



ARISTOTLE UNIVERSITY  
OF THESSALONIKI

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ  
ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

## Ελαστοπλαστική συμπεριφορά

*3η Εργασία - Ειδικά Κεφάλαια Πεπερασμένων Στοιχείων*

---

**ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΠΑΠΑΜΙΧΑΗΛ**

**LMEMD** Laboratory of  
Machine Elements &  
Machine Design  
Aristotle University of Thessaloniki

Υπεύθυνος: Γάκιος Χρήστος  
Email: [vasilepi@meng.auth.gr](mailto:vasilepi@meng.auth.gr)  
ΑΕΜ: 6920

10 Ιουνίου 2025

---

# Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	1
1.1	Παρουσίαση προβλήματος	1
2	Μοντελοποίηση	2
2.1	Μονοτονική συμπεριφορά	2
2.2	Κυκλική συμπεριφορά	3

## 1 Εισαγωγή

### 1.1 Παρουσίαση προβλήματος

Στη παρόν εργασία μελετάται η ελαστοπλαστική συμπεριφορά υλικού τόσο σε κυκλική φόρτιση όσο και σε καθαρό εφελκυσμό. Σκοπός είναι, η αναπαράγωγή των πειραματικών δεδομένων του υλικού και πιο συγκεκριμένα της καμπύλης τάσης παραμόρφωσης μονοτονικής συμπεριφοράς αλλά και των βρόγχων υστέρησης, δηλαδή της σταθεροποιημένης καμπύλης υλικού κυκλική συμπεριφοράς. Η όλη μελέτη γίνεται σε κύβο  $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}$  διαστάσεων που φορτίζεται εφελκυστικά.

Η επιλογή του υλικού ήταν ανοιξείδωτος χάλυβας 316L σύμφωνα με την [1]. Στη συγκεκριμένη μελέτη δίνονται οι σταθερές κυκλικής συμπεριφοράς για διάφορα δοκίμια του υλικού. Παρακάτω φαίνονται οι σταθερές του υλικού που ακολουθούν το μοντέλο:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_0} + 0.002 \left( \frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \right)^n \quad (1)$$

Τα δεδομένα που επιλέχθηκαν ήταν προφανώς μόνο για δοκίμια πάχους 10 χιλιοστών ενώ για τη μοντελοποίηση έπειτα χρησιμοποιήθηκαν οι average τιμές.

Spec. #	t [mm]	l. rate	$\sigma_{0.2}$ [MPa]	$\sigma_{1.0}$ [MPa]	$\sigma_u$ [MPa]	elong %	$E_0$ [GPa]	n
LT1R	10	3	252.8	296.3	585.7	50	185.5	7.9
LT2R	10	0.3	244.7	288.6	586.5	47	187.8	7.9
LT3R	10	30	265.1	307.4	584.8	52	195.4	5.8
LT4R	10	3	262.6	303.6	588.1	48	194.6	7.5
LT5R	10	0.3	248.1	291.1	590.3	49	189.4	9.8
LT6R	10	30	295.6	319.7	588.9	48	200.1	6.7
LT7R	10	3	260.6	295.3	579.5	52	196.9	8.8
Average	10	-	272.5	311.3	583.9	47.9	192.8	7.1

Πίνακας 1: Πειραματικά αποτελέσματα 316L υπό εφελκυστική φόρτιση.

Ζητούνται πιο συγκεκριμένα:

- Θα δημιουργήσετε έναν κύβο διαστάσεων  $10 \times 10 \times 10 \text{ mm}$  και θα τον διακριτοποιήσετε με τουλάχιστον 3 στοιχεία σε κάθε διαστατή του.
- Θα εφαρμόσετε κατάλληλες οριακές συνθήκες ώστε να φορτίζεται σε καθαρό εφελκυσμό.
- Υπό εφελκυστική φόρτιση, θα εξεταστεί η ελαστοπλαστική συμπεριφορά, ακολουθώντας τις εξής παραδοχές:
  - Τέλεια πλαστική συμπεριφορά
  - Γραμμική κράτυνση
  - Εκθετική κράτυνση (δημιουργώντας καμπύλη με πολλά σημεία)

Θα πρέπει να αναπαράγετε με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια για κάθε παραδοχή, τα δεδομένα του υλικού που έχετε επιλέξει. Επίσης, θα πρέπει να εξετάσετε τις παραμέτρους προεκβολής που δίνει ως επιλογή ο επιλυτής.

