Simulação e Modelação

Trabalho Nº5

Sistemas Determinísticos Discretos: mapas unidimensionais

PARTE I

1. Use o Matlab para estudar a sequência $\{x_n\}$ definida pela equação de recorrência:

$$x_{n+1} = R\, x_n (1 - x_n)$$

O parâmetro R e a condição inicial x_0 deverão poder ser facilmente alterados.

2. Utilizando o Matlab, adapte o algoritmo anterior para obter ainda o diagrama das bifurcações.

Nota: O diagrama das bifurcações obtêm-se representando num gráfico, os valores adoptados pela série em função do parâmetro de controle R, após a série ter convergido para um regime "estacionário" (i.e., para valores de n suficientemente grandes para que caso haja pontos fixos estáveis, o sistema já esteja nesse regime). O número de pontos a representar para cada valor do parâmetro de controle deve ser tal que o aspecto qualitativo do gráfico não dependa do seu valor.

Analise:

a) Como se altera o comportamento da séries, x_n, quando se varia o parâmetro R, para um mesmo valor de x_0? Procure determinar os valores de R para os quais há duplicação do período. Considere valores de período 2, 4, 8 e 16.

b) Como se altera o comportamento da sequência quando varia o valor de x_0 e para um mesmo valor R? (investigue para vários valores de R). Considere R=3.9 e dois valores de x0 que diferem de 10^{-4}. Represente as duas séries no mesmo gráfico e verifique se os valores obtidos para cada série são próximos.

c) Explique a terminologia de "ponto fixo", "bifurcação", "duplicação de período" e "caos determinista".

d) Que informação nos dá o diagrama das bifurcações?

PARTE II

1. Considere o mapa correspondente à função $x_{n+1} = f^{(2)}(x_n) = f(f(x_n))$ com $f(x) = R\, x\, (1 - x)$, ou seja:

$$f^{(2)}(x) = R\big(R\, x\, (1 - x)\big)\big(1 - R\, x\, (1 - x)\big)$$

   a) Para que valores de R observa um ponto fixo e um ciclo de período 2. Determine aproximadamente os valores de R em que observa uma alteração de comportamento.

   b) Será que os resultados da série que se obtém para R=2.5, 3.2 e 3.5 são independentes do valor de x_0?

   c) Represente num mesmo gráfico, para estes valores de R, as séries que obtém para $f(x)$ e $f^{(2)}(x)$.