МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»)

Факультет	И	Информационные и управляющие системы
	шифр	Наименование
Кафедра	И9	Систем управления и компьютерных технологий
	шифр	наименование
Дисциплина	Моделирование систем	

Лабораторная работа №1
на тему «Программная реализация имитационной модели нелинейной динамической системы»
Вариант №3

Выполнил студент группы И967
Васильев Н.А
Фамилия И.О.

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ
Захаров А.Ю.
Фамилия И.О. Подпись

«_____» __________________ 2019 г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019 г.

Основные сведения из теории

Модель нелинейной динамической системы рассматривается в форме системы нелинейных нестационарных уравнений первого порядка:

$$\frac{dx_i(t)}{dt} = f_i(X(t), t),\ i = 1, 2, \dots, n, \qquad (1)$$

где $X(t) = (x_1(t),\ x_2(t), \dots,\ x_n(t))$ – вектор переменных состояния, аргумент t – время.

При заданных начальных значениях переменных состояния $x_i^{(0)} = x_i(0)$, i=1, 2,…, n, путем интегрирования системы (1) могут быть определены законы их изменения во времени на любом требуемом интервале [0; T].

Системы нелинейных нестационарных уравнений, как правило, не поддаются аналитическому решению. Для их решения применяются приближенные (численные) методы. Спектр таких методов и реализующих их программных средств достаточно широк, но для изучения принципов и особенностей их применения в рамках данной лабораторной работы достаточно ограничиться методом Рунге–Кутта 1-го порядка (также именуемого методом Эйлера или методом прямоугольников). При этом программная реализация метода должна быть выполнена самостоятельно.

Метод предусматривает решение уравнений в дискретном времени на основе преобразования модели (1) в рекуррентные соотношения:

$$x_i^{(j+1)} = x_i^{(j)} + f_i^{(j)}\left(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}, t_j\right) \cdot h,\ i = 1, 2, \dots, n; \qquad (2)$$

$$t_{j+1} = t_j + h,\ j = 0, 1, \dots, J, \qquad (3)$$

где $x_i^{(j)}$ – значение i-й переменной состояния на j-м шаге решения (для t=t_j); $f_i^{(j)}\left(x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, \dots, x_n^{(j)}, t_j\right)$ – значение правой части i-го уравнения системы (1) на j-м шаге решения; h – шаг интегрирования; J – число шагов интегрирования, требуемое для достижения правой границы рассматриваемого интервала времени t=T. В зависимости от используемого способа обеспечения точности решения шаг интегрирования h может быть постоянным или переменным.

Для оценки погрешности вычисления y с некоторым шагом h интегрирование повторяется с шагом h/2. Полученное с уменьшенным шагом значение y^* принимается за эталонное. Тогда абсолютная погрешность вычисления y определяется как $\varepsilon = \left|y^* - y\right|$, относительная погрешность

$$\delta = \left|\frac{y^* - y}{y^*}\right| \cdot 100\%. \qquad (4)$$

Для автоматизации выбора шага интегрирования в рамках данной лабораторной работы предусматривается использование следующего алгоритма:

1. Задается исходное значение шага интегрирования h.
2. Проводится решение системы дифференциальных уравнений на интервале [0; T] с шагом h.
3. Решение повторяется с шагом h/2.
4. Проводится оценка погрешности по соотношению (4).
5. Если погрешность δ не превышает допустимого значения, шаг h, считается достаточным для обеспечения требуемой точности.

В противном случае в качестве нового проверяемого значения шага h принимается h/2 и производится переход к п. 3.

Таким образом обеспечивается последовательное уменьшение шага интегрирования в 2^m (m=1, 2,…) раз до достижения требуемой точности решения.

Содержание задания

В соответствии с индивидуальным вариантом задания (табл. 1–5) разработать и отладить программное приложение, обеспечивающее:

1. Решение системы дифференциальных уравнений на интервале $[0; T]$ для $T = 10$ с с любым шагом, задаваемым пользователем в пределах $(0; T)$. Для демонстрации результатов обеспечить вывод графиков $x_i(t)$, $i=1, 2,\dots, n$; значения указанной в задании переменной состояния в конце интервала интегрирования $x_k(T)$ и значения относительной погрешности его определения δ.

2. Анализ зависимости точности и трудоемкости решения задачи от шага интегрирования. Вывод графиков зависимостей относительной погрешности δ и оценки трудоемкости от величины шага h.

3. Автоматический выбор величины шага интегрирования для достижения относительной погрешности не более 1% с выводом итоговых результатов, перечисленных в п. 1, для найденного шага.

