

ΔΙΑΤΑΞΕΙΣ ΥΨΗΛΩΝ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ 2

Η/Μ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑ - ΚΥΜΑΤΟΔΗΓΟΙ - ΕΠΙΠΕΔΕΣ
ΓΡΑΜΜΕΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ – ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ - ΣΥΝΤΟΝΙΣΤΕΣ

Κωνσταντίνος Βλαχάκος

ΑΕΜ:10403

Άσκηση 2.1

Ζητείται ο προσδιορισμός της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς δύο υλικών σε κυματοδηγό με τη βοήθεια της γραμμής εγκοπής και του παλμογράφου. Βασική ιδέα της διαδικασίας είναι η σύγκριση των αποστάσεων των ελαχίστων του αγνώστου φορτίου (υλικό με σχετική διηλεκτρική σταθερά) σε σχέση με τα ελάχιστα από το βραχυκύκλωμα, η οποία θα βοηθήσει στον προσδιορισμό των σύνθετων αντιστάσεων εισόδου και συνεπώς στην άγνωστη διηλεκτρική σταθερά του υλικού.

Αρχικά τα δεδομένα (σε mm):

| | | | | |
|---------------------|------|------|-------|-------|
| Βραχυκύκλωμα | 48.4 | 73 | 97.5 | 122.2 |
| Υλικό 1/A | 46.9 | 71.5 | 96 | 120.7 |
| Υλικό 1/B | 55.6 | 80.2 | 104.7 | 129.4 |
| Υλικό 2/A | 46.7 | 71.3 | 95.8 | 120.5 |
| Υλικό 2/B | 52.6 | 77 | 101.7 | 126.3 |

Η ταχύτητα διάδοσης στο υλικό είναι: $v_o = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$ και συνεπώς η χαρακτηριστική αντίσταση:

$$\eta' = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r}}. \text{ Συνεπώς: } f_c' = \frac{c}{2a\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{f_c}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{ και } \begin{cases} Z_o' = \frac{\eta'}{\sqrt{1 - (\frac{f_c'}{f})^2}} = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_r - (\frac{f_c}{f})^2}} \\ \lambda_g' = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r f^2 - f_c^2}} \end{cases}$$

Στην περίπτωση του βραχυκυκλώματος έχω: $Z_{LSC} = jZ_o' \tan(\beta'h)$ όπου αντίστοιχα

$\beta' = \frac{2\pi}{\lambda_g'}$ και h το πάχος του διηλεκτρικού. Στην περίπτωση του υλικού με το κενό τμήμα

κυματοδηγού $\lambda/4$ έχω $Z_{in} = \frac{Z_o'^2}{Z_L} \xrightarrow{Z_L=0} Z_{in} = \infty$ (προσομοίωση ανοιχτού κυκλώματος):

$Z_{LOC} = -jZ_o' \cot(\beta'h) = \frac{Z_o'}{j \tan(\beta'h)}$. Από τις σχέσεις αυτές προκύπτει: $Z_o'^2 = Z_{LSC} Z_{LOC}$,

ενώ για τα άγνωστα ορίσματα $(\beta'h)$ αξιοποιώ την ανάλυση για την εύρεση της αντίστασης του φορτίου για μεγάλο SWR σε συνάρτηση με τη μετατόπιση του ελαχίστου από το βραχυκύκλωμα: $Z_T = -jZ_o \tan(\beta d_{\min})$. Από την εξίσωση $Z_o'^2 = Z_{LSC} Z_{LOC}$ και λύνοντας

ως προς ϵ_r προκύπτει: $\epsilon_r = \left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - \frac{1 - (\frac{f_c}{f})^2}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_g} d_{A\min}\right) \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_g} d_{B\min}\right)}$. Καθώς έχω πολλές

μετρήσεις σε όλο το μήκος της γραμμής εγκοπής προσδιορίζω τα $d_{A\min}, d_{B\min}$ ως μέσες τιμές των μετατοπίσεων. Οι παραπάνω υπολογισμοί με τα συγκεκριμένα δεδομένα μπορούν να γίνουν με την παρακάτω συνάρτηση σε κώδικα MATLAB:

```

function er=er(a,d0,d1,d2)

%d0 matrix of short circuit plain
%d1 matrix of first measurement
%d2 matrix of second measurement
c=physconst('LightSpeed');
fc=c/(2*a);
lg=[0 0 0];
for i=1:3
    lg(i)=d0(i+1)-d0(i);
end
lgmean=2*mean(lg);
f=sqrt(fc^2+(c/lgmean)^2);
k=(fc/f)^2;
for i=1:3
    da(i)=d1(i+1)-d0(i);
end
for i=1:3
    db(i)=d2(i)-d0(i);
end
damin=mean(da);
dbmin=mean(db);

er=k-((1-k)/(tan(2*pi*damin/lgmean)*tan(2*pi*dbmin/lgmean)));
end

```

Στην οποία το βρίσκεται για τον κυματοδηγό WR-90 $a=22.86\text{mm}$. Η συνάρτηση αυτή για τα δύο υλικά δίνει: $\epsilon_r=2.35793$, $\epsilon_b=4.13976$.

Στην περίπτωση που έχω μόνο τη μέτρηση A για το κάθε υλικό η ανάλυση έχει ως εξής: Η

χαρακτηριστική αντίσταση του κυματοδηγού με το διηλεκτρικό είναι: $Z_1 = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r - (\frac{f_{c0}}{f})^2}}$

ενώ η σταθερά διάδοσης: $\beta_1 = \frac{2\pi f}{c_0} \sqrt{\epsilon_r - (\frac{f_{c0}}{f})^2}$. Συνεπώς εφ' όσον καταλήγει σε

βραχυκύκλωμα η αντίσταση εισόδου θα γίνει: $Z_A = jZ_1 \tan(\beta_1 d)$ όπου d είναι το πάχος του διηλεκτρικού. Επίσης έχω την $Z_T = -jZ_0 \tan(\beta d_{\min})$ όπου θεωρώ φορτίο το διηλεκτρικό με το βραχυκύκλωμα. Για την χαρακτηριστική αντίσταση του κυματοδηγού έχω:

$Z_0 = \frac{\eta_0}{\sqrt{1 - (\frac{f_{c0}}{f})^2}}$. Εξισώνοντας τα δύο μεγέθη έχω:

$$Z_A = Z_T \Rightarrow j \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r - (\frac{f_{c0}}{f})^2}} \tan\left(\frac{2\pi f d}{c_0} \sqrt{\epsilon_r - (\frac{f_{c0}}{f})^2}\right) = -j \frac{\eta_0}{\sqrt{1 - (\frac{f_{c0}}{f})^2}} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_g} d_{\min}\right) \text{ και}$$

θέτοντας $x = \frac{2\pi f d}{c_0} \sqrt{\epsilon_r - (\frac{f_{c0}}{f})^2}$ έχω την εξής υπερβατική εξίσωση:

$$\frac{\tan x}{x} = -\frac{c_0}{2\pi f d \sqrt{1 - (\frac{f_{c0}}{f})^2}} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda_g} d_{\min}\right) \text{ η οποία λύνεται στο MATLAB με την παρακάτω}$$

υλοποίηση:

```

function eronlya=eronlya(a,d0,d1,d)

%d0 matrix of short circuit plain
%d1 matrix of first measurement
%d=length of dielectric
c=3*10^8;
fc=c/(2*a);
lg=[0 0 0];
for i=1:3
    lg(i)=d0(i+1)-d0(i);
end
lgmean=2*mean(lg);
f=sqrt(fc^2+(c/lgmean)^2);
k=(fc/f)^2;
for i=1:3
    da(i)=d1(i+1)-d0(i);
end
damin=mean(da);
zo=120*pi/sqrt(1-k);
xa=-zo*tan(2*pi*damin/lgmean);
resb=c*xa/(2*pi*120*pi*f*d);
xzero=(2*pi*f*d/c)*sqrt(2-k^2);
x = fzero(@(x) (tan(x)/x-resb) ,xzero);
eronlya=k+(c*x/(2*pi*f*d))^2;
end

```

(Σημείωση: καθώς το σύστημα επίλυσης της υπερβατικής fzero είναι πολύ ευαίσθητο στην μεταβλητή dmin πάρθηκαν τα εξής offset στα δεδομένα με σκοπό τη σύγκλιση σε κοντινές τιμές με τον προηγούμενο υπολογισμό: damin-0.0000555 και dbmin+0.0000415).

