



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова»  
(БГТУ «ВОЕНМЕХ» им. Д.Ф. Устинова)

Факультет	И	Информационные и управляющие системы
	шифр	Наименование
Кафедра	И9	Систем управления и компьютерных технологий
	шифр	наименование
Дисциплина		Моделирование систем

## Лабораторная работа №4

на тему «Построение генератора случайного процесса  
методом формирующего фильтра»

Вариант №3

Выполнил студент группы И967

Васильев Н.А.

Фамилия И.О.

**ПРЕПОДАВАТЕЛЬ**

Захаров А.Ю.

Фамилия И.О.

Подпись

«\_\_\_\_\_»

2019 г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ

2019 г.

## Основные сведения из теории

При статистическом имитационном моделировании на основе математических, полунатурных и других моделей возникает задача имитации внешних воздействий на систему, имеющих форму случайных процессов с определенными характеристиками. Эта задача решается путем построения генераторов случайных процессов.

Случайным процессом  $X(t)$  называют функцию времени  $t$ , которая при каждом фиксированном значении аргумента является случайной величиной. Если эта функция скалярная, случайный процесс называют скалярным или одномерным.

Реализацией  $x(t)$  случайного процесса  $X(t)$  называют конкретный вид процесса, который непосредственно наблюдался на некотором отрезке времени от нуля до  $T$  (рис. 11,а). Реализация случайного процесса, очевидно, является детеминированной функцией. При многократном наблюдении случайного процесса может быть получено множество реализаций (рис. 11,б). Увеличение объема этого множества (теоретически до бесконечности) дает все более полное представление о свойствах случайного процесса.

В большинстве практических приложений для описания одномерного случайного процесса используются одномерная ПРВ и корреляционная функция.

Одномерная, или первая, ПРВ случайного процесса  $f(x,t)$  описывает распределение его значений для фиксированного момента времени  $t$ , или сечения процесса в момент времени  $t$  (например,  $t_1$  или  $t_2$  на рис. 11,б). На основе одномерной ПРВ для рассматриваемого момента времени могут быть определены любые средние характеристики, или моменты распределения, в частности математическое ожидание

$$m_x(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x,t)dx \quad (10)$$

и дисперсия

$$D_x(t) = D[X(t)] = M\left[\overset{\circ}{X}(t)^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x(t))^2 f(x,t)dx, \quad (11)$$

где  $\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - m_x(t)$  – центрированный случайный процесс (процесс с тождественно равным нулю математическим ожиданием),  $M[\dots]$  – математическое ожидание функции, заключенной в квадратные скобки.

Корреляционная функция одномерного случайного процесса  $K_x(t_1, t_2)$  характеризует взаимную зависимость его значений, соответствующих различным моментам времени (рис. 11,б), и вводится через двумерную ПРВ:

$$\begin{aligned} K_x(t_1, t_2) &= M\left[\overset{\circ}{X}(t_1)\overset{\circ}{X}(t_2)\right] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_x(t_1))(x_2 - m_x(t_2))f(x_1, t_1, x_2, t_2)dx_1dx_2, \quad (12) \end{aligned}$$

причем при  $t_1 = t_2 = t$  имеем  $K_x(t, t) = D_x(t)$ .

В частном случае стационарного случайного процесса

$$m_x(t) = m_x = \text{const}, D_x(t) = D_x = \text{const}, f(x, t) = f(x),$$

а корреляционная функция становится функцией одного аргумента:

$$K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2 - t_1) = K_x(\tau), \tau = t_2 - t_1, K_x(0) = D_x.$$

При программной реализации генераторов случайных процессов используются стандартные генераторы псевдослучайных чисел с равномерным или нормальным законом распределения. Такие генераторы обычно обеспечивают получение последовательностей чисел с достаточно низкой взаимной зависимостью. Если рассматривать такую последовательность  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_i, \dots, \xi_n$  как последовательность значений процесса  $\xi(t)$ , зарегистрированных в моменты времени  $t_1 < t_2 < \dots < t_i < \dots < t_n$  с постоянным шагом  $\Delta t$ :  $\xi(t_1) = \xi_1, \xi(t_2) = \xi_2, \dots, \xi(t_i) = \xi_i, \dots, \xi(t_n) = \xi_n, t_{i+1} = t_i + \Delta t$ , то будет получена модель дискретного белого шума. При  $\Delta t \rightarrow 0$  перейдем к модели непрерывного белого шума. При программной реализации шаг  $\Delta t$  всегда конечен. Его величину приходится учитывать при расчете параметров формирующего фильтра.

При использовании в качестве источника белого шума генератора равномерного закона распределения в диапазоне  $[0; 1]$  следует учесть, что генерируемая последовательность случайных чисел характеризуется математическим ожиданием  $m_\xi = 0,5$  и дисперсией  $D_\xi = 1/12 \approx 0,0833$ . Эти значения параметров соответствуют математическому ожиданию и интенсивности моделируемого непрерывного белого шума.

## Содержание задания

В соответствии с индивидуальным вариантом задания (табл. 17) построить программный генератор непрерывного случайного процесса с заданной корреляционной функцией  $K(\tau) = De^{-\alpha\tau}$ . Использовать метод формирующего фильтра.

Рассчитать и построить графики заданной и полученной корреляционных функций для интервала  $[0; 3/\alpha]$ .

№ варианта	$D$	$\alpha$	$h$	№ варианта	$D$	$\alpha$	$h$
3	0,5	2	0,002	23	2	3	0,01

## Результат работы программы

Размер выборки 10000

Сгенерировать