Вариант задания:

Модель 1 – система уравнений 5-го порядка

$$\dot{x}_1 = -g\sin x_2 + \frac{p - ac_x x_1^2}{m - ut};$$

$$\dot{x}_2 = \frac{-g + \dfrac{p\cdot\sin(x_5 - x_2) + ac_y x_1^2}{m - ut}}{x_1};$$

$$\dot{x}_3 = \frac{m_1 a(x_2 - x_5)x_1^2 - m_2 a x_1^2 x_3}{m - ut};$$

$$\dot{x}_4 = x_1 \sin x_2;$$

$$\dot{x}_5 = x_3.$$

Варианты исходных данных для модели 1

№	Значения постоянных параметров модели									Начальные значения переменных состояния				
	p	a	m	u	c_x	c_y	m_1	m_2	T	$x_1(0)$	$x_2(0)$	$x_3(0)$	$x_4(0)$	$x_5(0)$
3	10^5	0,5	2000	20	0,03	0,002	0,05	0,01	12	1800	0,8	0	0	0,8

Результат работы программы

Значения коэффициентов

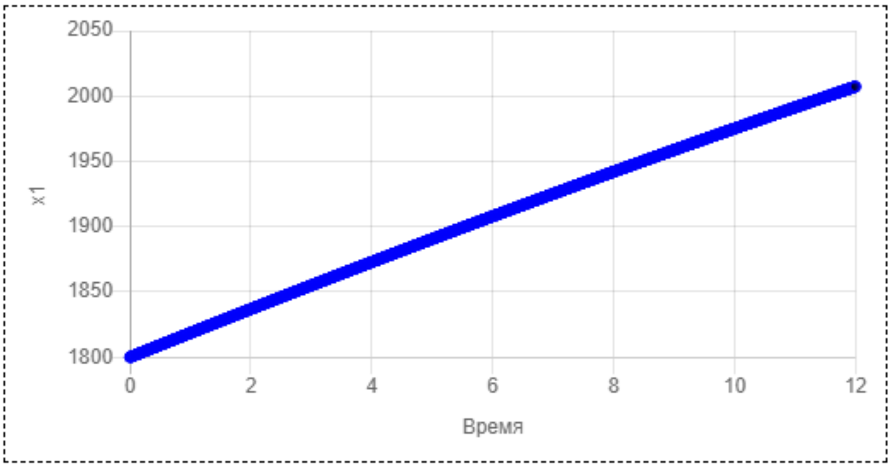
p	100000
a	0.5
m	2000
u	20
cx	0.03
cy	0.002
m1	0.05
m2	0.01
T	12
g	9.81

