

Resolución del Taller de Mecánica Cuántica

Alumno: [Tu Nombre]
Profesor: *Álvaro Valdés de Luxán*

2024-II

Contents

1	Introducción	1
2	Problema 1: Operadores de Momento Angular	1
2.1	Definición y Conmutadores	1
3	Problema 2: Representación Matricial del Momento Angular	2
3.1	Matriz de \hat{J}_z	2
3.2	Operadores Escalera	2
4	Problema 3: Operadores Escalera y Normalización	2
5	Problema 4: Oscilador Armónico en Dos Dimensiones	2
5.1	Hamiltoniano en Coordenadas Cartesianas	2
5.2	Cambio a Coordenadas Polares	2
6	Problema 5: El Átomo de Hidrógeno y Espectroscopía	2

1 Introducción

Este documento contiene la resolución detallada de los ejercicios del taller de Mecánica Cuántica. Se explica cada problema con la fundamentación teórica necesaria, seguido de los desarrollos matemáticos y los resultados obtenidos.

2 Problema 1: Operadores de Momento Angular

2.1 Definición y Conmutadores

El operador de momento angular se define como:

$$\hat{L} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}. \quad (1)$$

Sus componentes en coordenadas esféricas se obtienen a partir de:

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (2)$$

Derivamos las componentes cartesianas a partir de su expresión en coordenadas esféricas...

3 Problema 2: Representación Matricial del Momento Angular

Explicamos los operadores de momento angular y su representación en matrices para $j = \frac{1}{2}$...

3.1 Matriz de \hat{J}_z

$$\hat{J}_z = \hbar \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & -1/2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

3.2 Operadores Escalera

$$\hat{J}_{\pm} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{J}_{\mp} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

4 Problema 3: Operadores Escalera y Normalización

Se derivan los coeficientes de normalización a partir de la ortonormalidad de los estados...

5 Problema 4: Oscilador Armónico en Dos Dimensiones

5.1 Hamiltoniano en Coordenadas Cartesianas

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2). \quad (5)$$

5.2 Cambio a Coordenadas Polares

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) + \frac{1}{2}r^2. \quad (6)$$

Separando variables, obtenemos...

6 Problema 5: El Átomo de Hidrógeno y Espectroscopía

El Hamiltoniano es:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (7)$$

Los valores propios de energía del hidrógeno son:

$$E_n = -\frac{13.6 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

Finalmente, calculamos las líneas espectrales usando la fórmula de Rydberg...