Измерване на специфичен топлинен капацитет на метали по метода на охлаждането

Васил Николов
(Dated: 08.03.2022)

I. ЦЕЛ НА УПРАЖНЕНИЕТО

Да се измери топлинният капацитет на метален образец посредством сравняването му с охлаждане на образец от друг метал, но със същата форма.

II. ТЕОРЕТИЧНА ОБОСНОВКА

Ако нагрят метал се остави в околната среда, той започва да се охлажда. В нашият експеримент ще използваме малки метални образци, за които в добро приближение е вярно, че температурата във всяка точка от образеца е еднаква. От закона на Нютон за охлаждане знаем, че мощността, с която тяло излъчва топлина в околната среда е пропорционална на разликата между температурата на тялото и тази на околната среда, като коефициентът на пропорционалност зависи от формата и физическите размери на тялото, но не и от неговият материал. Тогава можем да запишем следните зависимости за мощността на излъчване:

$$P = cm\frac{dT}{dt}$$
$$P = \alpha S(T - T_0)$$
$$\frac{dT}{dt} = \frac{\alpha S}{cm}(T - T_0)$$

Нека имаме два образеца с еднакви форми, 1 и 2, като знаем специфичният топлинен капацитет на образец 1 като функция на температурата, и се опитваме да намерим специфичния топлинен капацитет на образец 2. Тогава и за двата образеца можем да запишем

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{\alpha S}{c_1 m_1}(T - T_0);\ \frac{dT_2}{dt} = \frac{\alpha S}{c_2 m_2}(T - T_0)$$
$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{m_1(dT_1/dt)}{m_2(dT_2/dt)}$$
$$c_2 = c_1\frac{m_1(dT_1/dt)}{m_2(dT_2/dt)} \quad (1)$$

От (1) следва, че за да намерим специфичният топлинен капацитет на металът е нужно да намерим производната на температурата на образците при едни и същи температури.

III. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА УСТАНОВКА

Металните образци са направени от мед и желязо, и са с форма на чаша. Така те могат да се поставят върху термодвойка, която измерва температурата им във времето. Дадена е калибрационна таблица за термодвойката, чрез която показанието на волтметърът може да се превърне в разлика на температурата на образеца и стайната температура. По време на провеждане на експеримента стайната температура е $T_0 = 20°C$. Измерванията на температурата се правят през 10 секунди.

IV. ОБРАБОТКА НА ДАННИ

За да се използва формула (1) трябва да се намери производна на температурата от времето, което не е тривиална задача. Ако топлинният капацитет от времето беше константа, то температура на образците щеше да намалява експоненциално с времето. Тогава щяхме да фитираме експонента, и да я диференцираме аналитично. Тъй като обаче специфичният топлинен капацитет се променя с температурата, графиката на температурата на образеца от времето няма да е точно експонента, а би била от вида

$$T(t) = T_0 exp(-\frac{\alpha S}{cm}t) + T_0 + f(t)$$
$$f(t) << T_0 exp(-\frac{\alpha S}{cm}t) \text{ за всяко време } t$$

За да намерим производната на температурата от времето първо ще фитираме числено функция от вида

$$T(t) = Aexp(-\lambda t) + T_0$$

на експерименталните данни. След това за отчитане на ефекта от променливият капацитет ще фитираме на разликата между реалните данни и експонентата полином, така че да се отчете ефектът на променливият с температурата специфичен топлинен капацитет. Важно е степента на полинома да не е твърде висока, за да не прихване зависимости, които идват от грешка при измерването, но и да не е твърде ниска, за да стане точно приближението на разликата между данните и най-добрата експонента, която ги описва. Като компромис между двете избираме полином от 5та степен, означен в долното уравнение като $g'(t)$.

