Universidade de Aveiro
Departamento de Física

1º Teste Prático de Avaliação Discreta

Física Computacional — 2016/2017

24 de março de 2017

Duração: 2 horas

Justifique as suas respostas às perguntas.
Note que os símbolos a **negrito** representam vetores.
Deve ser criada uma pasta no *desktop* contendo os ficheiros .m e eventuais figuras.

1. (5.0 + 3.0 val.) O pêndulo de Foucault mais conhecido encontra-se em Paris e tem um comprimento $L = 67.0\,\mathrm{m}$. Como o afastamento máximo em relação ao eixo vertical é muito pequeno, pode-se fazer a aproximação de que o movimento da massa ocorre no plano horizontal xy e que as equações que descrevem o sistema são:

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = +2\Omega\sin(\varphi)\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - \dfrac{g}{L}x, \\[2ex] \dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2} = -2\Omega\sin(\varphi)\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} - \dfrac{g}{L}y, \end{cases}$$

onde $\Omega = 7.292 \times 10^{-5}\,\mathrm{s}^{-1}$ é a velocidade angular de rotação da terra, $\varphi = 48.865°$ é a latitude do local e $g = 9.8\,\mathrm{m\,s}^2$ é a aceleração da gravidade. No instante $t = 0\,\mathrm{s}$, o pêndulo é largado da posição $x = 2.00\,\mathrm{m}$, $y = 0.00\,\mathrm{m}$, sem velocidade inicial.

a) Use o método de Euler–Cromer para obter a trajetória nos primeiros 200 segundos. Represente graficamente y em função de x. Ao analisar a figura, tenha em atenção as eventuais diferentes escalas dos eixos.

b) Localize os máximos locais de x nos primeiros 500 segundos (não use interpolação). Represente graficamente os valores da coordenada polar angular θ referentes aos máximos, em função dos instantes em que eles ocorrem. O declive da reta média dá-nos a taxa de precessão. Estime o período de precessão do pêndulo. Ele é dado por 2π divididos pelo valor absoluto dessa taxa.

2. (3.5 + 3.5 + 5.0 val.) Um cubo de alumínio de lado $L = 0.100\,\mathrm{m}$ e massa volúmica $\rho = 2.70 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ está suspenso no interior de uma câmara onde foi feito vácuo. Vamos chamar T_c à temperatura das paredes dessa câmara. As trocas de energia envolvendo o cubo são apenas de natureza radiativa. A equação diferencial que relaciona a temperatura T do cubo com o tempo t é

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -\frac{\sigma A}{mc}\left(T^4 - T_\mathrm{c}^4\right),$$

onde $\sigma = 5.6703 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$ é a constante de Stefan–Boltzmann, A é a área total externa do cubo, m é a massa do cubo e $c = 0.91 \times 10^3\,\mathrm{J\,kg^{-1}\,K^{-1}}$ é o calor específico do material.

a) Nesta alínea, estuda-se o caso em que a temperatura inicial do cubo é $T(0) = 2000\,\mathrm{K}$. Como vamos trabalhar com temperaturas muito elevadas do bloco, vamos fazer a aproximação $T_\mathrm{c} = 0\,\mathrm{K}$. Use o método de Crank–Nicolson para traçar o gráfico da temperatura em função do tempo até $t_\mathrm{fin} = 1000\,\mathrm{s}$. Vai obter uma equação polinomial do quarto grau que tem que ser resolvida para obter os sucessivos valores de T_{k+1}. Para resolver a equação use a função `roots` do MATLAB. Escrevendo `sol=roots(C);` onde `C` é um vetor com os coeficientes do polinómio, obtemos um vetor com todas as soluções desse polinómio. Faz sentido que a solução que queremos seja a que está mais próxima de T_k. Podemos selecioná-la assim:

```
[valor, indice] = min(abs(sol-T(k)));
T(k+1)=sol(indice);
```

b) A solução analítica na situação da alínea anterior ($T_\mathrm{c} = 0\,\mathrm{K}$) é

$$T(t) = \left(T(0)^{-3} + \frac{3\sigma A}{mc}t\right)^{-1/3}.$$

Para vários valores de h, faça um gráfico do logaritmo do módulo do erro numérico em $t = 1000\,\mathrm{s}$ em função do logaritmo de h, e confirme a ordem do método. Se não conseguiu resolver a alínea a), pode usar o método da alínea c), com as condições da alínea a).

c) Nesta alínea, vamos considerar a situação em que $T(0) = 310\,\mathrm{K}$ e a temperatura das paredes da câmara varia de acordo com $T_\mathrm{c} = (283 + 1.0 \times 10^{-3}t)\,\mathrm{K}$. Use o seu conhecido método de Runge–Kutta de quarta ordem para traçar o gráfico da temperatura em função do tempo durante as primeiras duas horas.