

Методы подсчета неопределенного интеграла.

1. Вычислить неопределенный интеграл, преобразовав подинтегральную функцию

$$a) \int \frac{(\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x})^2}{x} dx, \quad b) \int \cos^2 \frac{x}{2} dx, \quad c) \int 3^x \cdot 5^{2x} dx.$$

2. Вычислить неопределенный интеграл, занеся множитель под знак дифференциала

$$a) \int (3x - 5)^{10} dx, \quad b) \int x^2 \sqrt[5]{5x^3 + 1} dx$$
$$c) \int \operatorname{tg} x dx, \quad d) \int \frac{x^7}{\sqrt{1 - x^{16}}} dx$$

3. Вычислить неопределенный интеграл методом замены переменной

$$a) \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x}}, \quad b) \frac{dx}{\sqrt{e^x + 1}}.$$

4. Вычислить неопределенный интеграл, используя интегрирование по частям

$$a) \int x^2 \cdot e^x dx, \quad b) \int \arccos^2 x dx, \quad c) \int e^x \cdot \cos x dx.$$

Домашнее задание

1. Найти все первообразные функции

$$f(x) = |1 + x| - |1 - x|, x \in \mathbb{R}.$$

2. (а) Доказать, что функция $f(x) = \operatorname{sign}(x)$ не имеет на промежутке \mathbb{R} ни одной первообразной.

(б) Привести пример разрывной функции, для которой на промежутке \mathbb{R} первообразная существует.

3. Вычислить неопределенный интеграл, преобразовав подинтегральную функцию

$$a) \int \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{x}} dx, \quad b) \int \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} dx, \quad c) \int \sin^2 \frac{x}{2} dx.$$

4. Вычислить неопределенный интеграл, занеся множитель под знак дифференциала или методом замены переменной

$$a) \int \frac{6x - 7}{3x^2 - 7x + 1} dx, \quad b) \int x^3 \cdot \sqrt{x^2 - 1} dx, \quad c) \int e^{2x^2 + 2x - 1} (2x + 1) dx$$

$$d) \int \frac{2^x}{\sqrt{1 - 4^x}} dx, \quad e) \int \frac{dx}{x \ln x \ln \ln x}, \quad f) \int \sin^6 x \cos x dx$$

$$g) \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx, \quad h) \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{1 + 2 \cos x}}, \quad i) \int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2} \arcsin x}$$

5. Вычислить неопределенный интеграл, используя интегрирование по частям

$$a) \int x \ln x dx, \quad b) \int \operatorname{arctg} x dx, \quad c) \int \frac{\arcsin x}{x^2} dx.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. (Том 2, гл.1, §1, №6) Найти все первообразные функций

$$a) f(x) = (2x - 3)|x - 2|, \quad x \in \mathbb{R}, \quad b) f(x) = e^{|x|}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

2. Вычислить неопределенный интеграл, занеся множитель под знак дифференциала или методом замены переменной

(Том 2, гл.1, §1, №13(7), №14(1), №15(2))

$$a) \int \frac{dx}{\sqrt{e^x - 1}}, \quad b) \int \frac{\ln^2 x}{x} dx, \quad c) \int \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx$$

(Том 2, гл.1, §1, №15(7), №15(8), №15(9))

$$d) \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, \quad e) \int \sqrt{\sin x} \cos^5 x, \quad f) \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt{\cos x}} dx$$

(Том 2, гл.1, §1, №16(2), №16(4), №16(6))

$$g) \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1 - x^2}} dx, \quad h) \int \frac{\ln \arccos x}{\sqrt{1 - x^2} \arccos x} dx, \quad i) \int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} dx.$$

3. Вычислить неопределенный интеграл, используя интегрирование по частям

(Том 2, гл.1, §1, №№ 19(2,3,6), 20 (7), 21(3), 23(1))

$$a) \int x \sin^2 x dx, \quad b) \int \frac{x}{\cos^2 x} dx, \quad c) \int \sin x \cdot \ln \operatorname{tg} x dx, \\ d) \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx, \quad f) \int x^2 \sin 2x dx, \quad g) \int \ln^2 x dx.$$