Homework 7a.

#1.

a) 8 вершин, 23 ребра, вершина степени 1.

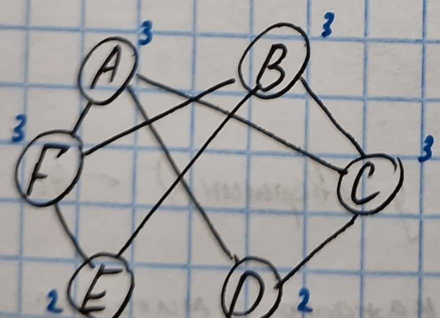
Удалим вершину степени 1 и ребро, связанное с ней.

Тогда осталось 7 вершин и 22 ребра.

Но среди 7 вершин может быть максимум $\frac{7 \cdot 6}{2} = 21$ рёбер

Противоречие. $\Rightarrow$ не существует

b) $\{3, 3, 3, 3, 2, 2\}$



#3.

Граф G, 400 вершин, каждая степени 201

$$|N_G(x)\setminus\{y\}| = |N_G(y)\setminus\{x\}| = 200$$

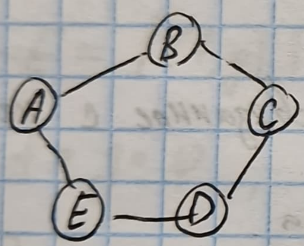
$$\underbrace{|N_G(x)\setminus\{y\}|}_{N'_G(x)} \qquad \underbrace{|N_G(y)\setminus\{x\}|}_{N'_G(y)}$$

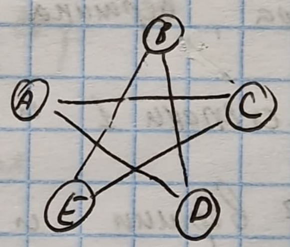
$$\underbrace{|N'_G(x)| + |N'_G(y)|}_{200+200=400} = \underbrace{|N'_G(x) \cup N'_G(y)|}_{400-2=398} + |N'_G(x) \cap N'_G(y)|$$

$\Rightarrow |N'_G(x) \cap N'_G(y)| = 2 \quad \Rightarrow \quad \exists z: \ zEx, \ zEy, \ xEy$

$\Rightarrow K_3 \cong (\{x, y, z\}, \{xz, xy, zx, zy, yz, yx\}) \leq G$ ч.т.д.

#4.





$A \mapsto A$
$B \mapsto C$
$C \mapsto E$
$D \mapsto B$
$E \mapsto D$

$G_1 \cong G_2$, но $G_i \cong \bar{G}_i \quad \forall i$

#7.

От противного. Пусть есть x и y (вершины) — не братья.
Без x и y 5 вершин. Т.к. у каждого минимум 3 брата,
то рёбер у x и y в сумме хотя бы 6.
По принципу Дирихле, противоречие $5<6$. $\Rightarrow$ x и y братья.