

# Уред на Обербек

Васил Николов  
(07.01.2022)

## I. ЦЕЛ НА УПРАЖНЕНИЕТО

Да се намери инерчният момент на уреда на Обербек и да се докаже теоремата на Щайнер чрез добавяне на маси на четирите му рамена.

## II. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА УСТАНОВКА

Уредът на обербек представлява въртяща рамка с четири еднакви метални пръта, на които може да се закрепят тежести на фиксирани разстояния от центъра. Рамката има и жлеб за нишка, на другия край на която може да се закача тежест. Уредът има и две фотоклетки и електромагнит при гортата, така че може точно да се измери за какво време окачената тежест изминава дадено разстояние, в случая  $d = (31.0 \pm 0.1) \text{ cm}$ . Докато пада надолу тежестта прилага въртящ момент на рамката. Тя се завърта с постоянно ъглово ускорение, което зависи от инерчният ѝ момент, радиусът на жлеба и масата на окачената тежест.

## III. ТЕОРЕТИЧНА ОБОСНОВКА

### A. Инерчен момент на рамката

Нека радиусът на жлеба е  $R$ , инерчният момент на рамката е  $I$ , окачената маса е  $m$ , и силата на опън в нишката е  $T$ .

$$\begin{aligned} mg - T &= ma \\ TR &= I \frac{a}{R} \\ a &= \frac{g}{\frac{I}{mR^2} + 1} \end{aligned} \quad (1)$$

$$I = mR^2 \frac{g - a}{a} \quad (2)$$

Тъй като движението на масата е равноускорително можем да пресметнем ускорението знаейки какъв път е изминала от началото на движението си и за какво време

$$\begin{aligned} d &= \frac{at^2}{2} \\ a &= \frac{2d}{t^2} \end{aligned}$$

### B. Теорема на Щайнер

Когато закачим маса  $m$  на разстояние  $r$  от рамката очакваме новият инерчен момент да е

$$I' = I + mr^2$$

За да проверим това ще направим графика на инерчният момент на рамката с тежести като функция на разстоянието  $r$  от тежестите до оста на въртене. Ще фитираме крива от вида  $y = Ax^b$ , и ако  $b \approx 2$  ще считаме теоремата за доказана.

## IV. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ ДАННИ И РЕЗУЛТАТИ

### A. Инерчен момент на рамката

Таблица I. Данни за инерчен момент на рамката

$m, g$	$T, s$	$a, ms^{-2}$	$I, kg.m^2$
53	3.81	0.043	5.30E-03
93	2.70	0.085	4.65E-03
133	2.23	0.125	4.52E-03
173	1.88	0.175	4.16E-03
213	1.72	0.210	4.26E-03

Средната стойност на инерчният момент на рамката е  $I = (4.58 \pm 0.2) * 10^{-3} kg.m^2$

### B. Теорема на Щайнер

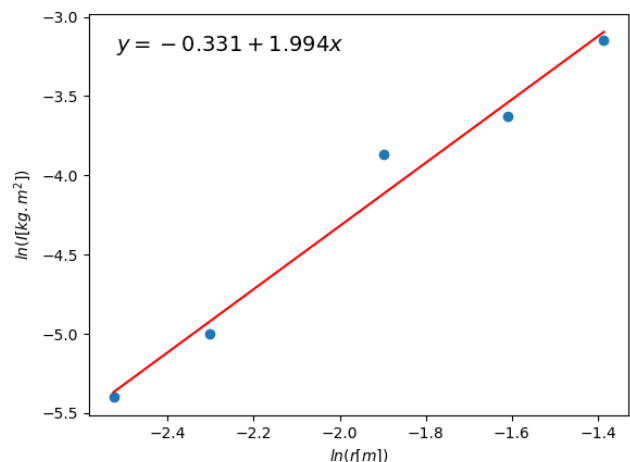
Фитирането на крива от вида  $y = Ax^b$  е еквивалентно на фиране на права линия на графика на  $\ln(y)$  като функция на  $\ln(x)$ . В случая

$$\ln(y) = \ln(A) + b \ln(x)$$

На Фигура 1 се вижда така фитирана права линия.

Фигура 1.

$\ln(I[kg.m^2])$  като функция на  $\ln(r[m])$



Наклонът на правата е определен като  $b = 1.994$ , което е достатъчно близо до очакваната стойност  $b = 2$ . Това значи, че експериментът е в съгласие с теоремата на Щайнер.