



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
**«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ»
им. Д.Ф. Устинова»**
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет	<u>О</u> шифр	<u>Естественнонаучный</u> наименование
Кафедра	<u>Об</u> шифр	<u>Высшая математика</u> наименование
Дисциплина	<u>Математическая статистика и случайные процессы</u>	

Индивидуальное домашнее задание №2

«Преобразование случайного стационарного процесса (ССП)
линейной динамической системой»

ВЫПОЛНИЛ студент группы И465

Масюта А. А.
Фамилия И.О.

ВАРИАНТ № 10

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Мартынова Т.Е.
Фамилия И.О.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019 г

Задание

Стационарные случайные процессы связаны соотношением:

$$a_1 \frac{dY}{dt} + b_1 Y = a_2 \frac{dX}{dt} + b_2 X$$

Найдите $K_Y(\tau)$, если известна $K_X(\tau)$.

$$K_X(\tau) = D e^{-\alpha|\tau|} (1 + \alpha|\tau|)$$

α	β	D	a_1	b_1	a_2	b_2
12	0	4	2	4	3	1

Решение

$$\alpha := 12 \quad \beta := 0 \quad D := 4$$

$$K_X(\tau) := D \cdot e^{-\alpha \cdot |\tau|} \cdot (1 + \alpha \cdot |\tau|) \rightarrow 4 \cdot e^{-12 \cdot |\tau|} \cdot (12 \cdot |\tau| + 1)$$

1) спектральная плотность ССП

$$S_X(\omega) := \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} K_X(\tau) \cdot e^{-i \cdot \omega \cdot \tau} d\tau \rightarrow \frac{13824}{\pi \cdot (\omega^2 + 144)^2}$$
$$S_X(\omega) \rightarrow \frac{13824}{\pi \cdot (\omega^2 + 144)^2} \operatorname{parfrac} \rightarrow 13824 \cdot \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{(\omega^2 + 144)^2}$$

$$a_1 := 2 \quad b_1 := 4 \quad a_2 := 3 \quad b_2 := 1$$

2) Квадрат модуля частотной характеристики системы

$$\Phi_{2_1}(\omega) := \frac{b_2^2 + (a_2 \cdot \omega)^2}{b_1^2 + (a_1 \cdot \omega)^2} \rightarrow \frac{9 \cdot \omega^2 + 1}{4 \cdot \omega^2 + 16}$$

3) Спектральная плотность на выходе системы

$$Sy1(\omega) := \Phi2_1(\omega) \cdot Sx1(\omega) \rightarrow \frac{13824 \cdot (9 \cdot \omega^2 + 1)}{\pi \cdot (4 \cdot \omega^2 + 16) \cdot (\omega^2 + 144)^2}$$

$$Sy1(\omega) \rightarrow \frac{124416 \cdot \omega^2 + 13824}{\pi \cdot (4 \cdot \omega^2 + 16) \cdot (\omega^2 + 144)^2} \text{ parfrac } \rightarrow \frac{216}{35 \cdot \pi \cdot (\omega^2 + 144)} - \frac{216}{35 \cdot \pi \cdot (\omega^2 + 4)} + \frac{31968}{\pi \cdot (\omega^2 + 144)^2}$$

$$Sy1(\omega) \left| \begin{array}{l} \text{expand} \\ \text{simplify} \end{array} \right. \rightarrow \frac{3456 \cdot (9 \cdot \omega^2 + 1)}{\pi \cdot (\omega^2 + 4) \cdot (\omega^2 + 144)^2}$$

$$\text{polyroots} \left(\begin{pmatrix} 82944 \\ 0 \\ 21888 \\ 0 \\ 292 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} -12.003i \\ 12.002i \\ -11.997i \\ 11.998i \\ -2i \\ 2i \end{pmatrix}$$

$$\pi \cdot (\omega^2 + 4) \cdot (\omega^2 + 144)^2 = (\omega^6 + 0 + 292 \cdot \omega^4 + 0 + 21888 \cdot \omega^2 + 0 + 82944)$$

4) Корреляционную функцию выходного ССП

- Вычет в полюсе ω_1

$$\omega_1 := 12i \quad e1(\tau) := e^{i \cdot \omega_1 \cdot \tau} \rightarrow e^{-12 \cdot \tau}$$

$$\text{res1}(\tau) := \left[\lim_{\omega \rightarrow \omega_1} \frac{d}{d\omega} [Sy1(\omega) \cdot (\omega - \omega_1)^2 e^{i\omega \cdot \tau}] \right] \rightarrow -\frac{e^{-12 \cdot \tau} \cdot (15540 \cdot \tau + 1367) \cdot i}{280 \cdot \pi}$$

- Вычет в полюсе ω_2

$$\omega_2 := 2 \cdot i \quad e2(\tau) := e^{i \cdot \omega_2 \cdot \tau} \rightarrow e^{-2 \cdot \tau}$$

$$\text{res2}(\tau) := e2(\tau) \cdot \lim_{\omega \rightarrow \omega_2} [Sy1(\omega) \cdot (\omega - \omega_2)] \rightarrow \frac{54i \cdot e^{-2 \cdot \tau}}{35 \cdot \pi}$$

$$JJ1(\tau) := 2\pi \cdot i \cdot (\text{res1}(\tau) + \text{res2}(\tau)) \text{ simplify } \rightarrow \frac{1367 \cdot e^{-12 \cdot \tau}}{140} - \frac{108 \cdot e^{-2 \cdot \tau}}{35} + 111 \cdot \tau \cdot e^{-12 \cdot \tau}$$

$$Ky1(\tau) := JJ1(|\tau|) \rightarrow \frac{1367 \cdot e^{-12 \cdot |\tau|}}{140} - \frac{108 \cdot e^{-2 \cdot |\tau|}}{35} + 111 \cdot e^{-12 \cdot |\tau|} \cdot |\tau|$$

$$D1 := Ky1(0) \rightarrow \frac{187}{28} = 6.679$$

$$D11 := 2 \cdot \int_0^\infty Sy1(\omega) d\omega = 6.679$$

Ky1(τ)

