

分类号\_\_\_\_\_

密级\_\_\_\_\_

UDC 注1\_\_\_\_\_



南京理工大学

NANJING UNIVERSITY OF SCIENCE & TECHNOLOGY

# 硕士学位论文

## 高速飞行器头罩湍流流场

## 的气动光学效应分析

(题名和副题名)

朱正天

(作者姓名)

指导教师姓名

赵琦 教授

学位类别

工学硕士

学科名称

光学工程

研究方向

光传输特性

论文提交时间

2016年01月

注1:注明《国际十进分类法 UDC》的类号。

硕 士 学 位 论 文

高速飞行器头罩湍流流场的  
气动光学效应分析

作 者： 朱 正 天

指导教师： 赵 琦 教授

南京理工大学  
2016 年 1 月

Master Dissertation

**Analysis of aero-optical effect around the  
turbulent flow field of the high-speed aircraft**

*By*

**ZhengTian Zhu**

*Supervised by Prof. Qi Zhao*

Nanjing University of Science & Technology  
January , 2016

## 声 明

本学位论文是我在导师的指导下取得的研究成果，尽我所知，在本学位论文中，除了加以标注和致谢的部分外，不包含其他人已经发表或公布过的研究成果，也不包含我为获得任何教育机构的学位或学历而使用过的材料。与我一同工作的同事对本学位论文做出的贡献均已在论文中作了明确的说明。

研究生签名：\_\_\_\_\_ 年    月    日

## 学位论文使用授权说明

南京理工大学有权保存本学位论文的电子和纸质文档，可以借阅或上网公布本学位论文的部分或全部内容，可以向有关部门或机构送交并授权其保存、借阅或上网公布本学位论文的部分或全部内容。对于保密论文，按保密的有关规定和程序处理。

研究生签名：\_\_\_\_\_ 年    月    日

## 摘要

在制导领域中,由于飞行器的飞行速度大幅度提升,随之而来的高速流场会产生严重的气动光学效应,导致目标图像偏移、模糊和抖动等现象,从而大大影响制导精度以及成像质量。而高科技精确打击武器对于目标追踪的精度要求越来越高,因此对于高速飞行器周围湍流流场的运动机理研究以及对流场中光传输特性研究的需求越来越迫切。

本文首先介绍了高速流场中气动光学效应的研究背景及意义,回顾了气动光学效应在理论及实验模拟上的研究发展历程,并对前人的工作进行了相应的总结。研究了高速以及超高音速流场的运动机理,分析了大涡模拟和雷诺平均两种主要的流场数值模拟方法,采用  $k-\varepsilon$  以及  $k-\omega$  计算模型基于混合算法推导出了剪切压力传输模型,即  $k-\omega$  修正二方程模型。采用 ICEM 建模软件建立了三维导弹及机载凸台模型,基于离散控制方程及定解条件的设置,使用 Fluent 求解器对不同速度下导弹和凸台周围的流场进行了数值模拟及结果分析。基于光传输理论推导了几种不同的气动光学评价指标的计算方法,并采用光线追迹及统计光学的研究方法对时间平均流场和湍流随机脉动流场的气动光学效应进行了分析。采用 Gladstone-Dale 定律将流场数值模拟的结果转化为光学参数,基于 Mathematica 数值计算工具分析了光束沿不同角度穿过不同速度下的流场后产生的波面畸变和斯特列尔比,采用光学传递函数分析了高斯光束经过 2 倍音速下凸台光学窗口周围混合流场时光斑的畸变情况,发现光斑的光强明显削弱并伴随微小偏移,并且光场不再满足高斯分布。

**关键词:** 气动光学, 湍流, 计算流体力学, 二方程模型, 光学传递函数, 斯特列尔比

## Abstract

The image blur and jitter caused by aero-optical effect will greatly affect the the imaging quality and the guidance precision with the increase of the speed of the aircraft in the field of guidance. But the requirements of target guidance and tracking are getting higher and higher. Therefore, it is becoming more and more urgent of studying the physical mechanisms of turbulent flow around the high-speed aircraft and the optical transmission characteristics in the flow.

The research background and significance of the aero-optical effect of the high-speed flow were firstly introduced in this paper. The work of the predecessors was summarized through reviewing the development of the theory, experiment and numerical simulation of aero-optics. This article analyzed two main methods of numerical simulation, which were Large eddy simulation and Reynolds averaged simulation, according to the analysis of the mechanism of high-speed flow field. Shear stress transfer computational model was derived based on the standard  $k - \varepsilon$  and  $k - \omega$  two equations turbulence model. Established the three-dimensional models of missile and airborne optical turret with ICEM modeling software. The numerical simulation and the results of the flow field around the missile and the optical turret were carried out based on the discrete governing equation and the fixed solution condition. The optical effects of the time averaged flow field and turbulent flow field were analyzed by means of ray tracing and statistical optics. Many evaluation methods of aero-optical effect were derived according to the theory of optical transmission and the numerical simulation of the flow field was converted to optical parameters by using Gladstone-Dale's law. Based on the Mathematica numerical calculation, this article analyzed the wavefront distortion and strehl ratio generated by the beam while passing through the flow field. The distortion of the gaussian beam passing through the flow around the turret while travelling with twice speed of the sound was studied by using optical transfer function. It was found that the intensity of the spot was obviously weakened and accompanied by a small deviation, and the distribution of the light field was no longer satisfied with the gaussian distribution.

**Key words:** aero-optics, turbulence, computational fluid dynamics, two equation model, optical transfer function, strehl ratio

# 目 录

摘 要	I
Abstract	II
目 录	III
1 绪论	1
1.1 研究背景及意义	1
1.2 气动光学研究进展	2
1.2.1 气动光学理论的研究进程	2
1.2.2 实验及数值模拟上的进展	4
1.3 国内研究现状	6
1.4 论文主要研究内容及论文组织架构	7
2 高速非均匀流场的机理研究	9
2.1 流体运动基本理论	9
2.2 非均匀流场的计算方法	12
2.2.1 流场的大涡模拟方法	12
2.2.2 流场的雷诺平均模拟方法以及 $k-\omega$ SST 修正模型	14
2.3 高超音速流场特征	17
2.4 本章小结	19
3 高速流场的数值计算及模拟	20
3.1 流场方程的计算	20
3.1.1 求解条件的设置	20
3.1.2 求解方程的离散	22
3.2 飞行器及凸台周围流场基于 $k-\omega$ 计算模型的模拟	23
3.2.1 导弹 ICEM 建模及基于 Fluent 的周围流场模拟	25
3.2.2 机载凸台的 ICEM 模型建立及周围流场分析	28
3.3 本章小结	31
4 非均匀流场中的光传输特性研究	32
4.1 光线追迹理论及方法	33
4.1.1 光线传输理论及基本方程	33
4.1.2 光程差及偏折角理论	35
4.2 流场引起的光学畸变分析	36
4.2.1 基于衍射理论的像差分析	36

4.2.2	气动光学的评价方法与评价指标	40
4.3	高速流场中的气动光学计算分析	42
4.3.1	平均流场的光传输计算	43
4.3.2	湍流流场的光传输计算	45
4.4	本章小结	46
5	光传输特性的模拟及计算	47
5.1	流场密度到折射率的转换及计算	47
5.2	光束的数学表达及衍射分析	48
5.2.1	基模高斯光束的传输特性	48
5.2.2	光波衍射的数值计算	50
5.3	凸台光学窗口周围流场引起的光束畸变分析	50
5.3.1	基于 CFD 网格的波面畸变计算	51
5.3.2	基于斯特列尔比及光传递函数的光束质量分析	54
5.4	本章小结	58
6	结论及展望	59
6.1	本文总结	59
6.2	对未来工作的展望	60
致 谢		61
参考文献		62
附 录		67



# 1 绪论

## 1.1 研究背景及意义

随着空气动力学理论等科学技术的发展，飞行器的速度大幅度提升，对目标进行跟踪探测的精度要求也越来越高，而相应的计算机技术与相关光学理论的日趋成熟也为在飞行器上装载光学探测设备提供了有力支撑，在军事和商业领域通过机载光学设备进行侦察、定位以及识别的工作越来越广泛<sup>[1]</sup>。特别是在军事领域，在飞行器头部装载具有光学成像功能的目标跟踪、探测以及瞄准光学设备已经成为了目前精确打击武器发展的必然趋势，并且在进行目标跟踪探测的同时对信息获取的精确性以及时效性的要求也大幅度提高<sup>[2,3]</sup>。

伴随着这个发展趋势，气动光学问题也应运而生，飞行器在大气中高速飞行时，与大气来流之间由于相互作用会形成结构复杂的流场<sup>[4]</sup>，由于相互作用导致流场中气体的密度会随机变化，使流场的折射率也相应地呈现非均匀性质，这将会影响对目标进行探测的光信号的传输，从而导致成像系统中的目标图像发生偏移、模糊、抖动以及能量的衰减等现象<sup>[5]</sup>，这种效应称为气动光学效应，会严重影响制导的精度。

图1.1简单展示了来流与飞行器相互作用产生非均匀流场从而引发气动光学效应的产生，当飞行器高速飞行时，其光学头罩与来流发生剧烈的相互作用，头罩温度升高，使光学成像探测系统处于严重的气动热环境。为了减少气动热效应对成像及光学仪器的破坏，一般飞行器都选择在机身侧面装备凸台或凹窗型光学设备，但即便如此，这些光学窗口周围的湍流流场仍然严重影响成像质量，因此有必要对高速流场的运动机理及其对光学传输效应的影响进行研究。

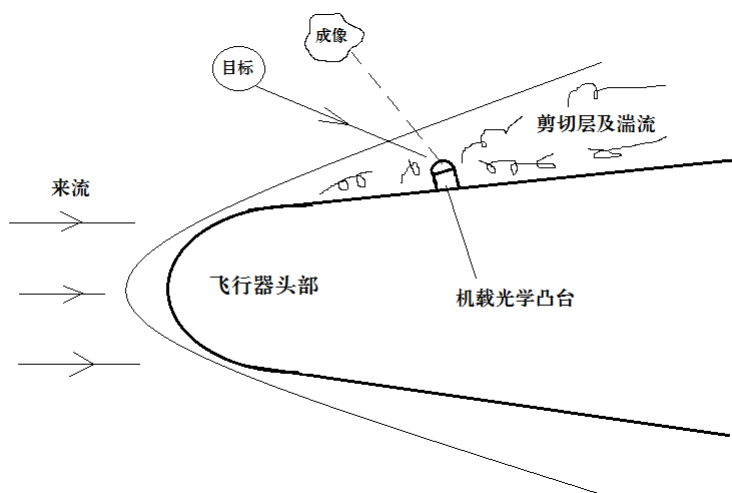


图 1.1 气动光学效应示意图

飞行器的速度越快,气动光学效应越明显,成像质量越差,制导精度越低,通过对气动光学效应的机理研究,可以深入分析可压缩流场对光波传输和光学成像的影响,以及研究如何对流场的物理参量进行控制,从而减少这些影响,提高成像质量及跟踪瞄准精度。

飞行器上一般会装备光学凹窗或者凸台来进行目标探测跟踪,由于凸台位于飞行器外侧,信号接收范围较广,因此在飞行器上采用机载凸台光学设备,能够有效扩大目标探测及主动观察寻的范围,同时凸台周围由于受到飞行器前部壁面导致的剪切流影响,并且容易形成二次剪切,这种情况导致凸台周围的流场较为复杂,对光传输影响较大,因此需要对机载凸台周围的流场产生的气动光学效应进行详细研究,从而为精确制导及目标跟踪提供有力支撑。

## 1.2 气动光学的研究进展

### 1.2.1 气动光学理论的研究进程

对于湍流的研究可以追溯到 1883 年,通过将染料喷射到壁面光滑透明的圆管内流体中的实验,英国物理学家 Reynolds 首次系统地研究层流向湍流的转换过程,发现了两种运动状态具有本质区别并确定了发生条件,他发表于 1894 年的文章中提出了今后被称为 Reynolds 数的无量纲参数,当雷诺数大于一个临界值时,流体的扰动不论多小,都将形成剧烈且随机的非常规运动,从而形成湍流<sup>[6]</sup>。

而关于湍流对光学传输的影响的研究则要等到 1952 年, Liepmann 采用纹影系统,分析了准直光束通过湍流流场产生的光学像差,首次定性地分析了气动光学像差,并且引入了对气动光学十分重要的均方偏差角的概念<sup>[7]</sup>。并且 Baskins 和 Hamilton 也在 1952 年对超声速湍流流场进行了试验,分析了光波在流场中的传播规律<sup>[8]</sup>。

Stine 等人于 1956 年成功地实现了焦平面上对时间平均辐射场的光学测量,他们主要利用初始平面光波通过针孔 ( $\Phi 0.02\text{mm} \sim \Phi 0.8\text{mm}$ ) 的方法进行测量<sup>[9]</sup>,验证了 Liepmann 提出的偏差角公式,分析了流场中的电磁波散射情况,并且在参考前人工作的基础之上作了相对成熟的湍流场中的散射情况研究<sup>[10-12]</sup>, Stine 等人的工作为采用光学测量的研究方法来推演湍流的涡旋尺度提供了一定的参考价值,并且这种通过光学信号测量来反向推测流场尺度特征的方法在今后成为了研究气动光学效应的一种重要研究手段。

G.W.Sutton 在 1969 年的研究报告从理论上研究了湍流产生的折射率脉动对光束传播的影响,并且建立了基于物理光学的研究气动光学效应的数值模拟方法,第一次提出相位变化作为评价指标,将远场成像的光斑光强分布情况和近场的波面畸变联系在一起,同时耦合了湍流对光强的衰减系数、相位均方差等,为今后的理论研究打下了坚实的基础<sup>[13]</sup>, Sutton 的工作对于气动光学的研究具有里程碑式的意义,在 1985 年,

他再次作了相关内容的报告，总结了之前关于气动光学研究主要处于光学试验测量方法的研究阶段，指出下一个阶段的研究应该将重点放在具有实用价值的光学凹窗或凸台附近湍流流场的气动光学研究上<sup>[14]</sup>。

美国航空航天局于 1982 年发表的综述<sup>[15]</sup> 性文章比较详细地介绍了一些气动光学相关研究方法，包括基于时间平均流场的光波相位畸变  $\sigma_\phi^2$  的数值计算方法以及一些比较基本的光学测量手段，比如阴影法和干涉法等直接测量方法，同时也介绍了使用间接测量的方法测量流场的速度以及流场密度，指出了对边界层研究的重要性<sup>[16]</sup>。

二十世纪九十年代，人们进行了很多对相位变化进行计算的理论模型，对斯特列尔比及光学传递函数等光场计算手段进行了研究，气动光学的动态测量技术在这个时期得到了迅速发展，华盛顿大学的 Y.P.Tsai 和 W.H.Christiansent 在 1990 年发表的文章指出了改善气动光学效应的方法，他们主要采用二维的欧拉方程来研究分析光束经过流场的剪切层时的传输特性<sup>[17]</sup>，并且这一结论的正确性得到了华盛顿大学的 Larry Chew 和 Walter Christiansent 的具体实验论证<sup>[18]</sup>，证明了欧拉方程分析方法的可行性。

圣母大学的 Eric J. Jumper 和 Ronald J. Hugo 在 1995 年成功地采用小孔径光束技术量化地测量了光波的波前畸变，这项技术是基于 Malley 探针的基础上实现的，文中指出这种方法可以用来评价湍流对气动光学效应的影响<sup>[19]</sup>，次年，两人发表了关于该项技术深度分析的论文<sup>[20]</sup>，文中指明这种测量方法可以用于测量湍流随机脉动的频率、当地速度以及湍流的脉动尺度等，他们积极地推广了小孔径光束测量技术，并且在此之后圣母大学通过这项技术在气动光学研究中发挥了积极的作用，2000 年，两人再度合作发表的论文中构建了通过折射率场计算光波相位差的简化方程，并且该方程的可靠性已经经过了具体试验的验证<sup>[21]</sup>。

在二十一世纪初期，关于气动光学理论的研究主要集中在具体湍流流场的机理研究以及光学方面的理论研究、测量方法上，美国圣母大学的 Jumper 与波音公司的 Fitzgerald 两人合作完成了在这个时期的一项里程碑似的工作，他们发表的文章<sup>[22]</sup> 对该时期气动光学研究的特点进行了详细综述，文中主要介绍了气动光学研究的实验和测量技术的方法以及在实际应用领域中的发展情况，并且回顾了启动光学研究至今的发展历程，预测了在不远的将来，飞行器上将会装载高效可用的光学探测设备。

Michael 在 2010 年成功地利用高阶抛物方程近似求解气动光学效应，文中证明出采用四阶龙格-库塔配合第二阶的方法求解时拥有很高的精度，并且可以用高阶拉格朗日插值再度提高准确性<sup>[23]</sup>，并且文中发现波长较短的光束在通过湍流区域时拥有更好的聚拢性，在计算中使用短波也更加精确。

Meng Wang 等人在 2012 年的文章再次系统性地回顾了关于湍流介质引起的光学畸变现象的研究，重点介绍了气动光学的数值计算预测和物理机制<sup>[24]</sup>。文中提出，经过一系列流场包括湍流边界层、分离剪切层和光学设备周围的湍流的研究，通过数值模

拟和实验研究,对这些现象有了一些新的物理理解。指出目前的核心问题在于可压缩湍流有较大的不确定性,并且大多数研究停留在亚音速阶段,提出需要更加精确的实验和计算技术来预测湍流运动,并简要讨论了削弱气动光学效应的方法。

国外的科学家们对气动光学的理论研究已经比较深入,发展了多种计算模型并且对湍流的运动机理进行了比较成熟的理论分析,但是目前较多的研究停留于低音速阶段,对于超音速的流场研究较少,且计算精度有待提高。

## 1.2.2 实验及数值模拟上的进展

气动光学问题是由于高速飞行器周围流场对目标成像及制导的严重影响而提出的,因此,早期的研究热点大都是以工程实用为目的的试验研究,美国、俄罗斯等大国对此投入了大量的成本,成立了专门的研究机构并建立相应的试验场地和实验设备等以展开长期深入的研究,并且研发了很多针对气动光学效应的数值计算分析的软件,在削弱气动光学效应方面取得了重要进展。

由于气动光学效应主要是高速飞行的飞行器周围流场导致的,因此对于气动光学效应的实验研究需要基于高速流场来研究,目前来说主要可以通过风洞来模拟具体的流场情况,例如阿诺德工程发展中心(AEDC)建立的高超声速风洞,如图1.2,它主要用来从事气动光学机理的实验验证工作<sup>[25]</sup>,在二十世纪末,该工程中心9号风洞就能够在6s内完成流场结构及其引起的波面畸变的同时测量。基于对高超声速飞行器周围流场的实验研究需求,美国在上世纪八十年代建立了国家高能激波风洞,该风洞的两套设备能够提供2至15马赫数的流体速度,并且在后期对其进行了改造,使之能够满足气动光学在试验上的验证研究工作<sup>[26]</sup>。

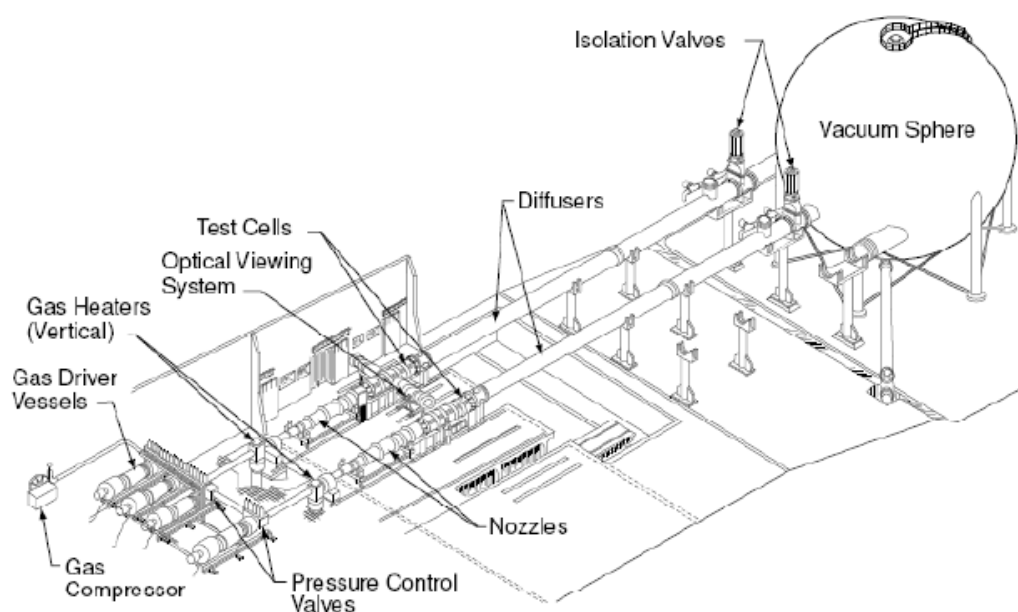


图 1.2 阿诺德工程发展中心 9 号风洞机理图

近年来,气动光学研究由大量的实验研究拓展到实验和数值模拟同时进行上,研究重点依然为气动光学效应机理研究以及对机载光学设备气动光学效应的控制。

Stanislav Gordeyev 和 Eric J. Jumper 于 2003 年在实验中使用之前提出的小孔径光束技术研究了湍流边界层中的气动光学特性,实验研究的结果发现目标图像畸变程度与来流的速度平方、来流密度以及湍流边界的层厚度存在正比例关系<sup>[27]</sup>。

Roberto C. Aguirre 和 Haris J. Catrakis 在 2004 年为了分析当地尺度的波前特征,提出了一种气动光学波前各向异性参数的概念,并发展了基于该各向异性参数的气动光学评价方法<sup>[28]</sup>,发现各向异性参数的可以用来衡量湍流引起的波前尺度的特性,当参数等于某一特定值时,光波波前在一定的小范围内拥有自仿射的特性。

Mani 和 Ali 等人在 2005 年采用大涡模拟的方法,研究了圆柱形的湍流流场对不同波长的光波产生的成像影响<sup>[29]</sup>,发现波长较短的光束的远场成像主要受小涡旋影响。

John E. Pond 和 George W. Sutton 在 2006 年采用三维流体运动方程组结合标准  $k-\epsilon$  湍流模型的数值计算方法,对三维凸台周围的流场进行了数值模拟,采用相位差和斯特列尔比两种参数对气动光学效应进行了评价,文中指出,可光学可调节的适应性系统虽然能够适当地减弱时间平均流场产生的气动光学效应,但是对脉动的湍流流场的矫正效果并不大<sup>[30]</sup>。

Eric Tromeur 和 Eric Garnier 在 2006 年为了求解光束通过流场时产生的相位差,采用了大涡模拟以及利用 Sutton 模型分别与雷诺平均法和大涡模拟结合的三种方法对光束经过湍流流场后的相位变化进行求解<sup>[31]</sup>,文中结果指出采用大涡模拟直接模拟流场,求解出的光学相位差有最高的精度,并且指出 Sutton 的模型应用在非平衡边界层中时,求解得到的气动光学相位差有较大的误差。

2008 年, Aaron P. Freeman 和 Haris J. Catrakis 尝试了在湍流中注入不同频率的等离子体,证明了这种方法可以用来削弱气动光学效应<sup>[32]</sup>,成功地减少了 27% 的光程差均方根。

Wyckham C 等人在 2009 年对流场产生的气动光学畸变进行了研究,主要将氦气射入从低音速到高超声速等不同速度的流场中,对光束经过其边界层后产生的光学畸变进行对比,得出了光学畸变主要是由于流场中的大尺度结构决定的,从而证明了大孔径近似理论的正确性<sup>[33]</sup>。

气动光学效应的风洞实验条件比较苛刻,并且实验成本较高、研究周期较长,而随着计算机技术的飞速发展,采用理论模型对流场进行数值模拟已经成为可能,并且相对于风洞实验能够有效节省成本,同时可以对流场参数进行调节从而控制流场结构并多次重复模拟,因此采用数值模拟的方法研究气动光学效应可以快速准确地给出精确结果,经过多次模拟达到预期效果后可以通过风洞试验进行验证。

### 1.3 国内研究现状

国内关于气动光学研究起步比较晚，在二十世纪末，中国航天科工集团提出了气动光学研究是高速导弹发展的重要组成部分，自此，国内的气动光学研究主要以工程需求带动基础研究，随后的几年时间中航天科工集团多次发表了相关文章，对于国内在气动光学问题的研究成果进行了详细介绍，大大推进了中国气动光学研究。随后，国内对气动光学效应的理论及实验研究、数值模拟、校正方法等方面都有一定成就，尤其是殷兴良和李桂春两位学者的研究气动光学的专著，对中国研究超声速飞行器光学头罩周围湍流流场的气动光学效应有非常重要的指导作用<sup>[34]</sup>。

2003 年，殷兴良先生撰写了中国国内第一部研究气动光学的专著《气动光学原理》，中国工程院院士并且身为我国光学事业奠基人的王大珩先生称赞这本专著是“建立了国内该领域研究的基础”，以及“标志着我国气动光学这门现代光学新分支学科的形成”<sup>[35]</sup>，该书分为三个篇章，分别为气动光学研究的数理基础、描述及矫正方法的探讨，总结概括了中国航天二院下属的气动光学课题研究组多年以来的研究成果，对国内学者关于气动光学方面的科研工作提供了重要帮助，促进了我国气动光学的发展。

2006 年，李桂春的《气动光学》正式出版，这本书被中国科学院院士庄逢甘先生评价为“将带动相关学科跨越式发展，拓展学科的研究领域，对国民经济建设及现代化建设具有实际的工程应用价值”<sup>[36]</sup>。该书抓住了交叉学科的关键，深入讨论了光波在非均匀介质即气体折射率梯度场 ( $\nabla n$ ) 和散射场 ( $\nabla^2 n$ ) 中传输的基本原理，总结了风洞试验中的光学测量技术，填补了国内气动光学学科方面的空白，同样对中国的气动光学发展具有重要意义。

在国内气动光学研究初期，许多学者也发表了大量研究论文，对国内气动光学研究做出了巨大贡献，例如郭永洪、沈忙作等人在 1998 年的论文中简要介绍了采用数值模拟研究超声速光学头罩气动光学效应的分析过程，分别讨论了平均、湍流流场的气动光学效应以及两者的合成气动光学效应的计算方法<sup>[37]</sup>。费锦东<sup>[38]</sup>在 1998 年发表于红外与激光工程的文章首次指出，由于气动光学效应的存在，高速导弹的红外成像制导系统对于目标的成像清晰度大大降低，提出气动光学效应的校正对于高速导弹光学头罩的外型设计、提高制导的精度以及抗干扰能力具有重要的作用。房建成，杨照华等在 2004 年的文章中基于折射率场分别对不同尺度的涡旋结构的光传输特性进行了模型的建立，文中主要利用光线追迹法建立大尺度模型，而用统计光学法建立小尺度涡旋结构的光学传输模型<sup>[39]</sup>。

