

**Дифференцируемость функции многих переменных в точке.
Производная по направлению**

1. Найти область определения функции и вычислить частные производные функции на ней

$$f(x; y) = x + y^2 + \ln(x + y^2).$$

Доказать, что функция дифференцируема в точке $(0; 1)$ и найти дифференциал функции в этой точке.

2. Исследовать функцию на дифференцируемость в точке $(0; 0)$

$$a) f(x; y) = \sqrt[3]{xy}, \quad b) f(x; y) = \cos \sqrt[3]{xy},$$

$$c) f(x; y) = \arcsin(xy + \sqrt[3]{x^3 + y^3}), \quad d) f(x; y) = \frac{\ln \left(\frac{1+xy}{1-xy} \right) - 2xy}{(x^2 + y^2)^{5/2}}.$$

3. Для функции $f(u; v)$ найти f'_x и f'_y , считая что f'_u и f'_v известны и

$$u = x \cos y, \quad v = x \sin y.$$

4. Найти производную функции $f(x; y; z)$ в направлении \vec{l} в точке M , если

$$f(x; y; z) = x^3 + 2xy^2 + 3yz^2, \quad \vec{l} = (2; 2; 1), \quad M(3; 3; 1).$$

5. Найти градиент функции $f(x; y; z) = \operatorname{arctg} \frac{xy}{z^2}$ в точке $M(0; 1; 2)$.

6. Найти производную в направлении внешней нормали к линии уровня функции $f(x; y) = x^2 + y^2$ в каждой точке.