



Информационные и управляющие системы

Наименование

Систем управления и компьютерных технологий

наименование

Моделирование систем

Вариант №3

Фамилия И.О.

Фамилия И.О.

Подпись

2019 г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГ
2019 г.

Основные сведения из теории

Понятие «система массового обслуживания» применяется для систем, выполняющих обработку, или обслуживание, поступающих на вход заявок (требований).

Совокупность поступающих на вход заявок называют входным потоком. Если моменты поступления отдельных заявок случайны, на входе системы имеет место случайный поток заявок.

Система массового обслуживания (СМО) представляет собой совокупность каналов, или приборов, обеспечивающих обслуживание заявок, и, возможно, очереди. Каждый канал может обслуживать в любой момент времени не более одной заявки. Время, требуемое на обслуживание заявки, как правило, случайное. Если в момент времени поступления на вход системы очередной заявки все каналы заняты обслуживанием, заявка занимает свободное место в очереди. При отсутствии свободных каналов и мест в очереди имеет место отказ в обслуживании заявки.

В качестве исходных данных при составлении моделей СМО рассматриваются характеристики входных потоков, количество и характеристики производительности каналов, количество мест в очереди.

К числу основных характеристик СМО, для определения которых строятся математические модели, относятся:

- вероятность обслуживания заявки, или относительная пропускная способность;
- вероятность отказа в обслуживании заявки;
- абсолютная пропускная способность – среднее число заявок, обслуживаемое в единицу времени;
- среднее число занятых каналов.

Интенсивность λ и производительность канала μ задаются как исходные количественные характеристики модели СМО.

Процесс смены состояний, характеризующийся перечисленными свойствами, относится к классу марковских, или процессов без последствия, и аналитически описывается уравнениями Колмогорова. Для модели на рис. 13 система уравнений Колмогорова имеет вид

$$\begin{aligned}\frac{dp_0}{dt} &= \mu p_1 - \lambda p_0, \\ \frac{dp_1}{dt} &= \lambda p_0 - \mu p_1, \\ p_0 + p_1 &= 1,\end{aligned}$$

где p_0 и p_1 – вероятности пребывания системы в состояниях соответственно x_0 и x_1 в рассматриваемый момент времени.

Поступающая в систему заявка получает отказ в обслуживании, если единственный канал занят (состояние x_1). Следовательно, для одноканальной СМО с отказами вероятности обслуживания p и отказа в обслуживании заявки q совпадают с вероятностями состояний: $p=p_0$, $q=p_1$.

Для стационарной модели ($\lambda = \text{const}$, $\mu = \text{const}$) могут быть найдены финальные вероятности, соответствующие установившемуся процессу смены состояний. В установившемся процессе вероятности состояний постоянны и система уравнений Колмогорова сводится к системе алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}\mu p_1 - \lambda p_0 &= 0, \\ \lambda p_0 - \mu p_1 &= 0, \\ p_0 + p_1 &= 1.\end{aligned}$$

Содержание задания

В соответствии с индивидуальным вариантом задания (табл. 18) построить имитационную статистическую модель одноканальной системы массового обслуживания с отказами. Процесс смены состояний системы считать марковским, поток заявок – простейшим. Интенсивность потока заявок λ и производительность канала μ заданы в таблице вариантов.

На основе построенной модели получить оценку для установившегося процесса указанной в таблице вариантов характеристики системы x , наблюдая процесс в течение 100 с. Оценить точность результата.

Определить требуемое время наблюдения процесса для оценки искомой характеристики с абсолютной погрешностью не более 0,01. Продолжить моделирование на основе итерационного алгоритма до получения оценки с требуемой точностью.

Для проверки результатов получить значение искомой характеристики аналитическим методом.

№ варианта	$\lambda, \text{с}^{-1}$	$\mu, \text{с}^{-1}$	x
3	15	20	p

Результат работы программы

λ	15		
μ	20		
p	0.57		
	За 100 с.	Спустя 1489 с.	
t	100	1589	
ϵ^*	0.038245578470076855	0.009643254040971477	
N	1514	23660	
M	852	13590	
p^*	0.5627476882430648	0.5743871513102282	