最近十年，国内关于气动光学研究得到飞速发展，取得了非常不错的成绩<sup>[40]</sup>。殷兴良在 2006 年建立了流场光学的工程计算模型，描述了气动光学效应对光学探测系统影响的经验模型，通过数值仿真，分析了气动光学效应对光学探测系统的影响与飞

行器的飞行参数、光学探测系统参数和探测器积分时间的关系<sup>[41]</sup>。赵剡等人在 2008 年的两篇文章基于数值模拟建立了光传输模型对光程差与光程进行了处理,利用带像差的光学传递函数理论,研究了对图像复原的方法<sup>[42,43]</sup>。史可天等人在 2010 年使用瞄准误差、Strehl 比以及含能半径等光学参数描述了湍流流场引起的光学畸变,具体分析了不同飞行状态和光学参数对光传输的影响<sup>[44]</sup>。

李波在 2011 年提出了实现了高速流场的气动光学研究的数值模拟,提出从流场角度出发评估高速流场导致的气动光学性能的评价方法,并且完成了高速飞行器光学窗口的初步设计<sup>[45]</sup>。冯定华等人在 2012 年在通过数值计算得到精确的流场物理参数的基础上,分析了凹腔剪切层的光学传输效应,发现气流的剪切层结构会使光线抖动从而导致波面畸变,从而减少了斯特列尔比,削弱光束强度,并且会导致图像的位移,降低制导精度<sup>[46]</sup>。徐博在 2015 年利用 Matlab 及 Zemax 仿真模拟了对基于随机并行梯度下降算法的像清晰化自适应光学系统,将形镜形状变化引起的光线偏折以及光学系统自身的像差纳入考虑范围,对波前畸变进行了光电校正<sup>[47]</sup>。

国内关于气动光学研究已经取得了一定的进展,李桂春以及殷兴良的两部专著对国内关于气动光学理论研究以及光学校正作出了巨大的贡献<sup>[48,49]</sup>,并且最近十年的相关研究也取得了飞速突破,同时国内的研究大多是对凹腔的气动光学进行研究,并且数值模拟方面主要集中于中低音速流场,关于超音速的流场气动光学研究较少。

## 1.4 论文主要研究内容及论文组织架构

本文的研究来源于航天科技创新基金(SAST201350),国内现阶段对于气动光学效应的研究大多数处于低音速至低超音速流场的阶段,并且光学窗口的研究类型主要为凹窗型的探测窗口,而随着飞行器飞行速度的迅速提升以及探测范围的需求增大,未来精确制导及目标探测领域将集中于高速流场,同时将会装载光学凸台进行大范围精确探测,因此本文将对高速飞行器和光学凸台周围流场的气动光学效应进行研究,主要研究内容可以分为如下的流场运动和光学传输两大研究方面:

(1) 基于流体力学理论,研究从亚音速到高超音速等不同速度下的流场运动机理,讨论流体运动方程组的求解模型以及数值模拟方法,建立有效的数值模拟流程,然后采用计算流体力学(CFD)软件分析高速飞行器及凸台周围流场的情况。

(2) 基于物理光学、线性光学、波动光学以及统计光学的理论,对高速流场产生的气动光学效应的机理进行研究,分析流场对光束传输影响的计算方法和评价体系,基于流场数值模拟得到的结果,通过 Mathematica 数值计算,研究分析凸台光学窗口周围混合流场的气动光学效应。

本论文的组织结构如下:

第一章:说明了课题研究的背景,回顾了以往关于气动光学理论研究、实验测量以

及数值模拟方面的成果，分析了研究特点以及存在的困难，提出研究凸台周围高速流场引起的气动光学效应的必要性。

第二章：介绍了流体运动的基本理论，分析了大涡模拟以及雷诺平均模拟两种气动光学的数值模拟方法，推导了基于  $k-\varepsilon$  模型和  $k-\omega$  模型的 SST 混合二方程模型，最后分析了高超声速流场的物理特性。

第三章：对高速流场模拟前需要的定解条件以及控制方程的离散作了相应设置及推导，建立了可压缩流场数值模拟的具体流程，最后通过 ICEM 建模软件建立了三维导弹、机载凸台的模型，使用 Fluent 基于  $k-\omega$ SST 二方程模型对不同运行速度下导弹及凸台周围的流场分布进行了数值模拟及分析。

第四章：分析了光束在高速湍流场中的传输特性，基于光线追迹法、波动光学以及统计光学的方法对平均流场、湍流脉动流场分别分析，推演了偏移角、斯特列尔比以及光学传递函数等气动光学评价方法。

第五章：通过 G-D 系数建立密度与折射率的直接关系，讨论了高斯光束以及夫琅禾费衍射现象，最后基于 CFD 网格离散化求解方法，计算了不同速度、不同入射角下凸台光学窗口周围的波面畸变，对光学孔径内受湍流流场影响的斯特列尔比和光学传递函数作了计算，得到了高斯光束经过流场前后的光斑变化。

第六章：对本论文的工作作了相应的总结，并且对该课题未来的进一步研究进行了展望。



## 2 高速非均匀流场的机理研究

对于高速流场而言,这种介质非均匀的折射率分布决定了光信号的传输特性,同时流场的物理结构能够通过密度的分布情况来描述,可以说流场密度及折射率的分布是研究气动光学效应的基本核心,而力学中的质量守恒原理及连续方程确定了密度和折射率之间的直接链接关系,因此,如何比较准确地计算高速非均匀流场的密度成为了定量研究气动光学效应的关键,目前能够通过计算流体力学的理论结合数值模拟的方法来求解流场参数。

### 2.1 流体运动基本理论

流体力学是一门主要通过理论分析、实验及数值计算等方法来研究流体宏观运动规律的学科,它在航空航天领域得到了广泛应用。通过理论分析,科学家们建立了流体运动普遍遵守的运动方程,即 Navier-Stokes 方程组(简称 N-S 方程组),并且针对基础研究建立了理想流体等各种简化的流体模型,给出了流体运动方程组的详细的计算方法,为流体力学的研究奠定了基础。

学者们根据经典力学的质量守恒定律、牛顿定律以及能量守恒定律,建立了流体运动的基本方程,他们假设在流场中取一个随机的正六面体微元,长宽高为别为  $\Delta x, \Delta y$  和  $\Delta z$ ,体中心的坐标为  $(x, y, z)$ ,根据欧拉理论,不同时间内不同的流体占据了该微元,流体不断出入边界,这样,选取的微元就和周围的流体之间有了相互作用,从而产生能量、质量等的交换,因此,对微元建立的运动方程就能够代表整个流体的运动方程。例如可以将  $t$  时刻在  $(x - \Delta x/2, y, z)$  处的物理量  $\Phi(x - \Delta x/2, y, z, t)$  表示为式(2.1)所示。

$$\Phi(x - \frac{1}{2}\Delta x, y, z, t) = \Phi(x, y, z, t) - \frac{\partial \Phi(x, y, z, t)}{\partial x} \cdot \frac{1}{2}\Delta x \quad (2.1)$$

根据质量守恒定律,单位时间内流入、流出微元边界的净质量应该和微元内的流体质量对时间的变化率相等,如式(2.2)所示。

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} = \rho u \cdot \mathbf{A} \quad (2.2)$$

式中  $\rho$  为流体中心密度,  $\dot{m}$  为质量流量,  $u$  为流体运动速度,  $\mathbf{A}$  为流体面的面积。

微元的质量  $m$  等于密度  $\rho$  与体积  $\Delta x \Delta y \Delta z$  的乘积,微元体积可以认定为恒定值,仅有流场的密度在变化,则在微元体内的质量对时间的变化率可以表示为式(2.3)所示。

$$\frac{\partial(\rho \Delta x \Delta y \Delta z)}{\partial t} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.3)$$

将式(2.2)、式(2.3)应用到正六面体微元时,假定流体从负轴流向正轴,质量流出为负,流入为正,且不考虑回流,则正六面体的对立面一进一出,令沿  $x_i$  方向速度为  $u_i$ ,

那么在  $x_i$  方向上流入的质量流量为  $[\rho u_i - [\partial(\rho u_i)/\partial x_i] \cdot \frac{1}{2} \Delta x_i] \Delta y_i \Delta z_i$ , 可以推导出可压缩流体的质量守恒方程即连续方程(2.4)。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

如果假定流体不受外力, 忽略质量力对其的影响, 微元只受到压力  $p$  及粘性应力作用, 考虑  $x$  方向上受力总和为:

$$\left(-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}\right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.5)$$

式中,  $p$  为压力,  $\tau_{ij}$  为  $ij$  面上的应力张量在  $j$  方向上的分量,  $i$  取  $x, y, z$ ,  $j$  取  $x, y, z$ 。  $\tau_{ij}$  可以通过广义牛顿粘性定律用式(2.6)表示:

$$\tau_{ij} = 2\mu \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.6)$$

式中,  $\delta_{ij}$  为二阶单位张量的分量,  $\mu$  为粘性系数。粘性应力张量的所有分量都可以用流体速度分量配合粘性系数表示。

利用式(2.5)对该微元应用动量定理, 即有:

$$\rho \frac{\mathbf{D}u}{\mathbf{D}t} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (2.7)$$

将质量守恒方程(2.3)代入式(2.7), 并且通过欧拉方法对公式(2.7)进行化简, 可以得到在流体中使用最为广泛的动量方程(2.8)。

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.8)$$

根据能量守恒定律可以知道, 在单位时间内周围流体对微元做的功加上周围流体传递给微元的热量净增加之和与微元内总能量对时间的变化率相等, 如果令  $\mathbf{E}$  代表总能量, 则总能量对时间的变化率可以表示为式(2.9)。

$$\rho \Delta x \Delta y \Delta z \frac{\mathbf{D}\mathbf{E}}{\mathbf{D}t} \quad (2.9)$$

能量的交换与力的做功有关, 微元单位面积内的流体压力  $p$  以及粘性应力  $\tau_{ij}$  对微元做的功应该等于作用力与力方向上的速度之积, 分别对三个坐标轴方向计算, 累加后可以得出周围流体对微元所做的功可以表示为式(2.10)。

$$\left[ -\frac{\partial(p u_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(u_j \tau_{ij})}{\partial x_i} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.10)$$

如果忽略系统与外界的热量交换, 仅考虑系统内部的热传递, 那么根据傅里叶传导定律, 周围流体传递给微元的热量能够表示为式(2.11)。

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T \quad (2.11)$$

式中,  $\mathbf{q}$  为热通量矢量,  $\kappa$  为热传导系数, 导热系数  $\kappa$  可以用定压比热  $C_p$ 、粘性系数  $\mu$  以及普朗特数  $Pr$  (气体通常取 0.72) 联合表示, 如式(2.12)所示。

$$\kappa = \frac{\mu C_p}{Pr} \quad (2.12)$$

在此可以参考对于动量方程的分析方法, 令流入为正, 流出为负, 对  $x, y, z$  方向上分别计算, 并进行累加后, 可得出周围流体传递给微元的净热量应该为:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (2.13)$$

根据能量守恒定律, 式(2.9)即可等于式(2.10)加上式(2.13), 同样参考动量方程简化方法, 利用欧拉方法对其进行化简, 即可得到流体的能量方程(2.14)。

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} = - \frac{\partial[(\rho E + p)u_i]}{\partial x_i} + \frac{\partial(u_j \tau_{ij})}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \kappa \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) \quad (2.14)$$

至此, 连续方程(2.4)、动量方程(2.8)以及能量方程(2.14)三个方程组成了流体运动方程组 (N-S 方程组), 这是至今为止工程应用中长期用来描述流场运动的基本方程, 到目前为止该方程求解的简单工程结果与一些湍流流场的实验数据比较一致, 因此, 本文关于高速流场的讨论、数值模拟计算等都是基于高速飞行器周围的非均匀流场满足 N-S 方程组的基础之上进行的。

由于本文讨论的高速流场的介质是空气, 能够近似假设为完全气体, 因此可以引入气体的状态方程及粘性系数方程以对 N-S 方程组进行补充。一般来说, 流体的粘性系数  $\mu$  与流体温度有关, 与压力基本没有关系, 对最广泛的完全气体, 它的动力粘性系数大都用 Sutherland 的经验公式(2.15)表示。

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \frac{T_0 + B}{T + B} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.15)$$

式中,  $T$  为气体温度,  $T_0$  为参考温度,  $\mu_0$  为参考粘性系数,  $B = 110.4K$ , 一般当  $T_0 = 273K$  时,  $\mu_0 = 1.176 \times 10^{-5} N \cdot S/m^2$ 。

当考虑介质是完全气体时, 它的热力学参量满足方程组:

$$p = \rho R T \quad (2.16a)$$

$$e_0 = C_v T \quad (2.16b)$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \gamma \quad (2.16c)$$

式中,  $R$  为气体常数,  $e_0$  为单位质量流体的内能,  $C_v$  为定容比热,  $C_p$  为定压比热,  $\gamma$  为完全气体比热比, 一般取 1.4, 而单位流体的内能  $e_0$  与动能的总和即为总能量  $\mathbf{E}$ 。

$$\mathbf{E} = C_v T + \frac{1}{2} u_i u_i \quad (2.17)$$

通过引入状态方程等流场参数满足的条件后, 流体运动方程组才能封闭, 从而能够进行求解, 然而由于目前的数学水平无法对这种非线性的偏微分方程组求得连续的解析解, 因此需要引入其他的数值计算方法来近似求解。

## 2.2 非均匀流场的计算方法

由于流体运动方程组是非线性的偏微分方程组, 目前还没有办法求出方程的解析解, 只能通过离散的方法来对其进行数值的计算<sup>[50]</sup>, 一般可以通过直接数值模拟、大涡模拟以及雷诺平均三种方法进行模拟计算。直接数值模拟的计算方法理论上来说能精确地求解湍流真实状态的运动状况, 可以给出分析计算气动光学效应需要的所有的流场参数, 是一种比较完美的解决方案, 但是在计算实际湍流问题时, 它需要计算机容量达到  $10^{23}$  量级才行, 因此限于目前的计算机速度以及物理容量, 这种方法并不能得到实际应用, 在未来的计算中有望实现。

目前应用较为广泛的是通过建立雷诺应力模型, 采用时间平均, 求解 N-S 方程组来得到流场参量的平均量, 通过统计方法计算湍流密度的均方根, 这种雷诺平均法的计算量相对小, 在湍流研究中应用比较广泛, 但是并未考虑到流场的涡旋尺度, 无法给出详细的流场结构的信息。而比较有前景的是大涡模拟方法 (LES), 主要根据大涡模拟方程直接求解, 利用亚格子模型模拟小涡在流场的结构, 这种方法的优点在于计算量比直接数值计算小, 同时能比雷诺平均法更细致地反映流场结构。

对可压缩流的 N-S 方程进行平均时, 采用密度加权平均即 Favre 平均得到的方程形式比直接使用时间平均更加简单, 并且方便计算, 物理量  $f$  的 Favre 平均定义为式(2.18)。

$$\tilde{f} = \frac{\rho f}{\bar{\rho}} \quad (2.18)$$

可以令  $f = \tilde{f} + f''$ ,  $f''$  为 Favre 平均时瞬态量和平均值的差值, 在 Favre 平均中,  $\bar{f}'' \neq 0$ , 则代回 Favre 平均式(2.18)中, 可以得出  $\overline{\rho f''} = 0$ 。

### 2.2.1 流场的大涡模拟方法

流场大涡模拟的基本思想是将湍流看成许多大小不同尺度的涡旋组成, 其中尺度大的大涡主要影响了平均流动, 对湍流的扩散以及能量、热量等流场物理量的交换起主要作用, 而尺度较小的小涡旋则通过脉动等运动消耗能量, 起主要耗散作用, 这样我们就可以将流场的大涡、小涡分开处理, 对大涡可以用 N-S 方程直接求解, 对小涡则可以引入亚格子尺度模型处理。因此大涡模拟的实现主要可以分为两部分, 一是实现大涡及小涡的分离, 二是考虑分离后的运动方程组求解。

对于流场大涡小涡的分离, 我们可以采用滤波函数来实现, 本文应用 Favre 平均将流场 ( $f$ ) 分解为大尺度的滤波变量 ( $\bar{f}$ ) 和小尺度的亚格子变量  $f'$  即:  $f = \bar{f} + f'$ , 通过

对选取的滤波函数  $G(\mathbf{r})$  与流场参量  $f$  相乘的积分得到  $\bar{f}$ ，即：

$$\bar{f}(\mathbf{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mathbf{r}') G_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx'_1 dx'_2 dx'_3 \quad (2.19)$$

式中，滤波函数  $G(\mathbf{r})$  可以定义为：

$$G_i(\mathbf{r}) = \prod_{i=1}^3 \sqrt{\frac{6}{\pi \Delta x_i}} \exp \left[ -\frac{6(x_i - x'_i)^2}{\Delta x_i^2} \right] \quad (2.20)$$

式中， $\Delta x_i (i = 1, 2, 3)$  为网格尺度。

高斯滤波在谱空间以及物理空间上虽然有令人满意的性能，能够任意次微分，但是考虑到计算量的问题，目前使用较多的是比较容易实现的均匀盒式滤波，经过 Favre 平均及滤波之后，可压缩流体的  $N-S$  方程组可以转化为大涡模拟方程组<sup>[51]</sup>，连续方程(2.21)、动量方程(2.22)、能量方程(2.23)分别如下：

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j + \bar{p} \delta_{ij})}{\partial x_j} = \frac{\partial (\tilde{\sigma}_{ij} - \tau_{ij}^{sgs})}{\partial x_j} \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{e})}{\partial t} + \frac{\partial [(\bar{\rho} \tilde{e} + \bar{p}) \tilde{u}_j]}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} [\tilde{\sigma}_{ij} \tilde{u}_i - \tilde{q}_j - Q_j^{sgs}] \quad (2.23)$$

式中， $\tilde{e} = \frac{\bar{p}}{(\gamma - 1)\bar{\rho}} + \frac{1}{2} \tilde{u}_i \tilde{u}_i$ ,  $\tilde{\sigma}_{ij} = \tilde{\mu} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right)$ ,  $\tilde{q}_j = -\tilde{\lambda} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j}$ 。  $\tau_{ij}^{sgs}$ ,  $Q_j^{sgs}$  分别为亚格子应力张量及热通量，形式为：

$$\begin{cases} \tau_{ij}^{sgs} = \bar{\rho} (\widetilde{u_i u_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j) \\ Q_j^{sgs} = \bar{\rho} C_p (\widetilde{u_j T} - \tilde{u}_j \tilde{T}) \end{cases} \quad (2.24)$$

可以看到，经过滤波后的方程中不仅有原有的未知变量，还多出了新的未知量亚格子应力张量  $\tau_{ij}^{sgs}$  及亚格子热通量  $Q_j^{sgs}$ ，流体运动方程不能封闭，这时需要构建亚格子模型来进行补充，使方程封闭。为了求解亚格子应力张量及热通量，Germano 提出了动力涡粘模型、Smagorinsky 提出了 Smagorinsky 涡粘性模型，试图精确模拟求解出模型参量，但在涉及到湍流运输很强的高速流场时，这两种方案会导致很大的误差。为此，Schumann 建立了优化的运输方程，将亚格子湍动能作为湍流流场的特征参数，通过计算亚格子的动能来确定涡旋粘性，而不是先假定亚格子的能量处于平衡态，比较有效的解决了湍流运输较强情况下的误差问题<sup>[52]</sup>。由于 Schumann 提出的模型在模拟稳定时均流场以及靠近壁面的流场分布比较准确，目前在大量研究中使用，结果与实际比较符合，是比较合适的适合大涡模拟的计算模型。

Schumann 提出的模型给出了有效求解亚格子参量方程的方法，在前人的基础上，指出在求解亚格子热通量  $Q_j^{sgs}$  时，可以利用涡旋模型对其进行简化，将热通量化简为

温度及距离的函数，如式(2.25)：

$$Q_j^{sgs} = -\frac{\bar{\rho}C_p v_t}{Pr_t} \cdot \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \quad (2.25)$$

式中， $C_p$  为气体定压比热， $Pr_t$  为湍流的普朗特数， $v_t \approx C_\mu \sqrt{k^{sgs}} \Delta$ ， $C_\mu = 0.02075$ ， $\Delta$  为网格尺度， $T$  为流场温度。

Schumann 的模型在解决亚格子应力张量  $\tau_{ij}^{sgs}$  时，发现亚格子应力张量与动能  $k^{sgs} = 1/2(\tilde{u}_k^2 - \tilde{u}_k^2)$  存在如下简单线性关系：

$$\tau_{ij}^{sgs} = -2\bar{\rho}v_t(\tilde{S}_{ij} - \frac{1}{3}\tilde{S}_{kk}\delta_{ij}) + \frac{2}{3}\bar{\rho}k^{sgs}\delta_{ij} \quad (2.26)$$

式中， $S_{ij}$  为在可解尺度上的应变分量，为  $\tilde{S}_{ij} = 1/2(\partial\tilde{u}_i/\partial x_j + \partial\tilde{u}_j/\partial x_i)$ ， $\tilde{S}_{kk} = \partial\tilde{u}_k/\partial x_k$ 。  $k^{sgs}$  是亚格子动能，通过运输方程列出偏微分方程<sup>[53]</sup>，化简后可以得到：

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k^{sgs})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}k^{sgs}\tilde{u}_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \bar{\rho} \frac{v_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial k^{sgs}}{\partial x_j} \right] + P_k^{sgs} - D^{sgs} \quad (2.27)$$

式中，亚格子的动能产生及耗散量  $P_k^{sgs}$ 、 $D^{sgs}$  表但是为：

$$\begin{cases} P_k^{sgs} = -\tau_{ij}^{sgs} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right) \\ D^{sgs} = C_d \bar{\rho} (k^{sgs})^{3/2} / \Delta \end{cases} \quad (2.28)$$

式中， $C_p$  为气体定压比热， $Pr_t$  为湍流的普朗特数， $v_t \approx C_\mu \sqrt{k^{sgs}} \Delta$ ， $C_d = 1.0$ ， $\Delta$  为网格尺度。

至此，大涡模拟的方法借由 Schumann 提出的模型，可以比较精确的计算湍流流场的流场分布情况，并且在边界面以及稳定区域如层流区域有比较高的准确性，并且 Schumann 对求解亚格子参数进行了简化计算，计算速度较快。

### 2.2.2 流场的雷诺平均模拟方法以及 $k - \omega$ SST 修正模型

工程上应用最广的是采用雷诺平均法对流场进行数值模拟，主要是由于这种方法在保证计算精度的前提下计算速度较快，模型建立较为简便，雷诺平均方法的主要思想是将湍流流场的运动分解为时间平均而空间上非均匀的运动和随机脉动运动这两种流体运动的叠加，对非均匀流场的 N-S 方程使用 Favre 平均后<sup>[54]</sup>，就可以得到 Favre 平均的质量方程(2.29)、动量方程(2.30)及能量方程(2.31)，再假设焓与速度脉动量的二阶相关量是温度的梯度，并且速度与应力乘积的平均与两者平均的乘积相等，将 Favre 平

均的能量方程转化为雷诺平均的能量方程(2.32):

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u'_i u'_j}) \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\rho} \tilde{H} \tilde{u}_i) + \frac{\partial \overline{u_j \tau_{ij}}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \kappa \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho H' u'_i}) \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \bar{e}}{\partial t} = -\frac{\partial (\bar{e} + \bar{p}) \tilde{u}_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{u}_j \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\kappa + \kappa_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right] \quad (2.32)$$

由式(2.30)可以发现, Favre 平均后的动量方程比原方程多了  $\partial(\overline{\rho u'_i u'_j})/\partial x_j$ , 需要对雷诺应力  $\overline{\rho u'_i u'_j}$  建立模型, 方程组才能求解。为了较少计算量, 工程上直接假设雷诺应力符合广义的涡粘性模型:

$$\overline{\rho u'_i u'_j} = -2\mu_t \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{1}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right] \quad (2.33)$$

将式(2.33)代入式(2.30)后, 可以得到雷诺平均的动量方程为:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{u}_i}{\partial t} = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j) + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (2.34)$$

式中,

$$\tilde{\tau}_{ij} = (\mu + \mu_t) \left[ \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right]$$

雷诺平均方程组由式(2.29)、式(2.34)以及式(2.32)构成, 与基本的 N-S 方程基本保持一致, 只是将相应的物理参量做了 Favre 平均并且把  $\mu, \kappa$  替换为  $\mu + \mu_t, \kappa + \kappa_t$ , 而方程求解的核心就是建立相应的雷诺应力计算模型, 因此求解  $\mu_t$  成为封闭方程的关键<sup>[55]</sup>, 目前应用最广泛的是建立二方程模型进行计算。在二方程模型中,  $\mu_t$  用式(2.35)表示:

$$\mu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon \quad (2.35)$$

式中,  $C_\mu = 0.09$ 。该式引入了两个新的变量  $k$  和动能耗散率  $\varepsilon$ , 工程上使用 Jones-Launder 提出的修正  $k - \varepsilon$  方程<sup>[56,57]</sup>, 其无量纲化后的形式为:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial z} = \frac{1}{Re} \left( \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial z} \right) + \mathbf{U} \quad (2.36)$$

Jones-Launder 公式可以做到不依赖阻尼系数, 在研究高速飞行器的湍流边界层时, 可以令低雷诺数项为零。

用雷诺平均法求解流场时, 应分别单独求解 N-S 方程和  $k - \varepsilon$  方程, 将流场个参数  $\rho, u, v, \omega$  等看作已知参量, 通过  $k - \varepsilon$  方程得出粘性系数  $\mu_e$  后, 代入求解 N-S 方程, 然后回代, 如此反复迭代, 直到收敛,  $k$  和  $\varepsilon$  两个参数的求解一般能够采用工程中常用的模型进行计算。

在分别求  $k$  和  $\varepsilon$  时, 工程上常用的计算方程为湍流动能及动能耗散率的运输方程<sup>[58]</sup>, 即标准  $k - \varepsilon$  方程, 如式(2.37)及式(2.38)所示。

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \left( c_k \frac{k^2}{\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_l} \right] - c_{lk} \langle u'_i u'_l \rangle \frac{\partial u_i}{\partial x_l} - c_{2k} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.37)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_l} \left[ \left( c_\varepsilon \frac{k^2}{\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_l} \right] - c_{l\varepsilon} \langle u'_i u'_l \rangle \frac{\partial u_i}{\partial x_l} - c_{2\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.38)$$

式中,  $c_k = 0.09, c_{lk} = 1.0, c_{2k} = 1.0, c_\varepsilon = 0.07, c_{l\varepsilon} = 1.45, c_{2\varepsilon} = 1.92$ 。

