Universitatea Transilvania din Brașov

Facultatea de Inginerie Electrică și Știința Calculatoarelor

Departament Automatică și Informatică Aplicată

Proiect *Ingineria reglării automate*

Tema nr. 57

Autor
Andrei Vasilcoi

Iunie 2018, Brașov

Cuprins

1 Tema proiectului

Se consideră un proces modelat prin funcția de transfer:

$$G_p(s) = \frac{K_p}{(sT_{p1}+1)(sT_{p2}+1)(sT_{p3}+1)} \tag{1}$$

Se cere să se realizeze o analiză comparativă a mai multor soluții privind proiectarea unui sistem de reglare automată care să respecte performanțele impuse: $e_{st} = 0$, $M_v <= m_{v,max}$ și $t_s <= t_{s,max}$. (Valorile impuse ale indicatorilor de performanță sunt date în tabel.) Pentru notarea timpului de stabilire se consideră banda de stabilitate de 2%.
Soluțiile impuse sunt:

a) proiectarea unui regulator PID prin metode de cvasi-optim: criteriul modulului standard sau varianta Kessler;

b) metode experimentale de proiectare a regulatoarelor PID: metoda Ziegler-Nichols (a răspunsului la intrare treaptă);

c) proiectarea unui sistem de reglare după stare.

Detalii privind cerințele:

1. Pentru fiecare soluție se vor realiza scheme Simulink și se vor nota performanțele obținute. Dacă este necesar, se vor ajusta suplimentar parametrii regulatoarelor până când sistemul de reglare respectă performanțele impuse.

2. Pentru fiecare lege de reglare obținută se vor determina ecuațiile cu diferențe necesare unei implementări numerice. Se va prezenta codul sursă al unui program de implementare a cel puțin unui regulator.

3. În capitolul de concluzii se va prezenta o comparație a performanțelor obținute, a efortului de proiectare și a altor aspecte considerate importante cu scopul de a argumenta alegerea unei soluții ca fiind cea mai potrivită pentru cazul considerat.

Tab. 1: Date de proiectare

Tema nr.	Parametrii procesului				$M_{v,max}$	$t_{s,max}$	Student
	K_p	T_{p1}	T_{p2}	T_{p3}			
57	1.1	0.7	0.5	10	1%	3s	Vasilcoi S. Andrei

2 Indicații și recomandări

a) Pentru proiectarea prin metode analitice (de cvasi-optim), la determinarea prin calcul a parametrilor regulatorului se vor considera modele simplificate ale procesului dat. Simplificările trebuie să fie argumentate. La simulări însă, se va utiliza funcția de transfer dată inițial.

b) Pentru metoda experimentală, este necesară a procesare cât mai precisă a răspunsului procesului în circuit deschis la semnal de intrare de tip treaptă. Pentru acest lucru este indicat să se realizeze un program Matlab.

c) Pentru proiectarea unui sistem de reglare după stare, se va determina inițial modelul în spațiul stărilor. Apoi se va evalua controlabilitatea și observabilitatea modelului obținut.

d) La determinarea ecuațiilor cu diferențe, valoarea aleasă a perioadei de eșantionare se va argumenta.

3 Rezolvare

3.1 Proiectarea unui regulator PID prin metode de cvasi-optim: varianta Kessler

Se consideră funcția de transfer:

$$G_p(s) = \frac{1.1}{(0.7s+1)(0.5s+1)(10s+1)} \tag{2}$$

Se poate obseva că funcția de transfer a procesului nu are zerouri și are o constantă de timp mare si două constant de timp mici, ce pot fi compensate. Pentru proiectarea regulatorului vom folosi criteriul modulului varianta Kessler. Varianta Kessler permite ca toate constantele de timp mici sa se înlocuiesca cu o singură constantă de timp obținută din suma acestora notată cu $T_\Sigma = T_{p1} + T_{p2}$. Forma funcției de transfer în buclă deschisă pentru metoda Kessler este:

