

**Асимптоты. О-символика.**

1. Найти естественную область определения функции, заданной формулой. Найти вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты. Построить эскиз графика.

$$a) \quad f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 1}{x + 1}}, \quad b) \quad f(x) = x + \frac{\sin x}{x}.$$

2. (a) Следует ли из того, что  $f(x) = O(x^3)$  при  $x \rightarrow 0$ , что  $f(x) = O(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ .
- (b) Следует ли из того, что  $f(x) = O(x^3)$  при  $x \rightarrow 0$ , что  $f(x) = O(x^3)$  при  $x \rightarrow +\infty$ .
- (c) Следует ли из того, что  $f(x) = o(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ , что  $f(x) = o(x^3)$  при  $x \rightarrow 0$ .
- (d) Следует ли из того, что  $f(x) = O(x^3)$  при  $x \rightarrow 0$ , что  $f(x) = o(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ .
3. Какие из следующих утверждений верны при  $x \rightarrow 0$ ?
- (a) Если  $f_1(x) = o(g(x))$  и  $f_2(x) = o(g(x))$ , то  $f_1(x) + f_2(x) = o(g(x))$ ;
- (b) Если  $f_1(x) = O(g(x))$  и  $f_2(x) = O(g(x))$ , то  $f_1(x) \cdot f_2(x) = O(g(x))$ ;
- (c) Если  $f_1(x) = O(g_1(x))$  и  $f_2(x) = o(g_2(x))$ , то  $f_1(x) \cdot f_2(x) = o(g_1(x) \cdot g_2(x))$ .
4. Пусть известно, что  $f(x) = 1 + 2x + o(x)$  при  $x \rightarrow 0$ . Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .
5. Пусть известно, что  $f(x) = 1 + 3x + O(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ . Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1}{x}$ .
6. Пусть  $f(y) = y + 2y^2 + o(y^2)$  при  $y \rightarrow 0$ . Представить  $f(3x + x^2)$  в виде  $P(x) + o(x^2)$  при  $x \rightarrow 0$ , где  $P(x)$  - многочлен степени не выше второй.