



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет	<u>О</u> шифр	<u>Естественнонаучный</u> наименование
Кафедра	<u>Об</u> шифр	<u>Высшая математика</u> наименование
Дисциплина	<u>Математическая статистика и случайные процессы</u>	

Индивидуально домашнее задание №1

«Характеристики случайных процессов»

ВЫПОЛНИЛ студент группы И465

Масюта А.А.

Фамилия И.О.

ВАРИАНТ № 10

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Мартынова Т.Е.

Фамилия И.О.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2019 г

Задан случайный процесс $X(t)$. Найдите:

- 1) Математическое ожидание $m_X(t) = M[X(t)]$, корреляционную функцию $K_X(t_1, t_2)$ и дисперсию $D_X(t)$ случайного процесса $X(t)$;
- 2) Математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $Y_1(t) = \frac{dX(t)}{dt}$;
- 3) Математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $Y_2(t) = X(t) + \frac{dX(t)}{dt}$;
- 4) Математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайного процесса $Y_3(t) = \int_0^t X(s)ds$;
- 5) Взаимные корреляционные функции $R_{XX'}(t_1, t_2)$ и $R_{X'X}(t_1, t_2)$.

Задание

10. $X(t) = t + U \cos t + V \sin t$, где случайный вектор (U, V) имеет математическое ожидание $(1, 1)$ и ковариационную матрицу $\begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 4 & 9 \end{pmatrix}$.

$$f1(t) := \cos(t) \quad f2(t) := \sin(t) \quad f3(t) := t$$

$$MU := 1 \quad MV := 1 \quad DU := 9 \quad DV := 9 \quad DUV := 4$$

Задание 1

1) Математическое ожидание случайного процесса (СП) $X(t)$

$$MX(t) := f1(t) \cdot MU + f2(t) \cdot MV + f3(t) \rightarrow t + \cos(t) + \sin(t)$$

$$X(t1) \cdot X(t2) \rightarrow \text{expand} \rightarrow (t1 + U \cdot \cos(t1) + V \cdot \sin(t1)) \cdot (t2 + U \cdot \cos(t2) + V \cdot \sin(t2))$$

$$MX(t1) \cdot MX(t2) \rightarrow \text{expand} \rightarrow (t1 + \cos(t1) + \sin(t1)) \cdot (t2 + \cos(t2) + \sin(t2))$$

2) Корреляционная функция СП $X(t)$

$$KX(t1, t2) := DU \cdot f1(t1) \cdot f1(t2) + DV \cdot f2(t1) \cdot f2(t2) + DUV \cdot (f1(t1) \cdot f2(t2) + f1(t2) \cdot f2(t1)) \rightarrow$$

$$\rightarrow 9 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2) + 4 \cdot \cos(t1) \cdot \sin(t2) + 4 \cdot \cos(t2) \cdot \sin(t1) + 9 \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2)$$

3) Дисперсия СП $X(t)$

$$DX(t) := KX(t, t) \rightarrow 9 \cdot \cos(t)^2 + 8 \cdot \cos(t) \cdot \sin(t) + 9 \cdot \sin(t)^2$$

Задание 2

1) Математическое ожидание случайного процесса $Y1(t)$

$$MY1(t) := \frac{d}{dt} MX(t) \rightarrow \cos(t) - \sin(t) + 1$$

2) Корреляционная функция СП $Y1(t)$

$$KY1(t1, t2) := \frac{d}{dt1} \left(\frac{d}{dt2} KX(t1, t2) \right) \rightarrow 9 \cdot \cos(t1) \cdot \cos(t2) - 4 \cdot \cos(t1) \cdot \sin(t2) - 4 \cdot \cos(t2) \cdot \sin(t1) + 9 \cdot \sin(t1) \cdot \sin(t2)$$

3) Дисперсия СП $Y_1(t)$

$$DY_1(t) := KY_1(t, t) \rightarrow 9 \cdot \cos(t)^2 - 8 \cdot \cos(t) \cdot \sin(t) + 9 \cdot \sin(t)^2$$