$$G_d^{CMVK}(s) = \frac{1}{2sT_\Sigma(sT_\Sigma+1)} \tag{3}$$

$$G_d^{CMVK}(s) = G_R(s)G_p(s) \tag{4}$$

Pentru rezolvarea prin metoda Kessler calculele se vor efectua utilizând forma simplificată a procesului. În simulare însa se va folosi forma originală a procesului. Rezolvarea ecuațiilor și aflarea funcției de transfer a regulatorului este:

$$T_\Sigma = 0.7 + 0.5 = 1.2$$

$$G_R(s) = \frac{G_d^{CMVK}(s)}{G_p(s)} = \frac{\dfrac{1}{2.4s(1.2s+1)}}{\dfrac{1.1}{(1.2s+1)(10s+1)}} = \frac{10s+1}{2.64s} = \frac{10}{2.64}\frac{10s+1}{10s} = 3.78(1+\frac{1}{10s})$$

Din rezolvare rezultă un regulator PI care are un zero ce compensează constanta de timp mare a procesului. De asemenea conține si componentă integrativă care asigură $e_{st} = 0$. Funcția de transfer respectă condiția de realizabilitate fizică. Performanțele sistemului și identificarea coeficienților se pot observa în tabelul 2, Fig.1 și Fig.2.:

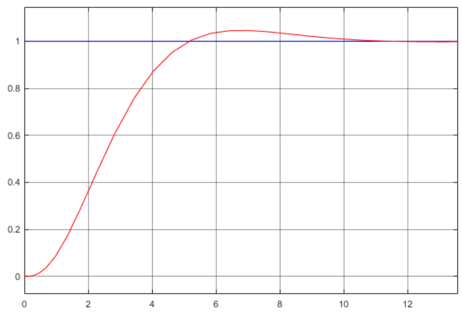

Fig. 1: Răspunsul sistemului la intrare treaptă unitară

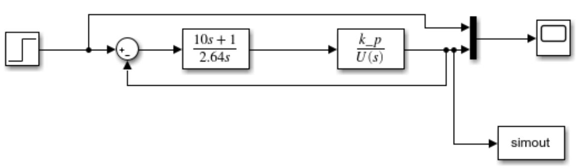

Fig. 2: Modelarea procesului în Simulink

Tab. 2: Performanțe folosind varianta Kessler

	e_{st}	M_v	t_s	K_r	T_i
Impus	0	1	3	-	-
Obtinut	0	4.56	9.04	3.78	10

Având în vedere lucrarea experimentală 2 unde s-au observat efectele modificarii parametrilor regulatorului asupra indicatorilor de calitate, s-a incercat atingerea performantelor impuse prin incercari. Pentru implementarea prin încercari s-a pornit de la urmatoarea formă a regulatorului PID prezentă în lucrarea 6:

$$G_r(s) = k_r\left(1 + \frac{1}{T_i} + \frac{sT_d}{sT_f + 1}\right) \tag{5}$$

Folosind modelul Simulink din Fig.3. După ulterioare încercări de a modifica coeficienții regulatorului s-au obținut performanțele din Tab. 3 si Fig.3:

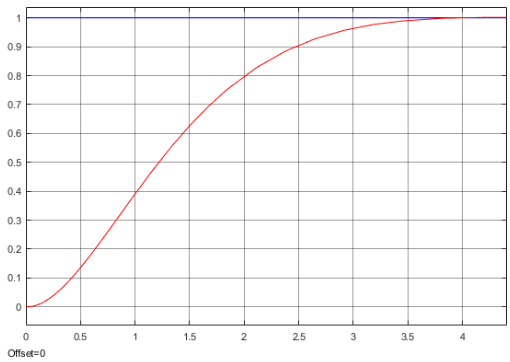

Fig. 3: Răspunsul celui mai performant sistem din încercări

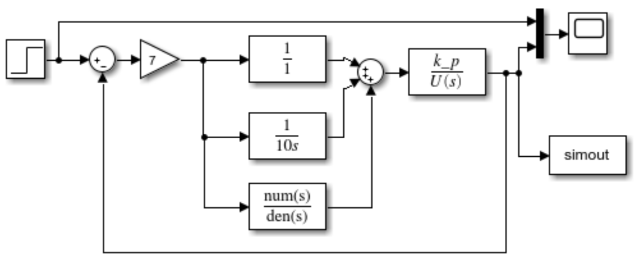

Fig. 4: Model PID folosit pentru încercări

Tab. 3: Încercări experimentale

	e_{st}	M_v	t_s	K_r	T_i	T_d
Impus	0	1	3	-	-	-
Obținut	0	0.06	3.89	7	10	0.8
Obținut	0	0.19	3.3	7.3	11	0.7
Obținut	0	0.09	3.2	7.4	11.6	0.67

3.2 Metode experimentale de proiectare a regulatoarelor PID: metoda Ziegler-Nichols

Pentru a aplica metoda experimentală este nevoie ca prima oară să se înregistreze valoarea răspunsului sistemului in buclă deschisă la mărimea de intrare treaptă unitară.

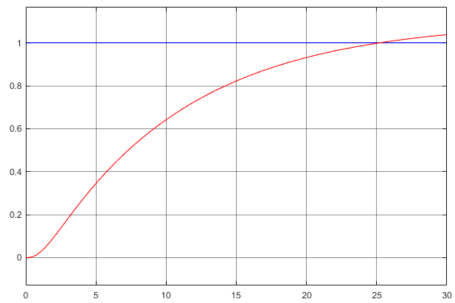

Fig. 5: Răspunsul sistemului în buclă deschisă

Având aceste date putem calcula derivata de ordinul I. În continuare se va calcula punctul de maxim al derivatei de ordinul I si se va verifica în datele derivatei de ordinul II dacă punctul de maxim îndeplinește condițiile de a fi punct de inflexiune. O dată găsit acest punct de inflexiune se va trasa tangenta la graficul răspunsului sistemului prin punctul de inflexiune. Se găsesc punctele de intersecție cu axele x și y.

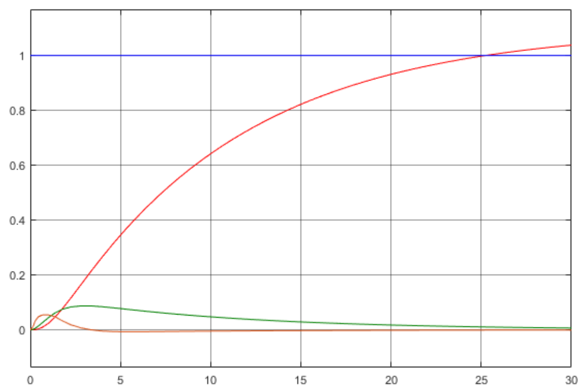

Fig. 6: Răspunsul sistemului și derivatele de ordin I și II

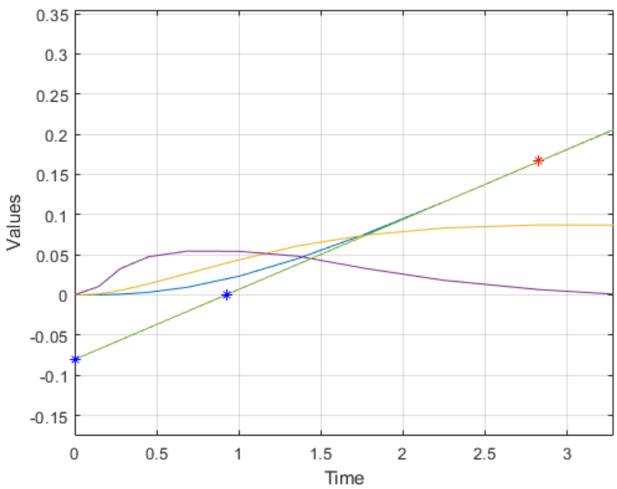

Fig. 7: Puncte necesare pentru proiectare

Aceste puncte de intersecție semnifică valorile a și L din algoritmul metodei experimentale care se vor folosi pentru a obține valorile estimate ale coeficienților regulatorului după cum urmează:

Tab. 4: Formule prezente în curs pentru metoda Ziegler-Nichols

Regulator	K_r	T_i	T_d	T_0
P	$1/a$	-	-	$4L$
PI	$0.9/a$	$3L$	-	$5.7L$
PID	$1.2/a$	$2L$	$L/2$	$3.4L$

Valorile parametrilor a și L sunt:
$a = 0.08$
$L = 1.925$
La implementarea regulatorului se observă următoarele performanțe:

Tab. 5: Performanțele folosind regulatorul proiectat prin metoda Ziegler-Nichols

	e_{st}	M_v	t_s	K_r	T_i	T_d
Impus	0	1	3	-	-	-
Obținut P	7	40	13	12.45	-	-
Obținut PI	0	50	16.05	11.2	5.77	-
Obținut PID	0	10	8.5	14.9	3.85	0.96

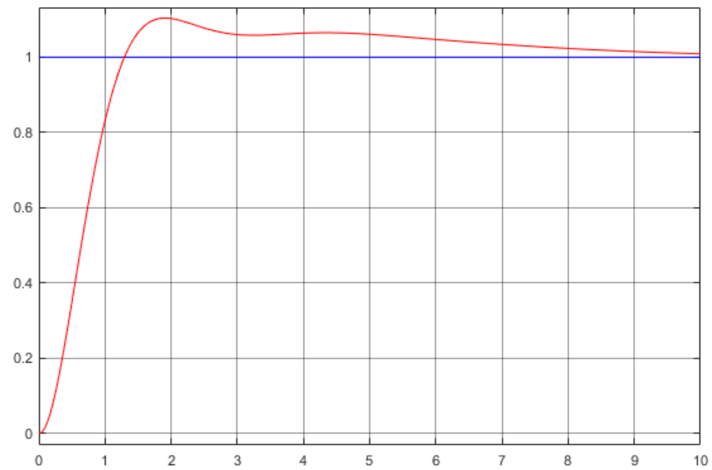

Fig. 8: Răspunsul sistemului folosind regulatorul PID proiectat prin metoda Ziegler-Nichols

3.3 Proiectarea unui sistem de reglare după stare

Proiectarea regulatorului după stare folosește metoda plasării polilor. Pentru ca această metodă să poată fi folosită, sistemul trebuie să fie controlabil și observabil. Considerăm sistemul de reglare modelat la stare conform ecuației matriceale:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \tag{6}$$
$$y(t) = Cx(t) \tag{7}$$

Unde $x(t)$ este vectorul n-dimensional de stare, $u(t)$ constituie semnalul de comandă (intrare), care este un scalar, A este marticea de stare de dimensiune $n \times n$ cu coeficienți constanți, B reprezintă vectorul de intrare cu dimensiunea $n \times 1$, iar C este matricea de ieșire. Pentru că sistemul curent modelat nu are integrator, se va folosi reglarea combinată la stare cu regulator de eroare de tip I. Sistemul are funcționarea descrisă de ecuațiile (6) și (7), și

$$u(t) = -Kx(t) + k_i z(t) \tag{8}$$
$$\dot{z}(t) = r(t) - y(t) = r(t) - Cx(t) \tag{9}$$

Metoda presupune aflarea matricei $K = (k_1 k_2 ... k_n)$, pentru un set de poli aleși $-\mu_1, -\mu_2, ..., -\mu_n$. Polinomul caracteristic dorit, care realizează performanțele impuse, este:

$$c(s) = (s+\mu_1)(s+\mu_2)(s+\mu_3)...(s+\mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \alpha_2 s^{n-2} + ... + \alpha_n \tag{10}$$