Ο κώδικας αυτός δίνει **er_a=2.35245**, **er_b=4.13303**

Τέλος ο κώδικας με τα δεδομένα και τους υπολογισμούς για όλα τα ερωτήματα της άσκησης μπορεί να προστεθεί στην αρχή του αρχείου:

```

%WR90
a=22.86*10^(-3);b=10.16*10^(-3);
scdistance=10^(-3)*[48.4 73.0 97.5 122.2];
%Material 1
d1=1.5*10^(-3);
mat1a=10^(-3)*[46.9 71.5 96.0 120.7];
mat1b=10^(-3)*[55.6 80.2 104.7 129.4];
ans1=er(a,scdistance,mat1a,mat1b)
ans1onlya=eronlya(a,scdistance,mat1a-0.0000555,d1)
%Material 2
d2=1.517*10^(-3);
mat2a=10^(-3)*[46.7 71.3 95.8 120.5];
mat2b=10^(-3)*[52.6 77.0 101.7 126.3];
ans2=er(a,scdistance,mat2a,mat2b)
ans2onlya=eronlya(a,scdistance,mat2a+0.0000415,d2)

```

Άσκηση 2.2

Ζητείται η ανάλυση στοιχειοκεραίας με βάση την υπέρθεση των πεδίων. Για να βρεθεί η κατευθυντικότητα για τις διάφορες αποστάσεις και διατάξεις του I χρειάζεται πρώτα να προσδιορισθεί το μακρινό πεδίο για κάποια απόσταση r (σε σφαιρικές συντεταγμένες).

Ο γενικός τύπος για τον προσδιορισμό του πεδίου κεραίας $\lambda/2$ είναι:

$$E_{\theta}(\mathbf{r}) = j60I_0 \frac{e^{-jkr} \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{r \sin(\theta)}$$

Σε κεραία οριζόντιας απόστασης d (κατά τον άξονα x) από την αρχή των αξόνων δύνανται να γίνουν οι εξής προσεγγίσεις στους παράγοντες πλάτους και φάσης του ηλεκτρικού πεδίου. Ο παράγοντας πλάτους θεωρείται ίδιος ενώ για τον παράγοντα φάσης

$\mathbf{r}_i = \mathbf{r} - \overrightarrow{OA_i} = \mathbf{r} - d\hat{\mathbf{x}}(\cos \varphi \sin \theta \hat{\mathbf{x}} + \sin \varphi \sin \theta \hat{\mathbf{y}} + \cos \theta \hat{\mathbf{z}}) = \mathbf{r} - d \cos \varphi \sin \theta \hat{\mathbf{x}}$. Συνεπώς το ηλεκτρικό πεδίο για όλες τις κεραίες είναι:

$$E_{\theta}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^8 E_{i\theta}(\mathbf{r}) = \frac{j60 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{r \sin \theta} \sum_{i=1}^8 I e^{-jk(r-d \cos \varphi \sin \theta)}$$

υλοποιείται με την εξής συνάρτηση στο MATLAB:

```
function efield=efield(theta,phi,I)
%Constants
f=10^9;
lambda=physconst('LightSpeed')/f;
k=2*pi/lambda;
d=lambda/2;
r=10;%does not matter
%Antenna Initialization
antennas=[-7*d/2 -5*d/2 -3*d/2 -d/2 +d/2 +3*d/2 +5*d/2 +7*d/2];
efieldfinal=zeros(length(theta),length(phi));
for i=1:8
    for ph=1:length(phi)
        for th=1:length(theta)
            if (theta(th)==0 || theta(th)==pi) efield(th,ph)=0;
            else
                efield(th,ph)=j*60*I(i)/(r*sin(theta(th)))*exp(-j*k*(r-
                antennas(i)*cos(phi(ph))*sin(theta(th))*cos(pi/2*cos(theta(th))));
            end
        end
    end
    efieldfinal=efieldfinal+efield;
end
efield=abs(efieldfinal);
end
```

Για τα διαγράμματα ακτινοβολίας σχεδιάζω το πολικό διάγραμμα του $\frac{|E|}{|E_{\max}|}$ για το

κατακόρυφο Z-XY γωνία θ από 0° ως 180° και γωνία $\varphi=0^\circ$ ενώ για το οριζόντιο X-Y γωνία φ από 0° ως 360° και γωνία $\theta=90^\circ$. Τα διαγράμματα αυτά μπορούν να υλοποιηθούν με τον παρακάτω κώδικα:

```
ef=efield(deg2rad([0:180]),deg2rad([-180:180]),I);
maxe=max(ef,[],'all');
```

```

%Vertical
phi=0;
theta=[0:180];
for i=1:length(theta)
    evert(i)=efield(deg2rad(theta(i)),phi,I);
end
evertmax=max(evert);
figure(1)
polarplot(deg2rad(theta),evert/evertmax);
title('Vertical Polar Plot','0<theta<180, Z-XY Pane')

%Horizontal
phi=[0:360];
theta=pi/2;
for i=1:length(phi)
    ehor(i)=efield(theta,deg2rad(phi(i)),I);
end
ehormax=max(ehor)
figure(2)
polarplot(deg2rad(phi),ehor/ehormax);
title('Horizontal Polar Plot','0<phi<360, X-Y Pane')

```

Οι πρώτες δύο εντολές υπολογίζουν το μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο μέσα από έναν δισδιάστατο πίνακα για όλες τις δυνατές γωνίες του χώρου ο οποίος θα χρησιμοποιηθεί και για την απεικόνιση του τρισδιάστατου διαγράμματος.

Σημείωση: Έναντι της παραπάνω ανάλυσης δύναται να χρησιμοποιηθεί και το `antennaArrayDesigner` από το `Antenna Toolbox`, στο οποίο μπορούμε μέσα από γραφικό περιβάλλον να σχεδιάσουμε απευθείας την κεραία και να πάρουμε όλα τα διαγράμματα. Ωστόσο για το μαθηματικό ενδιαφέρον αποφασίστηκε να χρησιμοποιηθεί η απλή `polarplot`. Επιπρόσθετα, στο κατακόρυφο διάγραμμα ακτινοβολίας καθώς το θ τρέχει έως 180 μοίρες θα αποδίδει το πεδίο μόνο για τα θετικά y)

Για το τρισδιάστατο διάγραμμα ακτινοβολίας κατασκευάζω έναν πίνακα E διαστάσεων $\theta \times \varphi$ από την παραπάνω συνάρτηση `efield(theta,phi,I)` και χρησιμοποιώ την συνάρτηση `patternCustom(magE,theta,phi)` από το `Antenna Toolbox` για να πάρω εύκολα και γρήγορα το τρισδιάστατο διάγραμμα.

```

figure(3)
patternCustom(ef.',[0:180],[0:360]);

```

Για το μαθηματικό ενδιαφέρον υλοποιήθηκε και μια έξτρα συνάρτηση υπολογισμού του τρισδιάστατου διαγράμματος αξιοποιώντας τους τύπους μετασχηματισμού από σφαιρικές σε καρτεσιανές συντεταγμένες.

