



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет	<u>И</u> шифр	<u>Информационные и управляющие системы</u> наименование
Кафедра	<u>И4</u> шифр	<u>Радиоэлектронные системы управления</u> наименование
Дисциплина	<u>Математическая статистика и случайные величины</u>	

Лабораторная работа №7

«Вычисление дисперсии выходного сигнала линейной
стационарной непрерывной системы при случайном воздействии в
математическом пакете MATHCAD»

ВЫПОЛНИЛ студент группы И465

Масюта А.А.
Фамилия И.О.

ВАРИАНТ № 10

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Мартынова Т.Е.
Фамилия И.О.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019 г.

Краткие сведения из теории

$\frac{dx}{dt} = Ax + Bu$; $y = Cx + du$ уравнения состояния и выхода, где:

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ – вектор состояния

$u = (u_1, u_2, \dots, u_r)^T$ – входной сигнал

$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ – выходной сигнал

$A - n \times n$ – матрица системы

$B - n \times r$ – матрица входа

$C - m \times n$ – матрица выхода

$D - m \times r$ – матрица обхода системы

n – порядок системы

r – число входов

m – число выходов

Характеристический полином $P(\lambda)$ – определитель матрицы $\lambda I - A$ где I – единичная матрица:

$$P(\lambda) = \det(\lambda I - A)$$

Собственные числа линейной стационарной называют корни ее характеристического полинома.

$W(p) = C(pI - A)^{-1}B + D$ – передаточная функция линейной стационарной системы

Сужение $W(p)$ на мнимую ось называют частотной характеристикой

$|W(i\omega)|$ – амплитудная частотная характеристика

$\arg W(i\omega)$ – фазовая частотная характеристика.

Ход решения

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$\underline{\underline{A}} := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -12 & -7 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} := \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}} := (1 \ 0)$$

$$\underline{\underline{I}} := \text{identity}(2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{r}} := \text{eigenvals}(\underline{\underline{A}}) \quad \underline{\underline{R}} := \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{M}}(p) := p \cdot \underline{\underline{I}} - \underline{\underline{A}} \rightarrow \begin{pmatrix} p & -1 \\ 12 & p + 7 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{N}}(p) := \underline{\underline{M}}(p)^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{p+7}{p^2+7 \cdot p+12} & \frac{1}{p^2+7 \cdot p+12} \\ \frac{1}{\frac{p^2}{12} + \frac{7 \cdot p}{12} + 1} & \frac{p}{12 \cdot \left(\frac{p^2}{12} + \frac{7 \cdot p}{12} + 1 \right)} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{W}}(p) := \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{N}}(p) \cdot \underline{\underline{B}} \rightarrow \frac{1}{p^2+7 \cdot p+12} + \frac{p+7}{p^2+7 \cdot p+12}$$

$$\underline{\underline{W}}(p) \text{ simplify} \rightarrow \frac{p+8}{(p+3) \cdot (p+4)} \quad i := \sqrt{-1}$$

$$\underline{\underline{W}}(p) \text{ substitute, } p = i \cdot \omega \rightarrow -\frac{\omega^2 - 96 + 44i \cdot \omega + \omega^3 \cdot i}{\omega^4 + 25 \cdot \omega^2 + 144}$$

$$\underline{\underline{W}}(i \cdot \omega) \text{ simplify} \rightarrow -\frac{-15 + 5i \cdot \omega}{\omega^2 + 9} + \frac{-16 + 4i \cdot \omega}{\omega^2 + 16}$$

$$\underline{\underline{W}}(p) \text{ substitute, } p = -i \cdot \omega \rightarrow \frac{96 - \omega^2 + 44i \cdot \omega + \omega^3 \cdot i}{\omega^4 + 25 \cdot \omega^2 + 144}$$

$$\underline{\underline{W}}(-i \cdot \omega) \text{ simplify} \rightarrow \frac{15 + 5i \cdot \omega}{\omega^2 + 9} - \frac{16 + 4i \cdot \omega}{\omega^2 + 16}$$

$$\underline{\underline{V}}(\omega) := -\frac{9 + 3i \cdot \omega}{\omega^2 + 9} + \frac{8 + 2i \cdot \omega}{\omega^2 + 16} \quad \underline{\underline{V1}}(\omega) := \frac{-9 + 3i \cdot \omega}{\omega^2 + 9} - \frac{-8 + 2i \cdot \omega}{\omega^2 + 16}$$

$$\underline{\underline{Su}} := 1 \quad \underline{\underline{Sy}}(\omega) := \underline{\underline{V}}(\omega) \cdot \underline{\underline{Su}} \cdot \underline{\underline{V1}}(\omega) \rightarrow -\left(\frac{-9 + 3i \cdot \omega}{\omega^2 + 9} - \frac{-8 + 2i \cdot \omega}{\omega^2 + 16} \right) \cdot \left(\frac{9 + 3i \cdot \omega}{\omega^2 + 9} - \frac{8 + 2i \cdot \omega}{\omega^2 + 16} \right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \underline{\underline{Sy}}(\omega) d\omega \rightarrow \frac{4 \cdot \pi}{7}$$

$$\underline{\underline{Dy}} := \frac{19 \cdot \pi}{16} = 3.731$$

Вывод: с помощью математического пакета MATHCAD была найдена дисперсия
выходного сигнала системы $x' = Ax + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u$, $y = (1 \ 0)x$:

$$Dy := \frac{19 \cdot \pi}{16} = 3.731$$