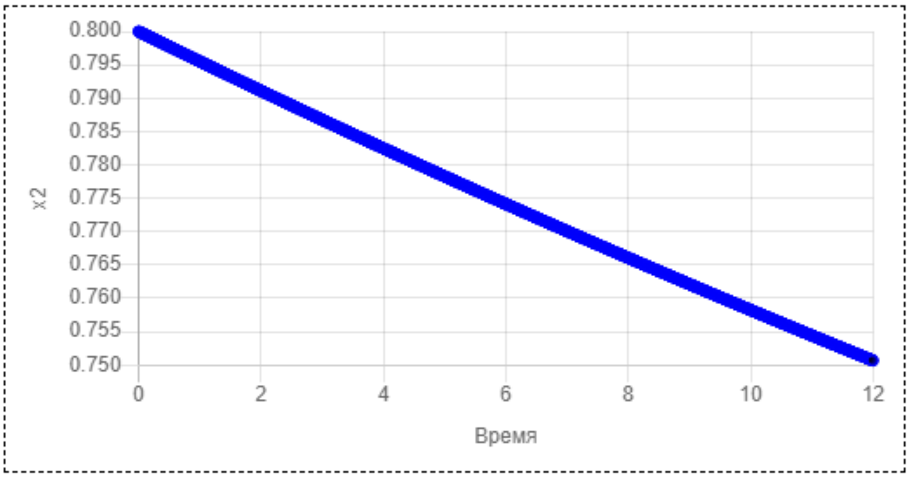
Начальные значения

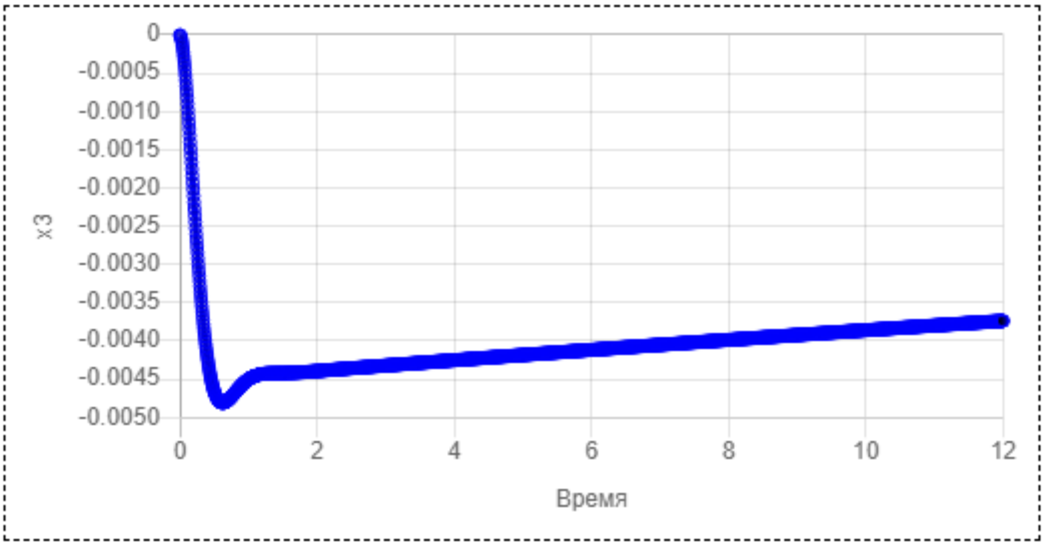
x_{x1}	1800
x_{x2}	0.8
x_{x3}	0
x_{x4}	0
x_{x5}	0.8

