

Топлопроводност на слабопроводящи материали

Васил Николов
(Dated: 26.04.2022)

I. Цел на упражнението

Да се определи коефициентът на топлопроводност на тънък дискообразен образец, като се изследва колко бързо се нагрява и охлажда плоча, чиито термални параметри се знаят.

II. Експериментална установка

Установката се състои от нагревател и охладител, чиито температури се мерят чрез термодвойка, и тънък цилиндричен образец, чийто коефициент на топлопроводност искаме да намерим. Нагревателят и охладителят са медни плочи с диаметърът на образца. На нагряващата плоча (отгоре на установката) е прикачен реотан, а под охлаждащата плоча (отдолу на установката) има вентилатор. Установката контролира мощността, отделена в нагревателя така, че да поддържа температурата му максимално близо до зададената.

A. Достигане на стационарно състояние

В първата част задаваме температура на нагревателя, при която искаме да постигнем стационарно състояние, и измерваме крайната температура на охладителната плоча T_2 . За да сме сигурни че сме достигнали стационарното състояние на системата ще мерим температурата на нагревателя и охладителя от времето, и от техните графики ще можем да видим дали сме достатъчно близо до непроменящи се параметри.

B. Измерване на скоростта на охлаждане на охладителната плоча

Във втората част нагряваме охладителната плоча до температура, по-висока от тази при стационарното състояние от част 1, и целим да измерим колко бързо се охлажда. За да го постигнем нагряваме охладителя до температура около $10^\circ C$ по-висока от T_2 , махаме нагревателя и оставяме охладителя да излъчва топлината си, като мерим на всеки $\Delta t = 10$ s. След това числено намираме производната на температурата от времето в точката, където температурата е равна на T_2 . Важно е да се отбележи, че тъй като в този случай охладителят излъчва от страничната си стена и и двете си основи производната на температурата му по времето ще е по-висока.

III. Теоретична обосновка

A. Достигане на стационарно състояние

Нека при достигнатото стационарно състояние температурата на нагревателя е T_1 , а на охладителя - T_2 . Тогава можем да запишем законът на Фурие в следният вид:

$$P_1 = k \frac{T_1 - T_2}{h} \pi R^2 \quad (1)$$

Тук h е височината на диска, R е радиусът му, а k е коефициентът на топлопроводност на материала. P_1 е мощността, която охладителят излъчва при температура T_2 , през страничната си стена и долната си основа.

B. Измерване на скорост на охлаждане на охладителя

Можем да изразим мощността, която охладителят излъчва със следната формула:

$$P_2 = mc \frac{dT}{dt} \quad (2)$$

Тук m е масата на охладителната плоча, а c е специфичният топлинен капацитет на медта. Освен това можем да запишем и следното равенство за мощностите, излъчвани от охладителя в двете части на експеримента:

$$\frac{P_2(T_2)}{P_1(T_2)} = \frac{2\pi R^2 + 2\pi Rh}{\pi R^2 + 2\pi Rh} = \frac{S_2}{S_1} \quad (3)$$

Това е защото във втората част охладителят излъчва през цялата си площ, а в първата - само през страничната си стена и долната основа. Комбинирайки уравнения (1), (2) и (3) получаваме

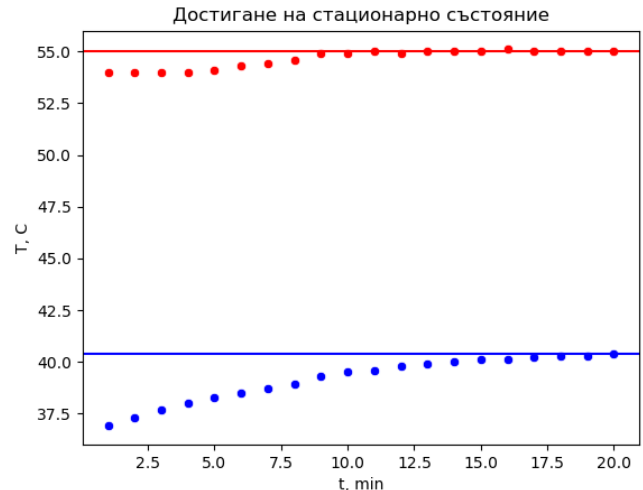
$$k = \frac{dT}{dt} \frac{mch}{(T_1 - T_2)(2R^2 + 2Rh)\pi R^2} = \frac{S_2}{S_1} \quad (4)$$

По уравнение (4) ще пресметнем коефициентът на топлопроводност на образца.

IV. Експериментални данни и резултати

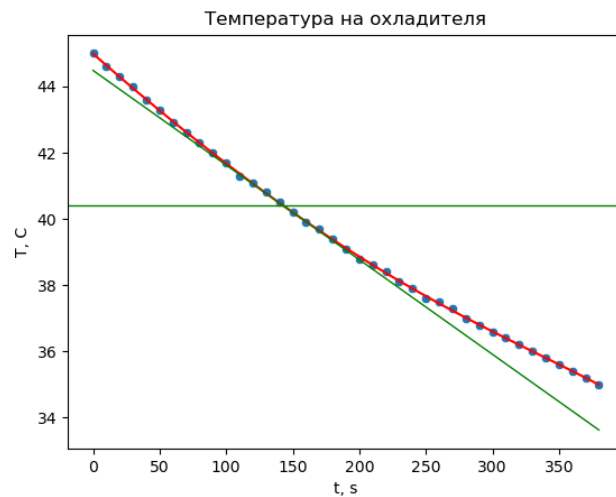
A. Достигане на стационарно състояние

За конкретната установка стационарното състояние се достига за около 15 min. От графиката на Фигура 1 температурите на нагревателя и охладителя можем да видим крайните им стойности, $T_2 = (55.0 \pm 0.1)^\circ C$ и $T_1 = (44.1 \pm 0.1)^\circ C$.



Фигура 1.

Б. Измерване на скоростта на охлаждане на охладителя



Фигура 2.

На Фигура 2 е представена температурата на охладителя като функция на времето. За да намерим нейната числена производна в точката, където температурата е числено равна на $T_2 = 40.4$ $^{\circ}\text{C}$ фитираме полином от пета степен на експерименталните данни, и намираме аналитично неговата производна.

Използвайки формула (4) пресмятаме крайната стойност за коефициентът на топлопроводност на образца - $k = 0.11 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1} \pm 3\%$. За да се пресметне грешката се предполага, че грешката в производната на температурата е около 1%. Този резултат е очакван - топлопроводимостта на образца е от същия порядък като тази на плексиглас.