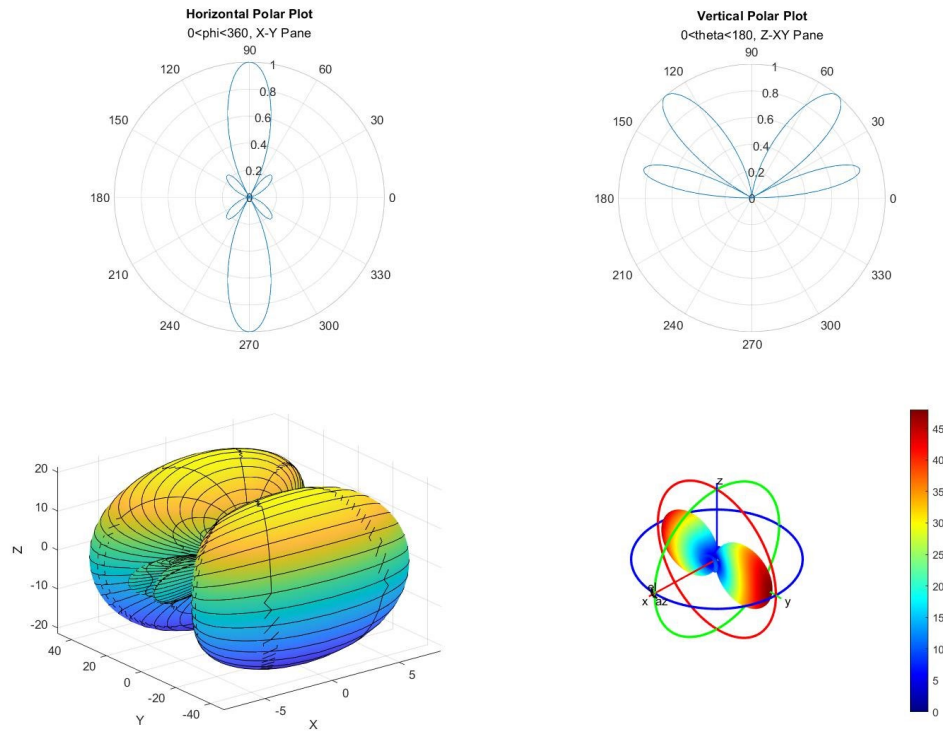
```

figure(4)
syms th ph
rho=efield(th,ph,Ipick);
x = rho*sin(th)*cos(ph);
y = rho*sin(th)*sin(ph);
z = rho*cos(th);
fsurf(x,y,z,[0 2*pi 0 pi])
xlabel('X')
ylabel('Y')
zlabel('Z')

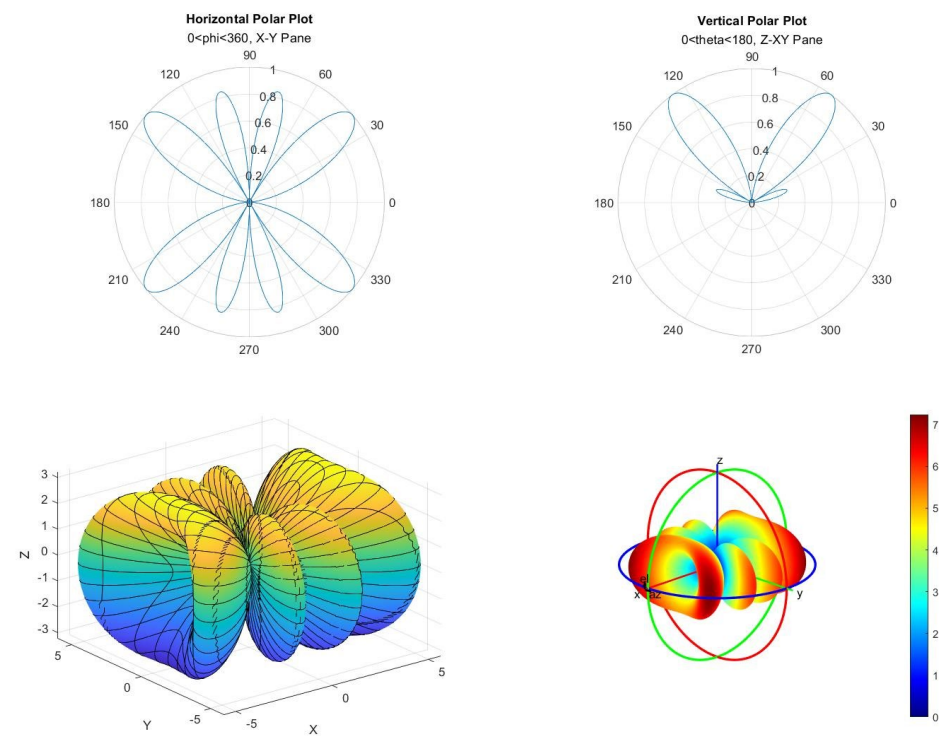
```

Τα διαγράμματα και τα αποτελέσματα των παραπάνω διαδικασιών δίνονται για κάθε περίπτωση στις παρακάτω εικόνες:

