

Homework #1.

#1.

$$(a) (((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A$$

Проверим, когда высказывание ложно:

$$F(A) \quad T(((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A)$$

$$F(((A \rightarrow B) \rightarrow A) \rightarrow A) \quad T((A \rightarrow B) \rightarrow A)$$

$$F(A \rightarrow B)$$

Но чтобы выполнялось $F(A \rightarrow B)$, необходимо $F(B)$ и $T(A)$ - противореч.

$$(b) (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

Проверим, когда высказывание ложно:

$$T(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \quad F((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$

$$T(A \rightarrow B) \quad F(A \rightarrow C)$$

$$T(A), T(B) \quad F(C)$$

Но при $T(A), T(B), F(C)$ $B \rightarrow C = 0$; $A \rightarrow 0 = 0$ - ложно

$\Rightarrow T(A)$ и $F(A)$ - противоречие

$$(c) (A \rightarrow (C \wedge D)) \rightarrow (((A \rightarrow B) \wedge (E \rightarrow \bar{D})) \rightarrow ((C \rightarrow B) \vee (D \wedge B \wedge \bar{E})))$$

Проверим, когда высказывание ложно:

$$T(A \rightarrow (C \wedge D)) \quad F(((A \rightarrow B) \wedge (E \rightarrow \bar{D})) \rightarrow ((C \rightarrow B) \vee (D \wedge B \wedge \bar{E})))$$

$$T((A \rightarrow B) \wedge (E \rightarrow \bar{D})) \quad F((C \rightarrow B) \vee (D \wedge B \wedge \bar{E}))$$

$$T(A \rightarrow B); T(E \rightarrow \bar{D}) \quad F(C \rightarrow B); F(D \wedge B \wedge \bar{E})$$

$T(C)$ $F(B)$

Т.к. $F(B)$, то чтобы было $T(A \rightarrow B)$, надо $F(A) \Rightarrow$

$T(A \rightarrow (C \wedge D))$ - верно

Т.к. $F(D \wedge B \wedge \bar{E})$ выполнено при $F(B)$, то можно взять $F(D)$, чтобы выполнялось $T(E \rightarrow \bar{D})$.

Следовательно, всё необходимое выполнено, и при $A=B=D=0, C=E=1$

$$(0 \xrightarrow{1} (1 \xrightarrow{0} 0)) \xrightarrow{0} (((0 \xrightarrow{1} 0) \wedge (1 \xrightarrow{1} \neg 0)) \xrightarrow{0} ((1 \xrightarrow{0} 0) \vee (0 \wedge 0 \wedge \bar{1}))) = 0$$

Ответ: а - тавтология
б - тавтология
в - не тавтология.

#2.

$$(a) (A \wedge B) \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (B \vee C)$$

A	B	C	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee C$	$A \vee C$	$B \vee C$	$(A \vee C) \wedge (B \vee C)$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

$$(d) (A \wedge B) \vee A \equiv A \equiv A \wedge (A \vee B)$$

A	B	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \vee A$	$A \vee B$	$A \wedge (A \vee B)$
0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	1	1	1

$$(p) \bar{A} \rightarrow B \equiv \bar{B} \rightarrow A$$

A	B	$\bar{A} \rightarrow B$	$\bar{B} \rightarrow A$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

#3.

$$a) 12 : x$$

$$\delta) (x=4) \vee (x=11)$$

$$b) (x:2) \rightarrow (x=6)$$

$$r) 4 \leq x \leq 6$$

$$g) (22:x) \wedge (x < 22)$$

$$e) (x=7) \vee (x=12)$$

Если верно а, то $x = \begin{cases} 1 - \text{верно } g \\ 2 - \text{верно } g \\ 3 - \text{верно } b \\ 4 - \text{верно } r \\ 6 - \text{верно } r \\ 12 - \text{верно } e \end{cases} \Rightarrow \text{не подходит}$

Если верно δ , то $x=4$, тогда верно а; $x=11$, тогда верно g . \Rightarrow не подходит

Если верно b , то $x=6$, тогда верно а, или $x=2k+1, k \in \mathbb{N}$ (кроме

$x=5, 7, 11$) \Rightarrow подходит, т.к. остальные утв. ложные.

Если верно Γ , то ^{при} $x=4$ и $x=6$ верно α , при $x=5$ верно β . \Rightarrow не подходит

Если верно δ , то при $x=1$ и $x=2$ верно α , при $x=11$ верно β . \Rightarrow не подходит

Если верно ϵ , то при $x=7$ верно β , при $x=12$ верно α . \Rightarrow не подходит

Ответ: " β ".