

Исследование сходимости несобственного интеграла.

1. Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \cos 2x dx; \quad b) \int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} \quad c) \int_0^{\infty} e^{-ax} \cos(bx) dx;$$

$$d) \int_2^{\infty} \frac{dx}{3x - \sin 7x}; \quad e) \int_0^{\infty} x^n e^{-x} dx, \quad n \in \mathbb{N}.$$

2. Исследуйте сходимость следующих интегралов::

$$a) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x^{1.1}} dx; \quad b) \int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x} dx; \quad c) \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx;$$

$$d) \int_1^{\infty} \frac{x^2 - 5x + 1}{x^4 + 18x + 90} dx; \quad e) \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt[3]{x^3 + 2x^2}}{x \ln^2 x} dx;$$

$$f) \int_0^{\infty} \arctan x \cdot \cos x dx.$$

3. Исследуйте сходимость следующих интегралов в зависимости от значения параметра:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^{\alpha}} dx, \quad \alpha \in \mathbb{R}; \quad b) \int_0^{\infty} \frac{\arctan x}{x^p} dx, \quad p \in \mathbb{R}.$$

Домашнее задание

1. Вычислить несобственный интеграл, или установить его расходимость:

$$a) \int_0^{\infty} \arctan \sqrt[7]{x^2 + 4} dx; \quad b) \int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{(1 + x^2)^2} dx; \quad c) \int_0^1 \cos^2(\ln x) dx;$$

$$d) \int_0^1 x^n (1 - x)^{\alpha-1} dx, \quad n \in \mathbb{N}, \alpha > 0; \quad e) \int_0^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + x + 1)^2}.$$

2. Исследуйте сходимость следующих интегралов:

$$a) \int_0^{\infty} \frac{e^{-3x}}{1 + x^2} dx; \quad b) \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{e^x - 1}} dx; \quad c) \int_0^{\infty} \frac{\arctan 3x - \arctan 5x}{x} dx;$$

$$d) \int_1^{\infty} \frac{x^{5/2}}{(1 + x^2)^2} dx; \quad e) \int_0^{\infty} \ln \left(1 + \sin \frac{1}{x} \right) dx; \quad f) \int_2^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt[3]{x^4 + 1}} dx.$$

3. Исследуйте сходимость следующих интегралов в зависимости от значения параметра:

$$a) \int_1^{\infty} \frac{\sin x}{x^{\alpha}} dx, \quad \alpha \in \mathbb{R}; \quad b) \int_0^{\infty} \frac{x^p \arctan x}{\sqrt{4 + x^q}} dx, \quad p \in \mathbb{R}, q > 0.$$