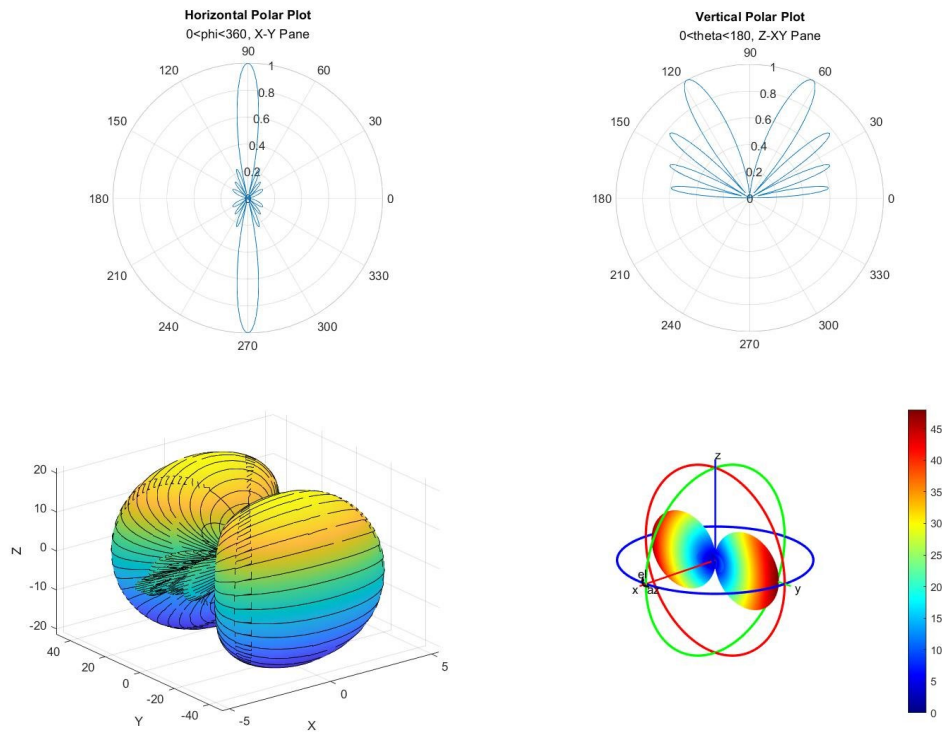
- **$d=\lambda/4$ και ίδια ρεύματα**



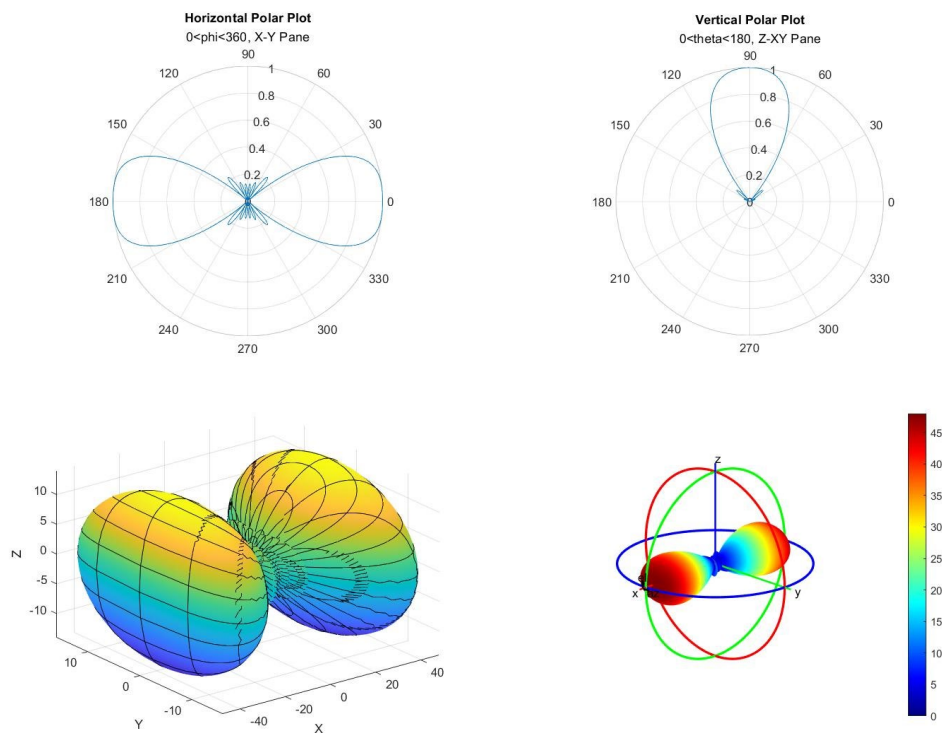
- **$d=\lambda/4$ και ρεύματα εναλλάξ**



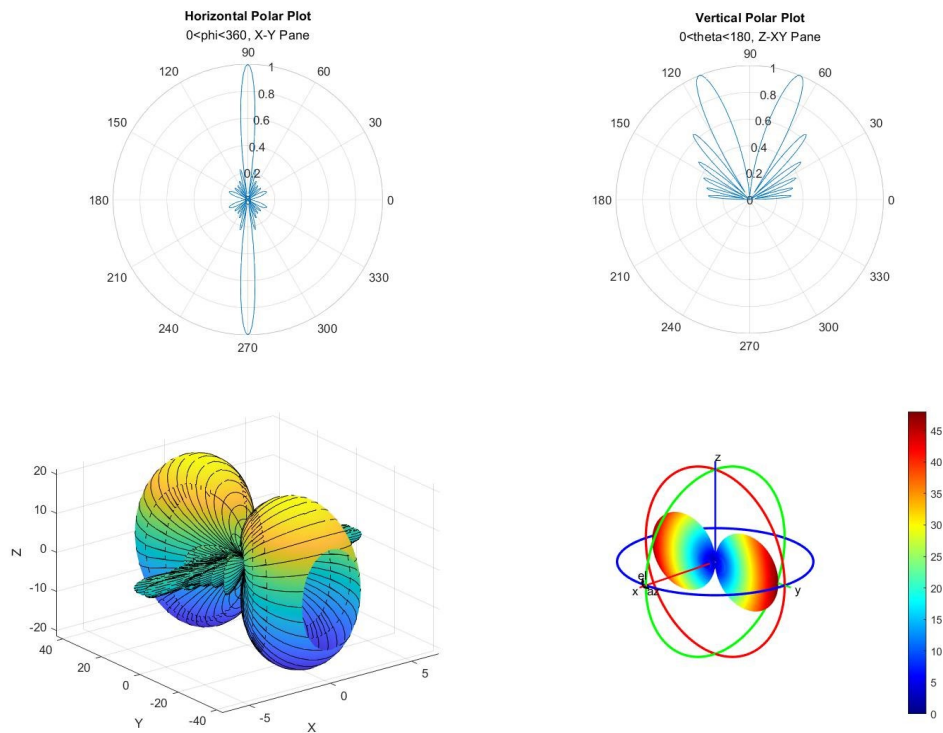
- **$d=\lambda/2$ και ίδια ρεύματα**



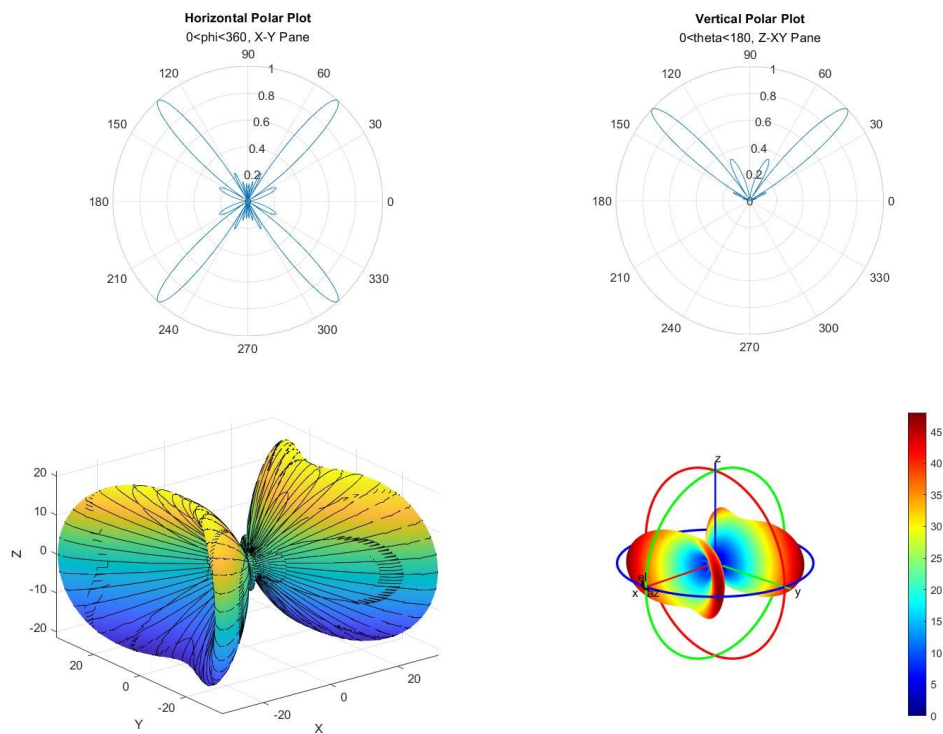
- **$d=\lambda/2$ και ρεύματα εναλλάξ**



- **$d=3\lambda/4$ και ίδια ρεύματα**



- **$d=3\lambda/4$ και ρεύματα εναλλάξ**



Από τα σχήματα των διαγραμμάτων συμπεραίνω ότι οι καλύτεροι συνδυασμοί είναι:
για **ευρύπλευρη** λειτουργία (μέγιστο στον άξονα y): $d=3\lambda/4$ και ρεύματα ίδια (διάγραμμα με το πιο μικρό HPBW, μέγιστη κατευθυντικότητα).
για **ακροπυροδοτική** λειτουργία (μέγιστο στον άξονα x): $d=\lambda/2$ και ρεύματα εναλλάξ (μοναδική επιλογή που έχει μέγιστο ως προς τον άξονα x).

Η κατευθυντικότητα μιας κεραίας ορίζεται ως

$$D = \frac{P_{r,\max}}{P_{r,av}} = \frac{P_{r,\max}}{W_r / (4\pi r^2)} = \frac{4\pi P_{r,\max}}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_r \sin \theta d\theta d\varphi} \quad \text{όπου το } P_r = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{E_\theta H_\varphi^*\} = \frac{1}{2} \frac{|E_\theta|^2}{120\pi}$$

αφού η κυματική αντίσταση στον αέρα είναι: $\frac{E_\theta}{H_\varphi} = \eta_o = 120\pi$. Για το $P_{r,\max}$ έχω ήδη

υπολογίσει το μέγιστο πεδίο σε κάθε ζεύγος γωνίας. Το ολοκλήρωμα από την άλλη μπορεί να προσεγγιστεί ως όριο διπλού αθροίσματος Riemann:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi P_r \sin \theta d\theta d\varphi = \lim_{|\Delta| \rightarrow 0} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{M-1} P_r(\theta_k, \varphi_n) \sin \theta_k \Delta \theta_k \Delta \varphi_n, \quad \text{όπου } |\Delta| \text{ είναι το πλάτος της}$$

διαμέρισης της επιφάνειας. Η παραπάνω ανάλυση πραγματοποιείται με τον εξής κώδικα:

```
prmax=maxe*maxe/(2*120*pi);
pr=(1/2)*ef.^2/(120*pi);
wr=0;

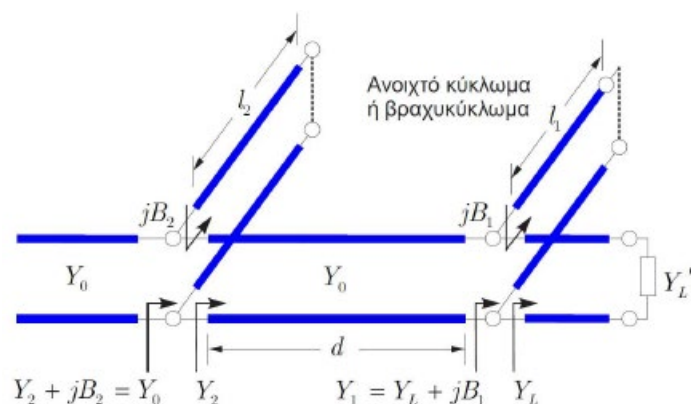
for ph=1:length(phi)
    wrtheta=0;
    for th=1:length(theta)
