

Число e . Предел функции по Коши.

1. Найти следующие сходимости

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{kn}\right)^n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{kn}\right)^n, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{k}{n}\right)^n, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{k}{n}\right)^n, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{p}{n}\right)^n, \quad p \in \mathbb{Q}.$$

2. Вычислить пределы, используя арифметику предела и результаты предыдущей задачи

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+3}{2n-1}\right)^n, \quad b) \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{\frac{n}{2}}, \quad c) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-2}\right)^{n^2}.$$

3. Вычислить пределы, используя теорему о зажатой последовательности и известные сходимости

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n(n+2)}\right)^n, \quad b) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2^n+3}{2^n-1}\right)^n.$$

4. Доказать по определению сходимость

$$\lim_{x \rightarrow 5} x^2 = 25.$$

5. Показать, что у функции $y = \sin \frac{\pi}{x}$ нет предела в нуле.