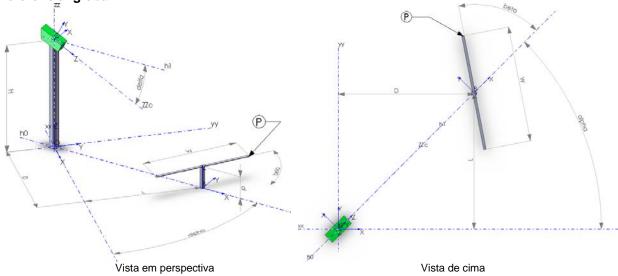


## Sistemas de Visão e Percepção Industrial

Exame de Época de Recurso - 13 de Julho de 2011

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica; Mestrado em Engenharia de Automação Industrial Minor em Automação da Licenciatura em Matemática

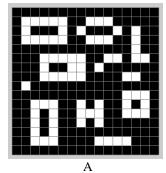
1. Uma câmara de 1025x769 pixels com distância focal de 10 mm e dot-pitch de 90 pixels/mm está colocada sobre um poste para vigiar uma barra rotativa horizontal que se encontra no seu campo visual. Essa barra gira em torno do seu ponto médio e tem, numa extremidade, uma luz pontual P que se pretende captar na câmara. As relações geométricas são as indicadas na figura. ZZc é o eixo óptico da câmara; h0 e h1 são eixos horizontais paralelos; delta (δ) é o ângulo que ZZc faz com a horizontal; beta (β) é o ângulo que a barra faz com o seu eixo de referência; alpha (α) é a orientação do sistema de referência da barra no sistema global. A barra encontra-se à altura d do plano XY do referencial global R.



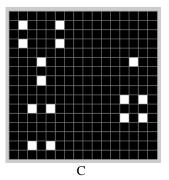
- a) Considerando o pixel inferior esquerdo como (1,1), indicar o valor numérico da matriz intrínseca da câmara.
- b) Sabendo que as coordenadas de P no referencial da barra, com  $\beta$ =0, são dadas por  $^{B}P_{(\beta=0)} = \begin{bmatrix} w_{2} & 0 & d \end{bmatrix}^{T}$ , indicar a expressão matricial, com  $\beta$  genérico, para obter as coordenadas de P no referencial global R:  $^{R}P$ .
- c) Indicar a expressão matricial genérica da transformação geométrica da posição da câmara no referencial R: RT<sub>C</sub>.
- d) Em função dos parâmetros do problema, indicar a expressão matricial para obter as coordenadas de P no referencial C da câmara:  ${}^{C}P = \begin{bmatrix} {}^{C}p_{x} & {}^{C}p_{y} \end{bmatrix}^{T} = \mathbf{M} \cdot {}^{R}P = \mathbf{M} \cdot \begin{bmatrix} p_{x} & p_{y} & p_{z} \end{bmatrix}^{T} = \vec{f}(L,D,W,H,d,\alpha,\beta,\delta)$ .
- e) Indicar a expressão genérica para obter as coordenadas do pixel correspondente a P em função de <sup>B</sup>P e restantes variáveis do problema (as matrizes definidas anteriormente podem abreviar-se na representação).

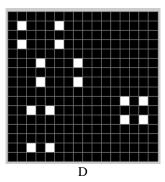
NB. Nas respostas às questões seguintes, as soluções devem ser dadas sempre que possível formalizadas com expressões matemáticas e não devem ser dadas com funções do Matlab. Podem referir-se as funções de Matlab, mas apenas como eventual complemento às operações matemáticas formais.

2. Considerar as seguintes imagens binárias A, C e D de 16x16 pixels, e a matriz B de 16x16.



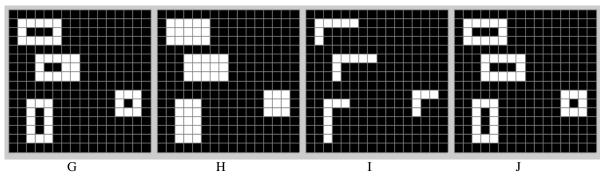
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	5	5	5	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	5	0	0	0	5	0	11	0	0
0	1	1	1	1	1	0	0	5	5	5	0	0	11	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	11	0	0
0	0	0	4	4	4	4	4	0	0	7	7	0	11	11	0
0	0	0	4	0	0	4	4	0	7	0	0	0	0	0	0
0	0	0	4	4	4	4	4	0	0	0	0	9	9	0	0
0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	10	10	0
0	0	3	3	3	0	0	6	0	6	0	0	10	0	10	0
0	0	3	0	3	0	0	6	6	6	0	0	10	10	10	0
0	0	3	0	3	0	0	6	0	6	0	0	0	0	0	0
0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	3	3	3	0	0	0	0	8	8	8	8	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
							I	3							



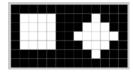


- a) Como se designa a operação  $\Re$  que converte a matriz da imagem A na matriz B, ou seja:  $B = \Re(A)$ ?
- Indicar, justificando, quais os valores, e respectivas origens, dos elementos estruturantes  $E_i$  e  $F_i$ , para  $i \in \{1,2,3,4\}$ , tal que  $C = \bigcup_{i=1}^4 A \otimes (E_i, F_i)$ .
- c) Indicar, justificando, como deveriam ser os elementos estruturantes  $E_i$  e  $F_i$  para que  $D = \bigcup_{i=1}^4 A \otimes (E_i, F_i)$ ?

d) Que operação ou sequência de operações  $\Pi$  se deve utilizar para obter a imagem G da figura seguinte a partir de uma ou mais matrizes da figura anterior, ou seja  $E = \Pi(A, B, C, D)$ ? Indicar quais as matrizes necessárias.



