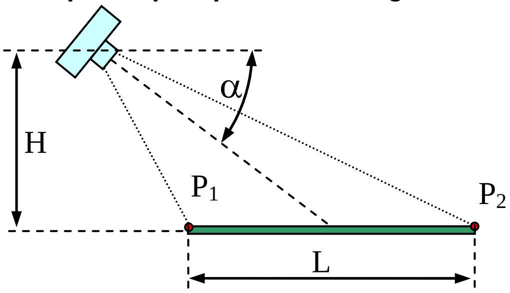
Universidade de Aveiro
Dep. de Engenharia Mecânica

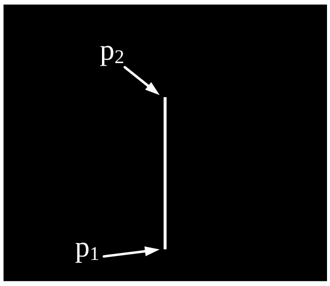
Sistemas de Visão e Percepção Industrial

Exame de Época Normal - 18 de Junho de 2012

Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica; Mestrado em Engenharia de Automação Industrial
Minor em Automação da Licenciatura em Matemática

1. Uma câmara de 1315x1123 *pixels*, com distância focal de 12 mm e *dot-pitch* de 90 *pixels*/mm, está colocada a uma altura H de um plano horizontal e orientada para baixo com ângulo α, como indicado. A colocação da câmara é tal que o seu eixo ótico interseta o ponto médio de uma barra de espessura desprezável com comprimento L colocada sobre esse plano horizontal. A barra tem pontos extremos P1 e P2 e está contida no plano ZOY do sistema de coordenadas da câmara. A figura da direita ilustra a projeção da barra no plano da imagem da câmara, onde o *pixel* (1,1) é o do canto inferior esquerdo, e onde os *pixels* p1 e p2 são as imagens de P1 e P2.





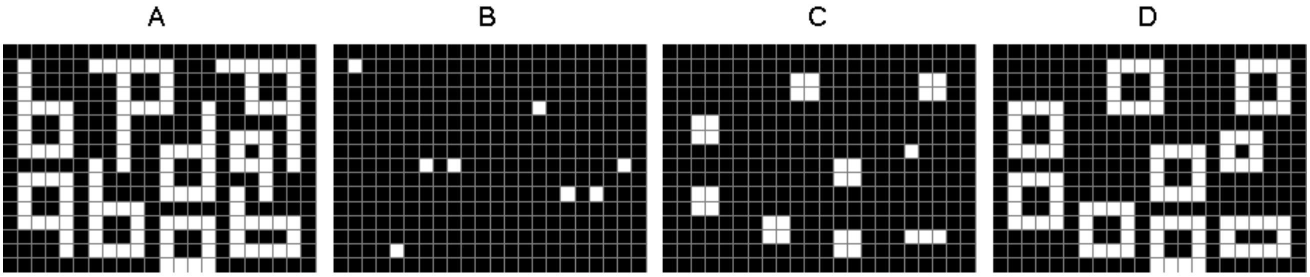
a) Indicar o valor numérico da matriz intrínseca da câmara nas condições indicadas.

b) Obter as coordenadas genéricas homogéneas dos pontos P1 e P2 no sistema de coordenadas da câmara.

c) Escrever a expressão matricial homogénea para obter as coordenadas dos *pixels* p1 e p2.

d) Sabendo que L=1 metro e que as coordenadas y dos *pixels* são y_{pix1}=60 e y_{pix2}=780, obter o valor de H e de α.

2. Sejam as seguintes imagens binárias:



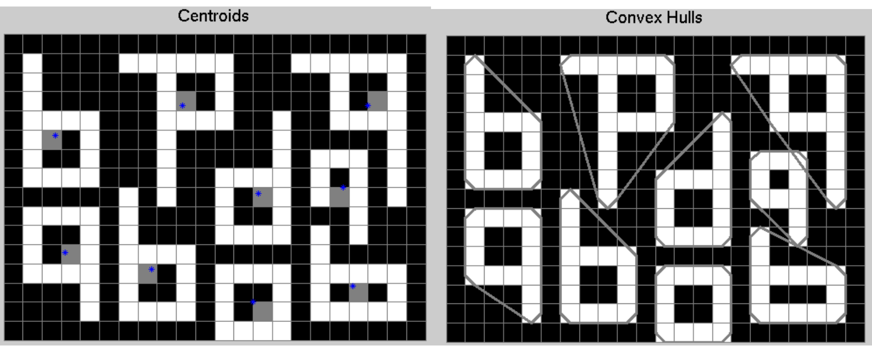
a) Indicar um filtro F de convolução de 3x3 e uma função *g( )* de tal modo que: $\mathrm{B} = g\left(\mathrm{A} * \mathrm{F}\right)$. Justificar, ilustrando o cálculo para dois pontos distintos de A e seus correspondentes em B.

b) Recorrendo unicamente a operações morfológicas e operações de conjuntos, indicar matematicamente (usando a notação do formulário) todos os passos para obter a imagem C a partir da imagem A ou de eventuais imagens derivadas. **NB**: NÃO é permitido recorrer a funções do Matlab como `imfill()`, `imreconstruct()`, etc.

c) A partir da imagem C, indicar uma expressão com operações morfológicas para obter a imagem D.

