x. Irá obter indicações sobre os valores máximo e mínimo de x a usar e também sobre que x_{match} escolher. Para além disso, lembre-se que as energias dos estados ligados têm que estar compreendidas entre os valores mínimo e máximo do potencial.

b)[6.5 v.] Determine a energia do estado ligado fundamental (o de energia mais baixa). Represente graficamente a função de onda normalizada.

c)[2.0 v.] Determine as energias dos outros dois estados ligados.

d)[2.5 v.] Se, no MATLAB, fizer

```
A=legendre(lambda,tanh(x));
```

vai obter uma matriz `A` com 4 linhas. As 3 últimas linhas são os vetores próprios analíticos (não normalizados) correspondentes aos 3 estados ligados. Para um dos estados à sua escolha represente no mesmo gráfico a função de onda numérica normalizada e a função de onda analítica normalizada. Comente. Note que pode ter que multiplicar uma delas por -1.