- Υπό εναλλασσόμενη φόρτιση θα εξετάσετε την σταθεροποιημένη κυκλική συμπεριφορά του υλικού, ακολουθώντας τις εξής παραδοχές:
  - Ισοτροπική κράτυνση, σε συνδυασμό με τις παραδοχές ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς του ερωτήματος 3.
  - Κινηματική κράτυνση, σε συνδυασμό με τις παραδοχές ελαστοπλαστικής συμπεριφοράς του ερωτήματος 3.

- Η κυκλική συμπεριφορά θα πρέπει να εξεταστεί στην περίπτωση ελέγχου δύναμης και ελέγχου μετατόπισης.

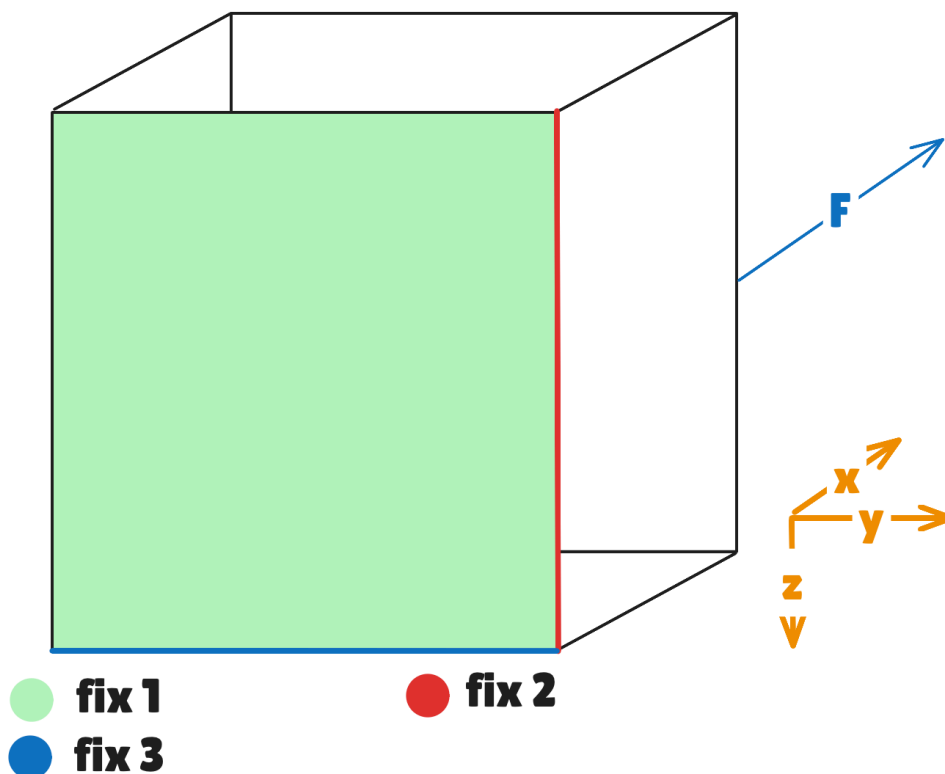
Θα πρέπει να αναπαράγετε με τη μέγιστη δυνατή ακρίβεια για κάθε παραδοχή, τα δεδομένα του υλικού σε κυκλική φόρτιση που έχετε επιλέξει.

- Να εξετάσετε παραμέτρους του επιλυτή που αφορούν την αστοχία του υλικού σε κάποια μέγιστη τιμή τάσης ή/και παραμόρφωσης.
- Θα πρέπει να είστε σε θέση να ποσοτικοποιήσετε τις αποκλίσεις που θα παρατηρήσετε καθώς και να τις εξηγήσετε κατάλληλα.
- Οποιοδήποτε φαινόμενο παρατηρήσετε στα αποτελέσματά σας, θα πρέπει να το χαρακτηρίσετε και να το εξηγήσετε με τις κατάλληλες βιβλιογραφικές αναφορές.
- Είστε ελεύθεροι να χρησιμοποιήσετε οποιαδήποτε άλλη παράμετρο προσφέρει ο επιλυτής.