- e) Indicar, justificando, uma sequência de operações baseada em operações morfológicas elementares (erosão e dilatação, incluindo as variantes condicionadas), para obter a imagem H da figura anterior. Usar a notação adoptada no formulário.
- f) Utilizando filtros de gradiente, indicar os dois filtros  $G_1$  e  $G_2$  e as operações necessárias g() para obter a imagem I a partir da imagem H.  $I = g\left(Filt2(H,G_1),Filt2(H,G_2)\right)$ , onde Filt2() é a operação de filtragem.
- g) Indicar as operações, e respectivos operadores e parâmetros, para obter a imagem J a partir de uma ou mais das imagens anteriores, ou outras que seja necessário calcular.
- h) Com base na definição dos momentos de imagem, calcular as coordenadas do centróide do objecto que está na região inferior esquerda da imagem G. (O primeiro pixel da imagem (1,1) está no canto superior esquerdo).
- i) O cálculo do perímetro de uma região é medido pela soma das distâncias reais entre os centros dos *pixels* do contorno dessa região. Ou seja, *pixels* ligados por N₄ têm distância 1 entre si, e *pixels* ligados por N₀ têm distância √2. Nesse contexto, determinar, indicando os cálculos, qual dos objectos seguintes tem maior factor de forma? (NB: o factor de forma máximo é 1 para círculos perfeitos)



Cotação: Questão 1 – 5 Valores. Questão 2 – 15 Valores.

## Breve formulário:

## Transformações geométricas a 3D:

$$Trans(x,y,z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Rot(z,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Rot(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad Rot(y,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Momentos de imagens:

 $\mathbf{A}^C = \overline{\mathbf{A}} = \left\{ p \in \mathbb{Z}^2 : p \notin \mathbf{A} \right\}$ 

$$m_{pq} = \sum_{x} \sum_{y} (x - \overline{x})^{p} (y - \overline{y})^{q} f(x, y),$$

$$\overline{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad \overline{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}, \quad m_{01} = \sum_{x} \sum_{y} y \cdot f(x, y),$$

$$m_{10} = \sum_{x} \sum_{y} x \cdot f(x, y)$$

$$\underline{Morfologia}:$$

$$A_{h} = \left\{ p \in \mathbb{Z}^{2} : p = x + h, x \in A \right\}$$

 $A \setminus B = A - B = A \cap B^{C} = \{ p \in \mathbb{Z}^{2} : (p \in A) \land (p \notin B) \}$ 

$$C = A \oplus B = \left\{ c \in \mathbb{Z}^2 : c = a + b, a \in A \land b \in B \right\} = \bigcup_{h \in B} A_h$$

$$C = A \ominus B = \left\{ c \in \mathbb{Z}^2 : B_c \subseteq A \right\} = \bigcap_{h \in B} A_{-h}$$

$$D = A \otimes (B, C) = (A \ominus B) \cap (A^C \ominus C)$$

$$D = A \otimes B = A \otimes (B, B^C) = (A \ominus B) \cap (A^C \ominus B^C)$$

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

$$\mathbf{A} \circ \mathbf{B} = (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \oplus \mathbf{B}$$

$$\bigcup_{i} \mathbf{A} \otimes (\mathbf{B}_{i}, \mathbf{C}_{i}) = \bigcup_{i} [(\mathbf{A} \odot \mathbf{B}_{i}) \cap (\mathbf{A}^{C} \odot \mathbf{C}_{i})]$$

Notação adicional

Propagação (fill) da semente A até à mascara B com o elemento estruturante C (dilatação recursiva condicionada):

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} \oplus |_{\mathcal{B}} \ \mathbf{C} \quad \text{e equivale a:} \quad \begin{cases} \mathbf{X}_0 = \mathbf{A} \\ \mathbf{X}_i = \left(\mathbf{X}_{i-1} \oplus \mathbf{C}\right) \bigcap \mathbf{B} \\ \mathbf{D} = \mathbf{X}_i \Longleftarrow \mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i-1} \end{cases}$$

Thickening da imagem A com elementos estruturantes B e C:

$$D = A \odot (B, C) = A \cup (A \otimes (B, C))$$

Thinning da imagem A com elementos estruturantes B e C:

$$D = A \oslash (B, C) = A - (A \otimes (B, C))$$