# ДЗ к семинару 25

**Задача 1.** Является ли подпространством соответствующего векторного пространства каждая из следующих совокупностей векторов:

1. все векторы $\mathbb{R}^2$, каждый из которых лежит на одной из осей координат $Ox$ и $Oy$;

2. все векторы $\mathbb{R}^2$, лежащие в первой четверти?

**Задача 2.** Пусть $F$ – поле. Доказать, что следующие системы векторов образуют подпространства в $F^n$ и найти их базис и размерность:

1. все векторы, у которых координаты с чётными номерами равны нулю;

2. все векторы вида $(\alpha, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta, \dots)$, где $\alpha$ и $\beta$ – это произвольные скаляры из $F$.

**Задача 3.** Найти размерность суммы и размерность пересечения подпространств

$$U = \langle (1,1,1,1),\ (1,-1,1,-1),\ (1,3,1,3) \rangle$$

и

$$W = \langle (1,2,0,2),\ (1,2,1,2),\ (3,1,3,1) \rangle.$$

в $\mathbb{R}^4$.

**Задача 4.** Пусть $F$ – поле, $\operatorname{char} F \neq 2$ и $n \in \mathbb{N}$. Доказать, что пространство $\mathrm{M}_n(F)$ разлагается в прямую сумму подпространств симметрических и кососимметрических матриц. Найти обе проекции матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

**Задача 5.** Пусть в пространстве $\mathbb{R}^4$

$$U = \langle (1,1,1,1), (-1,-2,0,1) \rangle,\ W = \langle (-1,-1,1,-1), (2,2,0,1) \rangle.$$

Доказать, что $\mathbb{R}^4 = U \oplus W$, и найти проекцию вектора $(4,2,4,4)$ на подпространство $U$ параллельно $W$.

**Задача 6.** Найти базис суммы и пересечения подпространств

$$U = \langle (1, 2, 1, -2),\ (2, 3, 1, 0),\ (1, 2, 2, -3) \rangle$$

и

$$W = \langle (1, 1, 1, 1),\ (1, 0, 1, -1),\ (1, 3, 0, -4) \rangle$$

в $\mathbb{R}^4$.