Regions

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	3	3	3	3	3	3	0	0	0	7	7	7	7	7	7	0
0	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	7	0	0	7	0
0	1	0	0	0	0	0	0	3	0	0	3	0	0	0	0	0	7	0	0	7	0
0	1	1	1	1	0	0	0	3	3	3	3	0	0	5	0	0	7	7	7	7	0
0	1	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	5	0	0	0	0	0	7	0
0	1	0	0	1	0	0	0	3	0	0	0	0	0	5	0	8	8	8	0	7	0
0	1	1	1	1	0	0	0	3	0	0	5	5	5	5	0	8	0	8	0	7	0
0	0	0	0	0	0	4	0	3	0	0	5	0	0	5	0	8	8	8	0	7	0
0	2	2	2	2	0	4	0	0	0	0	5	0	0	5	0	0	0	8	0	0	0
0	2	0	0	2	0	4	0	0	0	0	5	5	5	5	0	9	0	8	0	0	0
0	2	0	0	2	0	4	4	4	4	0	0	0	0	0	0	9	0	0	0	0	0
0	2	2	2	2	0	4	0	0	4	0	6	6	6	6	0	9	9	9	9	9	0
0	0	0	0	2	0	4	0	0	4	0	6	0	0	6	0	9	0	0	0	9	0
0	0	0	0	2	0	4	4	4	4	0	6	0	0	6	0	9	9	9	9	9	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6	6	6	6	0	0	0	0	0	0	0

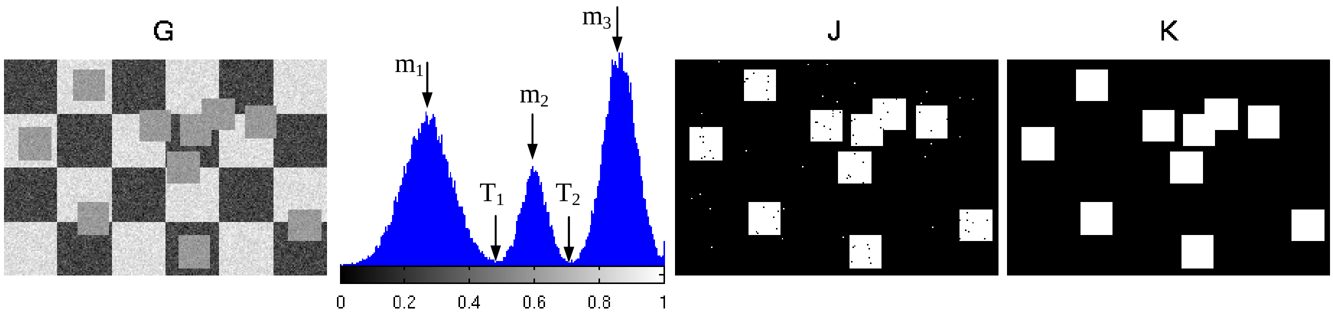


d) A partir da definição dos momentos de um objeto/imagem, calcular as coordenadas do *pixel* mais próximo (por arredondamento) do centróide do objeto 2 da imagem A (conforme as regiões da figura anterior).

e) Baseando-se nos *Convex Hulls* (poligonos convexos) ilustrados na figura anterior à direita, indicar os objetos (entre 1 e 9) com a maior e a menor solidez dos presentes na imagem A. Justificar com a indicação dos cálculos. **NB**. Um *píxel* considera-se incluido numa área geométrica quando pelo menos metade do píxel está "dentro" dessa área.

f) Seja X a matriz binária {0; 1} definida igual ao objeto 6 (4x4 *pixels*). Determinar qual o valor máximo atingido pela função $\left(\mathrm{A} \circledast \mathrm{X}\right)\left(r,s\right) = \sum_{(i,j)\in \mathrm{X}} \mathrm{A}\left(r+i, s+j\right) \cdot \mathrm{X}\left(i,j\right)$, e em quantos pontos (r,s) esse valor máximo ocorre.

