


| | | |
|---|---|--|
|  | МИНОБРНАУКИ РОССИИ федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова» (БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова) | |
| | БГТУ.СМК-Ф-4.2-К5-01 | |

| | | |
|------------|--|--------------------|
| Факультет | О | Естественнонаучный |
| | шифр | наименование |
| Кафедра | Об | Высшая математика |
| | шифр | наименование |
| Дисциплина | Математическая статистика и случайные процессы | |

Лабораторная работа № 4

Оценивание параметров вероятностных распределений в пакете STATGRAPHICS

Вариант 4

Выполнил студент группы И967
Васильев Н.А.

 Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ

Мартынова Т.Е.

 Фамилия И.О. Подпись

Оценка
 «_____» _____ 2019г.

Краткие сведения из теории

1. Нормальное распределение имеет плотность:

$$f_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2} \quad (*)$$

В этой формуле μ, σ фиксированные параметры, μ – математическое ожидание, σ – стандартное отклонение.

2. Математическое ожидание для нормального закона распределения равно:

$$e^{\mu + \sigma^2 / 2}$$

3. Дисперсия равна:

$$(e^{\sigma^2} - 1)e^{2\mu + \sigma^2}$$

Постановка задачи

1. По методу максимального правдоподобия оценить параметры выбранного распределения.
2. На заданном распределении получить точечные и интервальные оценки математического ожидания и дисперсии.

```

ORIGIN := 1      n := 200   a := 2   σ := 1
a := ln(a)
t := rlnorm(n,a,σ)
t1 := sort(t)
Dx := var(t)      Mx := mean(t)
    
```

t =

| | 1 |
|----|--------|
| 1 | 0.257 |
| 2 | 0.649 |
| 3 | 3.384 |
| 4 | 3.049 |
| 5 | 1.107 |
| 6 | 1.008 |
| 7 | 2.324 |
| 8 | 0.156 |
| 9 | 2.507 |
| 10 | 0.817 |
| 11 | 0.358 |
| 12 | 4.158 |
| 13 | 0.347 |
| 14 | 0.407 |
| 15 | 18.127 |
| 16 | ... |

Dx = 11.601

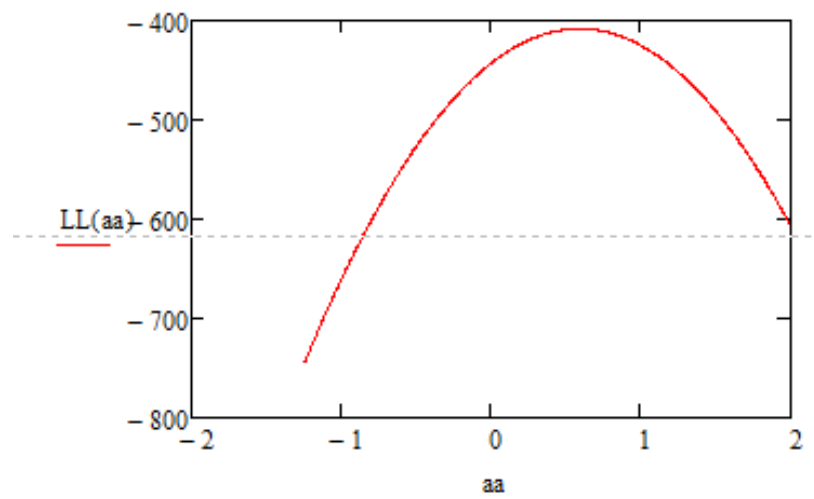
Mx = 2.942

t1 =

| | 1 |
|----|-------|
| 1 | 0.088 |
| 2 | 0.113 |
| 3 | 0.116 |
| 4 | 0.156 |
| 5 | 0.164 |
| 6 | 0.257 |
| 7 | 0.278 |
| 8 | 0.29 |
| 9 | 0.304 |
| 10 | 0.305 |
| 11 | 0.315 |
| 12 | 0.335 |
| 13 | 0.347 |
| 14 | 0.358 |
| 15 | 0.365 |
| 16 | ... |

$$\underline{\underline{L}}(aa) := \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{(t_i) \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln(t_i) - aa)^2}{2\sigma^2}} \right]$$

$$LL(aa) := \ln(L(aa))$$



$$\underline{\underline{L}}(\sigma\sigma) := \prod_{i=1}^n \left[\frac{1}{(t_i) \cdot \sigma\sigma \sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\ln(t_i) - a)^2}{2\sigma\sigma^2}} \right]$$