上述利用  $k - \varepsilon$  二方程模型对雷诺应力建立模型的方法虽然得到广泛应用, 但是由于该模型将近壁面处与远壁面的流场视为同种流体运动, 使得它在近壁面处流场的计算精度不好, 为了解决这个问题, Wilcox 提出了  $k - \omega$  模型, 这也是一种二方程计算模型, 提升了近壁面流场的计算效果, 但是 Wilcox 的模型在远离壁面的计算效果反而低于  $k - \varepsilon$  模型。

为此, 可以考虑联合这两种模型重新建立一种合适的修正模型, 使得二方程模型具有自动调节的效果, 在 1994 年 Menter 正式基于这种思维方式下提出了剪切应力输运模型即 SST 模型, 这是一种修正的  $k - \omega$  二方程模型, SST 模型综合了  $k - \varepsilon$  模型在远场计算和  $k - \omega$  模型在近壁面流场计算的优势, 将两者乘以一个混合函数后相加即可得到修正的 SST 模型, 混合函数的取值以壁面为参考, 在近壁面处混合函数取 1, 将计算方法设定为  $k - \omega$  模型, 在远场则取 0, 自动转换成  $k - \varepsilon$  模型, SST 模型比 Wilcox 的模型多考虑了湍流剪切应力的运输以及横向耗散项, 并且湍流常数有所改动。这种模型吸收了两者的优点并摒弃了不足之处, 大量算例证明了其精度高、与实验结果较为符合的优势。

Menter 的 SST 二方程模型可以表示为:

$$\frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{k})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{k})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_l + \sigma_k^{SST} \mu_t^{SST}) \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \right] + P_k^{SST} - \beta_k \bar{\rho} \tilde{\omega} \tilde{k} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{\omega})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{\omega})}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu_l + \sigma_\omega^{SST} \mu_t^{SST}) \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_j} \right] + \gamma \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{k}} P_k^{SST} \\ & - \beta_\omega \bar{\rho} \tilde{\omega}^2 + 2(1 - F_1) \cdot \frac{\sigma_{\omega 2} \bar{\rho}}{\tilde{\omega}} \cdot \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (2.40)$$

式中,  $P_k^{SST} = \left[ \mu_t^{SST} \left( \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_k} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \bar{\rho} \tilde{k} \right] \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j}$ ,  $\mu_t$  为涡旋系数,  $F_1$  在近壁面趋近 1, 在远场趋近 0, 实现模式切换, 涡旋系数、混合函数等由如下方程式给出。

$$\mu_t^{SST} = \frac{\bar{\rho} a_1 \tilde{k}}{\max(a_1 \tilde{\omega}, \Omega F_2)} \quad (2.41)$$

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad \arg_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{\tilde{k}}}{0.09 \tilde{\omega} y}, \frac{500 \nu}{y^2 \tilde{\omega}} \right), \frac{4 \bar{\rho} \sigma_\omega^{SST} \tilde{k}}{\text{CD}_{k\omega} y^2} \right] \quad (2.42)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad \arg_2 = \max \left( \frac{2 \sqrt{\tilde{k}}}{0.09 \tilde{\omega} y}, \frac{500 \nu}{y^2 \tilde{\omega}} \right) \quad (2.43)$$



式中,  $CD_{k\omega} = \max\left(\frac{2\bar{\rho}\sigma_{\omega}}{\tilde{\omega}} \cdot \frac{\partial \tilde{k}}{\partial x_j} \cdot \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial x_j}, 10^{-20}\right)$  表示交叉扩散,  $y$  是该点到壁面的最近距离,  $\Omega$  表示涡量的绝对值,  $F_2$  是开关函数, 确保涡旋系数满足 Bradshaw 假设<sup>[59]</sup>。

如果已知修正模型中的一些必要常数, 那么模型参量都能通过切换函数进行计算, 物理量  $f$  的计算式为  $f = F_1 f_{k-\omega} + (1 - F_1) f_{k-\varepsilon}$ , Menter 模型中的模型常数可以参见表2.1。

表 2.1 SST 模型相关系数值

系数 模型	$\sigma_k$	$\sigma_{\omega}$	$\beta$	$\gamma$	$\beta^*$	$\kappa$
$k - \omega$	0.85	0.5	0.075	$\frac{\beta}{\beta^*} - \frac{\sigma_{k/\omega} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}}$	0.09	0.41
$k - \varepsilon$	1.0	0.856	0.0828			

至此, 可以利用修正的  $k - \omega$  二方程计算模型对流场进行数值计算, 并且能够在近壁面以及远壁面处都有较好的精确度, 本文对于高速飞行器以及机载光学凸台的周围流场的数值模拟就是基于修正的剪切应力输运模型进行计算得到的, 这种方法既提高了模拟效率, 节省计算成本, 同时也保证了计算精度, 为接下来的光传输效应的数值计算奠定了基础。

## 2.3 高超音速流场特征

当流体的流动速度远远超过声速时, 就能够引入高超声速的概念来描述这种情况的流场运动情况<sup>[60]</sup>, 高超声速这一概念来自于钱学森与 1964 年发表的一篇论文, 一般来说高超声速可以认为马赫数超过 5 的流体运动, 但是这一速度只是一般经验的界定, 事实上高超声速的界线并非像亚音速与超音速那样以一倍音速为明确分割线, 速度大于或者小于音速的流动有着本质区别, 当流体运动速度在 5Ma 附近变化时, 流体的运动特征并没有明显不同。

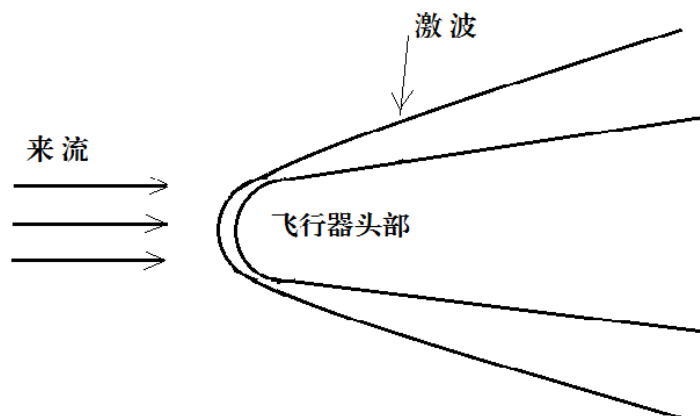


图 2.1 高超声速下的激波示意图

在超高音速飞行状态下,空气流场会在飞行器的周围形成激波,如图2.1所示,激波与壁面之间的流体称为激波层,飞行器壁面附近以及激波后的流场温度大大升高,过高的温度就会引发空气的电离分解现象,使该处物质状态发生本质改变。事实上当空气温度超过 800K 时,此时的空气已经无法再应用之前的完全气体假设理论了,定容比热、定压比热都将变成与介质温度有关的变量,如果温度超过 2000K,氧分子就开始离解,超过 4000K 氮气开始离解,温度超过 9000K 后气体原子发生电离,该处流场介质将会变成等离子体,产生如 Anderson 所说的真实气体效应<sup>[61-63]</sup>,这种情况下对流场的研究必须考虑化学反应等的影响,并且完全气体中的比热比常数  $\gamma = 1.4$  不再成立。

根据气体动力学中斜激波的理论描述,激波层往往是一个很薄的薄层,激波后面的气体密度会随着来流速度的增大而增大,并且激波形状往往很接近飞行器的外在形状。如果我们假设来流沿  $x$  方向流动,通过等熵关系以及理想气体状态方程可以得到如下的关系表达式:

$$\begin{cases} \frac{dp}{p} = -\gamma \cdot u_{\infty}^2 \cdot \frac{du}{u} \\ \frac{dT}{T} = -(\gamma - 1) \cdot u_{\infty}^2 \cdot \frac{du}{u} \\ \frac{d\rho}{\rho} = -u_{\infty}^2 \cdot \frac{du}{u} \end{cases} \quad (2.44)$$

式中,  $u_{\infty}$  为来流速度,  $p, T, \rho, u, \gamma$  分别为压强、温度、密度、速度以及气体比热比。

从流动方程等构成的方程组(2.44)可以看出在高超声速条件下,很小的速度扰动也会引起流场压强等物理量发生巨大的变化,对此就不能如前文那样对方程线性化而忽略微小扰动,计算时必须考虑微小扰动情况,这种非线性性质增大了对高超声速流场的研究难度,但是随着来流速度的增加,激波会越来越贴近飞行器表面,马赫角越来越小,使一些气动力学的问题相对简化。

一般在高超声速下运行的飞行器都会做成钝状的头部外型,这是由于激波会引起流体的熵增,头部温度较高,而在头部的曲率半径的平方与驻点的对流传热是反比关系,因此钝状头部能够有效减轻热载荷。在边界层内,粘性效应降低了流体运动速度,将部分动能转化为内能,从而产生热效应,高超声速中边界层厚度较大,对外部无粘流动干扰较大,同时会影响增加飞行器壁面的阻力以及传热系数。另外当代的高超声速飞行器往往会在海拔很高的高空中飞行,这时该高度周围的空气非常稀薄,分子平均自由程的尺度会接近飞行器本身的尺度,这种情况下无法再用连续方程来描述周围气体特征,并且激波厚度将会有所增加,这种情况可以称之为低密度效应。

从以上分析可以知道由于飞行器周围的流场动能大量转化为激波层内能,引起严重的气动加热,因此在设计高超声速飞行器时,需要对气动加热及热传导系数问题作出预计,进而提出解决办法。热流密度  $q_w$  一般由以下经验公式给出:

$$q_w = \rho_{\infty}^N \cdot u_{\infty}^M \cdot C \quad (2.45)$$

式中,  $N, M, C$  为与飞行器结构有关的系数, 对钝形头部及平板的系数可以参见表2.2, 表中,  $R$  为钝型头部半径,  $h_w$  表示实际壁面对应的比焓,  $s$  为沿壁面距离,  $\varphi$  为攻角。

表 2.2 不同外型下的经验参数

形状 \ 系数	$N$	$M$	$C$
钝头	0.5	3.0	$1.83 \times 10^{-6} R^{-1/2} (1 - h_w/h_0)$
平板	0.5	3.2	$2.53 \times 10^{-9} \sin \varphi \sqrt{\cos \varphi} \cdot \sqrt{x} (1 - h_w/h_0)$

从表2.2中可以看到当飞行器头部半径小, 呈尖型时, 头部空气加热率很高, 而尖型的外形散热慢导致温度很高, 而采用大半径的钝头则有较高的应用价值。另外在飞行器的设计时应该采用耐高温材料, 并且可以采用隔热材料或者装置来较少周围流场传递给飞行器的热量。

## 2.4 本章小结

本章简要介绍了流场运动普遍遵循的流体运动方程, 并对流体运动方程组的求解方法作了详细介绍及公式推导, 基于 *favre* 平均理论, 利用大涡模拟及雷诺平均法两种主要模拟方法对流体运动方程组的数值求解, 在大涡模拟中使用亚格子模型对滤波后的控制方程求解, 具有较高的精度, 而在雷诺平均法中主要对  $k - \varepsilon$  和  $k - \omega$  二方程模型进行修正得到 SST 模型进行求解, 计算量相对较小且精度较高, 最后讨论了在高超声速情况下, 流体的结构发生明显变化, 空气会发生电离现象, 应该考虑到流场的非线性性质、真实气体效应以及严重的气动加热等问题, 并且可以将高超声速飞行器的外形设计为钝头来降低气动加热问题。

## 3 高速流场的数值计算及模拟

在研究解决实际工程问题时,可以通过数值模拟地方法对所研究的流场进行模拟分析,能有效提高研究效率,流场的模拟主要通过对流体运动方程组实现离散的数值解,通过空间上的离散点的物理量来展现模拟结果。目前的流体计算软件大多基于离散网格求解,当利用上一章提出的二方程模型对流场进行数值计算时,需要对控制方程进行离散,并且具体计算时首先需要初始化求解参数,然后通过迭代直至收敛,但是由于模型结构不同,初始参数也应该相应变化,实际流动问题的处理也较为复杂,如何确定定解条件成为了计算流体力学的一大难题,目前还没有形成一般性的理论<sup>[64]</sup>,但可以根据已有的符合实际的经验参数作最大程度的近似计算。

### 3.1 流场方程的计算

实际求解流场的各项物理参数时主要可以基于有限体积法,将包含点的微元体积内的各项物理量看成与中心点一致,然后是由大量散点集合构成整个流场分布,对此可以将流场划分成大量的小网格,对流体运动方程离散求解,因此对于流场的正式计算,可以分成流场初始化条件设置即迭代开始条件及壁面等边界条件,然后通过离散方程进行迭代求解。

#### 3.1.1 求解条件的设置

计算流体力学的定解条件分为流场初始条件和边界条件两个部分。初始条件需要根据具体的流动问题来设定,一般可以根据指定的初始状态计算相关来流参量,例如给定当前海拔高度,及海平面处大气温度,通过计算就能给出外界环境参量如温度、密度、大气压强等,并且给出飞行器飞行速度及机身与前进方向夹角,可以得到速度在  $x, y, z$  方向上的分量,而初始的湍流运输方程参量  $k$  及动能耗散率  $\varepsilon$  则可以参考已有经验参数进行设置,初始的内能可以根据能量边界方程确定。

边界条件的确定则对求解问题的精度及准确度影响较大,一般来说边界可分为壁面边界、出入口边界条件及远场边界,这三个边界条件决定了对流场结构进行模拟计算时的准确性,同时为了减少计算量,可以设置对称边界,对于对称性结构只计算一半,然后利用对称面进行复制即可,同时为了对计算域划分,可以设置链接界面,该界面仅仅用于计算识别功能,并不会对计算产生影响。

由于在计算模拟时,首先应该人为给出飞行器的飞行速度,远处大气密度、温度、压强等基本参量,而当前大气的压力温度密度等都可以借由所处位置距离海平面高度计算得知,大气中任意点的压力  $p$ , 密度  $\rho$  及温度  $T$  满足状态方程(3.1),并且处于力学

平衡的大气应满足公式(3.2)、(3.3):

$$p = \rho RT/m \quad (3.1)$$

$$dp = -\rho g dz \quad (3.2)$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{mg}{RT} dz \quad (3.3)$$

式中,  $m$  为混合气体平均分子质量,  $z$  为海拔高度,  $g$  为关于  $z$  的重力加速度。

通过上述状态方程等构成的方程组, 可以看出, 只要给出当前海拔高度, 就能够明确得到该位置的大气压值以及空气密度, 在 10km 以下高度每提高 1km, 温度大约会下降 6.5K, 表3.1给出了 0 ~ 6km 的对流层大气参数, 事实上当高度大于 10km 进入平流层后, 随着高度的增加大气温度基本会保持不变, 密度、压强则会持续下降。

表 3.1 密度压力温度随海拔的分布

$z/\text{km}$	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$p/\text{Pa}$	$T/\text{K}$
0	1.2250	$1.01325 \times 10^5$	288.150
1	1.1117	$8.9876 \times 10^4$	281.651
2	1.0066	$7.9501 \times 10^4$	275.154
3	$9.0925 \times 10^{-1}$	$7.0121 \times 10^4$	268.659
4	$8.1935 \times 10^{-1}$	$6.1660 \times 10^4$	262.166
5	$7.3643 \times 10^{-1}$	$5.4048 \times 10^4$	255.676
6	$6.6011 \times 10^{-1}$	$4.7217 \times 10^4$	249.187

除了远场的密度、大气压、温度等初始流场参数, 初始条件还需要设置初始内能以及在进行模拟时选定初始的  $k, \varepsilon$  的值或者  $k - \varepsilon$ , 这可以根据一般的经验参照 Menter<sup>[65]</sup> 的建议进行取值, 而无穷远处来流的初始内能一般满足方程(3.4)。

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2) + k \quad (3.4)$$

初始条件确定之后, 再对流场的边界条件进行设置, 一般计算域都为流场内部及飞行器外部之间的区域, 同时为了减少计算难度, 可以让空气从入口处进入, 而保持飞行器禁止, 根据相对性原理, 产生的结果与实际效果相符, 流场入口的边界条件即为外界来流参数, 主要为大气压强、温度、来流速度及  $k$  和  $\omega$ , 而出口可以由内部向外推导得出, 如公式(3.5)。

飞行器表面为固体, 在实际问题中应该设置为有粘固体界面, 满足无滑动条件, 并且在忽略离心力的情况下, 法向的压力梯度应该为零, 湍流参数也应该满足壁面湍流条件, 如公式(3.6)所示。

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_e = 0, \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_e = 0, \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_e = 0, \left. \frac{\partial k}{\partial x} \right|_e = 0, \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right|_e = 0 \quad (3.5)$$

$$u_w = 0, \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_w = 0, k_w = 0, \omega_w = \frac{60\mu_1}{\beta_1 \rho_1 y_1^2} \quad (3.6)$$

本文在设定飞行器及外场模型的计算面类型时,将飞行器壁面设为有粘边界,即飞行器外壳表面处的空气流动速度及壁面法向压力梯度都为零,垂直于飞行器的四个外场面为无粘光滑壁面。设定飞行器头部一侧外场面为入口,尾部一侧外场面为出口,流场计算域入口速度即为预设速度,入口压强为当前大气压,出口速度设为远场速度即预设速度,出口压强为当前大气压。而对于机载凸台,由于机载凸台一般会安装在飞行器侧面,则可以将底面设置为有粘壁面,出入口与飞行器设定相同,将另外三个远场面设为无粘光滑壁面。

### 3.1.2 求解方程的离散

流体运动方程组目前并没有解析解,只能通过一些离散点的物理数值集合来代替整个流场的物理参量,这时需要结合网格划分以及离散方程配合设定初始条件以及边界条件,才可以求出结果收敛的数值解。对此一般可以采用显式或者隐式两种迭代方法,前者为了保证结果收敛,必须取非常小的时间步长,适合非定常流动问题,后者则适合定常流动,时间步长要求不高。本文在使用 CFD 计算软件对流场进行模拟时,默认流场的模拟属于定常流动计算,从而采用隐式迭代法进行求解,本文使用的 LU—SGS 隐式迭代法主要通过 LU 分解,利用其最大特征值的分割方法,将对流项分离,使用 Gauss-Siedel 法迭代求解,这种方法在求解过程中能够实现无矩阵的简单数值运算,在一阶时间精度近似的情况下,流场控制方程可以表示为公式(3.7)。

$$\begin{cases} \frac{\Delta P^n}{\Delta t} + \omega \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (A \Delta P^n) \frac{\partial}{\partial \eta} (B \Delta P^n) + \frac{\partial}{\partial \xi} (C \Delta P^n) \right] = -f_{rhs}(P^n) \\ f_{rhs}(P^n) = \left( \frac{\partial F}{\partial \xi} + \frac{\partial G}{\partial \eta} + \frac{\partial H}{\partial \zeta} \right)^n - \frac{u_\infty}{Re} \left( \frac{\partial F_\nu}{\partial \xi} + \frac{\partial G_\nu}{\partial \eta} + \frac{\partial H_\nu}{\partial \zeta} \right)^n - S(P^n) \end{cases} \quad (3.7)$$

式中,  $f_{rhs}$  为残差,系数矩阵  $A, B, C$  分别为  $A = \partial F / \partial P, B = \partial G / \partial P, C = \partial H / \partial P$ , 增量  $\Delta P^n = P^{n+1} - P^n$ 。

通过最大特征值方法可以将系数矩阵分为正负系数矩阵  $A^+, A^-$  两者之和,可以把控制点设定在网格单元中心,在网格单元中心将控制方程离散,化简后可以得到离散的控制方程为:

$$D_- \Delta P_- + D \Delta P_{i,j,k}^n + D_+ \Delta P_+ = -f_{rhs}(P^n) \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} D = \left[ \frac{1}{\Delta t} + \omega \beta (\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C) \right] I \\ D_+ \Delta P_+ = \omega \left[ (A^- \Delta P^n)_{i+1,j,k} + (B^- \Delta P^n)_{i,j+1,k} + (C^- \Delta P^n)_{i,j,k+1} \right] \\ D_- \Delta P_- = -\omega \left[ (A^+ \Delta P^n)_{i-1,j,k} + (B^+ \Delta P^n)_{i,j-1,k} + (C^+ \Delta P^n)_{i,j,k-1} \right] \end{cases} \quad (3.9)$$

如果对上式进行  $L = D + D_-, U = D + D_+$  近似,然后对公式(3.8)经过 LU 分解方法对离散后的控制方程迭代求解,对下三角矩阵按照从小到大顺序依次迭代,上三角

矩阵按照从大到小顺序依次迭代，避免矩阵运算，最终可以得到迭代求解公式(3.10)。

$$\Delta P^n = \Delta \bar{P} - \frac{1}{2} \cdot \frac{\omega}{J^{-1} \left[ \frac{1}{\Delta t} + \omega \beta (\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C) \right]} \cdot \left\{ \begin{aligned} & [F(P^{n+1}) - F(P^n) - \beta \lambda_A J^{-1} \Delta P^n]_{i+1,j,k} \\ & + [G(P^{n+1}) - G(P^n) - \beta \lambda_B J^{-1} \Delta P^n]_{i,j+1,k} \\ & + [H(P^{n+1}) - H(P^n) - \beta \lambda_C J^{-1} \Delta P^n]_{i,j,k+1} \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

式中， $\Delta \bar{P}$  是通过下三角矩阵的迭代得到的中间变量，最终可以获得第  $n+1$  个时间的  $\Delta P^n$ ，当  $P$  的变化小于预设精度值时，可以认为计算最终收敛，否则继续迭代。时间步长  $\Delta t = CFL/(\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C)$  为当地时间步长， $\lambda_A, \lambda_B, \lambda_C$  分别为系数矩阵  $A, B, C$  的谱半径，可以用(3.11)表示，假定声速为  $u_\infty$ ，流场速度分量为  $u, v, w$ 。

$$\begin{cases} \lambda_A = |u\xi_x + v\xi_y + w\xi_z| + u_\infty \sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2} \\ \lambda_B = |u\eta_x + v\eta_y + w\eta_z| + u_\infty \sqrt{\eta_x^2 + \eta_y^2 + \eta_z^2} \\ \lambda_C = |u\zeta_x + v\zeta_y + w\zeta_z| + u_\infty \sqrt{\zeta_x^2 + \zeta_y^2 + \zeta_z^2} \end{cases} \quad (3.11)$$

上述通过离散方程迭代求解流场参数主要是对在时间步长或者说求解次数上的离散方法，对于网格空间上的离散，主要采用有限体积法或者有限差分法来计算。为了探究流场的气动光学效应问题，对流场的模拟往往需要较高的精度，因而对流体运动方程组中的粘性项应该使用空间全偏导数，对此可以利用有限体积法，在研究流场空间某点时，取其周围封闭曲面，通过高斯定理就能计算出该点的空间偏导数。

为了方便计算，一般可以将封闭曲面定位正六面体网格，六面体界面变量可以利用线性插值得到，本文采用最基本的算数平均法，例如两个单元中心坐标分别为  $(i, j, k), (j+1, j, k)$ ，界面中心坐标为  $(i+1/2, j, k)$ ，变量参数为  $f$ ，那么界面中心的变量值： $f(i+1/2, j, k) = \frac{1}{2}[f(i, j, k) + f(j+1, j, k)]$ ，然后通过拉姆系数得到网格单元的面积，通过雅科比交换矩阵得到网格体积，最后可以利用 Gauss 定理求解界面中心的空间导数。

### 3.2 飞行器及凸台周围流场基于 $k - \omega$ 计算模型的模拟

本文在对飞行器周围流场进行模拟时，主要采用计算模型配合流体计算软件进行模拟计算，通过选取合适的建模软件对飞行器及凸台建立模型，进行网格划分通过质量检测后，导入求解器进行迭代计算，在结构收敛的情况下就能够给出流场分布。

在对飞行器及机载凸台建立模型的问题上，本文使用了 ICEM-CFD 软件进行处理，ICEM 是一款为计算流体力学模拟提供前期处理的专业软件，它具有强大的 CAD 模型建立及修复功能，可以进行自动的中面抽取，并且对模型的封闭性、完整性要求很低，

可以通过其本身的模型修复工具完善导入的模型。ICEM 的另一大特点是在网格划分技术上具有世界领先水平，能够生成结构化、非结构化网格，对网格有独特的编辑技术，并且能够支持目前的绝大多数计算求解器，基于这些优点，ICEM 取代了之前的 Gambit 建模软件，成为 Fluent 前期处理的标准配置。

在对模拟前期准备工作做完之后，需要对通过质量检测计算流体区域的网格进行迭代计算，对此本文使用了 Fluent 求解器进行迭代计算及模拟，Fluent 是目前使用最为广泛的计算流体力学软件，它具有丰富的物理计算模型以及数值计算方法，并且对结果有强大的处理显示功能，并且主要基于有限体积法，与本文所采用的离散方法一致，能精确可压缩流的流场分布。

Fluent 软件还拥有强大的网格支持能力，能对混合网格、不连续网格等进行精确计算并且有超前的自适应技术，还能够支持用户自定义湍流模型，为混合模型算法的研究提供有利支撑。经过大量算例考核，Fluent 的稳定性优秀且计算结果与实验符合较好，适用范围广，能够计算几乎所有流体相关领域问题，并且计算精度相比于传统 CFD 软件大大提高，能够达到二阶精度。

使用计算流体力学软件对实际问题进行模拟时，可以分为两部分，一是模型建立及网格划分的模拟前期处理，二是通过求解器进行迭代的主要计算过程，具体流程如图3.1所示，在得出所有结果后，可以根据需求对流场结果进行云图、曲线图等方式呈现。

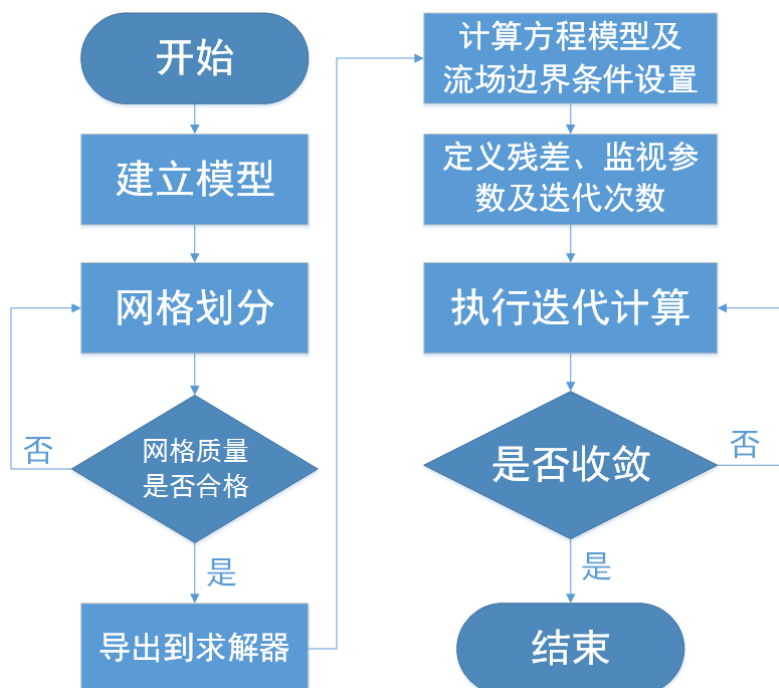


图 3.1 流场模拟流程图



### 3.2.1 导弹 ICEM 建模及基于 Fluent 的周围流场模拟

为了研究导弹在高速飞行时周围流场的具体情况，可以利用已有的边界条件及计算方法，通过 CFD 软件对流场进行模拟，形象切量化地展现流场，并且由于流场的分析主要服务于对光传输的研究，因此弄清楚流场密度的分布尤其必要。为了在追求真实的同时减少计算量，本文利用 ICEM 建模软件建立了与实体尺寸类似的简易导弹模型，并且仅保留导弹的大致外形，去除弹载光学设备的结构，同时对导弹弹体进行了面型平滑处理，使导弹弹头呈球缺状半径为 0.5m，弹体为圆柱弹身長 3.5m，直径 1m，尾翼为  $1\text{m} \times 1\text{m} \times 0.1\text{m}$  长方体减去一个厚度为 0.1m 的腰为 0.5m 的等腰三角形，如图 3.2a。

