Homework 6a.

#1.

a) $A = \{1, 2, 3\}$

$R = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$

b) $A = \{1, 2, 3\}$

$R = \{(1,2), (2,3), (1,3)\}$

c) Не существует, т.к если оно симметрично и транзитивно, то должен быть элемент (a, a), который препятствует рефлексивности $((a, b)$ и $(b, a) \to (a, a)$ - транзитивность)

#2.

P и Q иррефлексивны

1) P^{-1} так же иррефлексивно, т.к. в P нет эл-тов (x, x), а в P^{-1} тоже не будет (x, x) (x и x поменяли местами, но они равны).

2) $P \cup Q$ тоже иррефл., т.к. в P не было пар (x, x) и в Q не было, а в объединении новых элементов не появится. Аналогично, $P \cap Q$ иррефл.

#3.

Рассмотрим $\varphi(x) = \{y \mid y \leq x\}$, где $x, y \in A$.

$\forall a < b \quad \varphi(a) \subseteq \varphi(b) \quad a, b \in A$

Для $\forall x \in A$ $\varphi(x)$ будет содержать как минимум 1 элемент x,

поэтому $\max_{\leq} A \neq \varnothing$.

#4.

Т.к. $\max_{\leq} A = \{x\}$, то $\forall y \in A \quad y \leq x$ и максимальный элемент – единственный, поэтому x – наибольший в A.

#5

Цепь: $\ldots, 4\mathbb{N} \setminus \{0\}, 4\mathbb{N}, 4\mathbb{N} \cup \{1\}, \ldots$

Влево: удаляем 1 элемент, кратный 4 (сначала 0, потом 4, 8, ...)

Вправо: добавляем 1 элемент вида $4k+1$ (сначала 1, потом 5, 9, ...)

Порядок не будет нарушен, наиб. и наим. элемента нет тоже.

#7.

Например, $\{(x, x)\}$ $x \in \mathbb{R}$.