



Universidade de Aveiro
Departamento de Física

1º Teste Prático

Física Computacional — 2015/2016

17 de março de 2016

Duração: 2 horas

Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.

Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (14 val) A equação do movimento vertical de uma bola sujeita ao peso e a uma força de arrasto é dada por

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -mg - \frac{1}{2} C_D \rho A |v|^2 v.$$

Note que equação está escrita supõe que o sentido positivo dos z é para cima. Considere a massa volúmica do ar igual a $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$, $C_D = 0.508$ e uma bola de massa 57 g e de área da secção reta de 3.5 cm^2 . A bola é lançada na vertical a partir de uma altura de 0.5 m com uma velocidade inicial de 15 m/s. Para resolver as questões abaixo deve usar Runge-Kutta de 4ª ordem.

- Determine $z(t)$ e $v(t)$ criando os respetivos gráficos.
- Determine a altura máxima usando os valores numéricos de z para um dt pequeno.
- Determine o tempo que a bola demora a chegar ao chão usando interpolação dos valores numéricos de z .
- Aumente a velocidade da bola para 200 m/s e use valores de densidade do ar que dependam da altitude, i.e., $\rho = \rho_0 \exp(-z/z_0)$ onde $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ e $z_0 = 7000 \text{ m}$. Determine a altura máxima e o tempo de voo nestas condições.

2. (6 val) Considere a queda de uma bola de aço num fluido viscoso. Neste caso consideramos o peso, a impulsão e uma força de arrasto de Stokes cujo módulo é proporcional à velocidade, ou seja

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -(\rho_b - \rho_f) V g - 6\pi\mu R v.$$

As duas equações de 1ª ordem são

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = -A - Bv \end{cases}$$

onde $A = \frac{(\rho_b - \rho_f) V g}{m} = 8.3 \text{ ms}^{-2}$ e $B = \frac{6\pi\mu R}{m} = 21 \text{ s}^{-1}$.

- Use o método de Crank-Nicolson para determinar $z(t)$ e $v(t)$ até $t = 0.5 \text{ s}$ considerando que a esfera parte de $z = 50 \text{ cm}$ com uma velocidade nula.
- Considere a solução analítica para a velocidade dada por

$$v(t) = \frac{A}{B} (e^{-Bt} - 1)$$

e determine a ordem do método. Use dt menor ou igual a 0.05.