

Курс «Алгебра». 2023-2024 учебный год.

Домашнее задание 1. БПИ-235. Вариант 5.

Во всех задачах необходимо указывать элементарные преобразования!

Регламентируем использование калькулятора: только для арифметических операций с числами.

Ошибка в иных операциях не считается арифметической.

1. Привести матрицу A к каноническому (улучшенному ступенчатому) виду, указав соответствующие элементарные преобразования:

$$\begin{pmatrix} 6 & -9 & -10 & 17 \\ -9 & -1 & -9 & 0 \\ -7 & 8 & 1 & -17 \\ -18 & 9 & 10 & -17 \end{pmatrix}$$

2. Найти LU-разложение матрицы A , используя метод Гаусса

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -5 & 6 & -9 \\ -32 & -49 & 45 & -67 \\ -36 & -27 & 58 & -83 \\ -4 & -5 & 14 & -43 \end{pmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение $X = A - BX$ относительно X , где

$$A = \begin{pmatrix} 363 & -160 & -65 \\ -236 & 48 & 16 \\ 160 & -64 & -16 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -5 & 1 & -19 \\ 0 & 3 & 14 \\ 0 & 0 & -9 \end{pmatrix}$$

4. Решите уравнение $ABA^{-2} = C^{-1}XC^{-1}$ относительно подстановки X , где:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 5 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 3 & 2 & 5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Разложите подстановку

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 6 & 3 & 2 & 1 & 8 & 9 & 7 \end{pmatrix}$$

В произведение независимых циклов. Определить порядок подстановки. Вычислить σ^{-733} .

6. Найдите все подстановки, перестановочные с данной

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 6 & 1 & 5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Найти определитель:

$$\begin{vmatrix} 15 & 18 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ -63 & 15 & 18 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -63 & 15 & 18 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 15 \end{vmatrix}$$

8. Найти многочлен наименьшей степени по таблице его значений

x	-4	2	0	4	-3
$f(x)$	-821	-23	-1	-589	-253

9. Найти все значения λ , при которых вектор-столбец b линейно выражается через a_1, a_2, a_3

$$a_1 = \begin{pmatrix} -9 \\ 7 \\ 1 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 9 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ \lambda \end{pmatrix}$$

10. Найти ранг матрицы в зависимости от вещественного параметра λ

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 2 & -4 \\ 3 & \lambda & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 2 & -2 \\ -1 & 0 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$