Homework 29.

#1.

$\mathcal{A}: a_1 = (-3, 7),\ a_2 = (1, -2),$ $\quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$

$\mathcal{B}: b_1 = (6, -7),\ b_2 = (-5, 6),$ $\quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$

1) $S_{\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$ $\quad S_{\mathcal{A}}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$

~~$S_{\mathcal{A}}^{-1} \cdot A \cdot S_{\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ +7 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} = ($~~

$A' = S_{\mathcal{A}}^{-1} \cdot A \cdot S_{\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -5 \\ 29 & -16 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -62 & 19 \\ -199 & 61 \end{pmatrix}$

2) $S_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$ $\quad S_{\mathcal{B}}^{-1} = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix}$

$B' = S_{\mathcal{B}}^{-1} \cdot B \cdot S_{\mathcal{B}} = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 7 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 & 53 \\ 19 & 63 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & -5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -275 & 238 \\ -327 & 283 \end{pmatrix}$

$A'B' = \begin{pmatrix} -62 & 19 \\ -199 & 61 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -275 & 238 \\ -327 & 283 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10837 & -9379 \\ 34778 & -30099 \end{pmatrix}$ ← Answer

#2.

$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$

Собственные значения: 3 и -1

Собственные векторы: $3: (1, 2, 2)$

$-1: (1, 2, 1)$

#3.

$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

Собственные значения: $2+3i,\ 2-3i,\ 1$

Собственные векторы: $2+3i: (3-3i, 5-3i, 4)$

$2-3i: (3+3i, 5+3i, 4)$

$1: (1, 2, 1)$

#4.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Собственные значения: $-1, 1$

Собственные векторы: -1: $(-1, 0, 0, 1)$
$(0, -1, 1, 0)$

1: $(1, 0, 0, 1)$
$(0, 1, 1, 0)$