        wrtheta=wrtheta+pr(th,ph)*sin(theta(th))*deg2rad(1);
    end
    wr=wr+wrtheta*deg2rad(1);
end
D=4*pi*prmax/wr;
```

ο οποίος δίνει: για την ευρύπλευρη λειτουργία **D=24.6925** ενώ για την ακροπυροδοτική **D=9.0182** τα οποία απέχουν εμφανώς από τις θεωρητικές τιμές 12 και 16 αντίστοιχα.

Παρατηρώ ότι ακόμα και αν αυξήσω τα σημεία των γωνιών και μικρύνω το βήμα οι τιμές αυτές δε βελτιώνονται σημαντικά προς τις θεωρητικές, συνεπώς ενδέχεται να μην ισχύουν οι προσεγγίσεις για τον υπολογισμό της κατευθυντικότητας ή να υπάρχει μεγάλο σφάλμα από τη διακριτοποίηση της επιφάνειας.

Άσκηση 2.3

Στην περίπτωση του διπλού κλαδωτή θα θεωρήσω δύο περιπτώσεις μία όπου τα άκρα τους είναι βραχυκλωμένα και μία όπου είναι ανοιχτοκυκλωμένα. Η ανάλυση ακολουθεί την εξής πορεία:



- Τα άκρα είναι βραχυκυκλωμένα.

Για τον πρώτο κλαδωτή: $Z_1 = jZ_o \tan(\beta l_1) \Rightarrow Y_1 = -j \frac{Y_o}{\tan(\beta l_1)} = -jB_1$ αντίστοιχα για τον

δεύτερο κλαδωτή: $Z_2 = jZ_o \tan(\beta l_2) \Rightarrow Y_2 = -j \frac{Y_o}{\tan(\beta l_2)} = -jB_2$. Στο σημείο (1) του

σχήματος από το φορτίο ισχύει $Y_A = Y_L + Y_1 = G_L + j(B_L - B_1)$ ενώ για το σημείο (2) έχω

$$\text{από το μήκος d: } Y_B = Y_o \frac{Y_A + jY_o \tan(\beta d)}{Y_o + jY_A \tan(\beta d)} = Y_o \frac{G_L + j(B_L - B_1 + Y_o \tan(\beta d))}{Y_o - (B_l - B_1) \tan(\beta d) + jG_l \tan(\beta d)} \cdot \Gamma_{\text{τα}}$$

την αγωγιμότητα εισόδου έχω $Y_{in} = Y_B + Y_2 = G_B + jB_B - jB_2 = G_B + j(B_B - B_2)$ και για να

πετύχω προσαρμογή αρκεί: $Y_{in} = Y_o \Rightarrow \left| \frac{G_B = Y_o}{B_r = B_o} \right|$. Από την ταυτότητα:

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \quad \text{éχω:}$$

$$G_B = \frac{Y_o G_L (Y_o - (B_L - B_1) \tan(\beta d) + Y_o (B_L - B_1 + Y_o \tan(\beta d)) G_L \tan(\beta d)}{(Y_o - (B_L - B_1) \tan(\beta d))^2 + G_L^2 \tan^2(\beta d)} = Y_o$$

$$B_B = \frac{Y_o(B_L - B_1 + Y_o \tan(\beta d))(Y_o - (B_L - B_1) \tan(\beta d)) - Y_o G_L^2 \tan(\beta d)}{(Y_o - (B_L - B_1) \tan(\beta d))^2 + G_L^2 \tan^2(\beta d)} = B_2$$