Pe de altă parte, polinomul caracteristic al sistemului cu reacție la stare este:

$$c(s) = \det[sI - A + BK] = s^n + \beta_1 s^{n-1} + \beta_2 s^{n-2} + ... + \beta_n \tag{11}$$

Pentru identificarea valorilor matricei K se face corespondeța între coeficienții celor două polinoame:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \beta_1 \\ \alpha_2 &= \beta_2 \\ &... \\ \alpha_n &= \beta_n \end{aligned}$$

Sistemul curent are matricile:

$$A = \begin{bmatrix} -3.52 & -3.2 & -0.28 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.31 \end{bmatrix}$$

Înainte de a determina matricea K, trebuie să se verifice dacă sistemul este controlabil și observabil. Controlabilitatea se referă la posibilitatea de a ghida sistemul dintr-o stare inițială x spre origine, într-un timp finit, prin intermediul unei intrări bine definite, u. Pentru ca sistemul să fie controlabil trebuie ca rangul matricei de controlabilitate să fie egal cu ordinul sistemului, în cazul nostru 3. Această proprietate este îndeplinită dacă determinatul acestei matrici este diferit de 0. Matricea de controlabilitate este definită, în cazul general al unui sistem de ordin n, în ecuația (12).

$$P = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^nB \end{bmatrix} \tag{12}$$

Matricea de controlabilitate a sistemului curent este:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -3.52 & 9.25 \\ 0 & 1 & -3.52 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Determinatul matricei este $\det(P) = 1$, diferit de 0, deci sistemul este controlabil.

Un sistem este observabil dacă vectorul de stare x poate fi complet determinat pe baza vectorului y și a vectorului de intrare u. Sistemul este observabil dacă rangul matricei de observabilitate este egal cu ordinul sistemului. Matricea de observabilitate este definită, pentru cazul general al unui sistem de ordin n, în ecuația (13):

$$Q = \begin{bmatrix} C \\ C * A \\ C * A^2 \\ \vdots \\ C * A^n \end{bmatrix} \tag{13}$$

Matricea de observabilitate a sistemului curent este:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.31 \\ 0 & 0.31 & 0 \\ 0.31 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Determinatul matricei este $\det(Q) = -0.03$, diferit de 0, deci sistemul este observabil. Rezultă că se poate realiza un regulator după stare pentru acest sistem.

Pentru că sistemul este de ordinul 3, se va folosi ecuația caracteristică a sistemului de ordin 2 pentru a obține cei 2 poli conjungați, iar al 3-lea pol se va alege în așa fel încât să aibe cât mai puțină influență asupra primilor 2, adică cât mai depărtat de aceștia.

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \tag{14}$$

Conform criteriilor de performanță a sistemului de ordin 2 pentru bandă de 2%, și ω_n se pot obține după formulele (15) și (16).

$$\zeta = -\frac{\ln(\frac{M_v}{100})}{\sqrt{\pi^2 + \ln(\frac{M_v}{100})}} \tag{15}$$

$$\omega = \frac{5}{\zeta * t_s} \tag{16}$$

Polii sistemului de ordin 2 sunt calculați folosind formula (17).

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \tag{17}$$

Experimental, s-a ales $M_v = 4.05\%$ și $t_s = 6.75$ pentru obținerea polilor sistemului de ordin 2. Polii sunt destul de apropiați de 0, deci cel de-al 3-lea pol a fost ales cât mai departe de aceștia. Cei 3 poli sunt:

$$-\mu_1 = -0.7407 + 0.725i, -\mu_2 = -0.7407 - 0.725i, -\mu_3 = -1000$$

S-a obținut matricea pentru sistemul de reglare:

$$K = \begin{bmatrix} 997.95 & 1479.4 & 1075.1 \end{bmatrix}$$

Pentru reglarea sistemului s-a realizat schema din fig. 9 în programul Simulink.

