	МИНОБРНАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»** **(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»)**

Факультет	О шифр	Естественнонаучный наименование
Кафедра	О6 шифр	Высшая математика наименование
Дисциплина	Математическая статистика и случайные процессы	

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

на тему «Моделирование некоторых распределений с помощью базовых случайных величин в пакете MATHCAD»

Вариант №4

Выполнил студент группы И967
Васильев Н.А.
Фамилия И.О.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ
Мартынова Т.Е.
Фамилия И.О. Подпись

«_____» ___________________ 2019 г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019 г.

КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ

Логнормальное распределение

Логнормальное распределение имеет плотность вероятности равную $f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\ln^2(x/m)/2\sigma^2}$, где m - параметр масштаба (медиана), σ - параметр формы. Если случайная величина X распределена по логнормальному закону с параметрами m, σ, то случайная величина $Y = \ln X$ подчиняется нормальному закону распределения с математическим ожиданием $\mu = \ln m$ и средним квадратическим отклонением σ.

Так как $X = e^Y$, то моделирующая формула, очевидно, имеет вид

$$x_i = m \exp\left[\sigma\left(\sum_{i=1}^{12} r_i - 6\right)\right], \quad r_i \in R[0,1].$$

Форма графика плотности вероятности при различных параметрах показана на рисунке 1, а форма функции распределения при тех же значениях параметров – на рисунке 2.

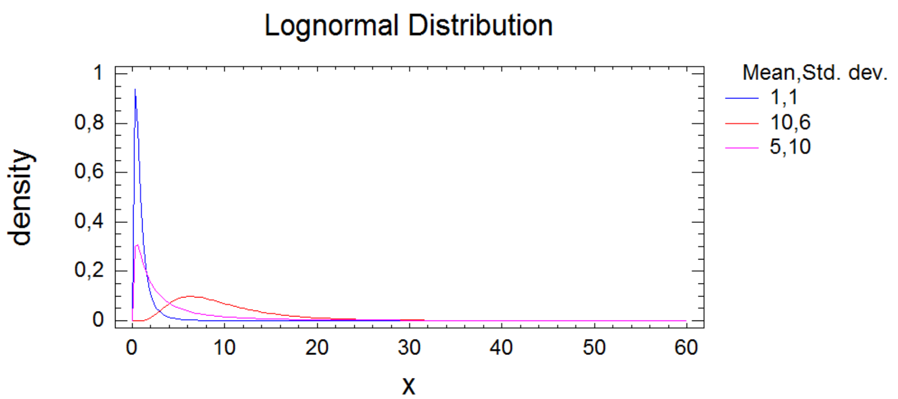

Рисунок 1 – Графики плотности вероятности

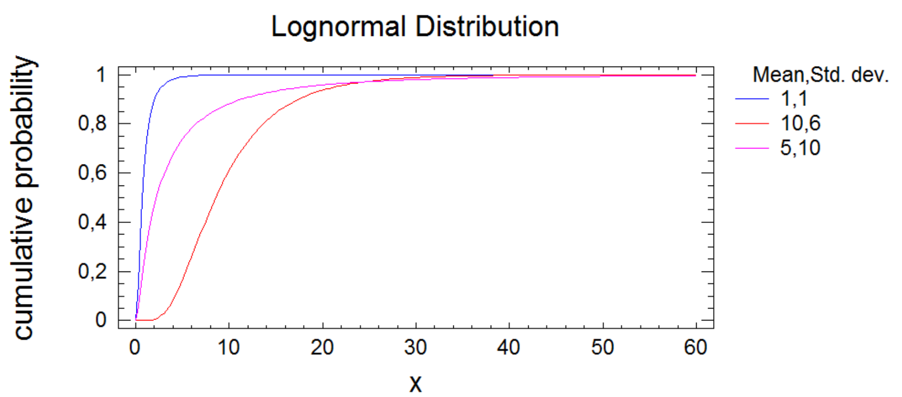

Рисунок 2 – Графики функции распределения

ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАНИЯ

По номеру варианта выбрать одно из 15 рассмотренных распределений и смоделировать по соответствующим формулам выборку псевдослучайных чисел объемом 1000 единиц. Построить график этой выборки.

Распределение по номеру варианта: Логнормальное распределение.

СКРИНШОТЫ

Ход работы в пакете MATHCAD при построении графиков функции плотности вероятности, функции распределения, а также гистограммы логнормального распределения при заданных значениях параметров 2 и 0.5 показан на рисунках 3 и 4.