Και εφ' όσον τα $Y_o, G_L, B_L, \tan(\beta d)$ είναι γνωστά μπορούν να προσδιορισθούν τα άγνωστα B_1, B_2 . Έτσι τα άγνωστα μήκη των κλαδωτών μπορούν να γίνουν:

$$\tan(\beta l_1) = \frac{Y_o}{B_1} \Rightarrow l_1 = \frac{\tan^{-1}(\frac{Y_o}{B_1})}{\beta}, \tan(\beta l_2) = \frac{Y_o}{B_2} \Rightarrow l_2 = \frac{\tan^{-1}(\frac{Y_o}{B_2})}{\beta}$$

- Τα άκρα είναι ανοιχτοκυκλωμένα

Για τον πρώτο κλαδωτή: $Z_1 = -jZ_o \cot(\beta l_1) \Rightarrow Y_1 = jY_o \tan(\beta l_1) = jB_1$ αντίστοιχα για τον δεύτερο κλαδωτή: $Z_2 = -jZ_o \cot(\beta l_2) \Rightarrow Y_2 = jY_o \tan(\beta l_2) = jB_2$. Στο σημείο (1) του σχήματος από το φορτίο ισχύει $Y_A = Y_L + Y_1 = G_L + j(B_L + B_1)$ ενώ για το σημείο (2) έχω από το μήκος d: $Y_B = Y_o \frac{Y_A + jY_o \tan(\beta d)}{Y_o + jY_A \tan(\beta d)} = Y_o \frac{G_L + j(B_L + B_1 + Y_o \tan(\beta d))}{Y_o - (B_L + B_1) \tan(\beta d) + jG_L \tan(\beta d)}$. Για την αγωγιμότητα εισόδου έχω $Y_{in} = Y_B + Y_2 = G_B + jB_B + jB_2 = G_B + j(B_B + B_2)$ και για να πετύχω προσαρμογή αρκεί: $Y_{in} = Y_o \Rightarrow \begin{cases} G_B = Y_o \\ B_B = -B_2 \end{cases}$. Από την ταυτότητα:

$$\frac{a + jb}{c + jd} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + j \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \text{ έχω:}$$

$$G_B = \frac{Y_o G_L (Y_o - (B_L + B_1) \tan(\beta d) + Y_o (B_L + B_1 + Y_o \tan(\beta d)) G_L \tan(\beta d))}{(Y_o - (B_L + B_1) \tan(\beta d))^2 + G_L^2 \tan^2(\beta d)} = Y_o$$

$$B_B = \frac{Y_o (B_L + B_1 + Y_o \tan(\beta d)) (Y_o - (B_L + B_1) \tan(\beta d)) - Y_o G_L^2 \tan(\beta d)}{(Y_o - (B_L + B_1) \tan(\beta d))^2 + G_L^2 \tan^2(\beta d)} = -B_2$$

Και εφ' όσον τα $Y_o, G_L, B_L, \tan(\beta d)$ είναι γνωστά μπορούν να προσδιορισθούν τα άγνωστα B_1, B_2 . Έτσι τα άγνωστα μήκη των κλαδωτών μπορούν να γίνουν:

$$\tan(\beta l_1) = \frac{B_1}{Y_o} \Rightarrow l_1 = \frac{\tan^{-1}(\frac{B_1}{Y_o})}{\beta}, \tan(\beta l_2) = \frac{B_2}{Y_o} \Rightarrow l_2 = \frac{\tan^{-1}(\frac{B_2}{Y_o})}{\beta}$$

Για προσαρμογή φορτίου 10-j70 σε γραμμή μεταφοράς 50Ω σε κεντρική συχνότητα 5GHz και απόσταση μεταξύ των κλαδωτών d=λ/8 (στα 5GHz) το σύστημα επιλύεται αριθμητικά και παίρνω:

```
zo=50;
yo=1/zo;
z1=10-j*70;
gl=real(1/z1);
bl=imag(1/z1);
lambda=physconst('LightSpeed')/5e9;
```

- Για βραχυκυκλωμένα άκρα

```
eqna= (yo*gl*(yo-bl+x)+yo*(bl-x+yo)*gl)/((yo-bl+x)^2+gl^2)-yo==0
res=solve(eqna,x); bl=res(2) %κρατάω το θετικό
eqnb=(yo*(bl-bl+yo)*(yo-bl+b1)-yo*gl^2)/((yo-bl+b1)^2+gl^2)-x==0
res2=solve(eqnb,x)
el1=atan(yo/bl)/(2*pi/lambda)
el2=atan(yo/b2)/(2*pi/lambda)
```

Το οποίο δίνει μήκος πρώτου κλαδωτή $l = 0.0137 = 0.2285\lambda$ και μήκος δεύτερου κλαδωτή $l = 0.0028 = 0.0467\lambda$

- Για ανοιχτοκυκλωμένα άκρα

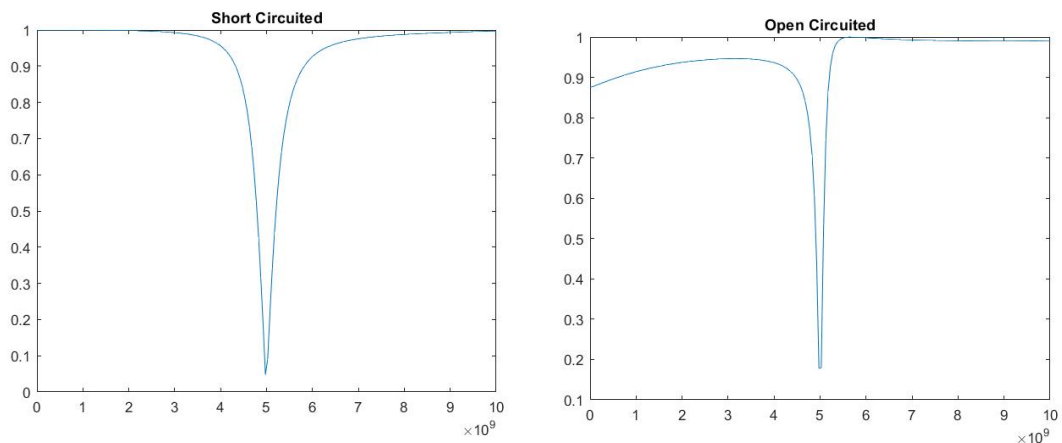
```
eqna= (yo*gl*(yo-bl-x)+yo*(bl+x+yo)*gl)/((yo-bl-x)^2+gl^2)-yo==0
res=solve(eqna,x); bl=res(2) %κρατάω το θετικό
eqnb=(yo*(bl+b1+yo)*(yo-bl-b1)-yo*gl^2)/((yo-bl-b1)^2+gl^2)+x==0
res2=solve(eqnb,x)
el1=atan(bl/yo)/(2*pi/lambda)
el2=atan(b2/yo)/(2*pi/lambda)
```

Το οποίο δίνει μήκος πρώτου κλαδωτή $l = 0.0061 = 0.1017\lambda$ και μήκος δεύτερου κλαδωτή $l = 0.0132 = 0.2202\lambda$

Για το διάγραμμα του συντελεστή ανάκλασης αξιοποιείται ο κώδικας της πρώτης εργασίας για την ανάλυση γραμμής μεταφοράς:

```
N=201;
f0=5*10^9;
f = 0:(2*f0/N):(2*f0);
zload=10-j*70;
z1=zin(50,0,0.2285,f,f0);
z1r=parallila(z1,zload);
z2=zin(50,z1r,1/8,f,f0);
z3=zin(50,0,0.0467,f,f0);
zb=parallila(z2,z3);
reflgamma=(zb-50)./(zb+50);
abgamma=abs(reflgamma);
loggamma=20*log10(abgamma);
swr=(1+abgamma)./(1-abgamma);
for k=1:202
if swr(k)>10;
swr(k)=10;
end
end
figure(2)
plot(f,swr)
figure(1)
plot(f,abgamma)
```

Τα μέτρα του συντελεστή ανάκλασης φαίνονται στα παρακάτω διαγράμματα:



Από την όψη των διαγραμμάτων του συντελεστή ανάκλασης και του SWR παρατηρώ ότι ο διπλός παράλληλος κλαδωτής με βραχυκυκλωμένα άκρα διατηρεί καλή προσαρμογή σε μεγαλύτερο εύρος ζώνης απ' ότι με ανοιχτοκυκλωμένα άκρα.