3. Seja um tabuleiro em xadrez onde são colocados objetos quadrados com um nível de cinzento que, em média, está entre os níveis de cinzento das divisões do tabuleiro, como ilustrado.



a) Admitir que existe uma função `m=mmode(h,k)` que devolve um vector `m` com as `k` modas de um histograma `h`. Para o histograma representado, e para `k=3`, esta função devolve `m=[0.255 0.605 0.865]`. À custa desta função, indicar como se podem obter os limiares de binarização T1 e T2 para segmentar os objectos quadrados?

b) Usando a função `B=im2bw(A,T)` que binariza uma imagem A com o limiar T (similar à função do Matlab), indicar uma expressão que permita obter a imagem binarizada J em função de G, T1 e T2.

c) Usando a notação do formulário, indicar uma expressão com operações morfológicas para obter a imagem K a partir da imagem J. Justificar a resposta. **NB**. A imagem J tem ruido que não é só de pontos isolados; na imagem K os quadrados estão perfeitamente reconstruídos sem deformação nos vértices.

4. Considerar uma imagem binária (200 linhas x 400 colunas) com apenas três *pixels* brancos nas coordenadas p1=$[200\ 100]^T$, p2=$[300\ 150]^T$, p3=$[360\ 180]^T$, onde se pretende procurar linhas retas.

a) Quais as expressões analíticas da transformada de Hough (relação entre ρ e θ) para p1, p2 e p3?

b) Se a resolução espacial da transformada de Hough numérica for de 2 *pixels* para as distâncias, e de 1º para os ângulos (ou seja, $\rho \in \{0, \pm 2, \pm 4, \dots\}$ e $\theta \in \{0^\circ, \pm 1^\circ, \pm 2^\circ, \dots\}$), determinar se há algum acumulador [um par (ρ,θ)] comum às transformadas de Hough dos 3 pontos e, nesse caso, indicá-lo(s). Justificar a resposta com cálculos.

Cotação: Questão 1 – 5 Valores. Questão 2 – 9 Valores. Questão 4 – 4 Valores. Questão 3 – 2 Valores.

Formulário:

Matriz intrínseca da câmara: $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha_x & 0 & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

Momentos de imagens:

$$m_{pq} = \sum_x \sum_y (x-\bar{x})^p (y-\bar{y})^q f(x,y)$$

$$\bar{x} = \frac{m_{10}}{m_{00}} \ , \ \bar{y} = \frac{m_{01}}{m_{00}}, \ m_{01} = \sum_x \sum_y y \cdot f(x,y),$$

$$m_{10} = \sum_x \sum_y x \cdot f(x,y)$$

Expressões para operar/analisar histogramas:

$$\mu_n = \sum_{i=0}^{L-1} (i-\mu_0)^n h(i) \quad , \quad \mu_0 = \sum_{i=0}^{L-1} i h(i), \quad \text{com} \quad h(i)$$

normalizado, i.e., $0 \le h(i) < 1, \forall i \in \{0,1,2,\dots,L-1\}$

Morfologia:

$$A_h = \{p \in \mathbb{Z}^2 : p = x+h, x \in A\},$$

$$A^C = \overline{A} = \{p \in \mathbb{Z}^2 : p \notin A\},$$

$$A \setminus B = A - B = A \cap B^C = \{p \in \mathbb{Z}^2 : (p \in A) \wedge (p \notin B)\}$$

$$C = A \oplus B = \{c \in \mathbb{Z}^2 : c = a+b, a \in A \wedge b \in B\} = \bigcup_{h \in B} A_h,$$

$$C = A \ominus B = \{c \in \mathbb{Z}^2 : B_c \subseteq A\} = \bigcap_{h \in B} A_{-h}$$

$$D = A \otimes (B,C) = (A \ominus B) \cap (A^C \ominus C)$$

$$A \bullet B = (A \oplus B) \ominus B$$

$$A \circ B = (A \ominus B) \oplus B$$

$$\bigcup_i A \otimes (B_i, C_i) = \bigcup_i \left[(A \ominus B_i) \cap (A^C \ominus C_i) \right]$$

Propagação/reconstrução da semente A até à mascara B com o elemento estruturante C (dilatação recursiva condicionada):

$D = A \oplus|_B\ C$ e equivale a: $\begin{cases} X_0 = A \\ X_i = (X_{i-1} \oplus C) \cap B \\ D = X_i \Leftarrow X_i = X_{i-1} \end{cases}$

Equação polar da reta: $x \cos\theta + y \sin\theta = \rho$

Relações trigonométricas:

$$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$$

$$\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$$

Solução da equação: $k_1 \cos\theta + k_2 \sin\theta = k_3$

$$\theta = 2\mathrm{atan2}\left(k_2 \pm \sqrt{k_1^2 + k_2^2 - k_3^2}, k_1 + k_3\right)$$