7. Седмо упражнение.

Матрици. Векторни полета и фазови портрети на линейни автономни системи в равнината. Устойчивост.

- Матрици (ако не е останало време в първото упражнение)
- Собствени стойности и собствени вектори на матрица

Пример: A = [2,-1,1; 1,2,-1;1,-1,2]

eig (A) – връща собствените стойности на A

[T,D]=eig(A)

T- по стълбовете стоят собствените вектори на A, нормирани
D – по диагонала са собствените стойности на A
Тогава: inv(T)*A*T=D

- Класификация на равновесните точки на линейни автономни системи в равнината. Фазови портрети и векторни полета. Устойчивост по Ляпунов и асимптотична устойчивост.

Зад 1. Дадена е системата $\dot{x} = Ax + b$
Където матрицата A и векторът b са в кода ☺

1. Намерете равновесната точка на системата и я изследвайте относно устойчивост. Определете типа на намерената равновесна точка.

1. Начертайте фазов портрет на системата в околност на равновесната точка. Към всяка една от изобразените фазови криви (без равновесната точка) начертайте по един тангенциален вектор. Маркирайте със символа звезда положението на равновесие.

```
function phaseportret
clc
clf
tmax=50;
A=[1,2;4,3];b=[1;-1]; %sedlo
%A=[-1,0;0,-2];b=[-1;-6]; % ustoichiv vuzel
%A=[3,1;4,3];b=[-3;-4];% neustoichiv vuzel
%A=[4,1;-2,2];b=[-5;0];% neustoichiv fokus
%A=[-5,1;-18,1];b=[0;0];% ustoichiv fokus
%A=[-2,-4;2,2];b=[0;-2];% centur
%A=[2,0;0,2];b=[0;0];% neustoichiiv dikreticheski vuzel
%A=[-2,0;0,-2];rhs=[0;0];% ustoichiiv dikreticheski vuzel
```

```
eqp=A\(-b);
plot(eqp(1),eqp(2),'m*')
axis([eqp(1)-5,eqp(1)+5,eqp(2)-5,eqp(2)+5])
hold on
grid on
[T,D]=eig(A)
if imag(D(1,1))==0 % в този if се изчертавата правите,
%определни от собствените вектори на системата, когато
%собствените стойности са реални. Тогава частите от тези прави
%без равновесната точка са фазови криви на системата.
%Равновесната точка е отделна фазова крива.
        xx=-10:1:10;
        for j=1:2
            if T(1,1)~=0
                plot(xx+eqp(1),T(2,j)/T(1,j)*xx+eqp(2),'k')
                else
                plot(0*xx+eqp(1),xx,'k')
            end
        end
    end
x=eqp(1)-4:2:eqp(1)+4;
y=eqp(2)-4:2:eqp(2)+4;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
    for i=1:length(x)
        for k=1:length(y)
            [T,Z]=ode45(@rhs,[0,tmax],[X(i,k),Y(i,k)]);
            [T1,Z1]=ode45(@rhs,[0,-tmax],[X(i,k),Y(i,k)]);
            plot(Z(:,1),Z(:,2),Z1(:,1),Z1(:,2),'b')
        end
    end
    function z=rhs(t,y)
        z=A*y+b;
    end
DX=A(1,1)*X+A(1,2)*Y+b(1);
DY=A(2,1)*X+A(2,2)*Y+b(2);
d=sqrt(DX.^2+DY.^2);
quiver(X,Y,DX./d,DY./d,0.5,'r')
end
```

Ако не чертаем фазовите криви, а само тангенциалните вектори (x,Ax+b) в мрежа от точки, то получаваме векторно поле на системата. Това може да се демонстрира с този файл, като се коментира plot-a. Евентуално може да се взема по-гъста мрежа за векторното поле.

- Ако тук остане време, може да се начертае векторното поле на някоя от системите в следващото упражнение.