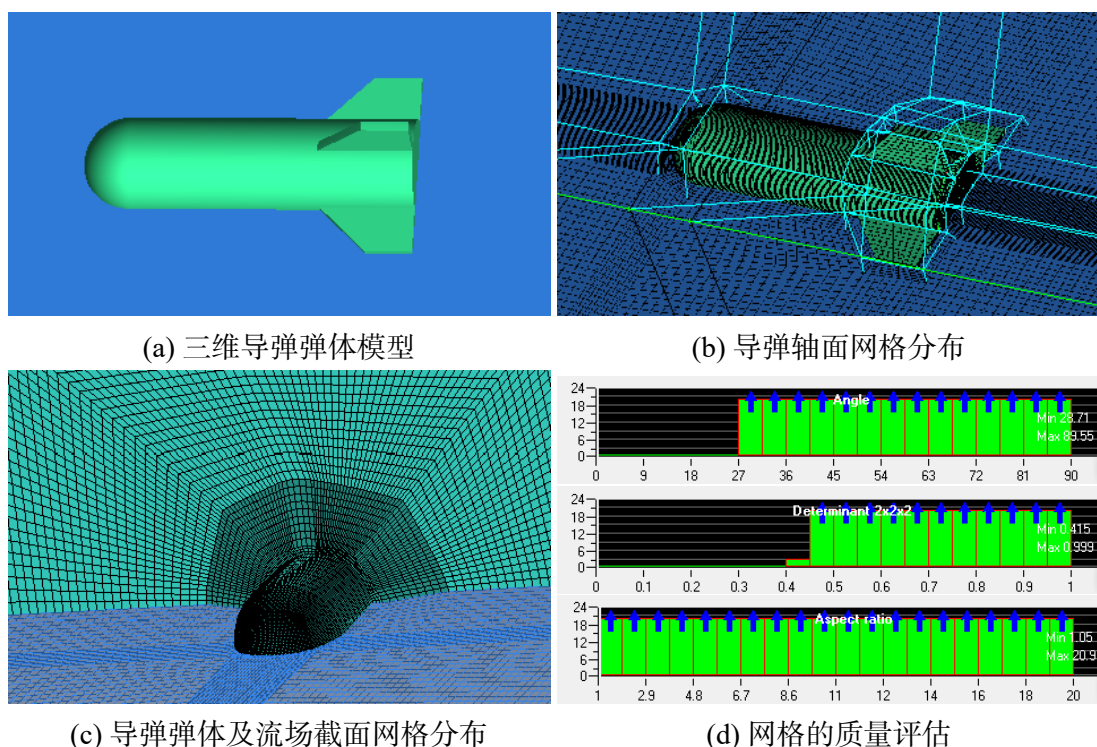


图 3.2 三维导弹模型及截面网格分布图

建立完毕导弹的简易模型后，需要确定需要计算的区域，及外部流场的边界大小，本文在考虑外场边界时，令边界的下限取决于导弹飞行时对流场的影响距离，并且由于区域大小在一定程度上决定了计算量的多少，因此确定边界大小十分重要，为此本文选取长 35m 宽 20 高 18m 的长方体作为需要计算的流场区域。

由于理论上流场的计算并不能给出解析解，在引入亚格子模型后，可以得到流场的数值解，可以通过采用有限体积法及基于离散网格节点的梯度算法实现，因此需要对流场区域进行网格划分，网格的划分决定了计算的精度及准确度，决定了计算过程中结果是否收敛。本文将导弹周围的流场划分了 230 多万个计算网格，并且在导弹仅壁面处精细划分了 20 层加密层，如图 3.2b、3.2c，网格由弹体壁面向外辐射，且逐渐增大，既减增大了计算准确度，又减少了网格数量从而减少计算量。

由于飞行器结构具有不规则形,在计算时容易加大计算量,利用拓扑原理,将实体映射到规则的结构化六面体计算网格上是非常有效的方法,同时为了保证对应的网格具有可操作性,保证计算精度及结果的收敛情况,对划分的网格进行质量检查是必不可少的。网格质量检查包括网格的行列式 (Determinant) 检查、角度 (Angle) 检查及纵横比 (Aspect ratio) 检查。行列式检查是通过计算每一个六面体网格的雅可比行列式值,将行列式利用标准化的矩阵来表示单元的变形,值为 1 表示该网格是理想的六面体立方块,而值小于 0 则表示网格是具有负体积的反立方体,通常情况下行列式的值需要达到 0.3 以上才可以被大多数 CFD 求解器所接受。角度检查则会对网格的每个单元的内角进行检测,90° 表示两面是理想的正交面,角度越趋于 0° 则表示两个面夹角越小,对计算精度影响越大,Fluent 中一般需要保证角度大于 18°。纵横比检查主要对比网格六面体每个面的长宽比值,值是 1 则表示该面是正方形,值越大表示面型越差,一般计算流体软件可以接受值 100 以下。

本文对导弹流场区域进行网格划分后,行列式质量检查全部达到 0.4 以上,网格总体质量令人满意,网格角度均大于 27°,并且网格的单元面纵横比均小于 20,网格质量检测结果如图 3.2d。

导弹模型的前期处理完毕后,需要将完备的模型导入 Fluent 进行计算,由于本文构建的导弹结构上具有对称性,因此为了减少计算量、提高效率,可以将导弹轴面设置成对称面,在计算完毕后以轴截面为对称面,z 坐标取反后复制数据即可,此时可以将计算网格由初始值 230 万减少到 115 万个,大大提升了计算效率。

对于求解条件的设置,本文将导弹运行高度设置在海拔约 1.5km 的大气对流层,外界大气压为 85000Pa,环境温度为 280K,求解时基于离散方程,采用了第二章提出的与实验比较吻合的  $k-\omega$ SST 修正模型计算方法,同时为了简化计算,根据相对性原理,将空气设为来流,导弹禁止不动,来流攻角为 0°,模拟了导弹在低音速、音速、超音速等不同运行速度下的流场分布,如图 3.3。

图 3.3a 显示了 0.6 倍音速下,导弹弹体表面及流场轴截面的流场密度分布情况,可以发现在低音速情况下,飞行器周围并没有明显的剪切层及湍流的存在,流场密度分布约在  $0.9\text{kg/m}^3$  到  $1.3\text{kg/m}^3$  之间,导弹顶部气流压缩比较严重,密度较大,导弹头部与弹身交界处结构发生了较为明显的变化,流场密度最小,同时在尾翼处流场密度也比正常情况稍小。

图 3.3b 显示了 1 倍音速下,导弹弹体表面及流场轴截面的流场密度分布情况,可以看出导弹在以 340m/s 的速度运行时,密度场的分布情况与 0.6 倍音速下的密度有明显区别,在弹体及尾翼周围有截切层的存在,并且可以看到密度的不均匀分布,顶部由于与来流剧烈作用,空气发生压缩,密度较大,顶部密度在  $1.25\text{kg/m}^3$  到  $1.7\text{kg/m}^3$  之间分布,越靠近头部密度越大,而在弹身及尾翼这些外形结构有明显不同的周围,流场密

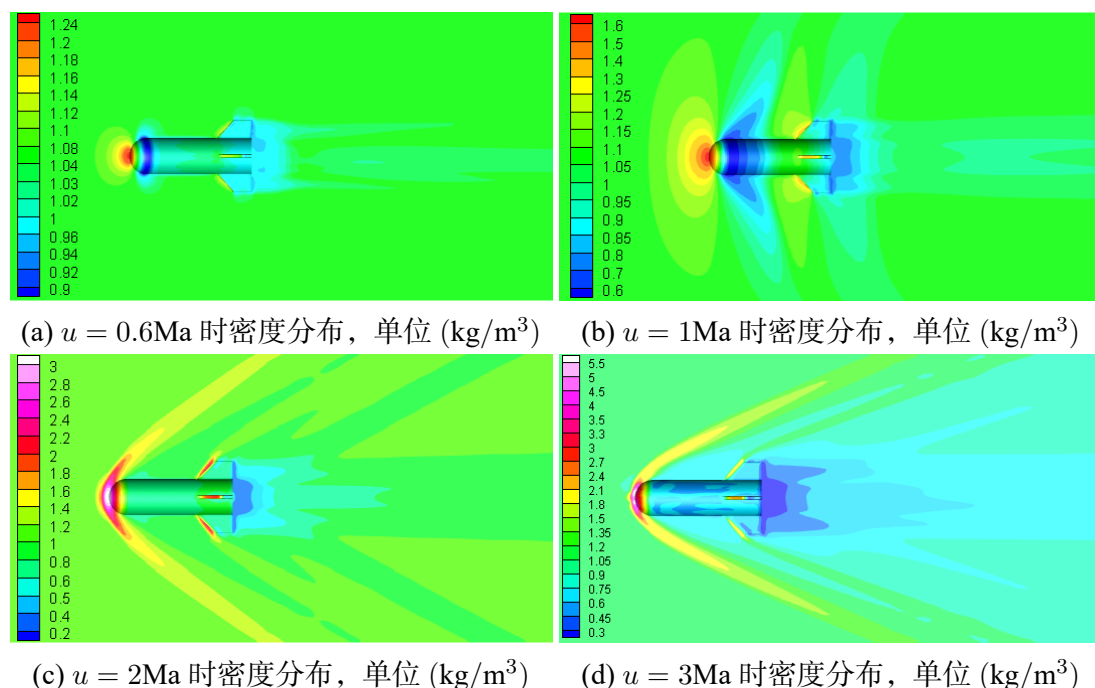


图 3.3 不同速度下导弹周围流场分布情况

度明显减小, 越靠近壁面流场密度越小, 往外呈辐射状分布。

图3.3c显示了 2 倍音速下, 导弹弹体表面及流场轴截面的流场密度分布情况, 在图中可以明显看见剪切层的存在, 在导弹顶部呈现压缩成碗底形的气流头罩, 密度很大, 在  $2\text{kg}/\text{m}^3$  到  $3.5\text{kg}/\text{m}^3$  之间, 并且向外延伸出伞状剪切层, 在尾翼处出现同样但是略微轻微的情况, 尾后流场较为复杂, 整体密度较小。

图3.3d显示了三倍音速下, 导弹弹体表面及流场轴截面的流场密度分布情况, 在图中也与 2 倍音速下类似, 可以明显看到周围的剪切层, 但是相比于 2 倍音速下的流场情况,  $3\text{Ma}$  情况下的流场分布尤其是尾部分布更为复杂, 通过对比可以看到外围的激波随着速度的增加, 越来越靠近飞行器壁面且更薄, 这与上一章中的分析是吻合的, 飞行器对流场的影响整体后移, 延伸距离更远, 激波角度更小。

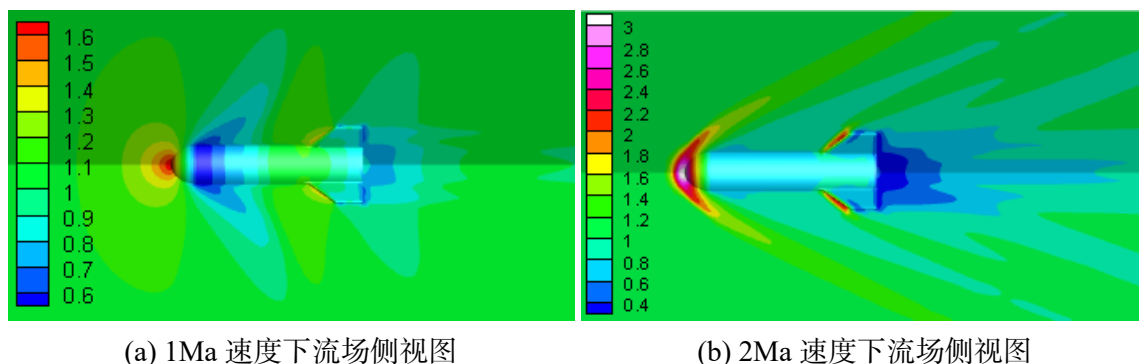


图 3.4 不同运行速度下导弹轴面及垂直截面的流场分布情况

图3.4展示了运行速度分别为 1Ma、2Ma 下的导弹横截面以及垂直截面流场分布情况,通过两者对比可以发现,在 2Ma 运行速度下的截切层较为明显,在导弹头部周围形成的剪切层尤为明显,并且尾部流场也更加复杂,可以认为速度越快导弹周围的流场结构越复杂,那么对于光学成像、目标探测及制导的影响也就越大。

### 3.2.2 机载凸台的 ICEM 模型建立及周围流场分析

在对目标进行光学成像或追踪时,主要通过安装在飞行器侧面安装机载光学设备来获得目标信息,一般采用凸台或者凹窗结构,由于凸台光学设备可以大范围地收集观测目标信号,未来的应用将更加广泛,同时也会造成剧烈的流场波动,形成明显的截切层及湍流,周围会有大范围的密度梯度,可见示意图3.5。

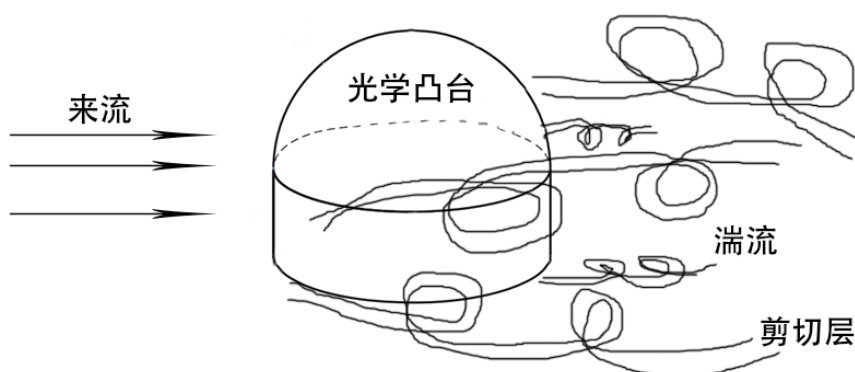


图 3.5 光学凸台设备流场情况

由于机载凸台的尺寸相对于导弹较小,放在一起进行模拟计算时,由于网格尺度问题,很容易忽略机载凸台周围流场的细节,无法进一步进行研究分析,为此本文搭建了简易凸台模型,进行单独考虑,将凸台底部平面设置为无粘壁面,模拟导弹弹体表面。主要分析来流经过凸台后,凸台周围流场密度分布情况。

将简易凸台模型的下半部分定为圆柱体,半径 10cm,高 10cm,上半部分为半球,半径为 10cm,在进行光信号接收时,凸台可以绕中轴 360° 旋转,探测范围很大,由于光学窗口主要位于半球处,在探究流场时,可以考虑离凸台底部 10cm 以上的流场区域。将外流场设置为 190cm × 200cm × 60cm 的长方体区域,机载光学凸台模型如图3.6a。

凸台的网格划分类似上一节导弹网格划分,将凸台周围的流场划分了约 175 万个计算网格,并且在导弹仅壁面处精细划分了 17 层宽为 0.7mm 的网络加密层,网格划分情况如图3.6b、3.6c,网格由凸台壁面向外辐射,外围网格保持均匀,便于数据导出及计算。对凸台流场区域进行网格划分后,行列式质量检查全部达到 0.75 以上,网格总体质量非常好,网格角度均大于 50°,表示计算网格扭曲度很小,并且网格的单元面纵横比均小于 4,网格六面体比较接近理想正六面体,由于凸台外形简单,划分出的网格



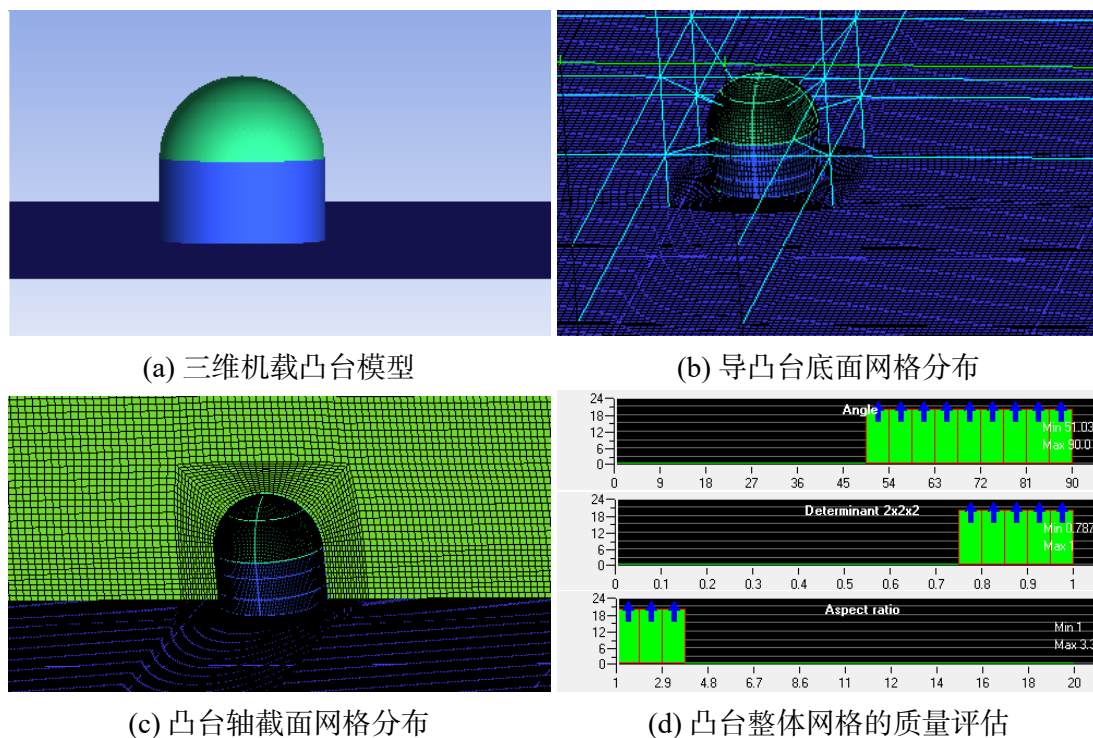


图 3.6 三维凸台模型及截面网格分布图

质量优于导弹的网格质量，导入流体计算软件后的计算精度更大，凸台的网格质量检测结果如图3.2d所示，至此凸台模型建立及网格划分处理完毕，满足计算要求，可以导入求解器进行模拟计算。

将凸台模型导入 Fluent 之后，检测完毕模型完整性及流场计算域的封闭性，设置模拟条件，可以参考上文导弹参数设置，将运行高度设置在海拔约 1.5km 的大气对流层，外界大气压为 85000Pa，环境温度为 280K，采用 Menter 提出的  $k - \omega$  二方程 SST 模型结合 J-B 修正模型。

同样为了简化计算，根据相对性原理，将空气设为来流，凸台禁止不动，来流攻角为  $0^\circ$ ，凸台底部应设置为符合导弹表面情况的无粘壁面。由于考虑到光学窗口位置，在凸台半腰处设置一个观察平面，方便观测凸台周围的流场情况，本文模拟了在 0.6 倍音速、1 倍音速及 2 倍音速三种不同运行速度下，凸台周围的流场分布，如图3.7。

图3.7a显示了 0.6 倍音速下，观测截面及凸台表面的流场密度分布情况，可以发现低音速情况下，物体周围并没有明显的剪切层存在，流场密度分布约在  $0.75\text{kg/m}^3$  到  $1.\text{kg/m}^3$  之间，凸台与来流直接接触的地方气流存在压缩及反弹情况，密度较大，凸台外侧靠近壁面部分流场密度有波动，且在凸台轴界面部分区域流场密度最小，在  $0.7\text{kg/m}^3$  到  $0.9\text{kg/m}^3$  之间。

图3.7b显示了 1 倍音速下，观测截面及凸台表面的流场密度分布情况，可以看运行速度为 340m/s 时，密度场的分布情况与 0.6 倍音速下的密度区别较大，流场波动范围

更加广，凸台周围有截切层的存在，可以看到密度的不均匀分布及不明显的分层，凸台前沿与来流剧烈作用，空气发生压缩，密度较大，接触面外侧流场密度约在  $1.3\text{kg/m}^3$  到  $1.7\text{kg/m}^3$  之间分布，并且空气有反弹情况出现，尾部流场扩散明显，影响范围较广，但是波动并不是很明显。

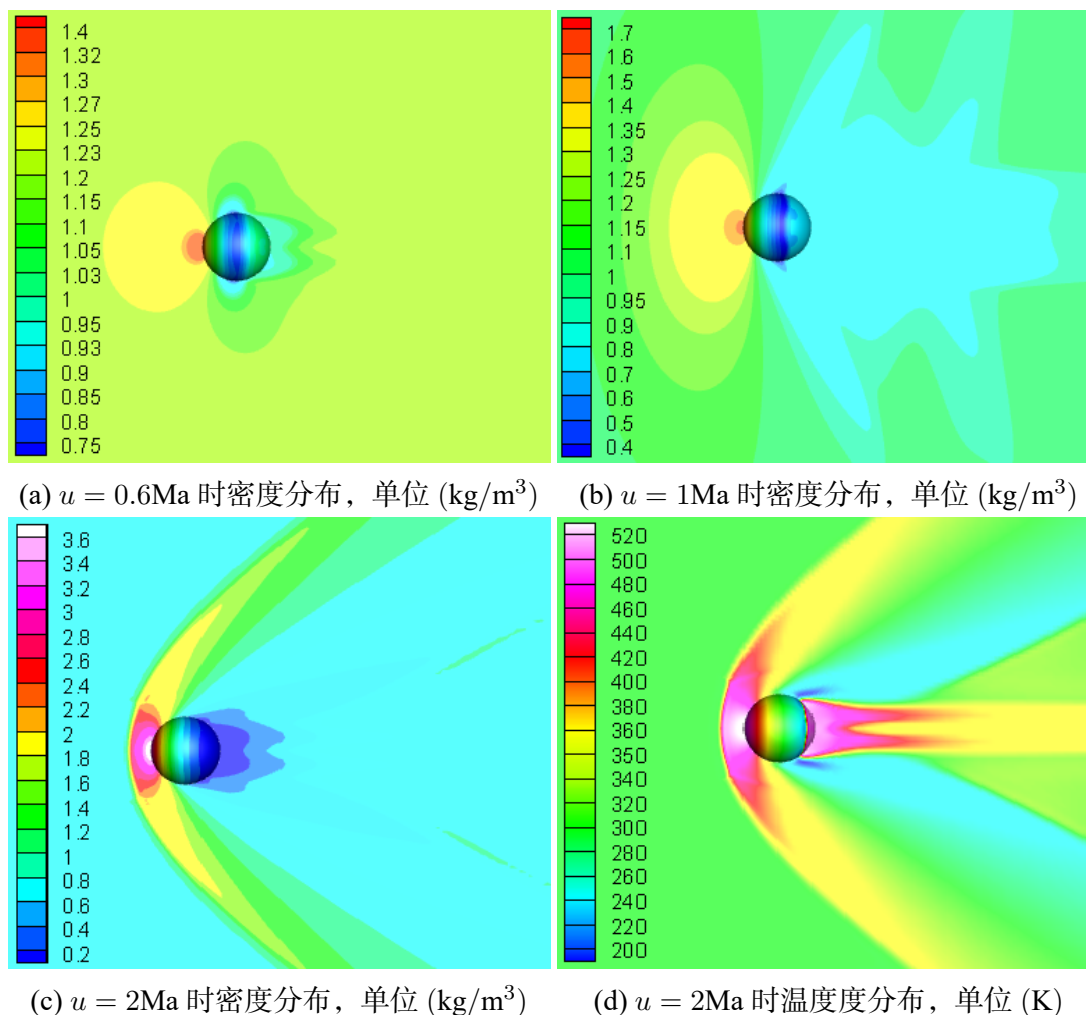


图 3.7 不同速度下凸台周围流场分布情况

图3.7c显示了 2 倍音速下，观测截面及凸台表面的流场密度分布情况，在图中能够明显看见剪切层的存在，在导弹顶部呈现压缩成蘑菇形的气流头罩，密度很大，在  $2\text{kg/m}^3$  到  $4\text{kg/m}^3$  之间，并且向外延伸出抛物面型剪切层，图中可以明显看出凸台近壁面流场分层情况，由前方过度到中轴面再到凸台后部，密度由大到小呈现梯度递减。在凸台后方的近场密度分布也有明显分层且不规则分布，剪切层向中心靠拢，与实验数据较为吻合。

图3.7d显示了 2Ma 时凸台周围流场温度分布情况，温度分布与密度分布情况比较符合，同时更加详细地显示了凸台后方近场流场分布，外侧有低温地带，中心温度较高并且由内向外呈梯度分布。

通过对光学机载凸台周围流场的数值模拟,可以更加清晰的描述光学窗口的处流场结构,为接下来的光传输特性的数值计算提供流场物理参数的数据支撑。

### 3.3 本章小结

本章对求解流场分布所需的定解条件作了相应说明及设置,推导了利用隐式迭代法求解离散方程的过程,并且对模拟的前期面型、网格等进行了优化,最后采用  $SSTk-\omega$  二方程修正模型,基于有限体积法数值模拟了低音速、音速、超音速等不同运行速度下导弹及机载光学凸台周围的流场情况,并详细分析了流场模拟结果。

## 4 非均匀流场中的光传输特性研究

光是一种电磁波，物理学中存在大量关于电磁波在介质中传播特性的研究，这些研究表明光在介质中的传播过程呈现较强的波动性，麦克斯韦的衍射理论正是研究光波的传播的非常有利的工具，以场论为基础，建立电磁场中电场、磁场的微分关系，经过简化消元后，能够推导出非均匀介质中光传播的波动方程，如式(4.1)所示。

$$\begin{cases} \nabla^2 \mathbf{E} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{\nabla\mu}{\mu}(\nabla \times \mathbf{E}) + \nabla[\mathbf{E} \cdot \frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}] = 0 \\ \nabla^2 \mathbf{H} - \frac{\varepsilon\mu}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} + \frac{\nabla\varepsilon}{\varepsilon}(\nabla \times \mathbf{H}) + \nabla[\mathbf{H} \cdot \frac{\nabla\mu}{\mu}] = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

