Homework 16.

1. Какие отобр. $f: \mathbb{C}^\times \to \mathbb{R}^\times$ явл. гомоморфизмом

1) $f(z) = \frac{1}{|z|}$

$f(zw) = \frac{1}{|zw|} = \frac{1}{|z||w|} = \frac{1}{|z|} \cdot \frac{1}{|w|} = f(z) \cdot f(w) \Rightarrow$ гомоморфизм

2) $f(z) = 1 + |z|$

$f(zw) = 1 + |zw| = 1 + |z| \cdot |w|$

$\neq$ $\Rightarrow$ не гомоморф.

$f(z) \cdot f(w) = (1 + |z|)(1 + |w|) = 1 + |zw| + |z| + |w|$

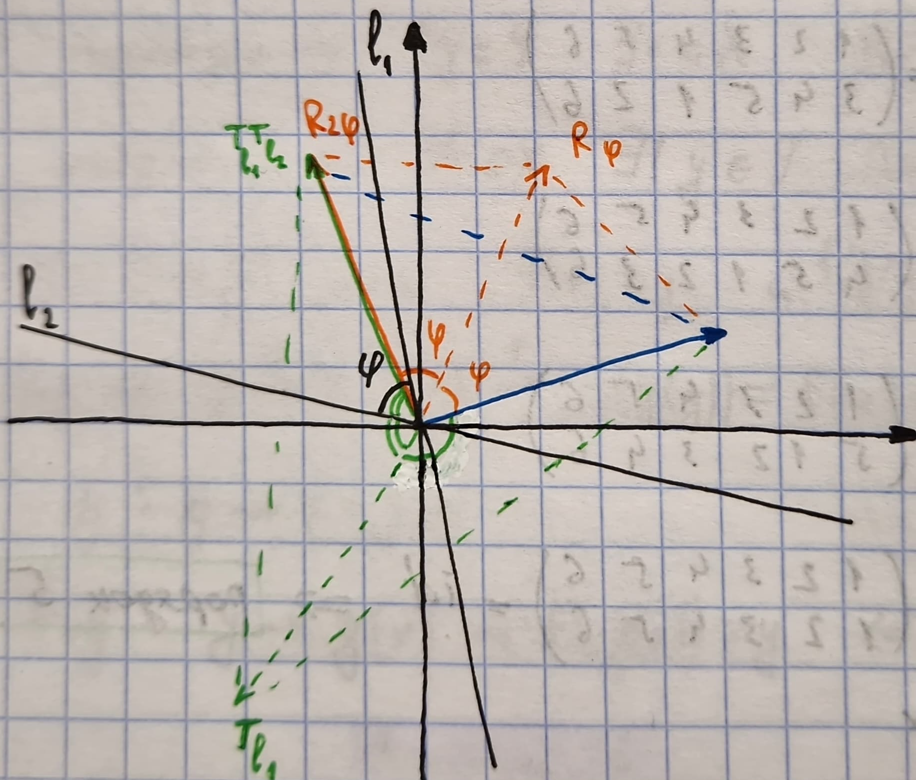
3) $f(z) = 2$

$f(zw) = 2$

$\neq$ $\Rightarrow$ не гомоморфизм

$f(z) \cdot f(w) = 2 \cdot 2 = 4$

② Док-ть, если l_1 и l_2 – прямые на плоскости, φ – угол между l_1 и l_2 против час. стрелки, то $T_{l_1} T_{l_2} = R_{2\varphi}$.



③ Найти порядок элемента группы

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix} \in S_6$ (НОК(1,5) = 5)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 6 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}^4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = id \Rightarrow \boxed{\text{порядок } 5}$$

2) $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} i \in \mathbb{C}^{\times}$

$$\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$$

$$id = 1 = e^{i(0+2\pi k)}$$

$$\left(e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}\right)^x = e^{2\pi k i} \qquad k \in \mathbb{Z}$$

$$ix\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 2\pi k i \qquad | : i$$

$$x = \frac{2\pi k}{-\frac{\pi}{4}} \qquad | \cdot \frac{4}{\pi}$$

$$x = \frac{8k}{-1} = -8k$$, т.к. $x > 0$, то $k = -1 \Rightarrow \boxed{\text{порядок } 8}$

3) $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \in GL_2(\mathbb{C})$

$$\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = Id$$

$\boxed{\text{Порядок } 3}$