



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет	<u>О</u> шифр	<u>Естественнонаучный</u> наименование
Кафедра	<u>Об</u> шифр	<u>Высшая математика</u> наименование
Дисциплина	<u>Математическая статистика и случайные процессы</u>	

Индивидуально домашнее задание №1

«Характеристики случайных процессов»

ВЫПОЛНИЛ студент группы И967

Васильев Н.А.

Фамилия И.О.

ВАРИАНТ № 4

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Мартынова Т.Е.

Фамилия И.О.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2019 г

Задан случайный процесс $X(t)$. Найдите:

- 1) Математическое ожидание $m_X(t) = M[X(t)]$, корреляционную функцию $K_X(t_1, t_2)$ и дисперсию $D_X(t)$ случайного процесса $X(t)$;
- 2) Математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $Y_1(t) = \frac{dX(t)}{dt}$;
- 3) Математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $Y_2(t) = X(t) + \frac{dX(t)}{dt}$;
- 4) Математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $Y_3(t) = \int_0^t X(s)ds$;
- 5) Взаимные корреляционные функции $R_{XX'}(t_1, t_2)$ и $R_{X'X}(t_1, t_2)$.

Задание

$X(t) = Ut + V\sin(t) + 2$, где U и V – некоррелированные случайные величины, $MU = MV = 0$, $DU = DV = 1$

$$\begin{aligned} f_1(t) &:= t & MU &:= 0 & DU &:= 1 & DUV &:= 0 \\ f_2(t) &:= \sin(t) & MV &:= 0 & DV &:= 1 \end{aligned}$$

Задание 1

- 1) Математическое ожидание случайного процесса (СП) $X(t)$

$$MX(t) := f_1(t) \cdot MU + f_2(t) \cdot MV + 2 \rightarrow 2$$

$$X(t_1) \cdot X(t_2) \rightarrow (U \cdot t_1 + V \cdot \sin(t_1) + 2) \cdot (U \cdot t_2 + V \cdot \sin(t_2) + 2)$$

$$MX(t_1) \cdot MX(t_2) \rightarrow 4$$

- 2) Корреляционная функция СП $X(t)$

$$KX(t_1, t_2) := DU \cdot f_1(t_1) \cdot f_1(t_2) + DV \cdot f_2(t_1) \cdot f_2(t_2) + DUV \cdot (f_1(t_1) \cdot f_2(t_2) + f_1(t_2) \cdot f_2(t_1)) \rightarrow t_1 \cdot t_2 + \sin(t_1) \cdot \sin(t_2)$$

- 3) Дисперсия СП $X(t)$

$$DX(t) := KX(t, t) \rightarrow t^2 + \sin^2(t)$$

Задание 2

- 1) Математическое ожидание случайного процесса $Y_1(t)$

$$MY_1(t) := \frac{d}{dt} MX(t) \rightarrow 0$$

2) Корреляционная функция СП $Y_1(t)$

$$KY_1(t_1, t_2) := \frac{d}{dt_1} \left(\frac{d}{dt_2} KX(t_1, t_2) \right) \rightarrow \cos(t_1) \cdot \cos(t_2) + 1$$

3) Дисперсия СП $Y_1(t)$

$$DY_1(t) := KY_1(t, t) \rightarrow \cos(t)^2 + 1$$

Задание 3

1) Математическое ожидание случайного процесса $Y_2(t)$

$$MY_2(t) := MX(t) + \frac{d}{dt} MX(t) \rightarrow 2$$

2) Корреляционная функция СП $Y_2(t)$

$$KY_2(t_1, t_2) := KX(t_1, t_2) + \frac{d}{dt_1} KX(t_1, t_2) + \frac{d}{dt_2} KX(t_1, t_2) + \frac{d}{dt_1} \left(\frac{d}{dt_2} KX(t_1, t_2) \right) \text{ simplify } \rightarrow t_1 + t_2 + \cos(t_1 - t_2) + \sin(t_1 + t_2) + t_1 \cdot t_2 + 1$$

3) Дисперсия СП $Y_2(t)$

$$DY_2(t) := KY_2(t, t) \rightarrow 2 \cdot t + \sin(2 \cdot t) + t^2 + 2$$

Задание 4

$$F(t) := \int MX(t) dt \rightarrow 2 \cdot t \quad F(0) \rightarrow 0$$

1) Математическое ожидание СП $Y_3(t)$

$$MY_3(t) := F(t) - F(0) \rightarrow 2 \cdot t$$

2) Вычислим двойной интеграл:

$$FK(t_1, t_2) := \int KX(t_1, t_2) dt_2 \rightarrow \frac{t_1 \cdot t_2^2}{2} - \frac{\sin(t_1 + t_2)}{2} - \frac{\sin(t_1 - t_2)}{2}$$

$$FK(t_1, 0) \rightarrow -\sin(t_1)$$

$$fk(t_1, t_2) := FK(t_1, t_2) - FK(t_1, 0) \rightarrow \sin(t_1) - \frac{\sin(t_1 + t_2)}{2} - \frac{\sin(t_1 - t_2)}{2} + \frac{t_1 \cdot t_2^2}{2}$$

$$F_2K(t_1, t_2) := \int fk(t_1, t_2) dt_1 \rightarrow \frac{t_1^2 \cdot t_2^2}{4} - \cos(t_1) + \cos(t_1) \cdot \cos(t_2)$$

$$F_2K(0, t_2) \rightarrow \cos(t_2) - 1$$

3) Корреляционная функция СП $Y_3(t)$

$$KY_3(t_1, t_2) := F_2K(t_1, t_2) - F_2K(0, t_2) \rightarrow \frac{t_1^2 \cdot t_2^2}{4} - \cos(t_2) - \cos(t_1) + \cos(t_1) \cdot \cos(t_2) + 1$$

4) Дисперсия СП $Y_3(t)$

$$DY_3(t) := KY_3(t, t) \text{ simplify } \rightarrow \frac{t^4}{4} + \cos(t)^2 - 2 \cdot \cos(t) + 1$$

Задание 5

Взаимные корреляционные функции

$$R_{XY1}(t_1, t_2) := \frac{d}{dt_2} KX(t_1, t_2) \rightarrow t_1 + \cos(t_2) \cdot \sin(t_1)$$

$$R_{Y1X}(t_1, t_2) := \frac{d}{dt_1} KX(t_1, t_2) \rightarrow t_2 + \cos(t_1) \cdot \sin(t_2)$$