



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет	И	Информационные и управляющие системы
	шифр	Наименование
Кафедра	И9	Систем управления и компьютерных технологий
	шифр	наименование
Дисциплина		Моделирование систем

Лабораторная работа №3

на тему «Построение генератора случайных
чисел с заданным законом распределения»

Вариант №3

Выполнил студент группы И967

Васильев Н.А.

Фамилия И.О.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

Захаров А.Ю.

Фамилия И.О.

Подпись

«_____»

2019 г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2019 г.

Основные сведения из теории

Генераторы случайных чисел и случайных процессов широко применяются в различных областях, прежде всего при построении моделей стохастических систем. В зависимости от физического облика модели могут использоваться аппаратные или программные генераторы.

При любом принципе построения генератор случайных чисел должен обеспечивать получение последовательностей чисел $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$, обладающих следующими свойствами:

- 1) значение очередного числа для пользователя генератора заранее непредсказуемо;
- 2) отдельные числа, входящие в последовательность, взаимно независимы;
- 3) статистическая обработка последовательности должна приводить к получению характеристик, соответствующих определенному закону распределения.

Общий принцип построения программных генераторов состоит в том, что на первом этапе имитируется равномерный закон распределения в интервале $[0; 1]$, а затем полученная последовательность преобразуется для обеспечения требуемого закона.

Получение равномерного закона в интервале $[0; 1]$ обеспечивается на основе использования целочисленных рекуррентных соотношений различного вида, реализуемых в условиях ограниченной разрядности представления чисел.

Метод обратных функций позволяет получать любой непрерывный закон распределения, если только существует аналитическое выражение для $F(x)$ и может быть получена в аналитическом виде обратная функция.

Проверка качества генератора случайных чисел предусматривает получение с его использованием случайных выборок, восстановление по ним выборочных законов распределения и проверку соответствия закона распределения генерируемых случайных чисел заданному закону распределения.

Критерий согласия Колмогорова применяется в том случае, когда по случайной выборке восстановлена статистическая функция распределения $F^*(x)$. В качестве меры расхождения здесь рассматривается максимум абсолютной величины разности теоретической и выборочной (статистической) ФРВ:

$$\Delta_p = \max_x |F(x) - F^*(x)|,$$

где $F(x)$ – теоретическая ФРВ.

Критерием согласия является вероятность того, что случайная величина $\lambda = \Delta_p \sqrt{n}$ при данном объеме выборки n и правильном выборе теоретического закона могла бы принять значение, не меньшее $\Delta_p \sqrt{n}$:

$$P(\lambda \geq \Delta_p \sqrt{n}) = P\left(\frac{\lambda}{\sqrt{n}} \geq \Delta_p\right). \quad (9)$$

При $n \geq 50$ вероятности (9) рассчитываются в соответствии с законом распределения Колмогорова. Наиболее важные для практики их значения представлены в табл. 15.

Таблица 15

Распределение Колмогорова

λ	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9
P	0,270	0,178	0,112	0,068	0,040	0,022	0,012	0,006	0,003	0,002

Если теоретический закон распределения подобран, порядок применения критерия Колмогорова аналогичен рассмотренному выше для критерия Пирсона. В качестве граничного для области согласия теоретического и выборочного законов принято рассматривать значение $P=0,1$. Ему соответствует $\lambda=1,22$. Таким образом, при $\lambda_p = \Delta_p \sqrt{n} \leq 1,22$ считается, что теоретическое распределение согласуется с выборочным.

Содержание задания

В соответствии с индивидуальным вариантом задания (табл. 16):

1. Построить программный генератор случайных чисел с заданным законом распределения. Рекомендуется использовать метод обратных функций.
2. Оценить величину математического ожидания и дисперсии по выборкам объемом 50, 100, 1000, 10^5 и сравнить с точными величинами, полученными аналитически.
3. Оценить соответствие полученного закона заданному, используя указанный критерий согласия: Пирсона (1) или Колмогорова (2).

При выполнении п. 3 предусмотреть:

- построение гистограммы (в случае применения критерия Пирсона) или статистической функции распределения (в случае применения критерия Колмогорова);
- использование выборок указанных в п. 2 объемов.

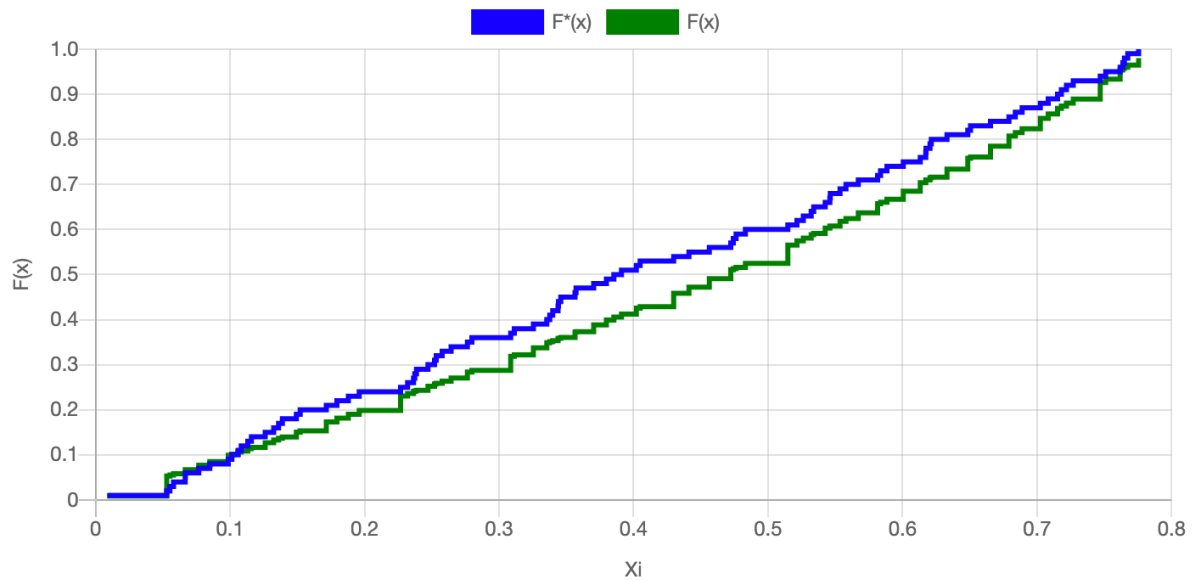
№ вар.	Плотность распределения вероятностей и интервал распределения	Критерий согласия
3	$f(z) = \frac{1}{1 - \sin^2 z} \quad (0 \leq z \leq \pi/4)$	2

Результат работы программы

Размер выборки

100

Сгенерировать



Δ_p	0.101	
λ_p	1.0138 ≤ 1.22	
Параметры распределения		
	Теоретический	Эмпирический
Мат. ожидание	0.438	0.406
Дисперсия	0.053	0.048