式中， $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  是真空中光速，为， $\mathbf{E}, \mathbf{H}$  为电磁场的电场及磁场， $\varepsilon, \mu$  为相对介电常数及相对磁导率，绝大多数物质的介电常数  $\varepsilon > 1$ ，而对一般气体来说，相对磁导率  $\mu = 1$ 。

假设光在介质中的传播速度为  $v$ ，那么物质的折射率  $n$  是由光在真空中与介质中的速度之比来定义的，即  $n = c/v$ 。而光在介质中的传播速度又与该介质的相对磁导率、相对介电常数有简单关系： $v = c/\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}$ 。联立两式，可以很快得到折射率与相对磁导率、相对介电常数的关系：

$$n = \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \quad (4.2)$$

在研究湍流的气动光学效应时，流场的折射率  $n$  是与位置有关的函数，如果考虑通过流场的光波是波长为  $\lambda$  单色波，并且波函数  $\mathbf{U}$  与时间有  $\exp(-j\omega t)$  的依赖关系， $\omega$  为频率，由于流场的尺度  $\Lambda$  远远大于波长  $\lambda$ ，可以将后两个偏振项近似为 0，对方程(4.1)进行化简，可以得到简洁的波动方程：

$$\nabla^2 \mathbf{U} - \frac{n^2}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} = 0 \quad (4.3)$$

式中， $\mathbf{U}$  是光波矢量， $n$  为折射率。

对方程(4.3)描述了光波在介质中的传输过程，对方程的求解能够精确描述流场对光传输的影响，但是波动方程很难得到解析解，并且由于飞行器周围流场由层流及湍流构成，流场结构非常复杂，使折射率随机变化，大大加大方程求解难度，目前工程上对气动光学效应研究的方法一般可以分为光线追迹方法、物理光学方法、波动光学方法以及统计光学方法这四类<sup>[66]</sup>。

光线追迹方法主要是通过光线折射的原理，对从目标发出的每一条光线进行追踪，由不同光线在像平面的形成的点集合可以得到流场对光波传输的影响，该方法简单易行，但是由于采用了几何光学近似方法，无法确定传输特性与波长的关系，不能给出流场对光学传输特性的全面描述。



物理光学方法首先计算光波通过流场后的相位差分布, 对其进行傅里叶变换求解相平面振幅分布, 从而可以反推出流场的点扩散函数及调制传递函数, 因此只要求解出光瞳函数, 物理光学方法能比较全面地给出流场对光传输的影响。

波动光学的方法主要是利用子波原理, 按照整体波面传播, 计算传输到下一波面的过程, 可以离散求解, 最后得到波面像差, 计算精度很高, 但是折射率的随机分布使计算过程非常复杂, 目前难以解决。

统计光学法将流场的变化看成具有一定特征的随机过程, 利用概率论及随机过程结合实验数据, 统计分析光波在流场中的传播特性, 该方法可用于计算湍流脉动部分对光传输的影响。

实际工程共可以结合这几种研究方法进行综合考虑, 将层流流场看作不随时间变化的非均匀流场, 可以通过光线追迹及物理光学方法来求解层流流场的光传输特性, 而对于具有随机性的湍流流场, 可以引入流场“冻结”概念, 对不同时刻的流场使用统计光学方法来描述。

## 4.1 光线追迹理论及方法

由于光在传输过程中呈现较强的波动性, 导致在通过尺寸较小的空隙时会产生衍射现象, 但是如果波长  $\lambda$  无限趋近于 0, 就消除了衍射情况, 可以认为将光分为了无限多的细光线, 光线就确定了光的能量传输走向, 而在通常情况下, 光学仪器尺寸远远大于光波长, 这时可以忽略波长, 光线追迹理论就是基于此假设。本文研究的光传输距离较短, 且流场的湍流尺度远大于光波长, 因此可以应用光线追迹法来进行研究。

### 4.1.1 光线传输理论及基本方程

费马原理直观地描述了光线的传播理论, 该原理指出在所有可能的传输路径中, 光线通过所需时间最少的就是那条唯一的传播路径, 即光程。光线的光程是介质折射率  $n$  与光线通过实际路径的乘积, 如果折射率随空间位置变化, 光线从 A 传输到 B 的光程, 可用折射率对路径积分来表示光程:

$$L_{OPL} = \int_{A \rightarrow B} n ds \quad (4.4)$$

式中,  $n$  为折射率。光程公式同时应该满足费马原理:  $\partial \int_{A \rightarrow B} n ds = 0$ 。

从式(4.4)可以看出, 在非均匀流场中, 由于折射率的变化, 光线的传输路径应该为曲线。为了求出光线在非均匀介质中的精确传输路径, 一般可以利用正弦折射定律推导出非均匀场中的光线传输基本方程, 为了进行基础研究, 可以假设非均匀介质在传播方向上连续分层, 折射率呈现梯度分布, 如图4.1所示, 光线向  $x$  方向传播时, 以  $\theta_i$  角度进入第  $i$  层折射率分界面, 根据正弦折射定律, 折射角应满足

$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 = n_3 \sin \theta_3 = \dots = \text{常数}$ , 则  $n_i \sin \theta_i = n_1 \sin \theta_1$ 。

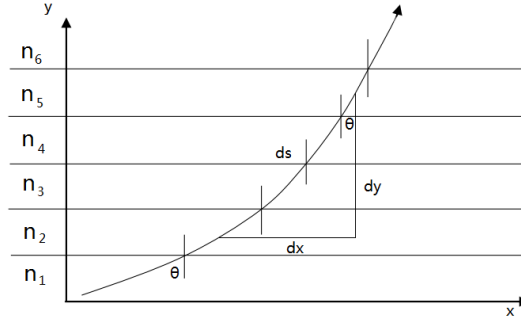


图 4.1 在非均匀连续分层介质中的光线传输

当折射率连续变化, 光线传输路径将变成一条连续的曲线, 令  $ds$  表示表示光传输路径上的一小段弧长, 则  $(ds)^2 = (dy)^2 + (dx)^2$ , 从图4.1可以看出  $dx/ds = \sin \theta$ , 整合化简后, 可以得到公式(4.5)。

$$\left(\frac{dy}{dz}\right)^2 = \frac{n^2(y)}{n_1^2 \sin^2 \theta_1} - 1 \quad (4.5)$$

该公式描述了在折射率分布确定情况下纵坐标随传输距离的变化, 也就给出了光线的传播路径, 如果对  $x$  微分, 就能将光线传播方程化简, 给出偏微分方程。

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{2n_1^2 \sin^2 \theta_1} \cdot \frac{dn^2(y)}{dy} \quad (4.6)$$

公式(4.6)可以证明在均匀介质中, 折射率  $n(y)$  是常数, 等式右边为 0, 即  $dy/dx^2 = 0$ , 表示光路是传播距离的一次函数, 光线以直线传播, 而在非均匀介质中, 折射率的梯度变化导致光线以曲线形态传输, 如果已知折射率分布及相应坐标, 给出初始入射角, 理论上就可以求解得到光传输路径, 这就是光线传输的基本方程。

当考虑光线传输偏折, 进一步分析光传输路径时, 结合正弦折射定律, 在介质折射率是连续且呈梯度变化的情况下, 光线传输时会向着折射率较高的区域偏折, 并且偏折角度大小应该与光路长度和折射率的梯度大小, 同时如果折射率在平行于光传输方向有梯度变化时, 并不会改变光走向, 仅仅会改变光程大小。

由于光程可以说是光线在介质中所有可能路径的最小值, 因此如果我们对公式(4.4)应用费马原理, 即光程的偏导数为零, 这是一个变积分, 可以用欧拉-拉格朗日方程表示, 并且如果将光束入射方向定为  $x$  方向, 进行消元化简后, 可以得到如下方程组:

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dx^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right] \cdot \left[\frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial y} - \frac{dy}{dx} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}\right)\right] \\ \frac{d^2z}{dx^2} = \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right] \cdot \left[\frac{1}{n} \left(\frac{\partial n}{\partial z} - \frac{dz}{dx} \cdot \frac{\partial n}{\partial x}\right)\right] \end{cases} \quad (4.7)$$

式中,  $\frac{dy}{dx}, \frac{dz}{dx}$  表示入射光线的斜率, 如果光束入射方向与坐标轴  $x$  平行, 则有  $\frac{dy}{dx} = \frac{dz}{dx} = 0$ , 其他情况下入射光的斜率应均不等于零。对方程组(4.7)进行积分就可以得到光线在非均匀介质中的传输路径, 但是这种非线性问题比较难以求解, 在具体结合流场求解时, 可以根据网格来离散化求解。

#### 4.1.2 光程差及偏折角理论

介质折射率与光线在介质中的几何路径的乘积就是光线的光程 (Optical Path Length), 如果假定光束沿着  $z$  方向传输, 折射率经过介质的传输路径为  $OPL(x, y, z, t)$ , 由定义可以知道光线传输的光程公式为式(4.8)。

$$OPL(x, y, t) = \int_0^L n(x, y, z, t) dz \quad (4.8)$$

式中, 由于考虑湍流的随机运动, 引入了流场随时间变化,  $n(x, y, z, t)$  为流场在  $t$  时刻  $(x, y, z)$  处的折射率值。由于光速非常快, 光线经过流场的时间很短, 流场一般来不及发生变化, 因此可以考虑流场冻结的方法, 认为流场结构在光线经过时不发生改变。

在折射率不同的介质中传输时, 光波传输的速度不同, 由于频率不发生变化, 波长也就不同, 令真空中光速为  $c$ , 波长为  $\lambda$ , 介质中光速为  $u$ , 波长为  $\lambda_i$ , 则介质折射率可以由速度或者波长比值来表示,  $n = c/u = \lambda/\lambda_i$ 。如果光线的传输路径为  $s$ , 则波长数为  $s/\lambda_i$ , 可以推导出, 在介质中的波长数与光程上的绝对波长数相同, 即:  $s/\lambda_i = s \cdot n/\lambda$ 。则光线传输路程上的相位变化为:  $\phi = (2\pi/\lambda) \cdot OPL$ 。那么两条初始相位差为  $\phi_0$  的光线经过流场后的相位差则为:  $\Delta\phi = (2\pi/\lambda) \cdot (OPL_1 - OPL_2) + \phi_0$ 。

为了方便讨论, 并且考虑到波面计算等问题, 我们可以引入光程差 (Optical Path Difference) 的概念, 即两束光在介质中经过一定传输距离后的光程之差, 我们在本文定义流场中的光程差为折射率起伏与相应传输距离的乘积, 如公式(4.9), 在气动光学中, 光线传输距离可以近似为流场厚度, 因此折射率的起伏决定了光程差的大小。

$$OPD(x, y) = \int_0^L \Delta n(x, y, z) dz \quad (4.9)$$

式中,  $\Delta n(x, y, z)$  为流场当前位置的折射率与流场平均折射率之差。

前文讨论到光线在不均匀介质中的传输路径应该为曲线, 那么, 当光线出射时, 会有一个偏折角  $\theta$ , 如果将光线的传输路径定义为  $s$ , 根据正弦折射定律可以知道, 偏折角的变化与折射率的梯度相同如公式(4.10)。

$$d\theta/ds = \nabla n \quad (4.10)$$

光束沿  $z$  方向传播, 偏折角在  $x, y$  方向上有  $\theta_x, \theta_y$  两个分量, 由于本文考虑的产生气动光学效应的流场厚度较小, 可以将传播路程  $s$  近似等于传播方向上的  $z$  坐标改变,

可以得到偏折角计算公式(4.11)。

$$\frac{\partial \theta_x}{\partial z} = \frac{\partial n}{\partial x}; \quad \frac{\partial \theta_y}{\partial z} = \frac{\partial n}{\partial y} \quad (4.11)$$

式中, 偏折角分量及总偏折角应满足  $\theta_x^2 + \theta_y^2 = \theta^2$  关系。

通过光束传播过程中产生的偏折角, 我们可以计算由此导致的瞄准误差  $\beta_{BSE}$ , 瞄准误差实际上可以作为像偏移的简单判断, 它可以用采样时间过程中的偏折角平均值表示:

$$\beta_{BSE} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \theta_i \quad (4.12)$$

式中,  $\theta_i$  表示第  $i$  个时间步长产生的偏折角,  $N$  是采样样本个数。

## 4.2 流场引起的光学畸变分析

光束在经过非均匀流场时会产生像差, 根据光束在传播过程中的波动性比较明显的结论, 可以通过衍射角度来分析流场引起的光学畸变现象, 同时可以进一步分析出流场折射率随机脉动起伏对光学成像的影响, 最后应该考虑如何评价这些气动光学效应。

### 4.2.1 基于衍射理论的像差分析

光在传输过程中的波动性较为明显, 尤其是光在通过尺寸较小的小孔传播时, 可以用衍射方法来分析传播过程, 衍射问题也是光学中最困难的问题之一, 难以得到解析解, 在求解过程中, 通常需要对其进行近似处理。

通过对(4.3)的求解, 假设在真空中考虑, 令孔径面积为  $A_0$ , 波长为  $\lambda$ ,  $U(x_0, y_0, 0)$  为初平面上光场分布, 距离初平面  $Z$  的接受面光场分布为  $U(x, y, Z)$ , 则有式(4.13)。

$$U(x, y, Z) = -\frac{i}{\lambda} \int \frac{U_0(x_0, y_0, 0) \cdot e^{ikr}}{r} \cdot dA_0 \quad (4.13)$$

式中,  $r = Z - xx_0/Z - yy_0/Z$ 。

在光波传输过程中, 可以利用频谱分析方法把光波的振幅随空间位置的变化关系转换到随空间频率的变换, 例如在垂直  $z$  轴的截平面上, 平面波振幅  $U(x, y)$  可以通过空间频率  $(\nu_x, \nu_y)$  表示, 如公式(4.14)。

$$U(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} A(\nu_x, \nu_y) \cdot \exp[i2\pi(\nu_x x + \nu_y y)] d\nu_x d\nu_y \quad (4.14)$$

式中,  $\exp[i2\pi(\nu_x x + \nu_y y)]$  称为相位因子。这种表示方法将空间任意点的振幅  $U(x, y)$  利用空间频率表示,  $A(\nu_x, \nu_y)$  表示任意一个频率  $(\nu_x, \nu_y)$  所占的比例, 该公式把一个平面的光波分解为沿着空间不同方向传播的平面波, 每个平面波对应着一组空间频率  $(\nu_x, \nu_y)$ , 这个频域函数  $A(\nu_x, \nu_y)$  就叫做角谱。

利用角谱可以在频率层面表示光传输过程，而通过对(4.14)进行傅里叶逆变换可以得到角谱  $A(\nu_x, \nu_y, z)$  的传播公式，也就确立了光波传输过程，将角谱公式代入波动方程后，经过变换积分计算化简后，得到公式(4.15)。

$$A(\nu_x, \nu_y, z) = A_0(\nu_x, \nu_y) \cdot \exp(ikz) \cdot \exp[-i\pi\lambda z(\nu_x^2 + \nu_y^2)] \quad (4.15)$$

式中，令  $H(\nu_x, \nu_y) = \exp(ikz) \cdot \exp[-i\pi\lambda z(\nu_x^2 + \nu_y^2)]$  就是在折射率为 1 的自由空间中的传递函数，只要求出初平面的角谱分布，再与传递函数  $H(\nu_x, \nu_y)$  相乘，通过傅里叶逆变换就可以得知在  $z=z$  平面处的振幅分布。

在直角坐标系中，光沿  $z$  轴方向传播，假设在初平面上光波表示为  $U(x, y, 0)$ ，经过传输距离  $z$  后，到达  $z=z$  平面的光波为  $U(x, y, z)$ ，通过傅里叶变换就可以得到平面波的角谱衍射理论基本公式(4.16)。

$$U(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, y, 0) \cdot \exp\left[\frac{i2\pi z}{\lambda}(1 - \lambda^2\nu_x^2 - \lambda^2\nu_y^2)^{1/2}\right] \cdot \exp\left\{i2\pi[\nu_x(x - x_0) + \nu_y(y - y_0)]\right\} d\nu_x d\nu_y dx_0 dy_0 \quad (4.16)$$

在紧靠着孔径的地方光场分布一般遵循几何光学的规律，与光学孔径形状类似，但随着传输距离的增加，光场会发生衍射，光斑将会扩散，光强分布发生了明显改变，我们把从产生衍射的区域到无穷远处称为菲涅尔衍射区域，如果传输距离较远，衍射图像扩散严重，光强减弱较多，我们把这个区域称为夫琅禾费衍射区或者远场衍射，相对应的较近的地方称为近场衍射，可以看出菲涅尔衍射区包含了夫琅禾费衍射区。

为了能够通过计算得到衍射图像，通常都需要进行适当的近似，若考虑观测衍射成像的平面距离小孔  $z$  远大于孔径尺度，并且观测  $z$  轴附近的衍射情况，可以对一些参数进行近似处理，可见公式(4.17)。

$$(1 - \lambda^2\nu_x^2 - \lambda^2\nu_y^2)^{1/2} \approx 1 - \frac{\lambda^2}{2}(\nu_x^2 + \nu_y^2) \quad (4.17)$$

利用公式(4.17)化简公式(4.16)，由于初平面孔径外的光场为零，因此可以只对孔径内部平面进行积分，先完成  $\nu_x, \nu_y$  的积分，利用傅里叶变换关系后可以得到菲涅尔衍射公式(4.18)。

$$U(x, y, z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0, 0) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right] \cdot \exp\left[\frac{-i2\pi}{\lambda z}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4.18)$$

由于式(4.18)中的相位因子  $\exp\left[\frac{ik}{2z}(x_0^2 + y_0^2)\right]$  加大了计算积分的难度，在此如果令  $z \gg \frac{k}{2}(x_0^2 + y_0^2)$ ，可以把二次的相位因子在孔径上的积分近似为 1，这种对于传输距离

的较远的近似称作夫琅禾费近似，化简后可以得到夫琅禾费衍射公式(4.19)，可以观察到光场分布就是小孔孔径上光场的傅里叶变换。

$$U(x, y, z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0, 0) \cdot \exp\left[\frac{-i2\pi}{\lambda z}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \quad (4.19)$$

夫琅禾费的衍射积分公式对条件要求非常高，它要求传输距离  $z$  远远大于孔径尺寸，假设光波为单色波，波长  $\lambda$  为 600nm，那么当孔径尺寸  $\Omega = 0.25\text{mm}$  时，传输距离  $z$  应该大于 1.6m，若孔径尺寸  $\Omega = 0.025\text{m}$ ，那么观察距离必须大于 1.6km 才行，因此需要在远处才能观察到夫琅禾费衍射现象。

在以上衍射公式计算过程中，忽略了折射率的随机变化，直接令折射率为 1，没有引入流场的随机特性，而在实际操作中，需要考虑折射率脉动引起的相位变化，假设在初平面  $z = 0$  上有一个初始相位  $\phi(x_0, y_0)$ ，在从初平面到  $z = Z$  平面传播过程中，相位畸变  $\phi(x_0, y_0)$  会有一个叠加累计，见公式(4.20)。

$$\Delta\phi = \int_0^Z \Delta n(x_0, y_0, z) dz \quad (4.20)$$

式中， $\Delta n(x_0, y_0, z)$  是初平面一点到  $z = Z$  平面上对应点传输路径中的折射率脉动。

因此当光在折射率随机非均匀分布的介质中传输时，引入相位变化后，在传输距离为  $z$  处的菲涅尔衍射公式(4.21)及夫琅禾费衍射公式(4.22)，这种基于折射率分布的衍射公式可以用来分析非均匀介质中的光波传输特性。

$$\left\{ \begin{aligned} U(x, y, z) &= \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0, 0) \cdot \exp(ik\Delta\phi) \cdot \\ &\quad \exp\left\{i\frac{k}{2z}[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]\right\} dx_0 dy_0 \end{aligned} \right. \quad (4.21)$$

$$\left\{ \begin{aligned} U(x, y, z) &= \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x_0, y_0, 0) \cdot \exp(ik\Delta\phi) \cdot \\ &\quad \exp\left[-i\frac{k}{z}(xx_0 + yy_0)\right] dx_0 dy_0 \end{aligned} \right. \quad (4.22)$$

上节提到偏折角也是一个光传输过程中的重要参量，显示了光线在非均匀介质中传输一段距离后与入射方向的偏离角度，当引入偏折角概念时，由于传输距离  $Z$  相对于孔径尺寸非常大，可以近似地令  $\theta_x = x/Z, \theta_y = y/Z$ ，同时波数  $k$  表示为  $2\pi/\lambda$ ，可以得到存在相位变化时，远场衍射的光波强度分布，同时在平面上观测时，可以消去

$\exp(ikz)$  这一项, 得到远场光强分布公式(4.23)。

$$U(\theta_x, \theta_y) = \frac{-i}{\lambda Z} \iint_{\Sigma} U(x, y, 0) \cdot \exp \left[ ik \int_0^Z \Delta n(x, y, z) dz \right] \cdot \exp \left[ -ik(x\theta_x + y\theta_y) \right] dx dy \quad (4.23)$$

式中,  $\Sigma$  表示小孔区域, 由于在孔径外光强都为 0, 因此仅对孔径内区域积分。

在非均匀介质中, 光束的强度在传输过程中会有一定减弱, 我们可以通过上述的衍射公式得到衍射的光场, 然后利用该分布计算出成像平面的光强分布, 假设远场的偏折角分量为  $(\theta_x, \theta_y)$ , 在像平面  $z = Z$  处的衍射光强分布<sup>[67]</sup> 可以由公式(4.24)得到。

$$I(\theta_x, \theta_y) = U \cdot U^* = \frac{1}{\lambda^2 Z^2} \iiint U(x, y) \cdot U(x', y') \cdot \exp \left\{ ik \left[ \int \Delta n(x, y, z) dz - \Delta n(x', y', z') dz' \right] \right\} \cdot \exp \left[ -ik\theta_x(x' - x) \right] \exp \left[ ik\theta_y(y' - y) \right] dx' dy' dx dy \quad (4.24)$$

式中,  $\exp \left\{ ik \left[ \int \Delta n(x, y, z) dz - \Delta n(x', y', z') dz' \right] \right\}$  体现了随机介质对光强度的影响, 可以利用折射率脉动随时间的高斯分布将其变形, 如公式(4.25)。

$$\exp \left\{ -\frac{1}{2} k^2 < \left[ \int \Delta n(x, y, z) dz - \Delta n(x', y', z') dz' \right]^2 > \right\} \quad (4.25)$$

令流场的积分尺度大小为  $\Lambda$ , 通过坐标系变换, 能够得到爱里衍射斑的散射损失系数  $\alpha$ , 爱里斑的强度分布可以通过公式(4.24)得到。

$$\begin{cases} I(\theta) = \frac{I_0 D^2}{4R^2 \theta^2} \cdot J_I^2 \left( \frac{\pi D \theta}{\lambda} \right) \\ \alpha = 2k^2 < \Delta n^2 > \cdot \Lambda \end{cases} \quad (4.26)$$

式中,  $I_0$  为初平面的光波强度,  $D$  为小孔直径,  $\lambda$  为单色波波长,  $J_I$  为 I 阶的 Bessel 函数。第 I 阶贝塞尔函数  $J_I(x)$  可以表示为式(4.27)。

$$J_I(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(I + m + 1)} \left( \frac{x}{2} \right)^{I+2m} \quad I \geq 0 \quad (4.27)$$

式中, 当 I 为整数时, 有  $(n + m)! = \Gamma(I + m + 1)$ , 代入式(4.27), 可以得到整数阶的贝塞尔函数。

$$J_I(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m! (I + m)!} \left( \frac{x}{2} \right)^{I+2m} \quad I = 0, 1, 2, \dots \quad (4.28)$$

由此, 可以知道经过衍射后爱里斑的强度相对于初始强度的比值就可以通过损失系数  $\alpha$  确定, 如公式(4.29)。

$$< \frac{I}{I_0} > = \exp \left[ -2k^2 \int < \Delta n^2 > \cdot \Lambda dz \right] \quad (4.29)$$

通过强度的比值公式可以看出, 光在随机非均匀介质中传输时的光束强度变化与折射率的变化有直接关系, 只要知道流场每一点的折射率分布, 就能了解光束传输过程中的能量改变。

### 4.2.2 气动光学的评价方法与评价指标

光波经过随机非均匀流场会产生的波像差,这时在衍射像中的最大强度一定比同等情况下没有像差的系统中爱里斑中心强度小,这种情况导致了能量分布的变化,瑞利在研究这个现象的过程中发现,在观测截面查看有像差光学系统对光强分布影响时,如果波阵面偏离高斯参考球面的距离小于  $1/4$  波长,中心能量损失小于 20%,这种情况下系统对光学成像质量的影响不大,在可接受范围内,这也成为评价光学系统的一个重要指标,称为瑞利判据。

事实上,在分析光波经过流场后发生的波面畸变时,可以将光瞳函数  $f(x, y)$  分解为振幅  $A(x, y)$  和相位  $\phi(x, y)$  表示,如公式(4.30)。

$$f(x, y) = A(x, y) \cdot e^{-i\phi(x, y)} \quad (4.30)$$

式中,光束截面的振幅一般起伏不大,对光瞳函数影响不大,可以令  $A(x, y) \equiv 1$ ,而波面的相位  $\phi$  是研究波面畸变的重点。

若令离参考面为传输距离的球面上相位变化平均为  $\overline{\phi(x, y)}$ ,每一个波面点  $(x, y)$  上,光的波面畸变表示为  $\Delta\phi(x, y)$ ,则有  $\Delta\phi(x, y) = \overline{\phi(x, y)} - \phi(x, y)$ 。通过相位差就可以计算波面均方差  $\sigma_\phi^2$ ,从而描述波面畸变情况<sup>[68]</sup>,考虑到波动参数可能会随着时间变化,可以取系统平均,去除时间的影响,得到均方差公式(4.31)。

$$\begin{aligned} \sigma_\phi^2 &= \overline{[\phi(x, y) - \overline{\phi(x, y)}]^2} = \overline{\phi^2(x, y)} - \overline{\phi(x, y)}^2 \\ &= \sigma_0^2 - (\bar{\sigma}^2 + \bar{K}^2) \end{aligned} \quad (4.31)$$

式中,  $\sigma_0^2 = \overline{\phi^2(x, y)}$ ,  $\bar{\sigma}^2 = \overline{\phi^2}$ ,  $\bar{K}^2 = \overline{K^2(x^2 + y^2)}$ ,  $x, y$  相互独立,  $K$  为倾斜因子,也可以沿角度方向测量相位变化,即  $\overline{\phi(x, y)} = \bar{\phi} + K(x \cos \theta + y \sin \theta)$ 。波面均方差是用来计算气动光学效应的重要参数,尤其是涉及到斯特列尔比及光学传递函数的计算。