## 2 Μοντελοποίηση

### 2.1 Μονοτονική συμπεριφορά

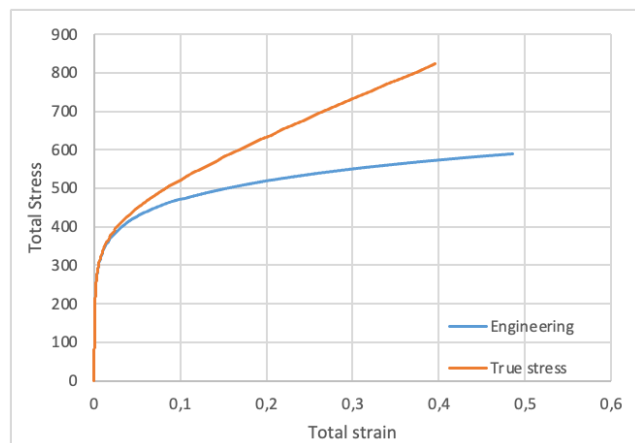
Όσο αναφορά τη μονοτονική συμπεριφορά, δημιουργείται κύβος με 5 στοιχεία σε κάθε ακμή. Για τις οριακές συνθήκες, ώστε να επιτευχθεί καθαρός εφελκυσμός, η μια πλευρά του κύβου περιορίζεται στον άξονα εφαρμογής της δύναμης, στο ίδιο επίπεδο που βρίσκεται αυτή η επιφάνεια περιορίζονται δύο ακμές του κύβου στους άλλους δύο άξονες (με τις ακμές να είναι κάθετες στον άξονα στον οποίο περιορίζονται). Γίνεται πιο εύκολα αντιληπτό και από το Σχ. 1. Οι ίδιες οριακές συνθήκες χρησιμοποιήθηκαν προφανώς και για τη θράυση αλλά και για τη κυκλική φόρτιση.



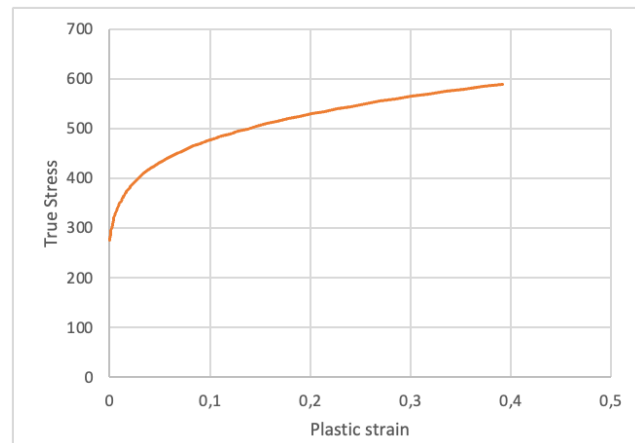
Σχήμα 1: Οριακές συνθήκες για επίτευξη καθαρού εφελκυσμού κύβου.

Επίσης, για μεγαλύτερη σταθερότητα κατά την επίλυση, χρησιμοποιήθηκε μετατόπιση και όχι φορτίο ώστε να επιτευχθεί η παραμόρφωση του κύβου. Η μετατόπιση που πρέπει να δοθεί στην επιφάνεια του κύβου είναι προφανώς  $u = \epsilon_{max} \cdot 10$ , ώστε να φτάσει το υλικό αυτή τη παραμόρφωση που εμφανίζεται και στην Ramberg-Osgood. Η μέγιστη παραμόρφωση υπολογίζεται από την Ramberg-Osgood αναλυτικά έως την τάση  $\sigma_u$  του υλικού, δηλαδή  $\epsilon_{max} = \epsilon_u$ .

Για τον ορισμό της πλαστικότητας του υλικού ορίζονται πίνακες πλαστικότητας σύμφωνα με τις προδιαγραφές του επιλυτή. Παρακάτω φαίνονται τα αναλυτικά αποτελέσματα καθώς και μόνο η πλαστική παραμόρφωση του υλικού, δηλαδή οι τιμές εισαγωγής στον επιλυτή.



(α ) Αναλυτική καμπύλη Ramberg-Osgood 316L.