Για την προσαρμογή με τη χρήση πυκνωτών θα χρησιμοποιήσω το διάγραμμα Smith. Η προσαρμογή μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους, αρκεί να βρω τρόπο να φύγω από το σημείο του φορτίου, να βρω τον κύκλο $z = 1$ και να διορθώσω την εναπομένονσα αντίδραση με τον δεύτερο πυκνωτή. Στην άσκηση ζητείται να είναι και οι δύο πυκνωτές σε σειρά, ωστόσο αν απομακρυνθώ από το φορτίο με προσθήκη αρνητικής αντίδρασης θα έχω να αντισταθμίσω μία μεγαλύτερη αντίδραση. Συνεπώς το μήκος γραμμής δεν θα είναι $\lambda/8$ όπως ορίζει η άσκηση με τους κλαδωτές αλλά αρκετά μεγαλύτερο.

Έτσι, προτείνεται μια διαφορετική προσαρμογή κατά την οποία ο πρώτος πυκνωτής μπαίνει παράλληλα, το μήκος παραμένει $\lambda/8$ ενώ ο δεύτερος πυκνωτής σε σειρά.

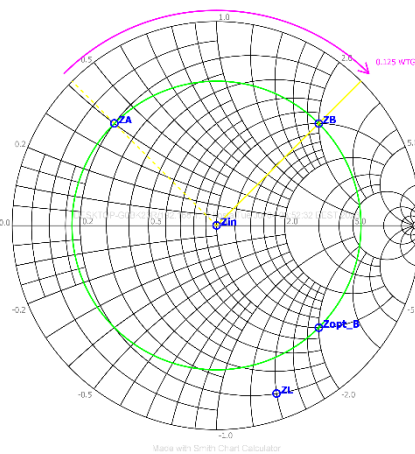
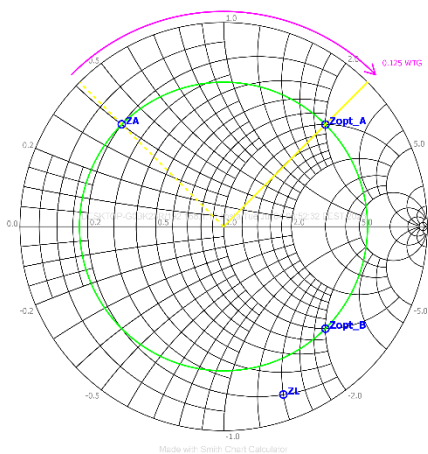
Αρχικά βρίσκω το κανονικοποιημένο σημείο του φορτίου $z_L = \frac{1}{Z_o}(10 - j70) = 0.2 - j1.4$.

Με τη χρήση διαβήτη, τριγώνου και χάρακα χαράσσω τεταρτοκύκλια από τον κύκλο σταθερής αντίστασης του φορτίου έως ότου βρεθώ σε κάποιο σημείο από το οποίο με το τεταρτοκύκλιο σταθερού SWR καταφέρω να φτάσω στον μοναδιαίο κύκλο. Το σημείο αυτό είναι το $z_A = 0.2 + j0.4$. Έπειτα μετακινούμαι κατά την πηγή $\lambda/8$ και βρίσκομαι στο σημείο

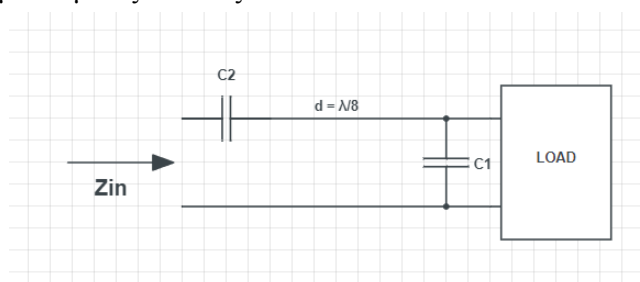
$z_B = 1 + j2$ από το οποίο προσθέτω αρνητική αντίδραση του πυκνωτή και φτάνω στην προσαρμογή. Συνεπώς ο πρώτος πυκνωτής θα μπει παράλληλα και θα είναι

$b_1 = j2\pi fC_1Z_o \Rightarrow C_1 = \frac{1.8}{2\pi fZ_o} = 1.1459 \text{ pF}$ ενώ ο δεύτερος πυκνωτής θα μπει σε σειρά και

θα είναι: $-jx_2 = -j \frac{1}{2\pi fC_2Z_o} \Rightarrow C_2 = \frac{1}{4\pi fZ_o} = 0.3183 \text{ pF}$.



Συνεπώς το κύκλωμα θα μοιάζει κάπως έτσι:

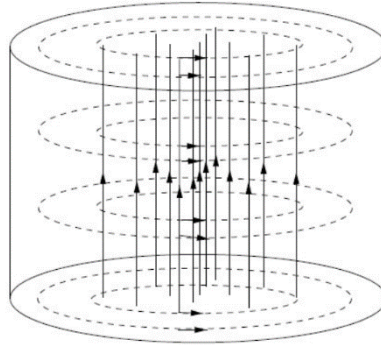


Άσκηση 2.4

Στο κυλινδρικό αντηχείο για τον ρυθμό TM_{010} έχω τις εξής εκφράσεις του ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου:

$$\left. \begin{aligned} E_\rho &= \frac{-\beta}{k_c} A J_n'(k_c \rho) \cos n\varphi \sin \beta z \\ E_\varphi &= \frac{\beta n}{k_c^2 \rho} A J_n(k_c \rho) \sin n\varphi \sin \beta z \\ E_z &= A J_n(k_c \rho) \cos n\varphi \cos \beta z \\ H_\rho &= \frac{-j\omega\epsilon n}{k_c^2 \rho} A J_n(k_c \rho) \sin n\varphi \cos \beta z \\ H_\varphi &= \frac{-j\omega\epsilon}{k_c} A J_n'(k_c \rho) \cos n\varphi \cos \beta z \end{aligned} \right\} \begin{aligned} E_z &= A J_n'\left(\frac{p_{01}}{\alpha} \rho\right) \\ H_\varphi &= \frac{-j\omega\epsilon\alpha}{p_{01}} A J_n'\left(\frac{p_{01}}{\alpha} \rho\right) \end{aligned}$$

Από τις εκφράσεις του πεδίου παρατηρώ ότι οι συνιστώσες εξαρτώνται μόνο από το ρ (απόσταση από το κέντρο, διατομή) και όχι από το μήκος που διανύει το κύμα μέσα στο αντηχείο (διεύθυνση z). Μια ποιοτική αναπαράσταση των πεδιακών γραμμών μπορεί να δοθεί από το ακόλουθο σχήμα¹:



Με την εισαγωγή της διηλεκτρικής πλάκας διαμέτρου $2a$ και χαρακτηριστικών ϵ_r και $\tan\delta$ έχω αλλαγή του μέσου διάδοσης, συνεπώς θα πάρω τις οριακές συνθήκες του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου:

$$\left. \begin{aligned} \hat{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= \rho_s \\ \hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) &= 0 \\ \hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) &= \mathbf{0} \\ \hat{n} \times (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) &= \mathbf{J}_s \end{aligned} \right\} \begin{aligned} D_{n1} &= D_{n2} \\ B_{n1} &= B_{n2} \\ E_{t1} &= E_{t2} \\ H_{t1} &= H_{t2} \end{aligned}$$

Από τις σχέσεις αυτές βρίσκω ότι το μαγνητικό πεδίο θα παραμείνει ίδιο σε μορφή και μέτρο (ίδιο μ και στα δύο υλικά και συνέχεια εφαπτομενικών συνιστωσών).

¹ Xiang Li, Yan Jiang, Design of a Cylindrical Cavity Resonator for Measurements of Electrical Properties of Dielectric Materials, September-2010

Ωστόσο το ηλεκτρικό πεδίο θα γίνει: $E_{n1} = \epsilon_r(1 - j \tan \delta)E_{n2}$ και ενώ δε θα αλλάξει η μορφή του (κάθετο προς τη διατομή, σταθερό προς τη διεύθυνση διάδοσης) θα αλλάξει η σχέση των τιμών του εντός και εκτός της διηλεκτρικής πλάκας (διαφορετικές διηλεκτρικές σταθερές).

Γενικά ισχύει για τον συντελεστή ποιότητας παρουσία διηλεκτρικού:

$$Q = \left(\frac{1}{Q_c} + \frac{1}{Q_d} \right)^{-1} \text{ όπου } Q_c \text{ είναι οι απώλειες στους αγωγούς και } Q_d \text{ οι απώλειες}$$

διηλεκτρικού με τέλεια αγωγή τοιχώματα. Για την περίπτωση μας όλο το αντηχείο έχει τέλεια αγωγή τοιχώματα συνεπώς οι μόνες απώλειες θα οφείλονται στο διηλεκτρικό.

Επομένως:

$$Q = \omega_o \frac{2W_e}{P_l} = \frac{2 \left(\int_0^{a_1} \int \frac{1}{4} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^* \} \rho d\rho d\varphi dz + \int_{a_1}^{a_2} \int \frac{1}{4} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^* \} \rho d\rho d\varphi dz + \int_{a_2}^d \int \frac{1}{4} \operatorname{Re} \{ \mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^* \} \rho d\rho d\varphi dz \right)}{\omega_o \frac{1}{2} \sigma \iiint_V |\mathbf{E}|^2 dV} =$$

$$\omega_o \frac{2(\epsilon_o \alpha_1 \iint \frac{1}{4} |\mathbf{E}_{αααα}|^2 \rho d\rho d\varphi + \frac{\epsilon_o}{(1-j \tan \delta)} (a_2 - a_1) \iint \frac{1}{4} |\mathbf{E}_{αααα}|^2 \rho d\rho d\varphi + \epsilon_o (d - a_2) \iint \frac{1}{4} |\mathbf{E}_{αίρα}|^2 \rho d\rho d\varphi)}{\frac{1}{2} (a_2 - a_1) \frac{1}{(1-j \tan \delta)^2} \sigma \iint |\mathbf{E}_{αααα}|^2 \rho d\rho d\varphi} =$$

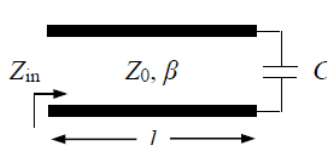
$$\omega_o \frac{\epsilon_o (d - t) + \frac{\epsilon_o}{(1-j \tan \delta)} t}{t \sigma \frac{1}{\epsilon_r^2 (1-j \tan \delta)^2}} = \omega_o \frac{\epsilon_o (d - t) + \frac{\epsilon_o}{(1-j \tan \delta)} t}{t(\omega_o \epsilon_o \epsilon_r \tan \delta) \frac{1}{\epsilon_r^2 (1-j \tan \delta)^2}} = \frac{\epsilon_o (d - t) + \frac{\epsilon_o}{(1-j \tan \delta)} t}{t \cdot \tan \delta \frac{1}{\epsilon_r (1-j \tan \delta)^2}}$$

Στην περίπτωση που εισαχθεί μεταλλική ράβδος τέλεια αγωγή διαμέτρου 2α' το αντηχείο γίνεται βραχυκυκλωμένος συντονιστής ομοαξονικού καλωδίου. Συνεπώς η χαμηλότερη

συχνότητα συντονισμού του θα είναι εκείνη για την οποία $d = \frac{\lambda}{2}$ όπου το μήκος αυτό

αποτελεί μήκος προς τη διεύθυνση διάδοσης. Συνεπώς $f_{r \min} = \frac{c_o}{2d}$.

Στην περίπτωση που η ράβδος εισαχθεί ώστε να ακουμπά μόνο η αριστερή βάση στον τερματισμό του συντονιστή θα δημιουργηθεί μια χωρητικότητα. Συνεπώς το κυκλωματικό ισοδύναμο γραμμής μεταφοράς θα είναι:



όπου για να πετύχω τον συντονισμό θα πρέπει

$$Z_o \tan \beta l = \frac{1}{\omega C} \text{ και για το ομοαξονικό καλώδιο } \beta = \frac{\omega}{c_o} \text{ ενώ}$$

η χωρητικότητα από την ηλεκτρομαγνητική ανάλυση του προβλήματος θα βρεθεί συναρτήσει της συχνότητας. Επιλύοντας την εξίσωση μπορώ να βρω την χαμηλότερη συχνότητα συντονισμού.

Συμπεράσματα- Επίλογος

Δεν είμαι καθόλου σίγουρος για ορισμένα ερωτήματα όπως για τον αριθμητικό υπολογισμό της κατευθυντικότητας, την έλλειψη σωστής σύγκλισης της υπερβατικής εξίσωσης όπως και για το τελευταίο ερώτημα του αντηχείου (αν είναι σωστή η μοντελοποίηση ή θα έπρεπε να γίνει με γραμμή μεταφοράς και βραχυκύκλωμα). Το γεγονός ότι η εργασία έγινε αρκετά μετά τη λήξη των μαθημάτων σε συνδυασμό με την έλλειψη ανατροφοδότησης που υπήρχε στην αίθουσα έκανε τα πράγματα λίγο πιο δύσκολα.

Λύνοντας τις ασκήσεις συμπεράνα ορισμένες αδυναμίες μου κυρίως στο ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, ωστόσο η ενασχόληση με το μάθημα και την εργασία μου έδωσε το κίνητρο να το ξεκινήσω από την αρχή και να το διαβάσω καλύτερα.

Λύνοντας την άσκηση 3 αναλυτικά συμπεράνα πόσο χρήσιμο και αποδοτικό είναι το διάγραμμα Smith.

Είμαι ανοιχτός σε οποιαδήποτε ανατροφοδότηση ή κριτική (kvlachak@ece.auth.gr)

Καλό καλοκαίρι!