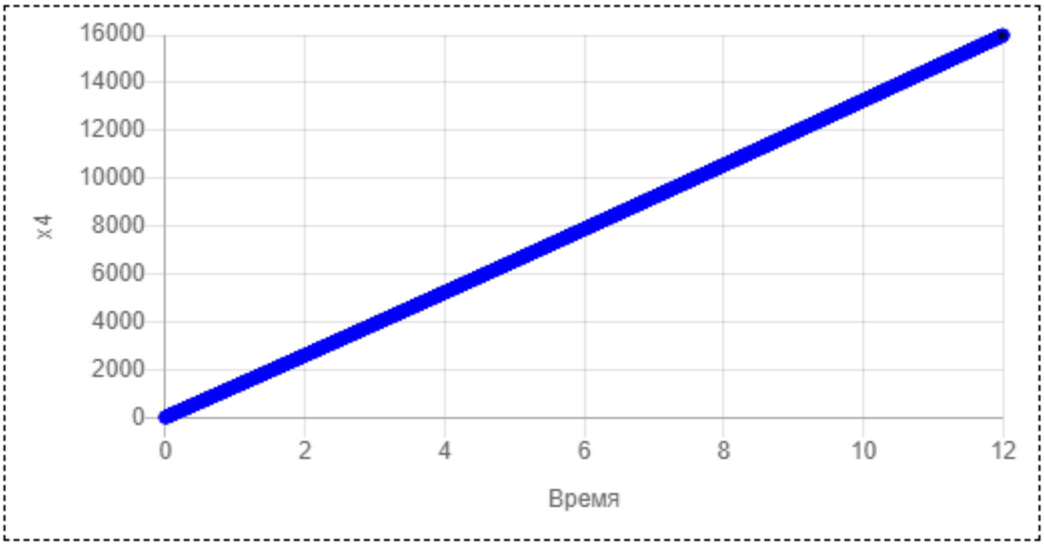
Посчитать с заданным шагом 0.1

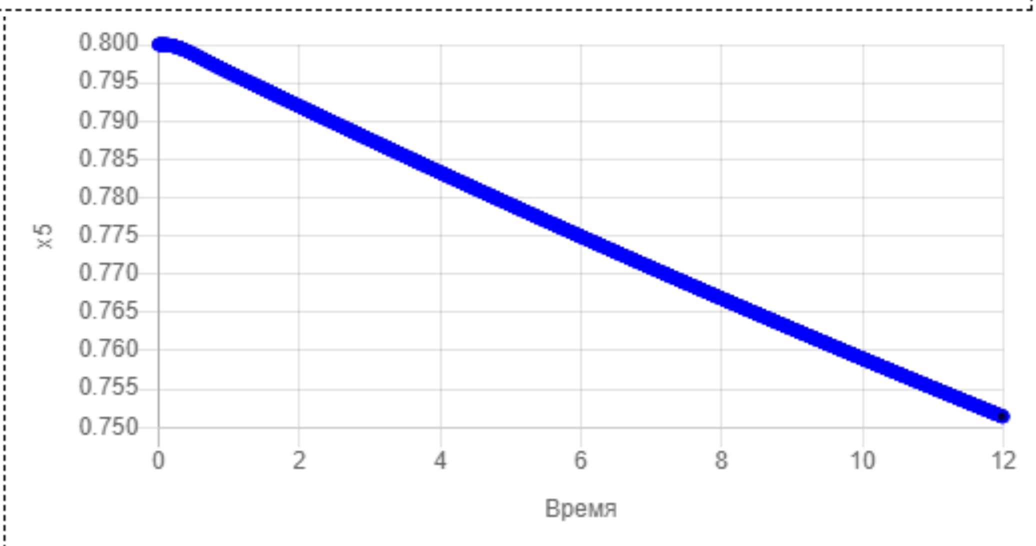
Посчитать с точностью 1%

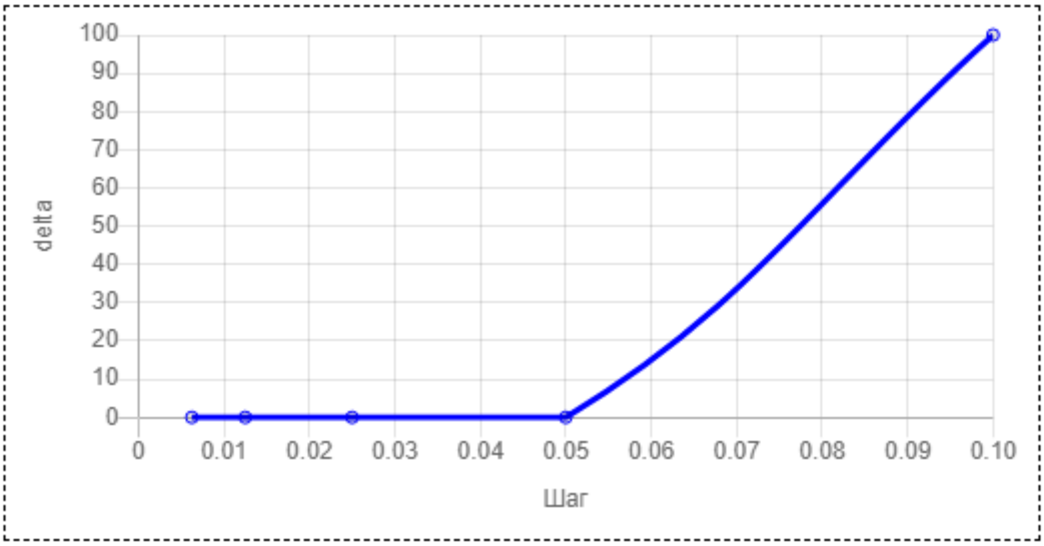


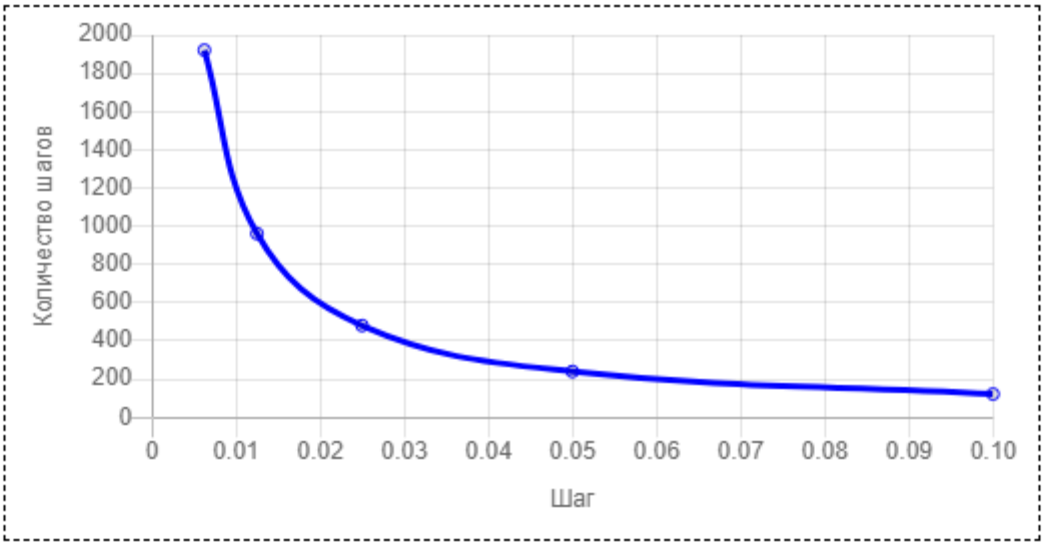



0
-0.0005
-0.0010
-0.0015
-0.0020
-0.0025
-0.0030
-0.0035
-0.0040
-0.0045
-0.0050
x3
0
2
4
6
8
10
12
Время


16000
14000
12000
10000
8000
6000
4000
2000
0
x4
0
2
4
6
8
10
12
Время


0.800
0.795
0.790
0.785
0.780
0.775
0.770
0.765
0.760
0.755
0.750
x5
0
2
4
6
8
10
12
Время


delta
Шаг
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10


Количество шагов
Шаг
2000
1800
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
0.01
0.02
0.03
0.04
0.05
0.06
0.07
0.08
0.09
0.10