$$\underline{LL}(\sigma\sigma) := \ln(L(\sigma\sigma))$$

$$\beta := 0.95$$

$$\underline{t1} := \text{qnorm}\left(\frac{1+\beta}{2}, 0, 1\right)$$

$$t1 = 1.96$$

$$\underline{\varepsilon} := \sqrt{\frac{Dx}{n}} \cdot t1$$

$$Mxl := Mx - \varepsilon$$

$$Mxr := Mx + \varepsilon$$

$$Mxl = 2.47$$

$$Mxr = 3.414$$

$$\varepsilon 1 := \sqrt{\frac{2}{n-1}} \cdot Dx \cdot t1$$

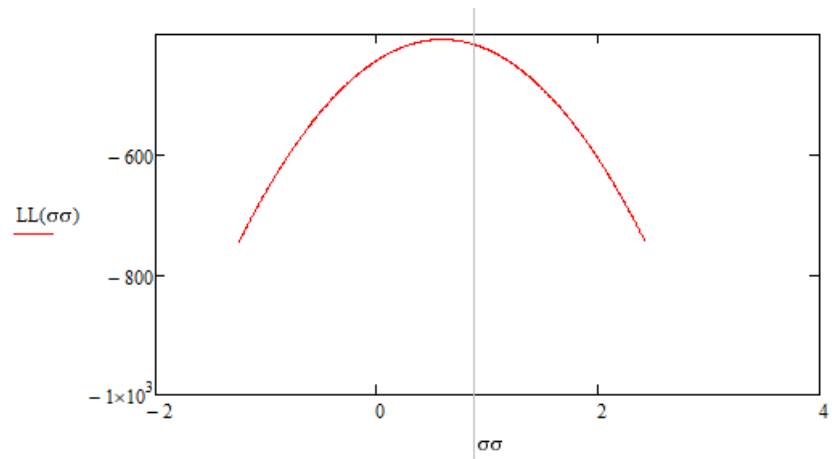
$$\varepsilon 1 = 0.478$$

$$Dxl := Dx - \varepsilon 1$$

$$Dxr := Dx + \varepsilon 1$$

$$Dxl = 11.123$$

$$Dxr = 12.079$$



$$t1 := qt\left(\frac{1 + \beta}{2}, n\right)$$

$$t1 = 1.972$$

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{Dx}{n}} \cdot t1$$

$$\varepsilon = 0.338$$

$$Mxl1 := Mx - \varepsilon$$

$$Mxr1 := Mx + \varepsilon$$

$$Mxl1 = 2.604$$

$$Dxr1 = 14.266$$

$$Mxr1 = 3.28$$

$$t1 := qchisq\left(\frac{1 - \beta}{2}, n - 1\right) \quad \beta1 := \frac{1 - \beta}{2}$$

$$t1 = 161.826$$

$$\beta2 := \frac{1 + \beta}{2}$$

$$t2 := qchisq\left(\frac{1 + \beta}{2}, n - 1\right)$$

$$t2 = 239.96$$

$$k := 5..100$$

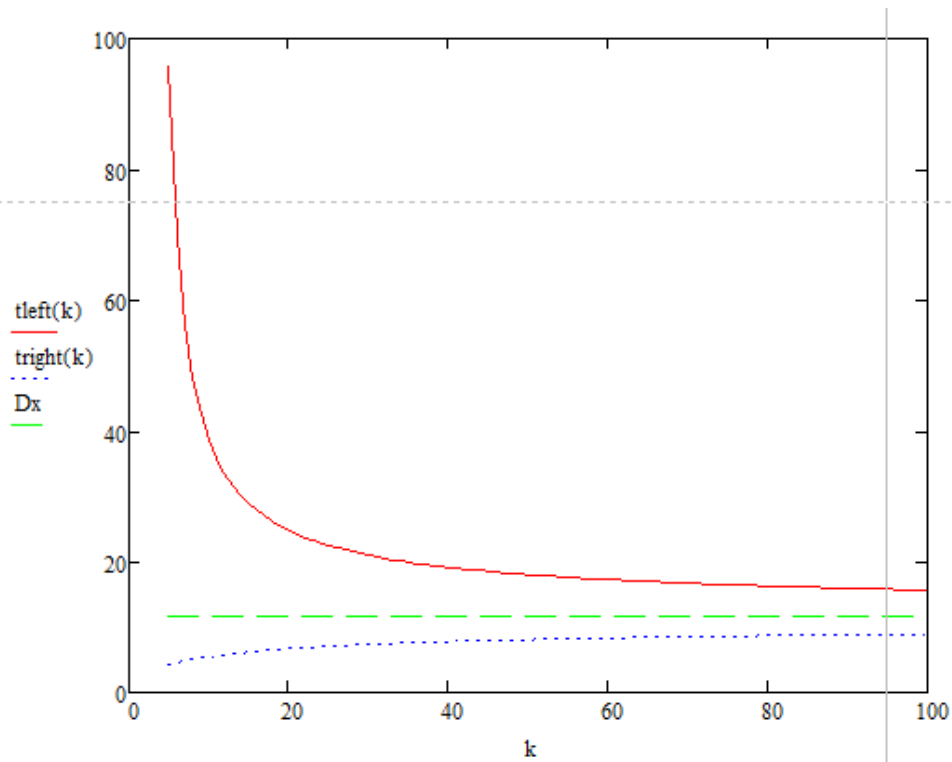
$$Dxl1 := Dx \cdot \frac{(n - 1)}{t2}$$

$$tright(k) := Dx \cdot \frac{k - 1}{qchisq(\beta2, k - 1)}$$

$$Dxr1 := Dx \cdot \frac{(n - 1)}{t1}$$

$$tleft(k) := Dx \cdot \frac{k - 1}{qchisq(\beta1, k - 1)}$$

$$Dxl1 = 9.621$$



Вывод: В ходе выполнения данной лабораторной работы было смоделировано логнормальное распределение. С помощью метода максимального правдоподобия оценили параметры выбранного распределения. Значения математического ожидания и дисперсии попадают в доверительные интервалы, «Коридор» точного доверительного интервала становится уже с большим объемом выборки.