

1º Teste Prático — Melhoria

Física Computacional — 2016/2017

23 de junho de 2017

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.

Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.

Deve ser criada uma pasta no desktop contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (5.0 + 2.0 + 2.0 + 1.5 val.) Nas raras ocasiões em que o cometa de Hale-Bopp passa mais próximo do Sol, a uma distância de 0,9141335 AU, a sua velocidade é 9,2822965 AU/ano. Como a excentricidade da órbita é muito grande, há grandes diferenças de grandeza do módulo da velocidade, pelo que um método de Euler-Cromer normal não seria nada prático neste caso.

- a) Para representar graficamente a trajetória, use um método de Euler-Cromer com um passo temporal h = 0.00005 ano quando a distância ao Sol é menor ou igual que 70 AU e um método de Euler-Cromer com um passo temporal h = 0.0025 ano quando a distância ao Sol é maior que 70 AU.
- b) Calcule o período da órbita e a maior distância ao Sol (use sempre os métodos que aprendeu nas aulas para obter estimativas mais precisas).
- c) Determine a área definida pela elipse.
- d) Para meio período, faça o gráfico da razão entre a energia cinética e a energia potencial $(-G\frac{m_{\rm S}m_{\rm com.}}{r})$ do cometa em função do tempo.

2. (5.0 + 2.5 + 2.0 val.) Considere um oscilador harmónico simples de parâmetros K = 1 N/m e m = 2 kg. As condições iniciais são x(0) = 1 m, $v_x(0) = 0 \text{ m/s.}$ Para o estudar, vai usar um método de Runge–Kutta de terceira ordem definido por

$$r_{1} = f(y_{k}, t_{k}),$$

$$r_{2} = f\left(y_{k} + r_{1} \cdot \frac{h}{2}, t_{k} + \frac{h}{2}\right),$$

$$r_{3} = f\left[y_{k} + (2r_{2} - r_{1}) \cdot h, t_{k} + h\right],$$

$$y_{k+1} = y_{k} + \frac{1}{6}(r_{1} + 4r_{2} + r_{3}) \cdot h.$$

- a) Trace a trajectória no espaço de fases e verifique se a energia se conserva.
- b) Calcule o período do oscilador para vários valores do passo h. Represente graficamente o logaritmo do módulo do erro em função do logaritmo de h e confirme se o método é, de facto, de ordem 3.
- c) Calcule o período do oscilador usando a função ode45 do MATLAB.