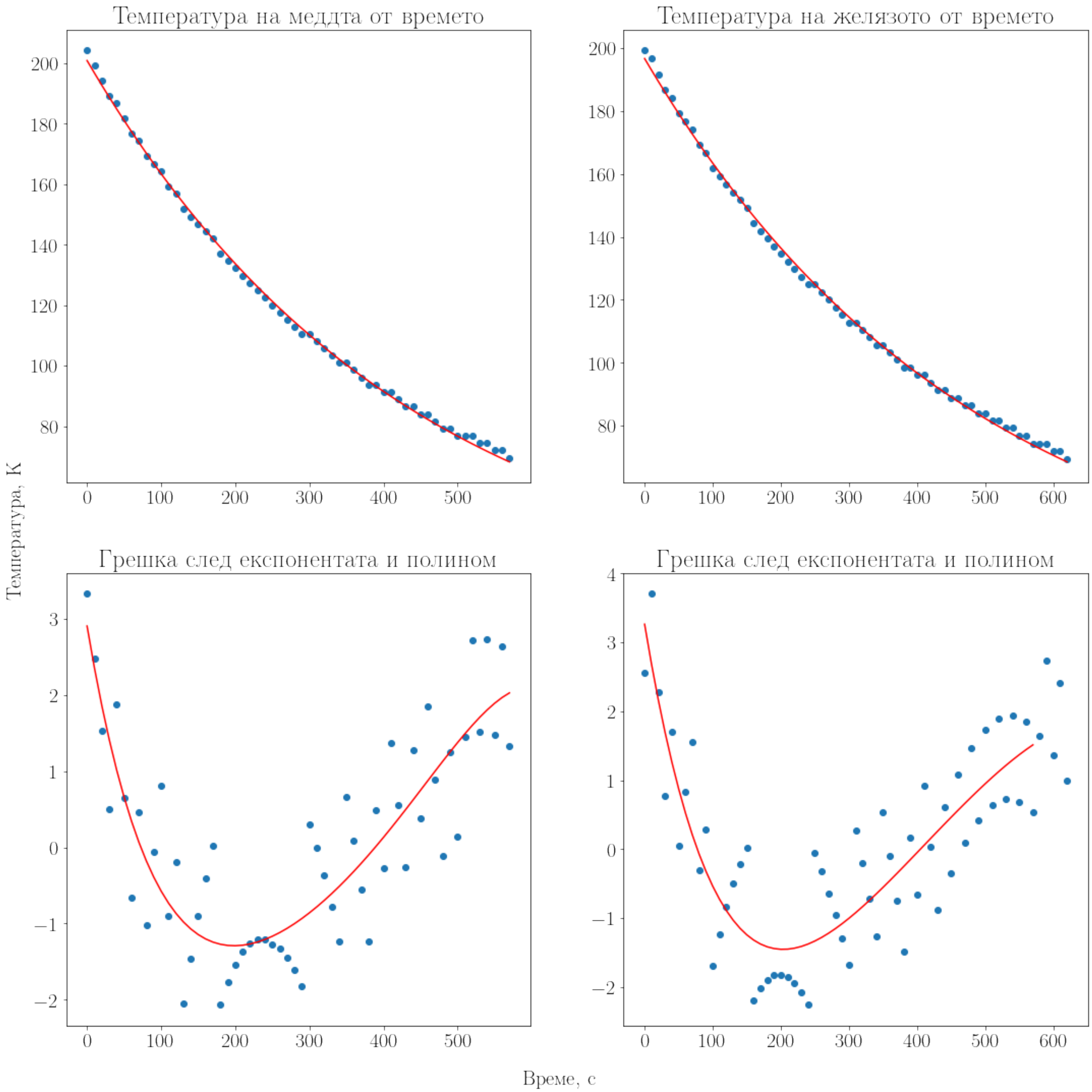
$$g(t) = T(t) - Aexp(-\lambda t) - T_0$$
$$g'(t) = \sum_{i=0}^{5} a_i t^i$$

На фигура 1 са представени гореописаните манипулации на експерименталните данни.

Имайки параметрите на кривата можем да намерим производната ѝ по формулата

$$\frac{dT}{dt} = -A\lambda e^{-\lambda t} + \sum_{i=1}^{5} i a_i t^{i-1} \quad (2)$$

Избираме стойности на температурата $T_1 = 450K, T_2 = 400K, T_3 = 370K$, така че те да обхващат интервалът, в който са правени измерванията. Числено намираме моментите, в които температурите на образците са равни на коя да е от тези стойности, и заместваме в уравнения (1) и (2). Така получаваме стойности за специфичният топлинен капацитет на желязото съответно $c_{1\text{fe}}, c_{2\text{fe}}, c_{3\text{fe}}$, отговарящи на горните температури. Ако предположим че грешката в измерването на производната е $\Delta\frac{dT}{dt} = 5\%$, то тогава



Фигура 1. Експериментални данни и фитирана аналитична крива

грешката на измерванията излиза около $\frac{\Delta c_{\mathrm{fe}}}{c_{\mathrm{fe}}} \approx 5\%$. Тогава $c_{1\mathrm{fe}} = 407\ \mathrm{J/(kg\,K)}, c_{2\mathrm{fe}} = 400\ \mathrm{J/(kg\,K)}, c_{3\mathrm{fe}} = 396\ \mathrm{J/(kg\,K)}$.