universidade de aveiro theoria poiesis praxis

Simulação & Modelação

(2014-2015)

Proposta de Resolução do 1.º Teste

28 de abril de 2015

Turma P7 **Versão A**

Cotações:

Questão	1	2	**Total**
Pontos	85	115	200

1. **EXCEL**

Um pau não uniforme, com 1 m de comprimento, tem o seu centro de massa a 30 cm de uma das extremidades. Use o Excel para:

$\boxed{25}$ (a) desenvolver uma animação do movimento do centro de massa, sabendo que a sua velocidade inicial faz um ângulo de 30º com a horizontal e tem magnitude 5 m/s e é lançado de $y = 1.2$ m. O centro de massa deve ser representado através de uma bola vermelha.

(a) **T01A30828.xlsx ! CM**

$\boxed{40}$ (b) desenvolver uma animação do movimento do pau, sabendo que ele roda com um movimento circular uniforme em torno do centro de massa, e com velocidade inicial de $\omega_0 = 0.3$ rad/s.

(b) **T01A30828.xlsx ! Pau**

$\boxed{20}$ (c) reinicie a animação quando as coordenadas de alguma das extremidades do pau atingir o solo, em $y = 0$ m (não precisa de calcular o instante em que se dá o embate com um método de determinação de zeros de funções).

(c) **T01A30828.xlsx ! Animação**

2. **MATLAB**

Dois osciladores harmónicos amortecidos, movem-se na horizontal de acordo com:

$$x_i(t) = x_{(i,\text{inicial})} + A_0 \exp\left(-\frac{bt}{2m}\right) \sin(\omega t + \phi_i)$$

onde $i = 1$ ou 2 consoante se trate do primeiro ou do segundo oscilador. Ambos os osciladores têm: $A_0 = 2$ m, $b = 2$ kg/s, $m = 2$ kg, $\omega = 0.1$ rad/s. No entanto, diferem nas fases iniciais ($\phi_1 = 0$, $\phi_2 = \pi$) e nas posições iniciais: $x_{(1,\text{inicial})} = 0$ e $x_{(2,\text{inicial})} = 1$.

$\boxed{45}$ (a) Usando o método de Newton determine o instante em que os osciladores colidem.

(a) **T01A30828.m ! 1–24**

15 (b) Explique como determinou a derivada da função de *input* do método anterior.

Resposta:
A função derivada num ponto arbitrário a, foi determinada numericamente, usando a aproximação:

$$f'(a) \approx \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{\Delta x} \tag{1}$$

em que se escolheu um Δx pequeno, $\Delta x = 0.001$.

Note-se que o uso da derivada calculada desta forma tem implicações quanto à ordem de convergência do Método de Newton.

25 (c) Desenvolva uma animação do sistema. Os osciladores devem ser representados a cores diferentes, e o solo a preto.

(c) **T01A30828.m ! 26–38**

20 (d) Escreva a fórmula de recorrência do método do Ponto Fixo.

Resposta:

$$x_{n+1} = x_n - \lambda f(x_n) \tag{2}$$

10 (e) Explique porque é que o método de Newton pode ser visto como um caso especial do método do Ponto Fixo.

Resposta:
Se quisermos determinar $f(x) = 0$ [1], para usar o Método do Ponto Fixo teriamos que reescrever [1] sob a forma de $x = g(x)$, em que x seria um ponto fixo da função $g(x)$. Aplicar-se-ia então o Método Iterativo do Ponto Fixo para determinar o ponto fixo x de $g(x)$ que é raiz de $f(x)$. Se considerarmos um caso particular em que $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$, que é a iteração de Newton, então o Método do Ponto Fixo fica $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$. Se convergir para o ponto fixo x então $x = g(x)$, $\frac{f(x)}{f'(x)} = 0$ e x é raiz de $f(x)$. Demostra-se assim que o Método de Newton e um caso particular do Método Iterativo do Ponto Fixo.