Сходимость знакопостоянных рядов

1. Исследовать на сходимость ряды используя признак сравнения

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n(n+1)}$$
, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5+3(-1)^n}{2^{n+3}}$, c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$.

2. Исследовать на сходимость ряды используя предельный признак сравнения

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n + n^4}{3^n + \ln^2(n+1)}$$
, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^2 + 5n + 1}{\sqrt{n^6 + 3n^2 + 2}}$,

c)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{\pi}{\sqrt[3]{n^2}} \right)$$
, d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \sqrt[3]{\frac{n-1}{n+1}} \right)^{\alpha}$, f) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{1 + \operatorname{tg}(1/\sqrt{n})}{1 + \operatorname{arctg}(1/\sqrt{n})}$.

3. Исследовать на сходимость ряды используя интегральный признак сравнения

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-n^3}$$
, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln^{\beta} n}$.

4. Исследовать на сходимость ряды используя признак Даламбера

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$$
, $a > 0$, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n n!}{n^n}$.

5. Исследовать на сходимость ряды используя признак Коши

a)
$$\sum_{n=1}^{\infty} n^5 \left(\frac{3n+2}{4n+3}\right)^n$$
, b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n}{n+5}\right)^n \cdot \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}$.

Домашнее задание

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}a_n$ используя признак сравнения

a)
$$a_n = \frac{\cos(\pi/(4n))}{\sqrt[5]{2n^5 - 1}}$$
, b) $a_n = \frac{n+2}{n^2(4+3\sin(\pi n/3))}$, c) $a_n = \frac{\arctan(n^2 + 2n)}{3^n + n^2}$.

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ используя предельный признак сравнения

a)
$$a_n = \frac{3n+1}{(2n+1)^2}$$
, b) $a_n = \sin \frac{2n+1}{n^3+5n+3}$,
c) $a_n = \sqrt{\frac{n-1}{n^2+1}} \operatorname{arctg} \frac{n+1}{\sqrt[3]{n^4+4}}$.

- 3. С помощью интегрального признака и необходимого условия исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\alpha} \ln^{\beta} n}$ при всех значениях параметров.
- 4. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}a_n$ используя признак Даламбера

a)
$$a_n = \frac{(2n+1)!}{(3n+4)3^n}$$
, b) $a_n = \frac{n^{2n}(2n)!}{5^{2n}(n!)^4}$.

5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ используя признак Коши

a)
$$a_n = \left(\frac{\sqrt{n}+2}{\sqrt{n}+3}\right)^{n^{3/2}},$$
 b) $a_n = \left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^{n(n-1)}.$

Задачи для самостоятельного решения

Том 2, гл.4, §14

1. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ используя признак сравнения

$$a)(2.2) \ a_n = \frac{\arctan n}{n^2 + 1}, \qquad b)(3.1) \ a_n = \frac{\arcsin \frac{n-1}{n+1}}{n\sqrt{\ln(n+1)}}$$

$$c)(3.3) \ a_n = \frac{\cos^4 \frac{2n}{n+1}}{\sqrt{n^2+4} - \sqrt{n^2+1}}, \qquad d)(3.6) \ a_n = n^2 e^{-n}.$$

2. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ используя предельный признак сравнения

$$a)(4.3) \ a_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n\sqrt[3]{n}}\right), \quad b)(5.2) \ a_n = n \operatorname{tg} \frac{n+2}{n^2+3}, \quad c)(5.6) \ a_n = \ln\frac{n^2+4}{n^2+3},$$
$$d)(5.4) \ a_n = \frac{\ln(1+\sin(1/n))}{n+\ln^2 n}, \quad e)(5.8) \ a_n = \arcsin\frac{(\sqrt{n}+1)^3}{n^3+3n+2}.$$

3. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}a_n$ используя признак Даламбера

$$a)(19.5) \ a_n = \frac{2 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (3n+2)}{2^n \cdot (n+1)!}, \quad b)(19.9) \ a_n = \frac{5^{2n}(n!)^3}{(3n)!},$$
$$c)(19.13) \ a_n = \frac{3^{2n}(n!)^4}{(3n)! \cdot (n+1)!}.$$

4. Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{+\infty}a_n$ используя признак Коши

a)(21.6)
$$a_n = 3^{n+1} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2},$$
 b)(21.9) $a_n = \left(\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2},$

$$c)(22.4) a_n = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{\sqrt{n^3+3n+1}}.$$