	МИНОБРНАУКИ РОССИИ федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования **«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»** **(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»)**
	БГТУ.СМК-Ф-4.2-К5-01

Факультет О Естественнонаучный

шифр наименование

Кафедра О6 Высшая математика

шифр наименование

Дисциплина Математическая статистика и случайные процессы

Лабораторная работа №7

Критерий согласия в математическом пакете MATHCAD

Вариант 4.

Выполнил студент группы И967

Васильев Н.А.

Фамилия И.О.

РУКОВОДИТЕЛЬ

Мартынова Т.Е.

Фамилия И.О. Подпись

Оценка

«_____» 2019г.

Краткие сведения из теории

Плотность распределение Стьюдента выражается формулой, где

$$f(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\nu}\,\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \cdot \left(1 + \frac{t^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

Практическое значение распределения Стьюдента состоит в том, что по малым выборкам становится возможным проверять статистические гипотезы относительно параметров генеральной совокупности.

На практике значения критерия Стьюдента $\boldsymbol{t_{st}}$ берут из таблиц $\boldsymbol{t_{st}}$. В этих таблицах в одном столбце даются значения числа степеней свободы ***n***, а в других - значения критерия для стандартных уровней надежности (0,95, 0,99, 0,999) или уровней значимости (0,05, 0,01, 0,001).

Статистическая гипотеза - это предположение о свойствах и характеристиках статистического распределения.

Виды гипотез:

1. Нулевая гипотеза H_0.
2. Альтернативная гипотеза H_I.

Нулевой гипотезой называют предположение о том, что характеристики выборки (например, средняя арифметическая $\bar{X}$ или стандартное отклонение ***S*)** не отличаются от аналогичных характеристик $\boldsymbol{\mu}$**,** $\boldsymbol{\sigma}$ генеральной совокупности, из которой взята выборка.

Альтернативной гипотезой – называется такая гипотеза, которая считает, что различия между характеристиками выборки и такими же характеристиками генеральной совокупности существенны и не случайны.

Для подтверждения или опровержения выдвинутой гипотезы применяют специальные методы статистического оценивания, которые называются **критериями оценки.**

Формулировка задания

Распределение Стьюдента с параметром n=28 смоделировать в пакете Mathcad выборку объемом 100 единиц и проверить условие значимости α=0.1 нулевую гипотезу.

Ход работы

$ORIGIN := 1$

$k := 100$

$n := 28$

$x := rt(k, n)$ $F(x) := pt(x, n)$

x =

	1
1	0.383
2	0.337
3	0.102
4	0.564
5	-1.03
6	-0.211
7	-0.063
8	-0.932
9	0.564
10	1.04
11	-0.258
12	1.622
13	1.058
14	0.624
15	0.188
16	...

x1 := sort(x) =

	1
1	-2.462
2	-2.376
3	-2.324
4	-2.186
5	-1.998
6	-1.823
7	-1.353
8	-1.33
9	-1.225
10	-1.16
11	-1.136
12	-1.042
13	-1.034
14	-1.03
15	-0.946
16	...

