

## ДЗ к семинару 20

**Задача 1.** Найти все собственные нормальные подгруппы в группе  $A_4$ .

**Задача 2.** Чему изоморфна факторгруппа  $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ?

**Задача 3.** Доказать, что в группе  $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$  каждый элемент имеет конечный порядок.

**Задача 4.** Доказать, что

$$\mathbb{Q}^\times \cong \mathbb{Z}_2 \times \prod_{p \in \mathcal{P}} \mathbb{Z},$$

где  $\mathcal{P}$  – это множество всех простых чисел. Вывести отсюда

$$\mathbb{Q}^\times / (\mathbb{Q}^\times)^2 \cong \mathbb{Z}_2 \times \prod_{p \in \mathcal{P}} \mathbb{Z}_2.$$

Здесь под  $(\mathbb{Q}^\times)^2$  понимается множество всех квадратов ненулевых рациональных чисел.