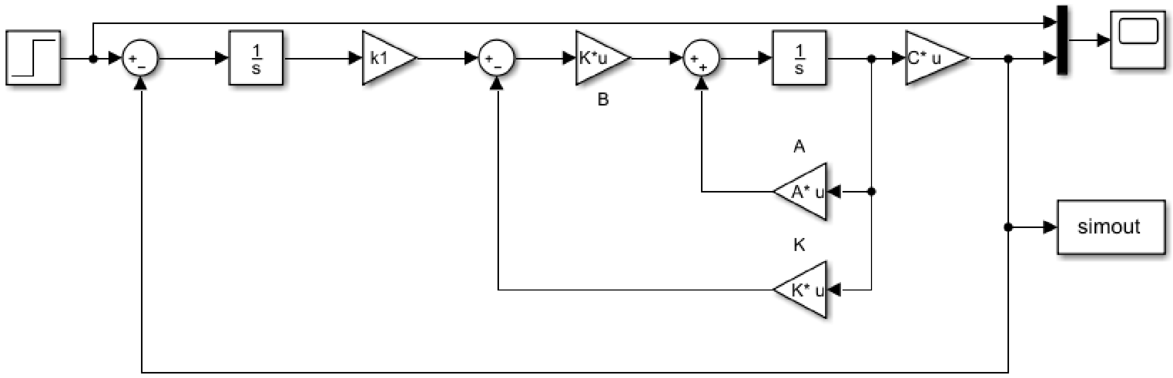

Fig. 9: Schema Simulink pentru regulatorul de stare

Performanțele sistemului de reglare sunt destul de bune, deși pentru obținerea acestora a fost nevoie de mai multe încercări de determinare a polilor sistemului de ordin 2. Deși M_v și t_s pentru sistemul de ordinul 2 au valori mai mari decât cele impuse în cerința proiectului, s-a încercat atingerea criteriilor de performanță impuse deoarece cu valorile impuse răspunsul prezenta $t_s = 30$. Valorile celui mai bun sistem de regalre dupa stare poate fi observat în tabelul 6 și figura 10.

Tab. 6: Performanțele folosind regulatorul de stare

	e_{st}	M_v	t_s
Impus	0	1	3
Obținut	0	1	7.7

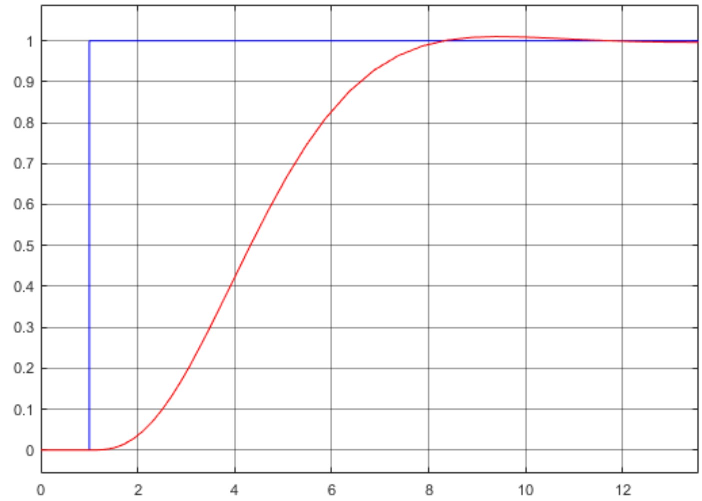

Fig. 10: Răspunsul sistemului pentru regulatorul de stare

4 Concluzii

Bibliografie

[1] C. Boldișor, *Ingineria Reglării Automate - note de curs.*

[2] S. Coman, *Teoria Sistemelor I și II - note de curs.*

[3] S. Coman, *Sisteme Automate cu Eșantionare - note de curs.*