

ДЗ к семинару 24

Задача 1. Пусть в некотором базисе векторы заданы своими координатами:

$$e_1 = (2, 1, -3), \quad e_2 = (3, 2, -5), \quad e_3 = (1, -1, 1),$$

$$x = (6, 2, -7).$$

Доказать, что векторы e_1, e_2, e_3 сами образуют базис и найти координаты вектора x в этом базисе.

Задача 2. Доказать, что каждая из двух систем

$$e_1 = (1, 1, 1), \quad e_2 = (1, 2, 1), \quad e_3 = (1, 1, 2)$$

и

$$e'_1 = (1, 0, 3), \quad e'_2 = (-2, -3, -5), \quad e'_3 = (2, 2, 5)$$

является базисом и найти матрицу перехода между этими базисами.

Задача 3. Найти координаты многочлена

$$f(x) = 2x^2 + 3 \in F[x]_{\leq 2}$$

в базисе $x^2 + 2x + 1, \quad x - 1, \quad 1$.

Задача 4. Найти базис подпространства в F^n , заданного уравнениями

$$x_1 = x_2 = \dots = x_n.$$

Задача 5. Найти размерность и базис линейного подпространства, натянутого на векторы

$$a_1 = (1, 1, 1, 1), \quad a_2 = (1, 1, -1, -1), \quad a_3 = (2, 2, 0, 0), \quad a_4 = (1, 1, 5, 5), \quad a_5 = (1, -1, -1, 0).$$

Выразить все a_i через найденный базис.

Задача 6. Найти ОСЛУ, задающую линейную оболочку векторов

$$a_1 = (1, -1, 1, -1), \quad a_2 = (1, 1, 0, 0), \quad a_3 = (3, 1, 1, -1).$$