如果初平面的光场分布函数为  $U(x, y)$ ,在观测平面及像平面的光场分布为  $U(x', y')$ ,光瞳函数为  $f(\eta, \xi)$ ,传输距离为  $Z$ ,那么根据惠更斯-菲涅尔原理,可以得到  $U(x', y')$  表达式(4.32)。

$$\begin{aligned} U(x', y') &= C \cdot \iint_{\Sigma} U(x, y) \cdot \exp \left[ -i \frac{k}{Z} (x\eta + y\xi) \right] dx dy \times \\ &\quad \iint_{\Sigma} f(\eta, \xi) \cdot \exp \left[ -i \frac{k}{Z} (x'\eta' + y'\xi') \right] d\eta d\xi \end{aligned} \quad (4.32)$$

式中,  $\Sigma$  为孔径区域,若初平面的光源为点,则第一项积分为 1,可以看出,光波在像面的振幅类似于是通过瞳函数经过傅里叶变换得到的,进行合适的坐标变换后,选择



合适的归一化系数  $C$ ，可以得到点振幅扩散函数  $ASF(x', y')$ ，如公式(4.33)。

$$ASF(x', y') = C \cdot \iint_{\Sigma} f(x, y) \exp \left[ -i \frac{k}{Z} (xx' + yy') \right] dz dy \quad (4.33)$$

通过点振幅扩散函数可以得到点扩散函数  $PSF(x', y')$ ，它描述了光强度在像平面的相对分布，光场的强度正比于振幅的平方，可以得到点扩散函数  $PSF(x', y')$ 。

$$PSF(x', y') = ASF(x', y') \cdot ASF^*(x', y') \quad (4.34)$$

式中， $ASF^*$  表示点振幅扩散函数  $ASF$  的共轭。同时点扩散函数描述的是光强的相对分布，应满足  $\iint_{-\infty}^{+\infty} PSF(x', y') = 1$ ，点扩散函数也可以作为一个描述流场气动光学效应的参量。

事实上只要对点扩散函数进行傅里叶变换，就可以得到流场的光学传递函数  $OTF(f_{x'}, f_{y'})$ ，也就能够从空间频率角度描述光传输效应，如公式(4.35)。

$$OTF(f_{x'}, f_{y'}) = \iint PSF(x', y') \cdot \exp \left[ -i 2\pi (f_{x'} x' + f_{y'} y') \right] dx' dy' \quad (4.35)$$

可以看出点振幅扩散函数、点扩散函数以及光学传递函数通过光瞳函数联系在一起，只要求出光瞳函数，或者说求出光波经过流场的相位畸变情况，就能够描述光束的传播过程，了解流场产生的气动光学效应，并且对其进行校正。

能够用来描述气动光学效应，对流场进行评估的另一个指标是斯特列尔比 (strehl)，它表示为有像差的衍射光斑的最大亮度  $I$  与同等传输距离下没有像差的衍射光斑的最大亮度  $I_0$  的比值<sup>[69]</sup>，若传输距离为  $Z$ ，可以由公式(4.36)表示。由于一般光斑中心亮度最大，因此又将其称为中心亮度判据，可以作为判断图像能否分辨的依据。

$$S_Z = I/I_0 \quad (4.36)$$

斯特列尔比可以通过点波面误差、点扩散函数、光学传递函数、泽尼克圆多项式等多种方法计算，由于定义简单并且比较容易计算，这是一种目前比较常用的评估气动光学效应的方法。本文定义的像点光强  $I$  为这一点光场分布的模的平方，并且需要对时间取平均，在极坐标下，可以利用点扩散函数得到像点光强  $I(Q_\phi)$ 。

$$I(Q_\phi) = \left( \frac{Aa^2}{\lambda Z^2} \right)^2 \cdot \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} \exp \left\{ i \left[ k\phi - \nu \rho \cos(\theta - \psi) - \frac{1}{2} u \rho^2 \right] \right\} \rho d\rho d\theta \right|^2 \quad (4.37)$$

式中，令  $u, \nu$  为 0，就能得到无像差时像点的最大光强  $I(Q_0)$ 。因此斯特列尔比可以表示为公式(4.38)。

$$S_Z(Q) = \frac{I(Q_\phi)}{I(Q_0)} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \left| \int_0^1 \int_0^{2\pi} \exp \left\{ i \left[ k\phi - \nu \rho \cos(\theta - \psi) - \frac{1}{2} u \rho^2 \right] \right\} \rho d\rho d\theta \right|^2 \quad (4.38)$$

根据统计光学原理, 可以通过光学传递函数来表示中心光强的比值, 通常情况下由于光学传函数在积分宽度上并不是均匀变化的, 因此可以利用系统平均处理, 假设系统总的光学传递函数为  $f_0(x, y)$ , 通过波面均方差  $\sigma_\phi^2$ , 结合光学传递函数, 可以得到中心光强的比值, 见公式(4.39)。

$$\begin{aligned} \langle I/I_0 \rangle &= \frac{4}{\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp(-k^2 \sigma_\phi^2 [1 - r(x, y)]) \cdot f_0(x, y) dx dy \\ &= \frac{4}{\pi} \exp(-k^2 \sigma_\phi^2) \iint_{-\infty}^{+\infty} \exp[k^2 \sigma_\phi^2 r(x, y)] \cdot f_0(x, y) dx dy \end{aligned} \quad (4.39)$$

式中,  $r(x, y)$  为相位差  $\Delta\phi$  的相关系数。将指数部分用泰勒级数展开:

$$\exp[k^2 \sigma_\phi^2 r(x, y)] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(k^2 \sigma_\phi^2)^n}{n!} \cdot r^n(x, y) \quad (4.40)$$

上式代入(4.39)后, 对其进行近似处理, 令孔径尺寸  $D$  远大于折射率脉动尺寸  $l_x, l_y$ , 再通过级数展开, 可以得到大孔径近似下的斯特列尔比, 如公式(4.41)。

$$\begin{cases} \langle I/I_0 \rangle \sim \exp(-k^2 \sigma_\phi^2) \left\{ 1 + \frac{8 \cdot F(k^2 \sigma_\phi^2)}{(D/l_x)(D/l_y)} \right\} \\ F(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2 \cdot n!} \quad (x = k^2 \sigma_\phi^2) \end{cases} \quad (4.41)$$

可以将式(4.41)的光强比值分为两部分, 第一部分为  $\exp(-k^2 \sigma_\phi^2)$  影响衍射极限, 削弱光强, 第二部分则对分布更广更分散的光束产生影响, Hogge 认为这种光束属于非相干光束, 如果衍射孔径足够大, 满足  $D > 6l_x$ , 就可以忽略第二项的影响。

公式(4.31)给出了波阵面的相位均方差  $\sigma_\phi^2$ , 在通过波面误差来计算斯特列尔比时, 我们假设波像差的均方值在像差不大的情况下能够表示参考球面中心的光强, 此时斯特列尔比能表示为公式(4.42)。

$$S_Z(Q) = e^{-k^2 \cdot \sigma_\phi^2} \quad (4.42)$$

对比公式(4.41)、(4.42), 可以发现当作大孔径近似处理即令  $D > 6l_x$  时, 利用光学传递函数得到的斯特列尔比与直接利用波面相位均方差得到的结果一致。至此, 可以发现只要能够给传输路径中空间每点的出折射率分布, 就能利用点扩散函数来描述成像的模糊情况, 用斯特列尔比来描述光强度的衰减, 还可以利用偏折角来体现光学成像的偏移, 利用光学传递函数 (OTF) 就可以得到像面光场分布, 从而对气动光学效应进行评价, 为进一步的光学校正提供基础。

### 4.3 高速流场中的气动光学计算分析

在飞行器高速飞行时, 周围空气与其相互作用, 会形成复杂的湍流流场, 对于流场的特性研究, 可以将其分为平均流场及随机脉动流场两种情况分别分析, 平均流

场主要依据光线追迹理论,对光程差、传输方程等进行计算,而湍流部分主要依据统计学理论进行分析。一般对光束经过流场前后的畸变进行分析时,可以计算通过流场作用后的光波再经过光学透镜成像,从而对其进行气动光学效应的具体分析,其成像机理如图4.2。

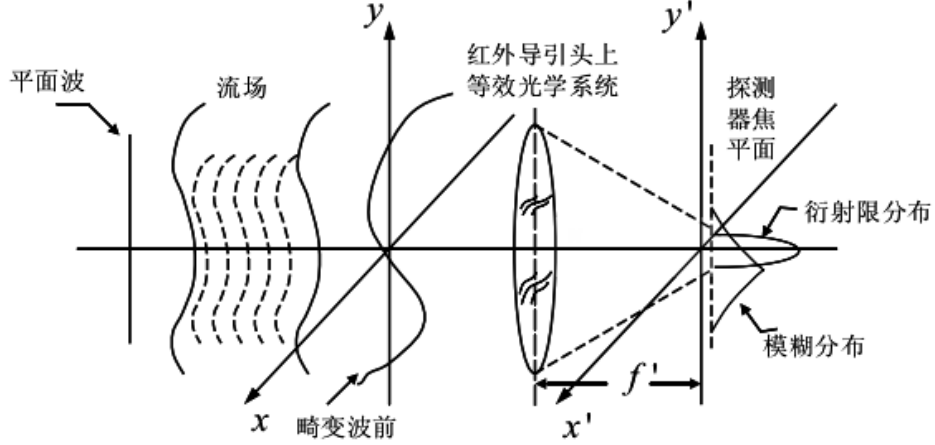


图 4.2 光束经过流场后的计算分析图

### 4.3.1 平均流场的光传输计算

飞行器外的流场随飞行过程不断变化,不具有空间、时间不变性,无法应用线性光学的理论描述,但是抛开流场随机脉动部分,考虑稳定的层流部分时,由于这部分的流场比较稳定,可以认为不随时间变化。层流流场的密度在空间上呈现不均匀分布,对其气动光学效应分析时,可以利用光线追迹法得到光在流场中的传输路径,从而了解光程差、相位差等参数。

在通过光线追迹法计算具体流场的光程差时,一般先通过计算流体力学的相关知识得到流场中的密度、温度、压强等物理参量,继而通过这些参数来计算流场的诸如波面畸变、点扩散函数等气动光学效应。由于对流场的模拟一般会将三维区域划分成多个小单元构成的网格结构,因此在计算光程差时,可以通过计算每个小单元中的光程差然后累加得到,如公式(4.43)。

$$L_{OPD} = \sum_{i=1}^N \Delta n_i \cdot \Delta l_i \quad (4.43)$$

式中,  $\Delta n_i$  为第  $i$  个单元中心的折射率与平均流场的折射率之差,  $\Delta l_i$  为光线经过第  $i$  个单元上下表面的实际路程。

这样通过网格单元离散单元的光程差进行叠加后就可以得到光束穿过整个流场区域的光程差,如果定义光波波数  $k = 2\pi/\lambda$ ,将波数与光程差相乘就能够得到光束的相位差,也就能分析光束波面畸变情况。

平均流场对光束传输产生的像偏移可以通过偏折角来快速、直观地表示, 通过(4.11), 结合光程差概念, 假设光束沿  $z$  方向进入流场, 那么就可以计算出光束在像面沿  $x, y$  方向的偏折角  $\theta_x, \theta_y$ , 如公式(4.44)。

$$\begin{cases} \theta_x = \frac{\partial L_{OPD}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \int_0^L \Delta n(x, y, z) dz \\ \theta_y = \frac{\partial L_{OPD}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \int_0^L \Delta n(x, y, z) dz \end{cases} \quad (4.44)$$

通过偏移角来衡量光斑相对中心的偏移主要基于流场折射率的起伏来得到, 而折射率主要通过流场来影响, 因此需要经过大量计算才能得到精确结果, 而事实上当我们需要快速直观地对飞行器周围流场进行大致像偏移的评估时, 可以根据一些流场已知参数直接判断。如果我们知道了来流速度或者飞行器飞行速度  $u$ , 给出飞行器头部的半锥角  $\alpha$ , 可以通过式(4.45)知道头部激波角  $\theta$ 。

$$\tan \alpha = \frac{(u \sin \theta)^2 - 1}{\left(\frac{\gamma + 1}{2} u^2 - \sin^2 \theta + 1\right) \tan \theta} \quad (4.45)$$

式中,  $\gamma$  为流场气体的比热比。

令 G-D 系数为  $K_{GD}$ ,  $\beta$  为入射光线与飞行器中轴的夹角,  $\rho_0, \rho_1$  分别为远场密度以及激波后的密度,  $\delta$  为像偏移角, 通过这些基本参数就可以得到大致像偏移情况。

$$\begin{cases} \frac{\cos(\theta + \beta)}{\cos(\theta + \beta + \delta)} = \frac{1 + K_{GD} \cdot \rho_1}{1 + K_{GD} \cdot \rho_0} \\ \rho_1 = \rho_0 \cdot \frac{(\gamma + 1)u^2 \sin^2 \theta}{(\gamma - 1)u^2 \sin^2 \theta + 2} \end{cases} \quad (4.46)$$

公式(4.45)及(4.46)联立, 就能够通过飞行器本身结构参数、流场速度、远场的密度以及入射光线的入射角度四个已知的物理参量计算得到像偏移情况, 这种方法在计算简单、方便的同时牺牲了一些精确度, 没有通过流场内部结构来分析光束的传输, 一般情况下, 这种近似计算可以用来大致地快速分析流场产生的像偏移, 对此有一个宏观上的判断。

在通过光线追迹法结合计算流体软件网格划分离散计算得到光线经过每个小单元格的光程差, 累加后能得到穿过流场后每一点的全部光程差, 如果假设光束穿过流场时的光程差分布为  $P(x, y)$ , 并且忽略瞄准误差, 那么对其作傅里叶变换, 就可以得到焦平面上的光场分布, 令小孔直径为  $D$ ,  $\theta_x, \theta_y$  为孔径投射到像平面的角坐标, 我们可以得到像面上的光场分布及光强分布如式(4.47)、(4.48)。

$$U(\theta_x, \theta_y) = \left( \frac{4}{\pi D^2} \right) \cdot \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \int_{-\frac{D}{2}}^{\frac{D}{2}} \sqrt{(D/2)^2 - x^2} e^{-ikP(x, y)} \cdot e^{ik(\theta_x, \theta_y)} dx dy \quad (4.47)$$

$$I(\theta_x, \theta_y) = |U(\theta_x, \theta_y)|^2 \quad (4.48)$$

因此如果能够计算出光学窗口处流场的光程差,就能得到时间上近似稳定的平均流场对光束传输的影响,可以通过定义光学孔径,同时忽略瞄准误差,采用二元的傅里叶变换的方法,就能计算出平面光经过流场后的光场分布情况。

### 4.3.2 湍流流场的光传输计算

在考虑湍流引起的光学传输特性变化时,由于湍流运动的随机性,可以通过统计特性来描述流场中空气的运动规律,通常情况下可以引入亚格子模型分析湍流折射率脉动,湍流的气动光学效应可以认为是沿着光传输方向的累加产生的。亚格子模型主要利用相关函数来描述密度脉动情况,一般可以采用冯·卡门模型、高斯模型及指数模型三种,假设密度相关函数为  $C(x, y, z)$ 。

$$\text{冯·卡门模型:} \quad C(x, y, z) = \frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} (l_{xyz})^{1/6} \cdot B_{1/3}[(l_{xyz})^{1/2}] \quad (4.49)$$

$$\text{高斯模型:} \quad C(x, y, z) = \exp[-l_{xyz}] \quad (4.50)$$

$$\text{指数模型:} \quad C(x, y, z) = \exp[-(l_{xyz})^{1/2}] \quad (4.51)$$

式中,  $l_{xyz} = (x/l_x)^2 + (y/l_y)^2 + (z/l_z)^2$ ,  $\Gamma(1/3)$  是 Gamma 函数,  $B_{1/3}[(l_{xyz})^{1/2}]$  是第二类修正 Bessel 函数。

波面的畸变可以通过折射率协方差来计算,如果假设均方差折射率脉动为  $\overline{n'^2}$ , 湍流密度相关系数定为  $C(x, y, z)$ , 可以得到折射率协方差公式。

$$R(x, y) = \int_0^L \int_{-Z}^{L-Z} \overline{n'^2}(x', y', z') \cdot C(x, y, z) dz dz' \quad (4.52)$$

通过以上公式,可以完整地表示沿传输方向的折射率变化,得到相位的方差、相关函数及相关长度。

$$\text{相位方差:} \quad \sigma_\phi^2 = k^2 \cdot R(0, 0) \quad (4.53)$$

$$\text{相位相关函数:} \quad C_\phi(x, y) = k^2 \cdot \phi(x, y) \quad (4.54)$$

$$\text{相位相关尺度:} \quad l_\phi = \frac{1}{\sigma^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_\phi(x, y) dx dy \quad (4.55)$$

可以发现,湍流密度相关系数影响了相位变化的计算,相位方差可以利用相位相关长度与折射率脉动的均方差联合表示,取加权函数为 1 后,得到公式(4.56)

$$\sigma_\phi^2 = 2k^2 \int_0^L \overline{n'^2}(z) l_\phi dz \quad (4.56)$$

对相位相关函数进行傅里叶变换就可以得到湍流相位脉动功率谱,取  $x, y$  方向上的空间频率分别为  $\nu_x, \nu_y$ , 相位脉动功率谱可以表示为(4.57)

$$F_\phi(\nu_x, \nu_y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_\phi(x, y) \cdot \exp[-i(\nu_x x + \nu_y y)] dx dy \quad (4.57)$$

通过功率谱函数  $F_\phi(\nu_x, \nu_y)$  可以求出湍流介质中时间平均的调制传递函数  $f_{MTF}(\nu_x, \nu_y)$ ，从而用亚格子模型描述了湍流对光传输路径的影响。

$$f_{MTF}(\nu_x, \nu_y) = \exp \left\{ - [C_{\phi B}(0, 0) - C_{\phi B}(\nu_x, \nu_y)] \right\} \quad (4.58)$$

$$C_{\phi B}(\nu_x, \nu_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F_\phi(\nu_x, \nu_y) \cdot \exp [-i(\nu_x x + \nu_y y)] dx dy \quad (4.59)$$

式中,  $C_{\phi B}(\nu_x, \nu_y)$  为相位相关函数, 与功率谱  $F_\phi(\nu_x, \nu_y)$  有关。

对于包含湍流流场的混合流场的气动光学效应, 就可以利用光经过平均流场在焦平面所成像的点扩散函数 PSF 与相对应的调制传递函数  $f_{MTF}$  通过卷积得到像的强度分布  $I$ 。

$$I\left(\frac{x}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f}\right) = \mathcal{F}^{-1}\{f_{MTF}(\nu_x, \nu_y)\} * \mathcal{F}\left\{PSF\left(\frac{x}{\lambda f}, \frac{y}{\lambda f}\right)\right\} \quad (4.60)$$

式中,  $f$  为光瞳到焦平面距离即焦距,  $\mathcal{F}$  为傅里叶变换。

对于时间平均流场能够采用光线追迹法计算出光束的偏折角, 而对于湍流脉动流场, 可以通过偏折角的均方差来描述湍流场对光束的影响。在利用统计方法计算得到折射率均方差的基础上, 通过下式得到偏折角均方差。

$$\overline{\theta^2} = -\overline{\Delta n^2} \cdot H \int_0^\infty \frac{1}{r^2} \cdot \frac{d}{dr} \left( \frac{r^2 dC_n(\Delta x, \Delta y, \Delta z)}{dr} \right) dr \quad (4.61)$$

式中,  $C_n(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$  是折射率相关函数, 可以选择不同的经验模型进行计算,  $r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$ ,  $H$  为传输距离, 在湍流场中的近距离传输下可以近似为流场厚度。

至此, 利用光程差、偏折角等可以描述出时间平均流场对光传输的影响, 通过偏折角均方差可以表述湍流部分对光传输特性的影响, 利用光学传递函数能够描述出光束经过混合流场的光强分布情况, 基于这些气动光学效应的描述、计算方法, 为应用中的光学校正以及气动光学效应的削弱方法提供有力的理论基础和前期准备。

## 4.4 本章小结

本章主要阐述了光波在非均匀介质中的传输、衍射理论, 讨论了非均匀介质引起的波面畸变现象, 将流场对光传输的影响划分为平均流场及随机脉动流场分别作用后效果的叠加, 推导了波前畸变计算公式, 对斯特列尔比、点扩散函数、光学传递函数等光学评价指标进行了推导计算, 并且研究了高速流场中如何对流场的稳定部分及随机部分的气动光学效应进行计算, 在平均流场部分采用光线追迹法求解出平均波面畸变, 在随机脉动部分引入亚格子模型, 主要通过功率谱函数及光学传递函数来计算像面光强分布, 描述光束传播过程。

## 5 光传输特性的模拟及计算

数值模拟是研究气动光学效应的有效手段, 相对实验研究而言, 采用数值模拟方法可以更加全面地控制模拟条件并且能够对模拟过程多次重复, 给出正确的初始条件就可以得到精确且定量的结果, 本章对于光学传输部分的数值计算均采用 Mathematica 数学计算工具。光场的重要参数—折射率能够通过流场密度转换得到, 通过折射率的分布、起伏情况结合线性光学及统计光学等计算方法, 就能描述出光束的传播过程。

### 5.1 流场密度到折射率的转换及计算

通过波动方程(4.3)可以看出, 光波的传输主要收到折射率分布的影响, 由此可知研究光传输特性时, 首先应该求流场的解折射率。气体的折射率往往受到流场的压力、密度及温度等状态参数影响, 而一般情况下, 气体的折射率大小主要取决于气体的密度, 通过洛伦兹-洛伦茨公式, 可以得到流场的密度与折射率之间的直接关系<sup>[70]</sup>, 如式(5.1):

$$\left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right) \cdot \frac{1}{\rho} = \frac{2}{3}K_{GD} \quad (5.1)$$

式中,  $K_{GD}$  为气体密度到折射率的转换系数, 称为  $G-D$  系数,  $n$  为气体折射率,  $\rho$  为气体密度, 由于大气密度略大于 1, 可以进行简单的近似, 即  $n^2 - 1 \approx 2(n - 1)$ ,  $n^2 + 1 \approx 3$ , 可以得到简单的密度到折射率的转换关系<sup>[35]</sup>:

$$n = 1 + K_{GD} \cdot \rho \quad (5.2)$$

标准空气的  $G-D$  系数与波长存在一定的函数关系, 并且在红外区域, 该系数基本保持不变, 表达式可以近似为式:

$$K_{GD} = 2.23 \times 10^{-4} \left(1 + \frac{7.52 \times 10^{-3}}{\lambda^2}\right) \quad (5.3)$$

式中,  $\lambda$  为波长, 单位 ( $\mu\text{m}$ ),  $K_{GD}$  单位 ( $\text{cm}^3/\text{g}$ )。本文计算并列举了  $0.2 \sim 0.9\mu\text{m}$  波长对应的  $G-D$  系数, 如表 5.1。

表 5.1  $G-D$  系数表

波长 ( $\mu\text{m}$ )	$G-D$ 系数 ( $\text{cm}^3/\text{g}$ )	波长 ( $\mu\text{m}$ )	$G-D$ 系数 ( $\text{cm}^3/\text{g}$ )
0.2	0.2642	0.6	0.2220
0.3	0.2385	0.7	0.2205
0.4	0.2281	0.8	0.2201
0.5	0.2236	0.9	0.2198

通过折射率与密度的对应转换关系, 就可以求出相应的折射率分布。本文以第三章中通过计算流体力学软件模拟得到的机载凸台周围流场为例, 选取运行速度为 2 倍

音速情况，为了比较清晰地展现高速流场的分布情况，可以以凸台光学窗口为基准截面，选取窗口周围约  $0.75\text{m} \times 1.4\text{m}$  范围的长方形区域，利用公式(5.2)得到从密度到折射率的转换，如图5.1。

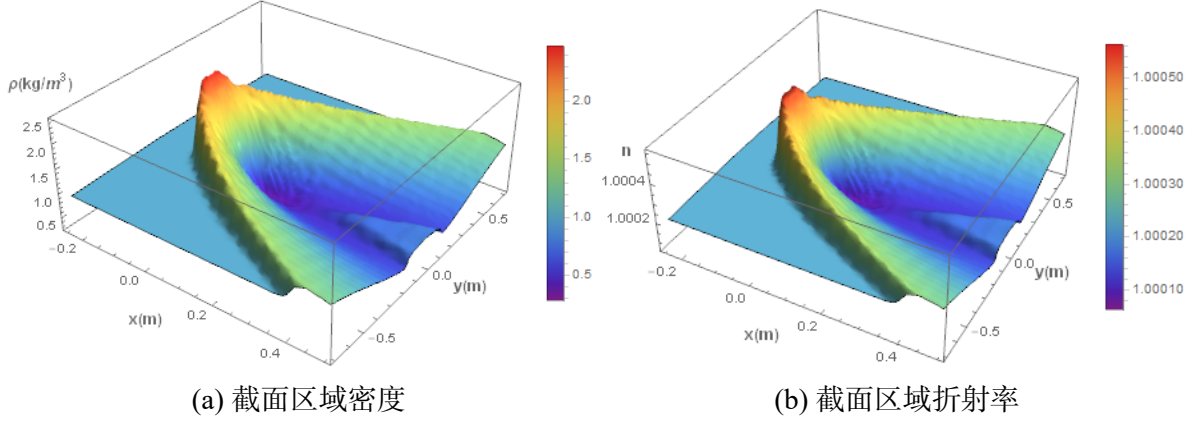


图 5.1 凸台周围截面密度及折射率分布情况

在图5.1中，可以明确地看到剪切层的存在，并且剪切层中的密度及折射率比远处流场高，而在凸台正上方近壁面处，流场密度及折射率明显减弱，且低于平均值。根据第三章的分析，这是由于凸台顶部为半球，正中间处于最高位置，紧接着凸台结构呈下降趋势，这种结构的改变引起了高速流场的变化，在距离凸台底部高度为  $0.2\text{m}$ ，以凸台中心为几何中心，尺寸为  $0.75\text{m} \times 1.4\text{m}$  的长方形截面上，折射率波动位于  $1.00006 \sim 1.00056$  之间，正是这种不规则的折射率脉动起伏导致了光束传输过程中的畸变存在。

## 5.2 光束的数学表达及衍射分析

流场对光束的传输影响一般通过衍射理论来分析，利用流场密度转换成折射率后，通过折射率的脉动等参数计算出相位畸变、光学传递函数等，能够根据衍射图来评价流场对光传输的影响。

