ДЗ к семинару 18

Задача 1. Привести пример плоской геометрической фигуры, группа движений которой изоморфна $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$.

Задача 2. Доказать, что группа собственных движений тетраэдра изоморфна группе чётных перестановок четырёх элементов A_4 .

Указание. Рассмотреть перестановки вершин тетраэдра и вычислить сначала группу всех движений тетраэдра, а затем выяснить, какие являются собственными.

Задача 3. Пусть G – группа, в которой для всех $x \in G \setminus \{1\}$ выполнено $\operatorname{ord}(x) = 2$. Доказать, что G абелева.

Задача 4. Доказать, что группа порядка 4 изоморфна либо группе $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$, либо \mathbb{Z}_4 (и, в частности, коммутативна).