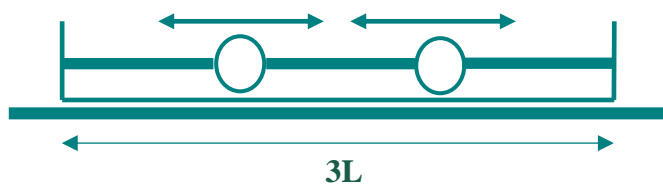


Simulação e Modelação

Trabalho nº 9 Osciladores Acoplados

Equações diferenciais pelo método de Euler-Cromer

Pretende-se simular o movimento de duas massas presas por molas (ou fios elásticos – pode usar a representação que achar mais conveniente) às paredes de uma caixa, separadas de uma distância $3L$, como se ilustra em baixo:



A caixa está ainda sujeita a uma força de atrito viscoso. Os corpos têm massas iguais, m . Os fios elásticos têm constantes elásticas K , e igual comprimento. Assuma que o movimento das esferas se faz sem atrito.

Passo 1: Escreva as equações de Newton para cada massa.

Ajuda: as forças elásticas aplicadas sobre cada massa por cada mola são proporcionais ao deslocamento em relação à posição de equilíbrio. Por exemplo, se a coordenada da massa da esquerda for x_1 e a coordenada da parede esquerda for x_e a força que a mola da esquerda exerce será $-K(x_1 - x_e - L)$.

Passo 2: Aplique os métodos de Euler-Cromer, Verlet e Verlet-Velocidade (ver anexo) e simule o sistema. Faça os gráficos da energia mecânica do sistema ao longo do tempo.

Passo 3: Diagonalize o sistema de equações do movimento sem atrito (pode usar o Matlab!) e determine os modos normais de vibração do sistema, tal como aprendeu na disciplina de Mecânica.

Passo 4: Produza um GUI adequado, que possibilite o utilizador comparar o movimento do sistema e a evolução da energia mecânica para várias configurações iniciais.

Passo 5: Escolha conjuntos de parâmetros para iniciar as animações em cada modo normal de vibração, e também uma situação em que o sistema oscile nos dois modos normais.

Anexo

Para resolver a equação diferencial:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F(x, t)$$

podem-se usar diversos métodos.

Euler-Cromer

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t \times \frac{F(x, t)}{m}$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \times v(t + \Delta t)$$

Leap-Frog

$$v(t + \Delta t/2) = v(t - \Delta t/2) + \Delta t \times \frac{F(x(t), t)}{m}$$

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \times v\left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$$

Velocity-Verlet

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \times v(t) + \frac{\Delta t^2}{2} \times \frac{F(x(t), t)}{m}$$

$$v(t + \Delta t) = v(t) + \Delta t \times \frac{(F(x(t + \Delta t), t + \Delta t) + F(x(t), t))}{2 \times m}$$

Verlet

$$x(t + \Delta t) = 2x(t) - x(t - \Delta t) + \Delta t^2 \times \frac{F(x, t)}{m}$$

$$v(t) = \frac{x(t + \Delta t) - x(t - \Delta t)}{2\Delta t}$$