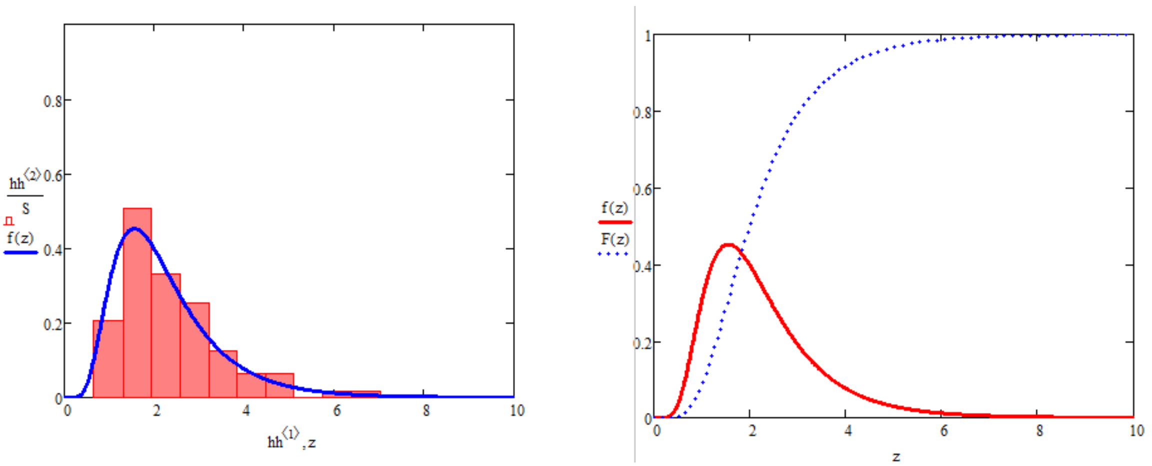

Рисунок 3 – Гистограмма распределения и графики функции распределения и плотности вероятности

$ORIGIN := 1$

$m := 2$

$\lambda := 0.5 \qquad \mu := \ln(m)$

$n := 100$

$$MassRand(q,m,\sigma) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..q \\ \quad \left| \begin{array}{l} r \leftarrow runif(12,0,1) \\ x_i \leftarrow m \cdot e^{\sigma \cdot \left(\sum_{j=1}^{12} r_j - 6 \right)} \end{array} \right. \\ x \end{array} \right.$$

$x := MassRand(n,m,\lambda)$

$x := sort(x)$

x =

	1
1	0.673
2	0.78
3	0.82
4	0.849
5	0.966
6	0.987
7	1.015
8	1.074
9	1.137
10	1.232
11	1.259
12	1.272
13	1.293
14	1.361
15	1.377
16	...

$f(z) := dlnorm(z,\mu,\lambda)$

$F(z) := plnorm(z,\mu,\lambda)$

$m := mean(x)$

$m = 2.349$

$med := median(x)$

$med = 2.062$

$D := var(x)$

$D = 1.249$

$\sigma := stdev(x)$

$\sigma = 1.118$

$xmin := min(x)$

$xmax := max(x)$

$xmin = 0.673$

$xmax = 7$

$E := 0.477 \cdot \sqrt{2} \cdot \sigma$

$E = 0.754$

$R := xmax - xmin$

$R = 6.326$

$mt := e^{\mu + \frac{\lambda^2}{2}}$

$mt = 2.266$

$met := e^{\mu}$

$met = 2$

$Dt := e^{2\mu + \lambda^2} \cdot \left(e^{\lambda^2} - 1 \right)$

$Dt = 1.459$

$nn := 10$

$hh := histogram(nn,x)$

$hc := \frac{R}{10}$

$S := \sum_{i=1}^{10} \left[\left(hh^{\langle 2 \rangle} \right)_i \cdot hc \right]$

$S = 63.264$

$S2 := \sum_{i=1}^{10} \left[\frac{\left(hh^{\langle 2 \rangle} \right)_i}{S} \cdot hc \right]$

$S2 = 1$

Рисунок 4 - Моделирование выборки псевдослучайных чисел, расчет функции распределения и плотности вероятности, построение гистограммы и нормировка ее столбцов

Вывод: В ходе выполнения данной лабораторной работы была смоделирована выборка псевдослучайных чисел для логнормального распределения. Были получены оценки математического ожидания и дисперсии, и в ходе сравнения с теоритическими было показано, что теоритическое и практическое значение математического ожидания отличается несильно (теоритическое: 2.266, практическое: 2.349), а разница в значениях дисперсии достаточно велика (теоретическое: 1.459, практическое: 1.249). Это может быть связано с внутренним представлением функций в пакете Mathcad. Для более точного вычисления дисперсии распределения необходимо увеличить объем выборки. Форма графиков распределения и плотности вероятности повторяет форму графиков, изложенных в кратких теоретических сведениях. Форма гистограммы повторяет форму функции плотности вероятности логнормального распределения тем сильнее, чем больше объем выборки.