### 5.2.1 基模高斯光束的传输特性

通常情况下，光学设备接受、发射的激光光束均满足高斯分布，在所有可能的激光光束中基模高斯光束最具有典型性，它是一种具有特殊传输性质的高斯球面波，在研究中具有非常重要的作用，基模高斯光束的振幅表达式为(5.4)。

$$U(x, y, z) = \frac{A_0}{\omega(z)} \exp \left[ -\frac{(x^2 + y^2)}{\omega^2(z)} \right] \times \exp \left\{ -ik \left[ \frac{x^2 + y^2}{2R(z)} + z \right] + i\varphi(z) \right\} \quad (5.4)$$

式中， $z$  为传输距离， $z$  处光斑半径  $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + (z/f)^2} = \omega_0 \sqrt{1 + [(\lambda z)/(\pi \omega_0^2)]^2}$ ，等相面曲率半径  $R(z) = z[1 + (f/z)^2]$ ，束腰半径  $\omega_0 = \sqrt{(\lambda f)/\pi}$ ，共焦参量  $f = (\pi \omega_0^2)/\lambda$ 。



由式(5.4)可知, 高斯光束的沿既定方向传播时会有一个特定的发散角, 发散角与束腰半径成反比, 而与波长成正比关系, 束腰半径越小, 它的光斑扩散越快。通过计算式, 只要知道激光的波长, 给定束腰半径, 就可以知道在传输路径上每个截面上的光波表达式, 从而知道光强分布。假设光斑的光强  $I(x, y, z)$  分布与振幅的模的平方相等, 则可以令光强表示为(5.5)。

$$\begin{aligned} I(x, y, z) &= |U(x, y, z)|^2 = U(x, y, z) \cdot U^*(x, y, z) \\ &= \frac{A_0^2}{\omega^2(z)} \exp\left[-\frac{2(x^2 + y^2)}{\omega^2(z)}\right] \end{aligned} \quad (5.5)$$

本文采用的基模高斯光束的束腰半径为  $w_0 = 0.5\text{mm}$ , 波长为  $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$  的基模高斯光束, 如图5.2, 为了方便计算, 在取高斯光束时, 对其进行了归一化处理, 使其光强在  $0 \sim 1$  之间。

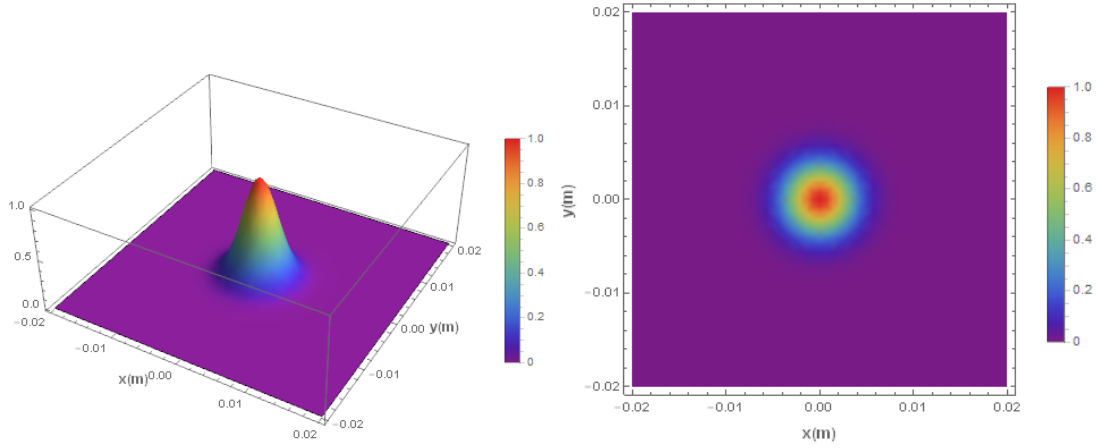


图 5.2 束腰半径 0.5mm 的基模高斯光束

对公式(5.5)进行积分, 同时将直角坐标系变换为极坐标系:  $x = \omega(z)/\sqrt{2} \cdot \rho \sin \theta$ ,  $y = \omega(z)/\sqrt{2} \cdot \rho \cos \theta$ , 能够得到  $z$  平面的光强:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy = 2A_0^2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\infty} \exp(-\rho^2) \rho d\rho = 2\pi A_0^2 \quad (5.6)$$

式中,  $A_0$  为振幅, 因此如果知道激光发射功率  $P$ , 通过该式就能计算出高斯光束初平面的振幅,  $A_0 = \sqrt{P/2\pi}$ 。

事实上, 在激光穿过流场时, 会有能量的交换, 激光对气体进行局部的加热从而损失一定的能量, 如果用能量损耗系数  $\beta$  表示激光每传输一个单位的距离时相对损耗的功率, 那么通过损耗系数就能够知道气体的升温率:

$$O(x, y, z) = \beta \cdot I(x, y, z) \quad (5.7)$$

式中,  $I(x, y, z)$  表示空间上  $(x, y, z)$  点处的光强。

在通常情况下, 谐振腔发出激光的振幅在横截面上的分布大多数呈现高斯函数的分布形式, 而基模高斯光束在其中最具典型性, 因此基模高斯光束的传输特性研究对于了解光学窗口处激光信号的接收发射具有重要意义。

### 5.2.2 光波衍射的数值计算

当光波经过小孔后, 它的传输并不会按照线性光学理论所描述的会继续沿直线传播, 而是会发生衍射现象, 形成中心明亮的明暗相间的衍射圆环。一般衍射计量是利用夫琅禾费衍射作为依据的, 夫琅禾费衍射又可以称作远场衍射, 当平行光射入小孔时, 在不同的传输距离上会出现不同的衍射光斑, 光斑中心最亮, 以第一圈暗环为分界线。中央的光斑强度占总强度的 84% 左右, 可以把这个中央亮斑称作爱里斑。当传输距离足够远时, 光斑趋于稳定, 随着距离的增加仅仅改变光斑半径, 而衍射图样不发生变化, 把这种衍射称为夫琅禾费衍射或远场衍射。

在第四章中经过流场作用后的夫琅禾费衍射可以由公式(4.22)表示, 如果假设圆形小孔的直径为  $D$ , 小孔的光学传递函数  $OTF_D(x, y)$  可以通过公式(5.8)表示, 点扩散函数可以表示为公式(5.9)。

$$OTF_D(x, y) = \frac{2}{\pi} \left[ \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D} \right) - \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D} \sqrt{1 - \left( \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{D} \right)^2} \right] \quad (5.8)$$

$$PSF_D(x, y) = \left[ 2 \cdot \frac{J_1[kD\sqrt{x^2 + y^2}/(2L)]}{kD\sqrt{x^2 + y^2}/(2L)} \right]^2 \quad (5.9)$$

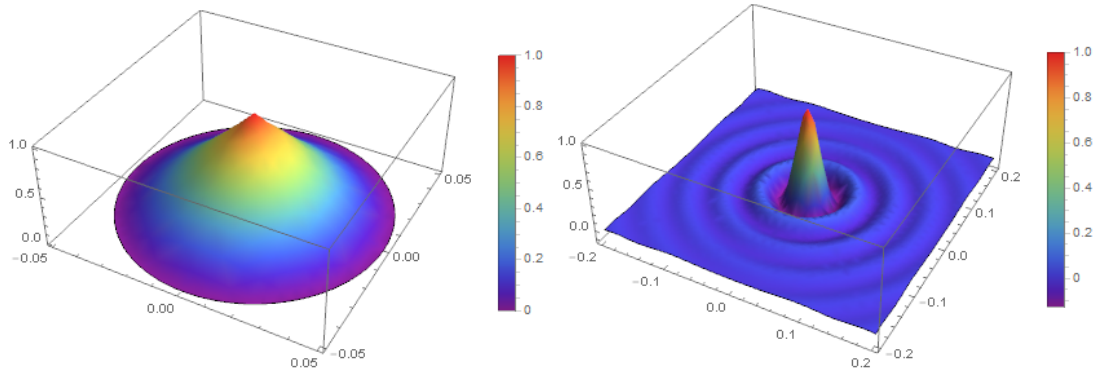
式中, 由于小孔孔径外光学传递函数为零, 因此需满足  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq D/2$  的条件。

通过公式(5.8)、(5.9)可以得到平面光波经过小孔衍射后的衍射光斑, 如图5.3。事实上由于夫琅禾费衍射需要成立条件苛刻, 需要在很远才能观测到衍射图案, 实验条件难以达到, 因此可以在小孔后面紧贴着放置一块焦距为  $d$  的透镜, 将光波汇集到焦平面上, 这样保证成像图案不变, 仅改变了大小比例, 由于一般仅需要观测夫琅禾费衍射的光斑分布, 因此这种方法非常有效。

由于实际流场结构的复杂性, 通过上述衍射积分方法求解光学传递函数从而计算光场分布难以实现, 通常情况下需要采用数值计算, 为了在保证计算精度的同时简化计算量, 可以采用稳相法来进行优化的数值计算, 即采用渐进公式, 利用代数运算替代复杂的积分公式。

## 5.3 凸台光学窗口周围流场引起的光束畸变分析

光束在湍流流场传播过程中的相位畸变主要是由于折射率脉动导致的, 而折射率的脉动又由流场密度脉动引起, 因此可以通过流场的密度脉动来求解相位畸变。通过  $G-D$  系数可以将密度与折射率联系起来, 因此知道了流场密度, 同时通过光线追迹



(a) 直径为 0.1cm 的圆孔光学传递函数

(b) 传输距离 4km 的夫琅禾费衍射

图 5.3 衍射孔光传递函数及夫琅禾费衍射

法知道了光传输路径，就可以计算出光束的相位畸变。

### 5.3.1 基于 CFD 网格的波面畸变计算

由于在划分流场计算网格时，对边界层进行了加密处理，如图3.6c所示，因此从光学窗口到远离壁面之间的计算网格并非同样大小，越靠近光学窗口处网格越密，网格边长越小，本文以光学窗口中心为三维直角坐标系原点，形成  $x-y$  平面平行于窗口， $z$  轴垂直于窗口平面的坐标系。

假设第  $i$  层网格上表面距离原点  $l_i$ ，第  $i+1$  层网格上表面距离原点  $l_{i+1}$ ，光线入射到第  $i+1$  层的入射角为  $\theta_i$ ，根据直角三角形勾股定理以及直角余弦定理，可以近似地计算出光线在第  $i$  层网格中的实际传输距离  $\Delta l_i$  为  $(|l_{i+1} - l_i| / \cos \theta_i)$ ，每个网格中的折射率可以看作是前后表面折射率的算数平均即  $(n_{i+1} + n_i)/2$ ，折射率差  $\Delta n_i$  可以定为  $(n_{i+1} + n_i)/2 - \bar{n}$ ，那么可以知道第  $i$  个网格中的光程差 OPD 应该为  $\Delta l_i \cdot \Delta n_i$ ，对光束传播方向上的每一个网格中的光程差累加后就可以得到该条光线经过流场后的总的光程差：

$$\Delta L = \sum_{i=1}^N \frac{|l_{i+1} - l_i|}{\cos \theta_i} \cdot \left( \frac{n_{i+1} + n_i}{2} - \bar{n} \right) \quad (5.10)$$

式中， $N$  为沿光传输方向的网格数量。

在计算光程差时，本文将网格沿光束传播方向分层，假定在同一层间传输方向不变，即如果光束在经过同一层不同网格时，仍保持传输方向，那么如果已知入射到第  $i+1$  层的入射角  $\theta_i$ ，通过正弦定律可以得到第  $i+2$  层的入射角  $\theta_{i+1}$ ，两者有如下关系：

$$(n_{i+1} + n_i) \cdot \sin \theta_i = (n_{i+2} + n_{i+1}) \cdot \sin \theta_{i+1} \quad (5.11)$$

通过式(5.11)，给出初始入射角  $\theta_0$  就能经过计算得到光线入射到每一个网格面的入射角，将其反带入公式(5.10)，进行离散的累加计算后，就能计算出每一条光线经过整个计算区域的光程差。采用上述方法，对每一条光线进行追踪计算，得到了光学孔径上

每一个入射到格点的光线光程差，通过对这些离散的光程差进行差值后，就能近似地得到时间平均的流场对光束在传播方向上的波面畸变情况。

通过第四章的理论分析，能够明确知道相位实际上是光程与波数的乘积，那么相位差就是光程差与波数的乘积，因此在给定波长的情况下，光波的光程差直接决定了光波相位畸变  $\Delta\phi$  的大小，如果入射光波波长为  $\lambda$  对应的光程差为  $\Delta L$ ，那么光波的相位畸变可以写为如下表达式：

$$\Delta\phi = k \cdot \Delta L = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L \quad (5.12)$$

在基于 CFD 网格划分对光程差进行计算时，可以看出网格的划分情况对于计算至关重要，本文对机载光学凸台周围的网格按照流场流向划分，与 Fluent 的模拟结果较为契合，大大简化了基于直角三维坐标系的计算过程，对坐标系的建立能够直接与网格走向一致。

以一倍音速以及两倍音速运行下的机载凸台光学设备周围流场为例，由于光学窗口大约位于凸台底部上方 10cm 左右，因此本文在凸台上方 10cm 处的近壁面取一个包含剪切层的流场，流场尺寸为长 0.9m 宽 0.4m，高 0.15m 的长方体区域，查看不同速度下的波面畸变情况，图5.4显示了不同速度下机载凸台光学窗口周围流场分布以及波面畸变情况，令 x 方向为飞行器前进方向。

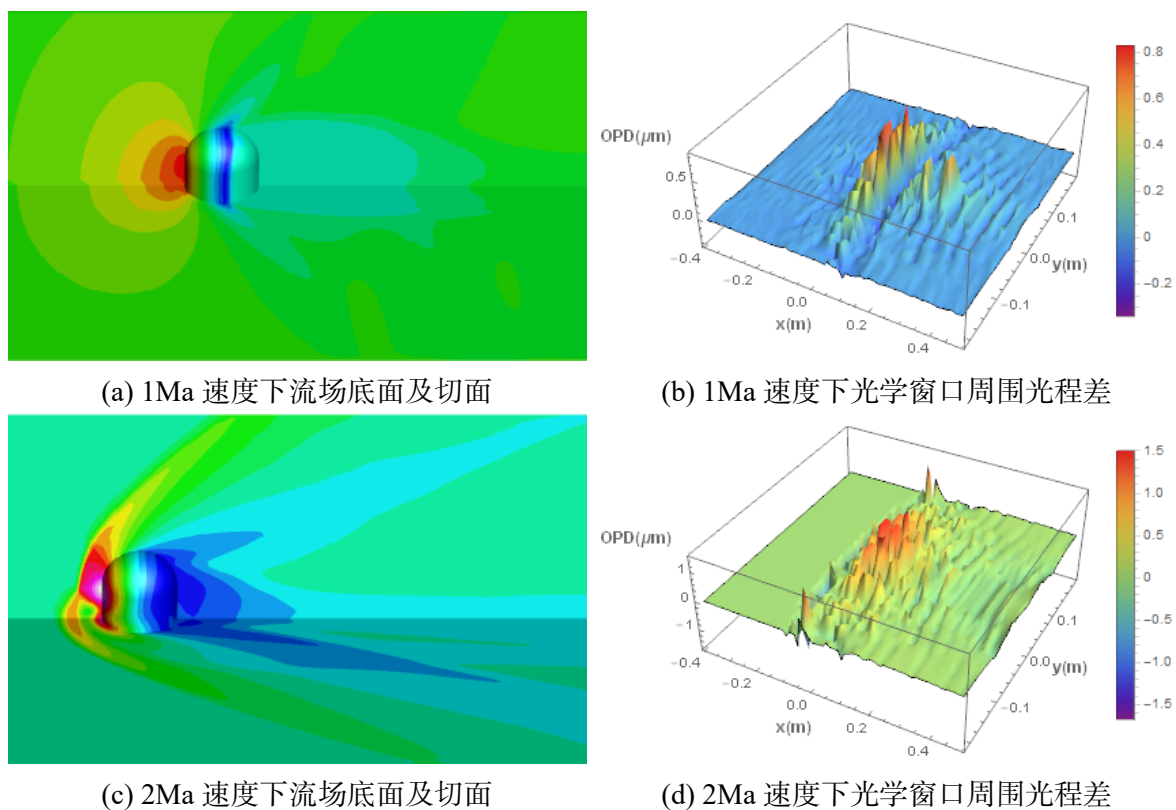


图 5.4 不同速度下光束沿 z 方向传播的波面畸变

图5.4a、5.4c为通过计算流体力学软件模拟的两种不同速度下机载凸台底面以及中轴切面的流场密度分布情况，图5.4b、5.4d分别在一倍以及两倍音速下，光束沿  $z$  方向入射时，经过 15cm 厚的非均匀流场后在光学窗口处的波面畸变情况。可以发现当速度为 1Ma 时，沿  $z$  方向的光束光程差在  $-0.3\mu\text{m} \sim 0.8\mu\text{m}$  之间波动，并且在凸台前方、周围近壁面及光学窗口后方的波面畸变较严重，而在 2Ma 运行速度下，光程差分布于  $-1.6\mu\text{m} \sim 1.5\mu\text{m}$  之间，并且在凸台前方由于流场的压缩，光波仅在靠近壁面处产生畸变，随着速度的提升，波前畸变也会更加严重。

从图5.4b、5.4d能够发现在 2Ma 速度下光学窗口前方约 12cm 外的流场已经是均匀分布，这时光束在均匀流场中传输并不产生光程差，而 1Ma 下在更远处流场才呈现均匀性，因此在计算不同运行速度下飞行器的气动光学效应时，对于剪切层及湍流外边界的确定能够以此为参考。

由于图5.4中计算了光束沿垂直于光学窗口方向入射进流场，经过 15cm 厚度的流场后的光程差，而在大多数情况下，探测光线一般比较靠近飞行器前进方向，即与光学窗口轴向成较大的角度入射进光学探测窗口，为此，可以对比不同角度的入射光束的波面畸变情况，如图5.5所示。

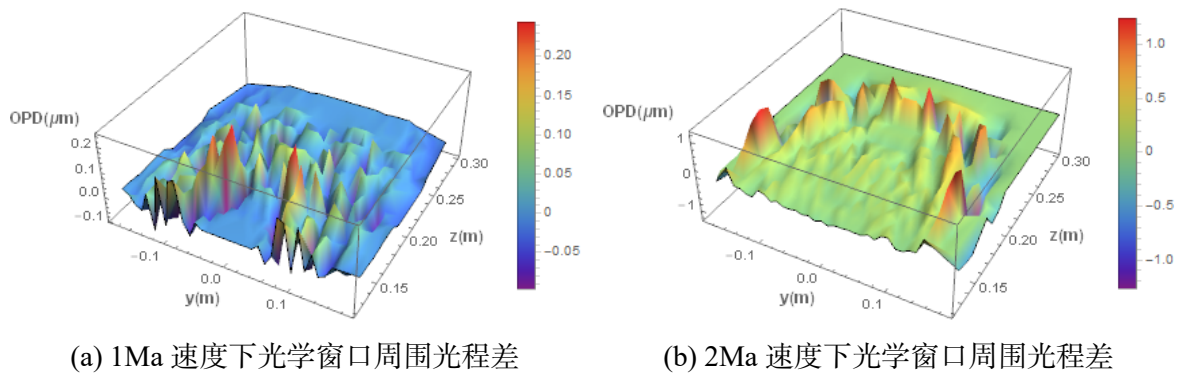


图 5.5 不同速度下沿前进方向产生的波面畸变

图5.5分别显示了不同速度下，沿着飞行器前进方向传播的光束产生的光程差，由于沿前进方向的流场结构不同于垂直于前进方向的流场结构，根据图5.1所示，在光学窗口前方约 6cm 处流场就已经可以看作是均匀远场状态，因此对于沿前进方向入射的光束，层流区域的选择需要进行相应的改变。

本文取机载凸台前方 0 至 7cm 厚度的长方体区域作为研究区域，对不同速度下的波面畸变进行计算，如图5.5a、5.5b所示，可以看出 1Ma 速度下光程差于  $-0.1\mu\text{m} \sim 0.25\mu\text{m}$  之间，2Ma 下光程差位于  $-0.5$  到  $1.9\mu\text{m}$  之间，凸台周围的波面发生严重畸变。

对比图5.4和图5.5可以发现沿前进方向的光程差明显小于  $z$  方向的光程差，这和流场厚度有一定关系，同时也与流场在不同方向的结构不同有关，因此入射角度影响了高速飞行器周围流场的分析。



由公式(5.12)可以看出相位差与光程差成正比关系，与波长成反比关系，由此推测，如果给定流场结构以及光波进入流场的方向，那么入射光波波长越大，流场引起的相位差越小，从而导致波前畸变越小，因此可以认为对于给定的流场，入射光波波长越大越好，但是由于激光能量与光波波长存在相反的关系，波长越长的光波能量越小，强度越弱，因此如何选定探测波长也成为比较关键的问题。

### 5.3.2 基于斯特列尔比及光传递函数的光束质量分析

斯特列尔比作为一个重要的气动光学评价指标，可以通过波面误差来计算，如公式(4.42)所示，而该公式中相位均方差的计算则相应地能够通过密度均方差来求解，从而计算出流场的斯特列尔比。

本节参考上节计算光束波面畸变的处理方法，主要基于网格格点数据离散的方式对斯特列尔比进行分层的叠加求解，合理地假设光学孔径尺寸远大于流场密度脉动尺寸，在此假设基础上求解出斯特列尔比及光学传递函数，分析光束经过流场前后的能量损失情况，并且给出流场对光学成像的影响分析。

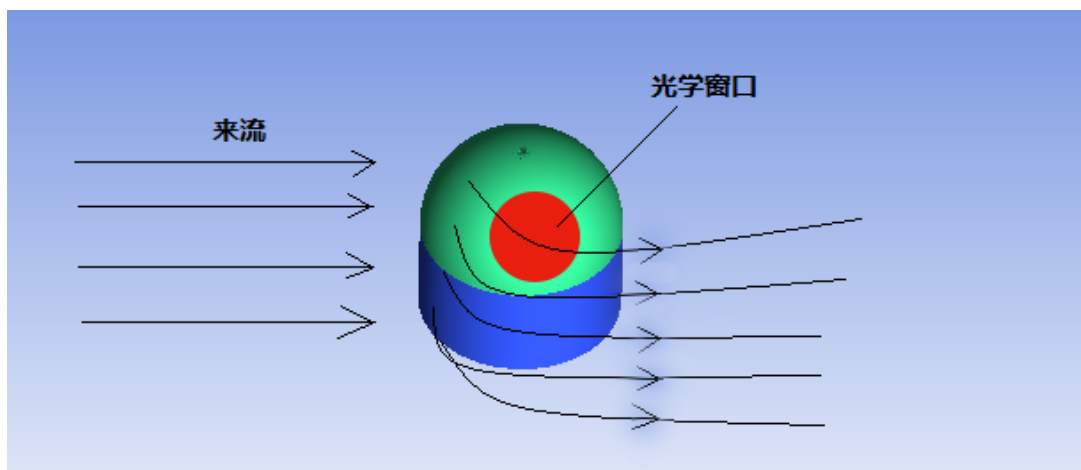


图 5.6 机载凸台光学窗口示意图

本文在对凸台光学窗口周围流场的气动光学效应进行计算时，根据凸台光学窗口距离底部的高度情况，选取了离凸台底部 10cm 高的光学探测窗口所处的流场区域，凸台光学窗口如图5.6所示。如果将流场厚度记为  $H$ ，可以将非均匀流场划分为  $N$  个薄层，每层厚度为  $h = H/N$ ，并且  $h$  大于湍流的涡旋尺度  $l$ ，湍流的涡旋尺度根据在流场模拟中选用的模型的不同，也相应的有不同的经验估计方法，一般可以用  $k - \varepsilon$  和  $k - \omega$  模型的经验公式(5.13)。

$$\begin{cases} l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \cdot \frac{uL}{Re} & (k - \varepsilon \text{模型}) \\ l = \frac{k^{1/2}}{0.09\omega} \cdot \frac{uL}{Re} & (k - \omega \text{模型}) \end{cases} \quad (5.13)$$

式中,  $u$  为远场来流速度,  $L$  为飞行器结构长度,  $Re$  为雷诺数。

在计算密度均方差  $\sigma_\rho^2$  时, 假定  $\rho(x, y, z)$  只取决于传输距离  $z$  而与孔径坐标  $(x, y)$  无关, 那么就可以认为密度脉动均方差与  $z$  相关, 记为  $\sigma_\rho^2(z)$ , 同时记湍流在  $z$  方向的脉动尺度为  $l_z(z)$ , 可以将相位均方差表示为如下公式所示:

$$\sigma_\phi^2 \approx 2K_{GD}^2 \int_0^H \sigma_\rho^2(z) l_z(z) dz \quad (5.14)$$

在基于 CFD 软件模拟后的流场基础上计算时, 可以通过网格格点将相位均方差公式离散, 对传输方向每个网格面上的密度脉动均方差累加就能得到最终整个光瞳区域的密度脉动均方差, 从而得到相位均方差:

$$\sigma_\phi^2 \approx 2K_{GD}^2 \sum_{i=1}^N [h_i \cdot \sigma_{\rho i}^2 \cdot l_{zi}] \quad (5.15)$$

式中,  $h_i$  为沿传播方向第  $i$  层网格宽度,  $\sigma_{\rho i}^2$  表示第  $i$  层网格面上的密度脉动均方差,  $l_{zi}$  为  $z$  方向第  $i$  个网格处的脉动尺度。

利用离散点的相位均方差公式, 结合大孔径近似下的斯特列尔比, 见公式(4.42), 就能够计算得到孔径为  $D$  的光学窗口处斯特列尔比, 也就是光束穿过流场后的产生像差后的中心光强与没有像差时中心光强的比值, 这个比值显示了像点的分辨能力, 从而可以对流场的气动光学效应做出相应的评估。

由于光束入射角度的不同, 光束在流场中的传输路径也是不同的, 这就导致光斑的光强分布随着入射角度的变化而变化, 因此可以考虑几种不同的入射角, 分别分析经过流场后的斯特列尔比。

本文以 2Ma 运行速度下的机载凸台为例, 为了便于结合网格进行计算, 在凸台光学窗口处截取了  $8 \times 8 \text{cm}$  的方形光学孔径, 根据第三章中的流场数值模拟结果, 确定光学窗口处流场厚度为 10cm, 计算了垂直入射到光学孔径平面的光束产生的光程差, 其等值图如图 5.7 所示。

采用公式(5.15)的方法计算得到了相应的斯特列尔比约为 25.37%。为了进行对比, 本文同时计算了光束在  $10^\circ$  和  $20^\circ$  两种不同角度下入射进光学窗口时的斯特列尔比分别为 23.26% 和 21.35%, 对比可以看出入射角度的变化一定程度上影响了光学成像质量, 入射角越小, 光束中心越亮, 成像质量越好。

