universidade de aveiro theoria poiesis praxis

Simulação & Modelação

(2014-2015)

Proposta de Resolução do 1.º Teste

6 de maio de 2015

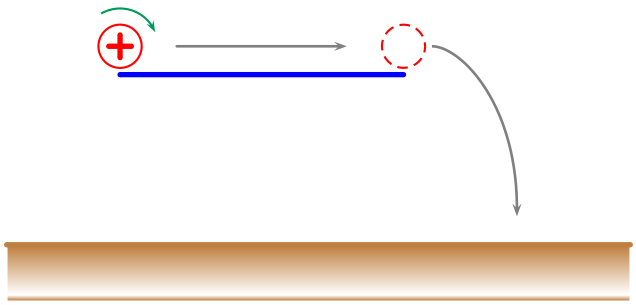
Prova Extraordinária **Versão Única**

Cotações:

Questão	1	2	**Total**
Pontos	85	115	200

1. **EXCEL**

Um cilindro tem inscrito numa das suas faces circulares o simbolo $\bigoplus$. O cilindro rola sem deslizar sobre uma superfície horizontal à altura $y = 3$ m, entre $x = -5$ m e $x = 0$ m. O centro de massa move-se inicialmente com velocidade 0.1 m/s. Em $x = 0$ m, o cilindro cai ficando somente sujeito à ação da gravidade.



Usando o EXCEL:

20 (a) Represente graficamente a superfície, o solo, e uma face do cilindro (não desenhe o simbolo)

(a) **T01E30828.xlsx ! Sistema**

40 (b) Desenvolva a animação do movimento da face do cilindro com o simbolo, enquanto ela se move sobre a superfície.

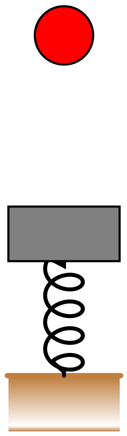
(b) **T01E30828.xlsx ! Animação**

25 (c) Numa nova folha de Excel, desenvolva a animação do movimento do centro de massa do cilindro (sem incluir a representação da letra).

(c) **T01E30828.xlsx ! CM**

2. **MATLAB**

Em $t = 0$ s, larga-se uma esfera da altura $h = 5$ m, sobre um objeto que descreve um movimento harmonico simples dado pela equação: $y(t) = 2 + 2\sin(\frac{\pi t}{6})$, como se ilustra na figura seguinte.



15 (a) Com vista a determinar a colisão entre os dois corpos, defina a função cujo zero deve determinar.

(a) **T01E30828f.m**

30 (b) Determine o instante da colisão usando o método da bissecção.

(b) **T01E30828.m ! 1–20**

25 (c) Desenvolva a animação dos dois corpos, até ao instante em que eles colidem pela primeira vez.

(c) **T01E30828.m ! 21–34**

20 (d) Explique que cuidados teve de ter para garantir a convergência do método anterior.

Resposta:
Para garantir a convergência do método para uma raiz de $f(x)$, $f(x)$ deve ser contínua no intervalo inicial de avaliação $[a, b]$ e $f(a)$ e $f(b)$ devem ter sinais opostos.

25 (e) Explique porque é que o método da bissecção é um método com convergência linear.

Resposta:
Ordem de Convergência *Definição:* Seja α uma solução de $f(x) = 0$ e c_n uma aproximação dessa raiz, o erro na iteração n é $e_n = \alpha - c_n$. Se

$$|e_{n+1}| = A|e_n|^p, \tag{1}$$

onde p será a ordem de convergência e A a constante assintótica do erro. Note-se que para $p = 1$, é necessário que $A < 1$ para obter convergência.

Método da Bissecção
Numa aproximação "grosseira", o erro cometido na iteração seguinte (e_{n+1}) será aproximadamente metade do intervalo (ou erro) cometido na iteração atual (e_n), devido à divisão sucessiva dos intervalos pelo ponto central c_n. Verifica-se então que para este método

$$|e_{n+1}| \approx \frac{1}{2}|e_n|, \tag{2}$$

o que pela análise da definição de ordem de convergência se pode concluir que o Método da Bissecção tem convergência de ordem 1 (linear) e constante assintótica do erro $A \approx \frac{1}{2}$.