$xmin := \min(x) = -2.462$

$xmax := \max(x) = 3.78$

$R := xmax - xmin = 6.242$

$kinterval := \frac{R}{10} = 0.624$

$p_1 := F(-1.8) = 0.041$ $\qquad tn_1 := 6$

$p_2 := F(-1) - F(-1.8) = 0.122$ $\qquad tn_2 := 8$

$p_3 := F(-0.4) - F(-1) = 0.183$ $\qquad tn_3 := 14$

$p_4 := F(0.2) - F(-0.4) = 0.232$ $\qquad tn_4 := 23$

$p_5 := F(0.8) - F(0.2) = 0.206$ $\qquad tn_5 := 25$

$p_6 := F(1.4) - F(0.8) = 0.129$ $\qquad tn_6 := 13$

$p_7 := F(2) - F(1.4) = 0.059$ $\qquad tn_7 := 6$

$p_8 := F(4) - F(2) = 0.027$ $\qquad tn_8 := 5$

Pirson(tn, p, α) :=

```
k ← rows(x)
chi2 ← Σ_{i=1}^{8} (tn_i)^2 / (k·p_i) − k
chi2teor ← qchisq(1 − α, 7)
return ( "гипотеза H0 отвергается с заданным уровнем значимости"
         concat("chi2 = ", num2str(chi2))
         concat("chi2krit = ", num2str(chi2teor)) )   if chi2 ≥ chi2teor
return ( "гипотеза H0 принимается с заданным уровнем значимости"
         concat("chi2 = ", num2str(chi2))
         concat("chi2krit = ", num2str(chi2teor)) )   if chi2 < chi2teor
```

$$chi2 \leftarrow \sum_{i=1}^{8} \frac{(tn_i)^2}{k \cdot p_i} - k$$

$$
Dn(x) := \left|
\begin{array}{l}
n \leftarrow rows(x) \\
x1 \leftarrow sort(x) \\
\text{for } i \in 1..n \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
p_i \leftarrow pt\left(x1_i, 28\right) \\
x1_i \leftarrow \dfrac{i}{n} - p_i \\
p_i \leftarrow p_i - \dfrac{i-1}{n}
\end{array}
\right. \\
x2 \leftarrow stack(x1, p) \\
Dn \leftarrow max(x2)\cdot\sqrt{n} \\
Dn
\end{array}
\right.
$$

$$
Kolm(x,\alpha) := \left|
\begin{array}{l}
DN \leftarrow Dn(x) \\
\text{for } i \in 1..100 \\
\quad \left|
\begin{array}{l}
arg_i \leftarrow 0.1\cdot i \\
x1_i \leftarrow 1 + 2\cdot\sum_{j=1}^{200}\left[(-1)^j\cdot e^{\left[-2\cdot j^2\cdot(arg_i)^2\right]}\right]
\end{array}
\right. \\
Dkp \leftarrow linterp(arg, x1, 1-\alpha) \\
\text{return} \begin{pmatrix} \text{"гипотеза H0 принимается с заданным уровнем значимости"} \\ concat(\text{"Dn = "}, num2str(DN)) \\ concat(\text{"Dkrit = "}, num2str(Dkp)) \end{pmatrix} \text{ if } DN < Dkp \\
\text{return} \begin{pmatrix} \text{"гипотеза H0 отвергается с заданным уровнем значимости"} \\ concat(\text{"Dn = "}, num2str(DN)) \\ concat(\text{"Dkrit = "}, num2str(Dkp)) \end{pmatrix} \text{ if } DN \geq Dkp
\end{array}
\right.
$$

$$a := Pirson(tn, p, 0.1)$$

$$
a = \begin{pmatrix} \text{"гипотеза H0 принимается с заданным уровнем значимости"} \\ \text{"chi2 = 6.09791393131837"} \\ \text{"chi2krit = 12.0170366237805"} \end{pmatrix}
$$

$$b := Kolm(x, 0.1)$$

$$
b = \begin{pmatrix} \text{"гипотеза H0 принимается с заданным уровнем значимости"} \\ \text{"Dn = 0.601202185391464"} \\ \text{"Dkrit = 0.607269292059346"} \end{pmatrix}
$$

Вывод: По критерию хи-квадрат гипотеза принимается так как статистика критерия (6.1) меньше, чем квантиль хи-квадрат распределения (12.02) с учетом уровня значимости (α=0.1). Т.к. число интервалов = 8 и число степеней свободы у распределения хи-квадрат = число интервалов – 1 = 7. Сравнив статистику критериев с вчисленным квантили, получили то, что статистика критерия меньше, чем вычсленный квантиль, следовательно, гипотеза принимается.

По Колмагорову гипотеза принимается, т.к.статистика критерия Dn (0.601) меньше, чем вычисленный квантиль распределения Колмогорова (0.607). с учетом уровня значимости (α=0.1).