

Программа 1-го коллоквиума по курсу “Математический анализ” ПИ ФКН
ВШЭ.

1. Понятие высказывания и n -местного предиката. Логические операции. Кванторы. Построение отрицания к высказыванию с кванторами.
2. Доказательства методами математической индукции и от противного. Неравенство Бернулли.
3. Перестановки, размещения и сочетания. Бином Ньютона.
4. Понятие последовательности. Предел последовательности. Единственность предела. Ограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие и отделимые от нуля последовательности. Связь между ними. Ограниченность сходящейся последовательности. Отделимость от нуля последовательности, сходящейся не к нулю.
5. Арифметические свойства предела последовательности.
6. Предельный переход в неравенствах. Теорема о зажатой последовательности.
7. Ограниченные подмножества действительных чисел. Аксиома непрерывности действительных чисел. Верхняя и нижняя грань. Точная верхняя и точная нижняя грань. Теорема о существовании точной верхней и нижней грани.
8. Теорема Вейерштрасса.
9. Число e . Постоянная Эйлера.
10. Подпоследовательность. Предельная точка последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
11. Частичный предел. Верхний и нижний предел. Эквивалентность понятий частичного предела и предельной точки.
12. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши.
13. Предел функции в точке и на бесконечности: определения по Коши и по Гейне. Эквивалентность двух определений. Односторонние пределы. Бесконечный предел.
14. Арифметика предела функции. Предельный переход в неравенствах. Теорема о зажатой функции.
15. Асимптоты и их вычисление.
16. Теорема о пределе сложной функции.

Пример билета на коллоквиум:

- (1) Число e . (2 балла)
- (2) Эквивалентность определений предела функции по Коши и по Гейне. (2 балла)
- (3) а) Доказать, что сумма ограниченной и б.б. есть б.б. (1 балл) б) Верно ли, что сумма б.б. и б.б. есть б.б.? Если да - доказать, если нет - привести контрпример и уточнить формулировку, чтобы она стала верной и доказать. (1 балл)

Регламент:

Вы приходите на коллоквиум согласно [графику](#). Оставляете выключенный телефон в сумке, сумку оставляете при входе. Подходите к экзаменатору с 5-7 чистыми листами А4, пишущими принадлежностями и водой\шоколадкой\медикаментами. Берете билет. Пишете на Билете свою фамилию, садитесь готовиться.

Время на подготовку билета - 40 минут. Пишете билет подробно, опуская абзацы текста (не сочинение пишем), но записывая все формулы и логические переходы. Как будете готовы - поднимите руку.

После ответа по билету экзаменатор задаст 4 вопроса на формулировки из программы (суммарно можно получить 2 балла). На каждого студента выделено максимум 20 минут на ответ.

В случае, если студент получает 7 или 8 баллов за билет и формулировки, он может попросить доп.задачу на тему верхних и нижних граней, верхних и нижних пределов последовательности. Доп.время на эту подготовку - 20 минут.

По окончании сдачи студент сдает все свои листы, билет и доп.задачу.

Доп.задача.

Для успешного решения задачи необходимо уметь доказывать, что

- последовательность сходится тогда и только тогда, когда у нее совпадают верхний и нижний пределы
- верхний предел есть точная верхняя грань множества предельных точек последовательности, а нижний - точная нижняя грань.
- верхний и нижний предел есть частичные пределы.

Почти наверное задачи будут из нашего задачника Кудрявцева (параграф 8, номера 116-140)