Задание 3

1) Математическое ожидание случайного процесса $Y_2(t)$

$$MY_2(t) := MX(t) + \frac{d}{dt}MX(t) \rightarrow t + 2 \cdot \cos(t) + 1$$

2) Корреляционная функция СП $Y_2(t)$

$$KY_2(t_1, t_2) := KX(t_1, t_2) + \frac{d}{dt_1}KX(t_1, t_2) + \frac{d}{dt_2}KX(t_1, t_2) + \frac{d}{dt_1} \left(\frac{d}{dt_2}KX(t_1, t_2) \right) \rightarrow 26 \cdot \cos(t_1) \cos(t_2) + 10 \cdot \sin(t_1) \cdot \sin(t_2)$$

3) Дисперсия СП $Y_2(t)$

$$DY_2(t) := KY_2(t, t) \text{ simplify } \rightarrow 16 \cdot \cos(t)^2 + 10$$

Задание 4

$$F(t) := \int MX(t) dt \rightarrow \sin(t) - \cos(t) + \frac{t^2}{2}$$

$$F(0) \rightarrow -1$$

1) Математическое ожидание СП $Y_3(t)$

$$MY_3(t) := F(t) - F(0) \rightarrow \sin(t) - \cos(t) + \frac{t^2}{2} + 1$$

2) Вычислим двойной интеграл:

$$FK(t_1, t_2) := \int KX(t_1, t_2) dt_2 \rightarrow -9 \cdot \sin(t_1 - t_2) - 4 \cdot \cos(t_1 + t_2)$$

$$FK(t_1, 0) \rightarrow -4 \cdot \cos(t_1) - 9 \cdot \sin(t_1)$$

$$fk(t_1, t_2) := FK(t_1, t_2) - FK(t_1, 0) \rightarrow 4 \cdot \cos(t_1) - 4 \cdot \cos(t_1 + t_2) - 9 \cdot \sin(t_1 - t_2) + 9 \cdot \sin(t_1)$$

$$F2K(t_1, t_2) := \int fk(t_1, t_2) dt_1 \rightarrow 9 \cdot \cos(t_2 - t_1) - 4 \cdot \sin(t_1 + t_2) - 9 \cdot \cos(t_1) + 4 \cdot \sin(t_1)$$

$$F2K(0, t_2) \rightarrow 9 \cdot \cos(t_2) - 4 \cdot \sin(t_2) - 9$$

3) Корреляционная функция СП $Y_3(t)$

$$KY_3(t_1, t_2) := F2K(t_1, t_2) - F2K(0, t_2) \rightarrow 9 \cdot \cos(t_2 - t_1) - 4 \cdot \sin(t_1 + t_2) - 9 \cdot \cos(t_1) - 9 \cdot \cos(t_2) + 4 \cdot \sin(t_1) + 4 \cdot \sin(t_2) + 9$$

$$KY_3(t, t) \rightarrow 8 \cdot \sin(t) - 18 \cdot \cos(t) - 4 \cdot \sin(2 \cdot t) + 18$$

4) Дисперсия СП $Y_3(t)$

$$DY_3(t) := KY_3(t, t) \text{ simplify } \rightarrow 4 \cdot \sin\left(\frac{t}{2}\right)^2 \cdot (4 \cdot \sin(t) + 9)$$

Задание 5

Взаимные корреляционные функции

$$R_{XY1}(t_1, t_2) := \frac{d}{dt_2} KX(t_1, t_2) \rightarrow 4 \cdot \cos(t_1) \cdot \cos(t_2) - 9 \cdot \cos(t_1) \cdot \sin(t_2) + 9 \cdot \cos(t_2) \cdot \sin(t_1) - 4 \cdot \sin(t_1) \cdot \sin(t_2)$$

$$R_{Y1X}(t_1, t_2) := \frac{d}{dt_1} KX(t_1, t_2) \rightarrow 4 \cdot \cos(t_1) \cdot \cos(t_2) + 9 \cdot \cos(t_1) \cdot \sin(t_2) - 9 \cdot \cos(t_2) \cdot \sin(t_1) - 4 \cdot \sin(t_1) \cdot \sin(t_2)$$