由于通过斯特列尔比表达式以及上述计算能够分析出在给定流场及入射角度情况下, 斯特列尔比  $SR$  与光束波长平方的倒数成负指数关系 ( $SR \propto \exp(-1/\lambda^2)$ ), 而光强  $I_0$  与光束波长平方的倒数成正比关系 ( $I_0 \propto \frac{1}{\lambda^2}$ ), 如图 5.8 所示, 图中的曲线仅表示光强与斯特列尔比的走势, 实线为斯特列尔比随波长变化情况, 虚线表示光强随波长变化情况, 从对比图可以看出合适的探测波长选择也成为影响成像质量的重要因素, 并且大量实验证明小于波长  $2\mu\text{m}$  的光波受到的气动光学效应影响比较严重。

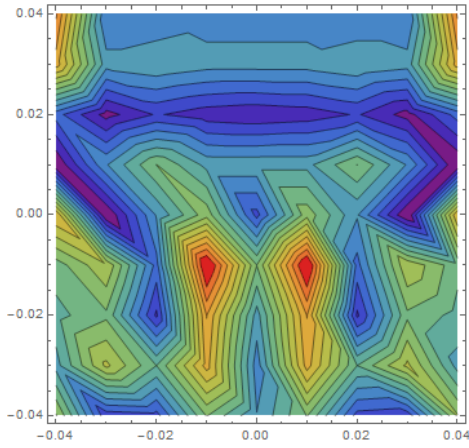


图 5.7 光学窗口波面畸变 (μm)

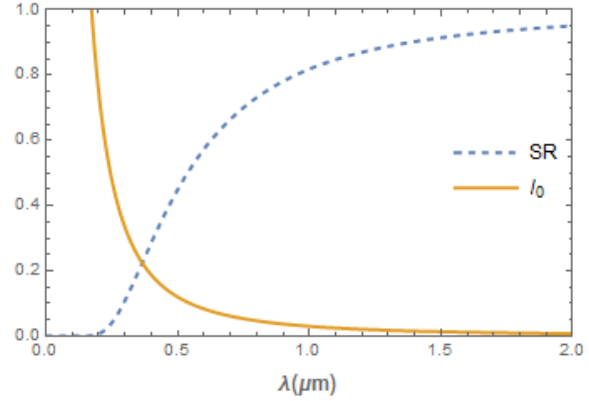


图 5.8 理想光强与斯特列尔比

通过第四章的理论分析, 流场对光传输的作用能够分为平均流场部分和湍流随机脉动部分的综合作用, 如果令平均流场以及脉动流场部分的光学传递函数分别为  $f_{OTF1}(x, y)$ ,  $f_{OTF2}(x, y)$ , 那么两者对应相乘即可表示整个流场的光传递函数  $f_{OTF}(x, y) = f_{OTF1}(x, y) \times f_{OTF2}(x, y)$ , 根据公式(4.30)定义光瞳函数  $f(x, y)$  为与光程差相关的函数, 并且仅在光瞳孔径范围内存在, 超出孔径范围则为零, 那么通过光瞳函数自相关积与光传递函数存在等量关系, 如公式(5.16)。

$$\begin{cases} f_{OTF1}(x, y) = \frac{1}{S} \cdot f(x, y) * f(x, y) & (x, y) \in A \\ f(x, y) = \exp(-i\Delta\phi) = \exp(-ik\Delta L) \end{cases} \quad (5.16)$$

式中,  $S$  是光学孔径的面积,  $A$  表示光学孔径区域,  $\Delta L$  表示光程差,  $*$  表示卷积。

而对于湍流随机脉动部分来说, 光学传递函数主要与折射率的脉动起伏有一定的函数关系,

$$f_{OTF2}(x, y) = \exp \left[ -2k^2 \int_0^H \overline{n^2}(x, y, z) \cdot \left[ l_{xyz} - \int_0^\infty C(x', y', z') dz' \right] dz \right] \quad (5.17)$$

式中, 本文选取指数模型的湍流相关系数  $C(x', y', z')$ , 见公式(4.51),  $\overline{n^2}$  为流场折射率脉动, 可以通过流场密度分布求解, 横向积分尺度  $l_{xyz}$  可以选择相应经验公式求解, 本文采用公式(5.13)中的  $k - \omega$  模型的经验公式计算, 经验公式中的流场基本参数主要由第三章中的凸台周围流场模拟部分给出。

因此, 如果能够知道初始光束的表达式, 通过公式(5.16)和公式(5.17)得到整个流场的光学传递函数, 就能给出经过流场后的光斑光强分布情况, 如公式(4.48)。

$$I(x', y') = \frac{1}{\lambda^2 H^2} \iint_A I_0(x, y) f_{OTF}(x, y) \cdot \exp \left[ \frac{2\pi}{\lambda H} (xx' + yy') \right] dx dy \quad (5.18)$$

式中, 由于传输距离较短, 近似地将流场厚度  $H$  等价于光束实际路程, 在基于网格计



算时, 需要将连续的积分公式转换为网格点的数值累加计算, 如下所示:

$$I(x', y') = \sum_{z=1}^N \frac{1}{\lambda^2 h_z^2} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} I_0(x_i, y_j) f_{OTF}(x_i, y_j) \cdot \exp \left[ \frac{2\pi}{\lambda h_z} (x_i x' + y_j y') \right] \cdot \Delta x \Delta y \quad (5.19)$$

式中, 将流场分为  $N$  层, 每层厚度为  $h_z$ , 本文对近壁面处网格进行了加密, 因此越靠近壁面, 网格厚度  $h_z$  越小, 每层网格在光学孔径上划分  $N_x \times N_y$  个小网格, 网格边长分别为  $\Delta x, \Delta y$ 。

本文将进入流场前的激光光束定义为束腰半径是 1cm 的基模高斯光束, 截面光强分布满足高斯分布, 如式(5.5)所示, 可以得到初平面的光强分布如图5.9a所示, 采用式(5.16)、式(5.17)以及式(4.48)联立, 代入公式(5.19)后, 通过基于网格格点的离散计算, 同样对每段传输过程进行分层处理, 并对结果进行归一化。计算区域为上述选定的厚度为 10cm 的流场区域, 光束沿与光学窗口平面  $30^\circ$  角入射, 光束偏移量通过上节光程差计算方法得到, 通过平均及脉动流场叠加得到的光学传递函数  $f_{OTF}$  计算出了像平面的光强分布如图5.9b所示。

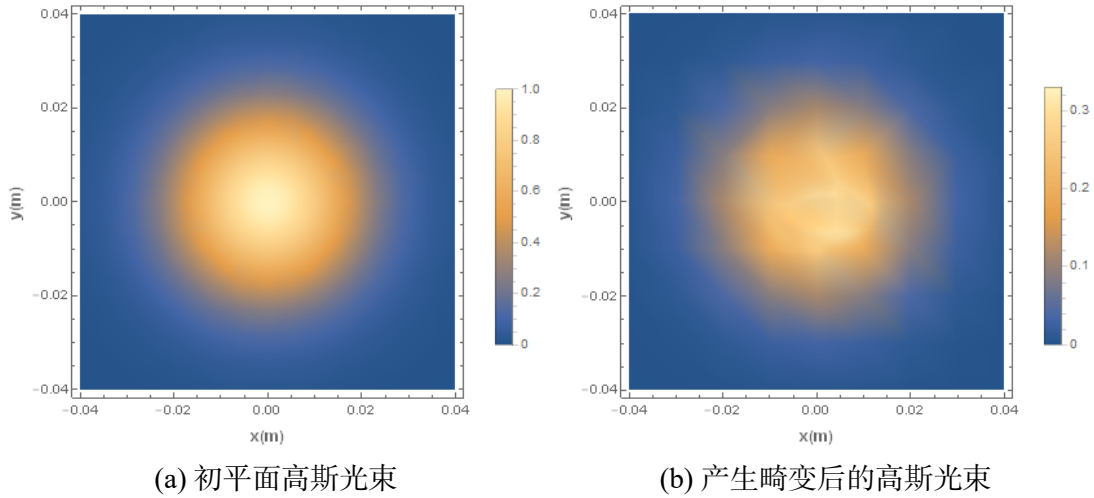


图 5.9 高斯光束经过流场后的光场分布情况

通过对比光束经过凸台光学窗口周围流场前后的光斑情况, 发现光斑中心亮度明显减弱, 并且光场分布不再满足高斯分布, 光强的分布受到整个流场在光学孔径上的光学传递函数影响, 呈现不规则分布, 光斑整体略有偏移, 中心沿  $xy$  方向上的偏移距离为 (0.022cm, -0.013cm), 由此发现混合流场对于短距离成像的偏移作用很小, 但是对于远距离传输情况而言, 目标的成像及定位会因此产生较大的偏移。至此, 通过斯特列尔比以及光学传递函数, 较为明确地评价了光束经过流场的传输效应, 为将来的光学校正提供了基础。

## 5.4 本章小结

本章基于 Mathematica 数据处理, 通过 Gladstone-Dale 定律, 完成了从流场参数到光学参数的转换, 分析了 2Ma 运行速度下机载光学设备周围流场的折射率分布情况。对在实际应用中广泛使用的高斯光束的传播特性进行了研究并对其模拟成像, 另外对圆形光学孔径的点扩散函数及光学传递函数进行了公式推导及计算, 同时计算了远场夫琅禾费衍射的衍射图。最后对机载凸台周围的流场进一步分析, 基于 CFD 计算网格的划分, 讨论了流场对光波传输后的波面畸变的影响以及斯特列尔比的评价计算方法, 对流场的气动光学效应进行了评估, 计算了流场的光学传递函数, 给出了高斯光束穿过流场后的光强分布情况。

## 6 结论及展望

### 6.1 本文总结

本文主要通过理论分析以及数值模拟的研究方法对高速飞行器周围流场的物理特性以及流场引起的气动光学效应进行了研究，得到结论如下：

(1) 基于流体力学理论，在假设高速湍流流场满足 N-S 方程组以及完全气体状态理论的基础上，对大涡模拟及雷诺平均法进行了推演，并通过对雷诺应力建立计算模型完成流场的分析。基于  $k-\varepsilon$  模型及  $k-\omega$  模型的混合算法推导出了剪切应力传输 (SST) 模型，另外讨论了在高超声速情况下的流场运动特征，指出在高超声速情况下流体性质发生变化且不再满足上述假设，应考虑真实气体效应和气动加热等问题。

(2) 设定了流体运动方程组数值计算前的定解条件，利用隐式迭代法对控制方程进行了离散，通过 ICEM 建立了三维导弹、机载光学凸台的模型，对近壁面流场的网格进行了加密优化处理。通过 Fluent 对不同运行速度下的流场进行了数值模拟，得到流场各项物理参数，并发现在超音速情况下剪切层随速度增加而越来越靠近飞行器壁面，同时基于完整的分析过程建立了流场数值模拟以及分析的具体流程。

(3) 基于光的波动理论及线性光学理论分析了光束在非均匀流场中的传输特性，介绍了在时均流场中常用的光线追迹法以及推导了在湍流流场中的基于折射率脉动的统计光学研究方法。提出在气动光学效应的计算中可以在时间平均流场中引入网格模型以及在湍流部分引入亚格子尺度模型，讨论了混合后的非均匀流场的光学传递函数计算方法并且研究了偏折角、斯特列尔比等气动光学计算及评价方法。

(4) 基于 CFD 的数值模拟结果，完成了密度到折射率的直接转换，讨论了高斯光束的传播特性及夫琅禾费衍射特征，利用 Mathematica 计算了在不同速度、不同入射角下光学窗口周围的光束波面畸变，发现沿前进方向射入光学窗口的光束波面畸变远远小于垂直于前进方向产生的波面畸变，并计算出不同入射角下运行速度为 2Ma 时光学孔径范围内的斯特列尔比在 0.21 至 0.26 之间浮动。采用光学传递函数计算得到了高斯光束经过混合流场前后的光斑变化，发现经过 2Ma 下凸台光学窗口处 10cm 厚的流场作用后，光束在像面上的光强不再成高斯分布，并且光束中心偏移量为 (0.022cm, -0.013cm)。

本论文完成了不同速度下飞行器周围流场的数值模拟，将得到的流场结果转化为光学参数，基于光学传输的理论模型计算了光束经过高速湍流流场后的畸变情况，并对结果进行了分析，为进一步实际应用中的光学校正以及气动光学效应的削弱提供了有力基础。

## 6.2 对未来工作的展望

本文有待进一步的研究工作：

(1) 通过风洞试验对数值模拟结果进行验证，同时增加对高超声速情况下的流场机理研究，考虑真实气体效应、气动加热等问题对光传输的影响。

(2) 对气动光学的评价方法上进行改进，并且结合远场成像，完成对光信号的实际接收以及目标成像、跟踪。

## 致谢

本论文是在我的导师赵琦教授的耐心指导下完成的，从课题的选取到论文的撰写，赵老师付出了大量的心血，从导师身上我不仅学到了严谨、科学的研究方法，更收获到了为人处世的道理，导师在我迷茫的时候给我指引了前进的道路，给予我很大的鼓励，在此向赵老师表示最诚挚的谢意。

同时还要感谢课题组的陈延如教授、辛煜老师和周木春老师在我的学习生涯中给予的无私帮助，让我的论文能够顺利完成。感谢张淇博博士以及教研室同学在学习工作中的陪伴，让我从他们身上获取了强大的精神力量，感谢两位室友钱国鹏、张伟良在我生活中的陪伴，让我在日常生活中能快乐地度过。

感谢 Donald E. Knuth 先生发明的  $\text{\TeX}$  排版系统，Stephen Wolfram 先生发明的 Mathematica 数学计算软件，以及 ANSYS 公司研制的有限元分析软件，这些优秀的科研工具为我的论文撰写和科学研究提供了巨大的帮助。

感谢我的父亲、母亲、哥哥、嫂子还有可爱的侄女，他们是世界上最爱我以及我最爱的人，给了我一个温暖快乐、积极向上的家庭，这是我在外漂泊、求学过程中内心深处最安稳的栖息地。

最后感谢我自己，能够健康、快乐地成长为世间独一无二、想法奇特、喜欢思考、感性与理性并存的我。

## 参考文献

- [1] Huang Jianming, Shen Maozuo. Multiframe blind deconvolution restoration of atmospheric turbulence-degraded images based on noise characteristic[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008,28(9):1686–1690.
- [2] Eric Tromeur, Eric Garnier, et al. Large-eddy Simulation of Aero-Optical Effects in Spatially Developing Turbulent Boundary Layer[J]. *Journal of Turbulence*, 2006,7(1):11–12.
- [3] Shi Yipeng, Wang Jianchun, et al. Progress in the research on compressible turbulence[J]. *HIGH POWER LASER AND PARTICLE BEAMS*, 2015,27(03):032002–1–032002–7.
- [4] Busse F H. Visualizing the dynamics of the onset of turbulence [J]. *Science*, 2004,305:1574–1575.
- [5] E.J. Jumper, E.J. Fitzgerald. Recent advances in aero-optics[J]. *Prog. Aerospace Sci*, 2001,37:299–339.
- [6] Renolds O. On the dynamical theory of turbulent incompressible viscous fluids and the determination of the criterion[J]. *Phil Trans R Soc*, 1894,186:123–161.
- [7] H. W. Liepmann. Deflection and Diffusion of a Light Ray Passing through a Boundary Layer[R]. *Douglas Aircraft Company*, Santa Monica,CA, 1952.
- [8] Baskins L. L., Hamilton, L. E. Preliminary Wind Tunnel Investigation on the Optical Transmission Characteristics of a Supersonic Turbulent Boundary Layer [R]. *Northrop Aircraft Company*, 1952.
- [9] Stine Howard A., Winovich Warren. Light Diffusion through High Speed Turbulent Boundary Layers [R]. *Research Memorandum*, NACA, Washington, 1956.
- [10] Tatarski V. I., Silverman R. A., et al. Wave Propagation in Turbulent Medium [J]. *Physics Today*, 1961,14(12):46.
- [11] Villars F., Weisskopf V. The Scattering of Electromagnetic Waves By Turbulent Atmospheric Fluctuations [J]. *Physical Review*, 1954,94(2):232–240.
- [12] Booker H. G., Gordon W. E. A Theory of Radio Scattering in The Troposphere [J]. *Proceedings of the I.R.E.*, 1950,38:401–412.
- [13] Sutton G. W. Effect of Turbulent Fluctuations in an Optically Active Fluid Medium [J]. *AIAA Journal*, 1969,7:1737–1743, .
- [14] Sutton G. W. Aero-Optical Foundations and Applications [J]. *AIAA Journal*, 1985,23(10):1525–1537, .
- [15] K. Gilbert, L. Otten. Progress in Astronautics and Aeronautics Series[R]. *New York*, 1982.

- [16] Trollinger J. D. Aero-Optical Characterization of Aircraft Optical Turrets by Holography, Interferometry and Shadowgraph[A].K. Gilbert, L. Otten, Progress in Astronautics and Aeronautics Series[C]. *New York*, 1982.
- [17] Y. P. Tsai, W. H. Christiansent. Two-Dimensional Numerical Simulation of Shear-Layer Optics [J]. *AIAA Journal*, 1990,28(12):2092–2097.
- [18] Larry Chew, Walter Christiansent. Coherent Structure Effects on the Optical Performance of Plane Shear Layers [J]. *AIAA Journal*, 1990,29(1):76–80.
- [19] Jumper Eric J. Quantification of Aero-Optical Phase Distortion Using the Small-Aperture Beam Technique [J]. *AIAA Journal*, 1995,33(11):2151–2157.
- [20] Hugo Ronald J. Experimental Measurement of a Time-Varying Optical Path Difference by the Small-Aperture Beam Technique [J]. *Applied Optics*, 1996,35(22):4436.
- [21] Hugo R. J., Jumper E. J. Applicability of The Aero-Optic Linking Equation to a Highly Coherent Transitional Shear Layer [J]. *Applied Optics*, 2000,39(24):4392–4401.
- [22] Jumper E., Edward J.Fitzgerald. Recent Advances in Aero-Optics [J]. *Progress in Aerospace Sciences*, 2001,37(3):299–339.
- [23] Michael D. White. High-order Parabolic Beam Approximation for Aero-optics[J]. *Journal of Computational Physics*, 2010,229:5466–5486.
- [24] Meng Wang, Ali Mani, Stanislav Gordeyev. Physics and Computation of Aero-Optics[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2012,44:299–321.
- [25] Havener George, Stepanek, et al. Aero-Optics Testing Capabilities at AEDC [R]. *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV*, 1992.
- [26] Calspan-UB Research Center. Large Energy National Shock Tunnel (LENS) [R]. *New York: Calspan-UB Research Center*, 1990.
- [27] Stanislav Gordeyev, Eric J. Jumper. Aero-Optical Characteristics of Compressible, Subsonic Turbulent Boundary Layers [R]. *34th Plasmadynamics and Lasers Conference, Orlando, Florida*, 2003.
- [28] Aguirre Roberto. Aero-Optical Wavefronts and Scale-Local Characterization in Large-Reynolds-Number Compressible Turbulence [J]. *AIAA Journal*, 2004,42(10):1982–1990.
- [29] Mani M. Wang, P. Moin. Computational study of aero-optical distortion by turbulent wake[R]. *Proceedings of the American Institute of Aeronautics and Astronautics Conference*, 2005.
- [30] John E. Pond, Sutton G. W. Aero-Optic Performance of an Aircraft Forward-Facing Optical Turret[J]. *Journal of Aircraft*, 2006,43(3):600–607.
- [31] Tromeur Eric. Analysis of the Sutton Model for Aero-Optical Properties of Compressible Boundary Layers[J]. *Journal of Fluids Engineering*, 2006,128(2):239–247.

- [32] Freeman, Aaron P. Catrakis Haris, Direct Reduction of Aero-Optical Aberrations by Large Structure Suppression Control in Turbulence [J]. *AIAA Journal*, 2008,46(10):2582–2590.
- [33] Wyckham C M, Smits A J. Comparison of aero-optic distortion in hypersonic and transonic, turbulent boundary layers with gas injection [J]. *AIAA Journal*, 2009,47(9):2158–2168.
- [34] 邓诗涛. 变折射率介质中的光传输及像质评价 [D]. 浙江大学, 2008.
- [35] 殷兴良. 气动光学原理 [M]. 北京: 中国宇航出版社, 2003.
- [36] 李桂春. 气动光学 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2006.
- [37] 郭永洪, 沈忙作, 陆祖康. 气动光学效应的数值模拟与预测 [J]. 光电工程, 1998,25(增刊):21–24.
- [38] 费锦东. 高速导弹红外成像末制导对气动光学效应技术研究的需求 [J]. 红外与激光工程, 1998,1(1):42–43.
- [39] 房建成, 杨照华, 吴琳. 基于涡结构的气动光学传输效应研究 [J]. 红外与激光工程, 2004,Z1:327–379.
- [40] 谢文科. 气动光学畸变波前测量及控制方法 [D]. 国防科学技术大学, 2007.
- [41] 殷兴良. 高速飞行器气动光学传输效应的工程计算方法 [J]. 中国工程科学, 2006,8(11):76–79.
- [42] 赵剡, 王涛, 许东, 杨秋英. 基于计算流体力学网格的高超声速流场光传输建模研究 [J]. 兵工学报, 2008,3:282–286.
- [43] 赵剡, 张溟酥. 基于光学传递函数的气动光学效应计算方法 [J]. 红外与激光工程, 2008,S2.
- [44] 史可天, 程晓丽, 马汉东. 光学头罩绕流流场气动光学效应数值模拟 [J]. 红外与激光工程, 2010,39(1):6–10.
- [45] 李波. 高速飞行器气动光学流场机理研究与光学窗口设计 [D]. 上海交通大学博士学位论文, 2011.
- [46] 冯定华, 李桦, 肖飞等. 光学窗口凹腔流场的光学传输效应研究 [J]. 光学学报, 2012,32(4):0401004–1–0401004–8.
- [47] 徐博. 气动光学效应波前畸变的光电校正方法研究 [D]. 北京理工大学硕士学位论文, 2015.
- [48] 杨欢. 气动光学效应对红外成像影响的仿真分析 [D]. 上海交通大学, 2009.
- [49] 李清. 水中湍流对光传输影响的光线追迹算法的研究 [D]. 华中科技大学, 2011.
- [50] 张士杰, 李俊山, 孙李辉, 胡双演. 小入射角条件下气动光学成像偏移 [J]. 光学学报, 2012,32(10):1001002–1–1001002–6.



- [51] Thomas E. Schwartzenruber, Leonardo C. Scalabrin, et al. Hybrid Particle-Continuum Simulations of Non-Equilibrium Hypersonic Blunt Body Flow Fields [R]. *Joint Thermophysics and Heat Transfer Conference, Francisco, California*, 2006.
- [52] Schumann U. Subgrid Scale Model for Finite Difference Simulations of Turbulent Flows in Plane Channels and Annuli[J]. *Journal of Computational Physics*, 1975,18:376–404.
- [53] V Chakravarthy, S Menon. Large Eddy Simulations of Turbulent Premixed Flames in the Flamelet Regime[J]. *Combustion Science and Technology*, 2001,162:175–222.
- [54] 赵彪. 高超声速飞行器技术发展研究 [D]. 哈尔滨工业大学, 2010.
- [55] A. Sharma, L. N. Long. Numerical Simulation of the Blast Impact Problem Using the Direct Simulation Monte Carlo (DSMC) Method [J]. *Journal of Computational Physics*, 2004,200(1):211–237.
- [56] W.P.Jones and B.E.Launder. The Prediction of Laminarization with a Two-equation Model of Turbulence[J]. *Journal of Heat and Mass Transfer*, 1972,15(2):301–314, .
- [57] W.P.Jones and B.E.Launder. The Calculation of Low-Reynolds Number Phenomena with a Two-equation Model of Turbulence[J]. *Journal of Heat and Mass Transfer*, 1973,16: 1119–1130, .
- [58] 陈景仁. 湍流模型及有限分析法 [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1989.
- [59] Bradshaw P, Ferriss D, Atwell N. Calculation of Boundary-layer Using the Turbulent Energy Equation[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1967,28(3):593–616.
- [60] 李玉莹. EGSB 反应器结构对内流场影响的数值模拟研究 [D]. 哈尔滨工程大学, 2012.
- [61] J.D. Anderson. *Hypersonic and High Temperature gas dynamics*[M]. McGraw-Hill Book Company, 1989.
- [62] 李会萍. 高超声速飞行器气动加热特性及其计算方法研 [D]. 上海: 上海交通大学, 2010.
- [63] 谢志学. 大气吸气模式激光等离子体推进数值模拟 [D]. 南京: 南京理工大学, 2011.
- [64] 阎超. 计算流体力学方法及应用 [M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006.
- [65] F R Menter. Two-equation Eddy-viscosity Turbulence Models for Engineering Applications[J]. *AIAA Journal*, 1994,32(8):1598–1605.
- [66] Sutton G W , Pond J E, et al. Hypersonic Intercept or Aero Optics Performance Predictions[J]. *Journal of Spacecraft and Rocket*, 1994,31(4):592–599.
- [67] Qiong Gao, Zongfu Jiang, Shihe Yi, and Xiaohu Wang. Statistical characteristics of the tilts of the aero-optical aberration caused by the supersonic turbulent boundary layer[J]. *OPTICS LETTERS*, 2013,38(5):751–753.

- 
- [68] Catrakis Haris, Aguirre Reberto C. New Interfacial Fluid Thickness Approach in Aero-Optics with Applications to Compressible Turbulence [J]. *AIAA Journal*, 2004,42(10): 1973–1981.
- [69] R. Mark Rennie. Evaluation of Laser Beacon for Adaptive-Optic Correction of a Compressible Shear Layer[J]. *AIAA JOURNAL*, 2013,51(4):1008–1010.
- [70] Max Born, Emil Wolf. *Principles of optics*[M]. 北京: 世界图书出版公司, 2001.

## 附录

在攻读硕士学位期间，本人取得学术成果如下：

- [1] **ZHU ZhengTian**, ZHANG MingMing, ZHAO Qi, et al. Propagation properties of off-axis elliptical vortex beams[EB/OL]. Beijing: Sciencepaper Online[2014-09-10]. <http://www.paper.edu.cn/release paper/content/201409-123>.
- [2] 冯嘉文, 朱正天, 赵琦, 陈元恺, 刘一斯. 离轴参量及传输距离对离轴涡旋光束传输特性的影响 [J]. 中国科技论文在线精品论文, 2015, 8(15): 1581-1586  
(国内统一刊号: CN11-9150/N5, 国际标准刊号: ISSN1674-2850)
- [3] **ZhengTian Zhu**, Qi Zhao, QiBo Zhang, XinYu Peng, Dong Ye. Analysis of aero-optical effect around the turbulent flow field of the high-speed aircraft[J].Optical and Quantum Electronics.(审核中)

攻读硕士学位期间参与的科研基金项目：

- 1. 高等学校博士学科点专项科研基金 (20123219110021)
- 2. 上海航天科技创新基金 (SAST201350)