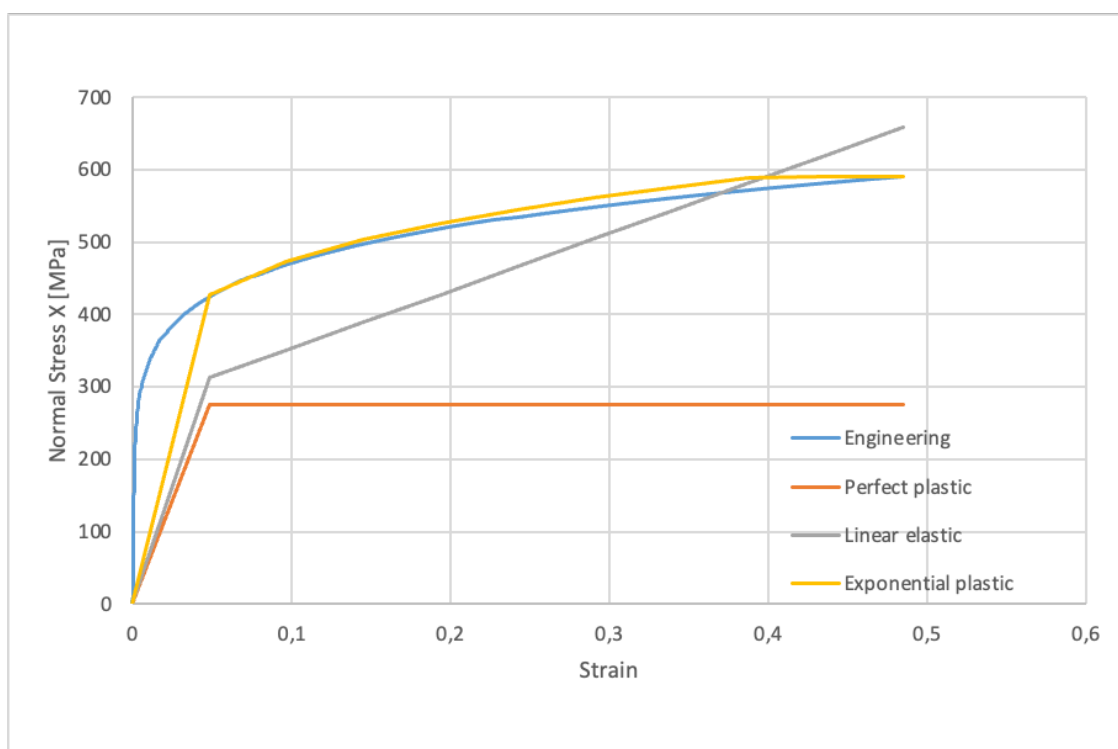


(β ) Πλαστική παραμόρφωση 316L.

Σχήμα 2: Αναλυτικές καμπύλες μονοτονικής συμπεριφοράς ανοιξείδωτου χάλυβα 316L.

Για τις επίλυσεις τέλει πλαστικότητας και γραμμικής πλαστικότητας δίνονται μόνο το πρώτο σημείο της καμπύλης πλαστικής παραμόρφωσης και το πρώτο και τελευταίο σημείο της καμπύλης αντίστοιχα.

Όσο αναφορά την κατάστρωση της επίλυσης, είναι πολύ σημαντική η επιλογή του βήματος επίλυσης. Στην αρχή η επίλυση έγινε με  $TIME\ INC = 0.1$  και αποδείχθηκε, ότι δεν προσαρμόζεται σωστά η αριθμητική καμπύλη στο μέτρο ελαστικότητας του υλικού. Έτσι, το μοντέλο επιλύεται δεύτερη φορά με μικρότερο βήμα.



Σχήμα 3: Μη καλή προσέγγιση μονοτονικής συμπεριφοράς λόγω μεγάλου βήματος επίλυσης.

## 2.2 Κυκλική συμπεριφορά

Για την επίλυση της κυκλικής φόρτισης, γίνεται πιο πυκνό πλέγμα με 8 στοιχεία σε κάθε ακμή ώστε να επιτευχθεί πιο σταθερή λύση.

## Κατάλογος σχημάτων

1	Οριακές συνθήκες για επίτευξη καθαρού εφελκυσμού κύβου. . . . .	2
2	Αναλυτικές καμπύλες μονοτονικής συμπεριφοράς ανοιξείδωτου χάλυβα 316L. . . . .	3

## Κατάλογος πινάκων

1	Πειραματικά αποτελέσματα 316L υπό εφελκυστική φόρτιση. . . . .	1
---	--	---

## Αναφορές

- [1] Kim J.R. Rasmussen. "Full-range stress-strain curves for stainless steel alloys". Στο: *Journal of Constructional Steel Research* 59.1 (2003), σσ. 47–61. issn: 0143-974X. doi: [https://doi.org/10.1016/S0143-974X\(02\)00018-4](https://doi.org/10.1016/S0143-974X(02)00018-4). url: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143974X02000184>.
- [2] Lídia Souza κ.ά. "Characterization of an austenitic stainless steel preform deposited by wire arc additive manufacturing". Στο: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 123 (Νοέ. 2022), σσ. 1–14. doi: [10.1007/s00170-022-10382-1](https://doi.org/10.1007/s00170-022-10382-1).
- [3] Yalcin Tamer, Serkan Toros και Fahrettin Ozturk. "Numerical and Experimental Comparison of Fractural Characteristics of 316L Stainless Steel". Στο: *Journal of Materials Engineering and Performance* 32 (Ιούλ. 2022). doi: [10.1007/s11665-022-07152-1](https://doi.org/10.1007/s11665-022-07152-1).