13. Последователни приближения. Метод на Пикар. Уравнения нерешени относно производната.

13.1. Последователни приближения. Метод на Пикар.

Разглеждаме задаачата на Коши

y’=y, y(0)=1

в интервала [-4,4].

- **Решете символно тази ЗК и начертайте графиката на решението в посочения интервал.**
- **Напишете редица от последователни приближения на намереното решение, получена с метода на Пикар.**
- **В същия прозорец начертайте графиките на първото, второто и петото приближения, получени с метода на Пикар.**

```
function pikar2018
hold on
grid on
xmin=-4;xmax=4;
x0=0; y0=1;
axis([xmin xmax -10,20]);

%Exact solution - calculation and plotting (black)
% [X,Y]=ode15s(@ff,[x0,xmax],y0);
% [X1,Y1]=ode15s(@ff,[x0,xmin],y0);
% plot(X,Y,X1,Y1,'k','LineWidth',2);

y=dsolve('Dy=y','y(0)=1')
t=linspace(xmin,xmax);
plot(t,eval(y),'k')

N=6;
%Calculating the first n approximations
x=linspace(x0,xmin);
xx=linspace(x0,xmax);

 z=y0*ones(1,length(x));
zz=y0*ones(1,length(xx));
```

```
plot(x,z,'b',xx,zz,'b')

for k=1:N

    z=y0+cumtrapz(x,ff(x,z));
    zz=y0+cumtrapz(xx,ff(xx,zz));

        if k==2
        plot(x,z,'g',xx,zz,'g')
        elseif k==5
        plot(x,z,'r',xx,zz,'r')
        end

end

function z = ff(x,y)
z=y;
%z=x.^2+y.^2;
end

end
```

Направете същото за ЗК y' = x^2+y^2, y(0)=1, но първо решете числено, а не символно тази задача в същия интервал. (коментираните редове в кода)

13.2. Уравнения, нерешени относно производната. Обикновени и особени точки. Особени решения. Обвивка от прави.

Зад1. Дадено е уравнението 5y+(y')^2=x^2+xy'.

- Намерете негонвите обикновени и особени точки. Ако y-то има особени решения, то начертайте с черен цвят техните графики в интервала [-8,8]
- Начертайте графиките в същия интервал на решенията на уравнението, които минават през обикновена точка, въвеждана чрез кликване с мишката в правоъгълника [-8,8]x[-6,6]. Ако кликвате в точка, през която не минава решение, то изведете съобщение за това.
-

```
function Unsolve
 %5y+y'^2=x^2+xy'
 clear
axis([-8,8,-6,6])
set(gca,'DataAspectRatio',[1,1,1])
```

```
hold on
grid on
syms x y z
ff=z^2+5*y-x^2-x*z;
dff=diff(ff,z);
[y,z]=solve(ff,dff,y,z)
x=-8:1/100:8;
yy=eval(y);
plot(x,yy,'k')
[x0,y0]=ginput(1);
plot(x0,y0,'r*')
if y0>x0^2/4
    text(x0+0.1,y0,'no solution')
else
    y1=dsolve('(Dy)^2-x*Dy-x^2+5*y=0','y(x0)=y0','x');

    plot(x,eval(y1))
end
end
```

Направете същото, но за уравнението на Клеро y=xy’ +(y’)^2:

```
function klero
 %y=xy'+f(y')
 clear
axis([-6,6,-6,6])
set(gca,'DataAspectRatio',[1,1,1])
hold on
syms x y z
ff='x*z+z^2-y';
dff=diff(ff,z);
[y,z]=solve(ff,dff,'y,z')
x=-6:1/100:6;
yy=eval(y);
plot(x,yy,'k')%,s,gg,'b')
grid on
[x0,y0]=ginput(1);
plot(x0,y0,'r.')
if y0<-x0^2/4
   text(x0+0.1,y0,'no solution')
else
   f=dsolve('x*Dy+(Dy)^2-y=0','y(x0)=y0','x')
    for k=1:length(f)
    yyy=eval(f(k));
    plot(x,yyy,'b')
    end
end
```

```
end
```