

## Simulação & Modelação

(2014-2015)

## Proposta de Resolução do 1.º Teste

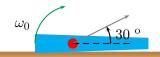
28 de abril de 2015

Turma P7 Versão A

Cotações:

$Quest\~ao$	1	2	Total
Pontos	85	115	200

## 1. EXCEL



Um pau não uniforme, com 1 m de comprimento, tem o seu centro de massa a 30 cm de uma das extremidades. Use o Excel para:

25

- (a) desenvolver uma animação do movimento do centro de massa, sabendo que a sua velocidade inicial faz um ângulo de  $30^{\rm o}$  com a horizontal e tem magnitude 5 m/s e é lançado de y=1.2 m. O centro de massa deve ser representado através de uma bola vermelha.
  - (a) <u>T01A30828.xlsx ! CM</u>

40

- (b) desenvolver uma animação do movimento do pau, sabendo que ele roda com um movimento circular uniforme em torno do centro de massa, e com velocidade inicial de  $\omega_0 = 0.3 \text{ rad/s}$ .
  - (b) <u>T01A30828.xlsx</u> ! Pau

20

- (c) reinicie a animação quando as coordenadas de alguma das extremidades do pau atingir o solo, em y = 0 m (não precisa de calcular o instante em que se dá o embate com um método de determinação de zeros de funções).
  - (c) <u>T01A30828.xlsx</u>! Animação

## 2. MATLAB

Dois osciladores harmónicos amortecidos, movem-se na horizontal de acordo com:

$$x_i(t) = x_{(i,\text{inicial})} + A_0 \exp\left(-\frac{bt}{2m}\right) \sin(\omega t + \phi_i)$$

onde i=1 ou 2 consoante se trate do primeiro ou do segundo oscilador. Ambos os osciladores têm:  $A_0=2$  m, b=2 kg/s, m=2 kg,  $\omega=0.1$  rad/s. No entanto, diferem nas fases iniciais ( $\phi_1=0,\,\phi_2=\pi$ ) e nas posições iniciais:  $x_{(1,\text{inicial})}=0$  e  $x_{(2,\text{inicial})}=1$ .

45

- (a) Usando o método de Newton determine o instante em que os osciladores colidem.
  - (a) <u>T01A30828.m! 1–24</u>

(b) Explique como determinou a derivada da função de *input* do método anterior.

25

20

10

Resposta:

A função derivada num ponto arbitrário a, foi determinada numericamente, usando a aproximação:

$$f'(a) \approx \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$
 (1)

em que se escolheu um  $\Delta x$  pequeno,  $\Delta x = 0.001$ .

Note-se que o uso da derivada calculada desta forma tem implicações quanto à ordem de convergência do Método de Newton.

(c) Desenvolva uma animação do sistema. Os osciladores devem ser representados a cores diferentes, e o solo a preto.

(c) <u>T01A30828.m! 26–38</u>

(d) Escreva a fórmula de recorrência do método do Ponto Fixo.

Resposta:

$$x_{n+1} = x_n - \lambda f(x_n) \tag{2}$$

(e) Explique porque é que o método de Newton pode ser visto como um caso especial do método do Ponto Fixo.

Resposta:

Se quisermos determinar f(x) = 0 [1], para usar o Método do Ponto Fixo teriamos que reescrever [1] sob a forma de x = g(x), em que x seria um ponto fixo da função g(x). Aplicar-se-ia então o Método Iterativo do Ponto Fixo para determinar o ponto fixo x de g(x) que é raiz de f(x). Se considerarmos um caso particular em que  $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ , que é a iteração de Newton, então o Método do Ponto Fixo fica  $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ . Se convergir para o ponto fixo x então x = g(x),  $\frac{f(x)}{f'(x)} = 0$  e x é raiz de f(x). Demostra-se assim que o Método de Newton e um caso particular do Método Iterativo do Ponto Fixo.