

ДЗ к семинару 31

Задача 1. Построить ортогональный базис подпространства, натянутого на систему векторов

$$u_1 = (1, 2, 2, -1), \quad u_2 = (1, 1, -5, 3), \quad u_3 = (3, 2, 8, -7).$$

Задача 2. Дополнить до ортогонального базиса пространства \mathbb{R}^4 набор векторов

$$v_1 = (1, -2, 2, -3), \quad v_2 = (2, -3, 2, 4).$$

Задача 3. Дополнить до ортонормированного базиса пространства \mathbb{R}^3 набор векторов

$$v_1 = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \quad v_2 = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right).$$

Задача 4. В пространстве многочленов $\mathbb{R}[x]_{\leq 3}$ определим скалярное произведение

$$(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx.$$

Найти матрицу Грама базиса $1, x, x^2, x^3$ относительно этого скалярного произведения.

Задача 5. Найти базис ортогонального дополнения U^\perp подпространства U , натянутого на векторы

$$u_1 = (1, 0, 2, 1), \quad u_2 = (2, 1, 2, 3), \quad u_3 = (0, 1, -2, 1).$$