

Топлопроводност на слабопроводящи материали

Васил Николов

(Dated: 26.04.2022)

I. Цел на упражнението

Да се определи коефициентът на топлопроводност на тънък дискообразен образец.

II. Експериментална установка

Установката се състои от нагревател и охладител, чиито температури се мерят електронно, и тънък цилиндричен образец, чийто коефициент на топлопроводност искаме да намерим. Нагревателят и охладителят са медни плочи с диаметърът на образца. На нагриващата плоча (отгоре на установката) е прикачен реотан, а под охлаждащата плоча (отдолу на установката) има вентилатор.

Експериментът се състои от две части. В първата част задаваме температура на нагревателя, при която искаме да постигнем стационарно състояние, и измерваме крайната температура на охладителната плоча T_2 . Във втората част нагриваме охладителната плоча до температура, по-висока от тази при стационарното състояние от част 1, и целим да измерим колко бързо се охлажда. За да го постигнем нагриваме охладителя до температура около 10°C по-висока от T_2 , махаме нагревателя и оставяме охладителя да излъчва топлината си, като мерим на всеки $\Delta t = 10\text{ s}$. След това числено намираме производната на температурата от времето в точката, където температурата е равна на T_2 . Важно е да се отбележи, че тъй като в този случай охладителят излъчва от страничната си стена и и двете си основи производната на температурата му по времето ще е по-висока.

III. Теоретична обосновка

A. Достигане на стационарно състояние

Нека при достигнатото стационарно състояние температурата на нагревателя е T_1 , а на охладителя - T_2 . Тогава можем да запишем законът на Фурие в следният вид:

$$P_1 = k \frac{T_1 - T_2}{h} \pi R^2 \quad (1)$$

Тук h е височината на диска, R е радиусът му, а k е коефициентът на топлопроводност на материала. P_1 е мощността, която охладителят излъчва при температура T_2 , през страничната си стена и долната си основа.

B. Измерване на скорост на охлаждане на охладителя

Можем да изразим мощността, която охладителят излъчва със следната формула:

$$P_2 = mc \frac{dT}{dt} \quad (2)$$

Тук m е масата на охладителната плоча, а c е специфичният топлинен капацитет на медта. Освен това можем да запишем и следното равенство за мощностите, излъчвани от охладителя в двете части на експеримента:

$$\frac{P_2(T_2)}{P_1(T_2)} = \frac{2\pi R^2 + 2\pi Rh}{\pi R^2 + 2\pi Rh} = \frac{S_2}{S_1} \quad (3)$$

Това е защото във втората част охладителят излъчва през цялата си площ, а в първата - само през страничната си стена и долната основа. Комбинирайки уравнения (1), (2) и (3) получаваме

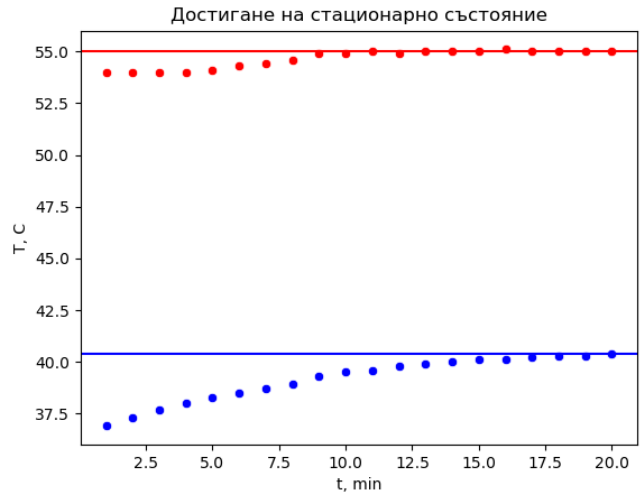
$$k = \frac{dT}{dt} \frac{mch}{(T_1 - T_2)(2R^2 + 2Rh)\pi R^2} = \frac{S_2}{S_1} \quad (4)$$

По уравнение (4) ще пресметнем коефициентът на топлопроводност на образца.

IV. Експериментални данни и резултати

A. Достигане на стационарно състояние

За конкретната установка стационарното състояние се достига за около 15 min. От графиката на Фигура 1 температурите на нагревателя и охладителя можем да видим крайните им стойности, $T_2 = (55.0 \pm 0.1)^\circ\text{C}$ и $T_1 = (44.1 \pm 0.1)^\circ\text{C}$.

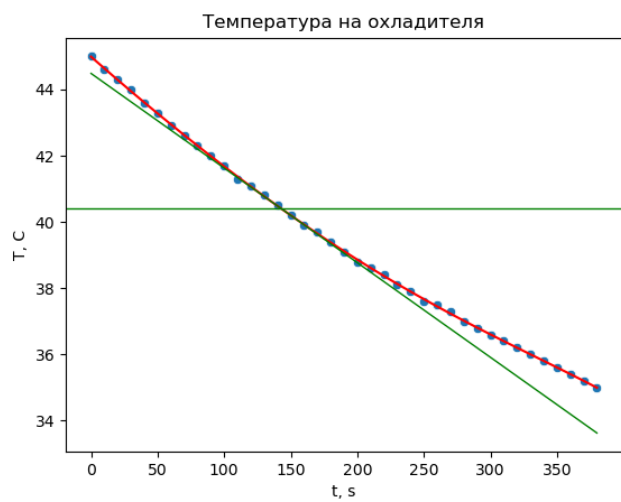


Фигура 1.

B. Измерване на скоростта на охлаждане на охладителя

На Фигура 2 е представена температурата на охладителя като функция на времето. За да намерим нейната числена производна в точката, където температурата е числено равна на $T_2 = 40.4^\circ\text{C}$ фитираме полином от пета степен на експерименталните данни, и намираме аналитично неговата производна.

Използвайки формула (4) пресмятаме крайната стойност за коефициентът на топлопроводност на образца - $k = 0.11\text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \pm 3\%$. За да се пресметне грешката се предполага, че грешката в производната на температурата е около 1%. Този резултат е очакван - топлопроводимостта на образца е от същия порядък като тази на плексиглас.



Фигура 2.