Лекция

Условные экстремумы

$f_0(\vec{x})$ - min, max

$f_i(\vec{x}) = 0 \quad 1 \leq i \leq n$

$$L(\vec{x}, \vec{\lambda}) = f_0(\vec{x}) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i f_i(\vec{x})$$

Необх. усл. экстр.

Если $\vec{x_0}$ - лок. услов. экстрем., то

$$\Rightarrow \begin{cases} \left.\dfrac{\partial L}{\partial x_i}\right|_{\vec{x_0}} = 0 \\ f_i(\vec{x_0}) = 0 \end{cases}$$

Достаточное условие экстремума

$\vec{x_0}$ - решение при $\vec{\lambda_0}$

$$f(\vec{x}) = f(\vec{x_0}) = \underbrace{0} + \underbrace{\Delta \vec{x}^T \cdot \Gamma \cdot \Delta \vec{x}} + o()$$

$$L(\vec{x}; \vec{\lambda_0}) = \underbrace{\quad}_{0} + \Delta \vec{x}^T \cdot \Gamma \cdot \Delta \vec{x}$$

м-ца Гессе

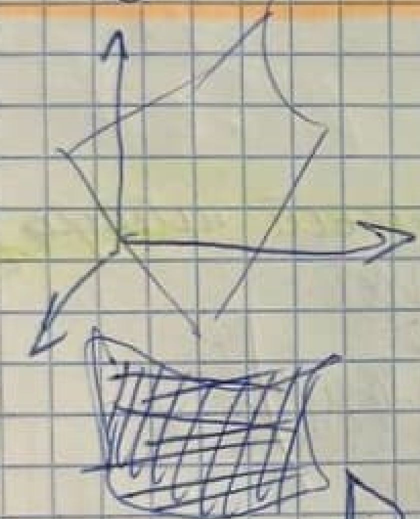
$\Delta \vec{x}^T \cdot \Gamma \cdot \Delta x$

$d\vec{x}^T \cdot (\text{М-ца } \Gamma.)\, d\vec{x}$

$n - m$

$$\sum_{j=1}^{n} \frac{\partial f_i}{\partial x_j}\Big|_{\vec{x}_0} \cdot dx_j =$$

М-цу Гессе нужно использовать независимые переменные.



D

$$\iint f(x;y)\,dx\,dy$$

$$D = \bigcup_{i=1}^{n} D_i$$

$$\sum_{i=1}^{n} f(x_i;y_i)\cdot S(D_i) \to A$$

$(x_i;y_i) \in D_i$

$\max_i S(d_i) \to 0$

Двумерно-

V

Объёмы в трёхмерном

Связное мн-во — если есть путь между двумя точками мн-ва $\in$ мн-ву.

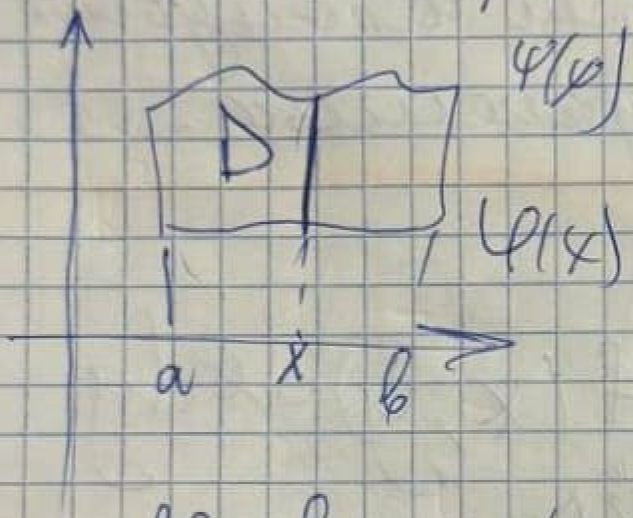
посмотреть Минимоуг(д :)

$\boxed{1}$ Разделение по интегралу

Аддитивность.

По функции - линейн.

Теор. (переход от ~~двойн~~ кратного к повторному)



Повторный интеграл

$$\iint\limits_D f(x;y)\,dx\,dy = \int_a^b \left(\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x;y)\,dy \right) dx$$

$$\sum_{i=1}\sum_{j} f(x_i;y_j)\cdot\Delta x_i\cdot\Delta y_j =$$

$$= \sum_{i} \Delta x_i \sum_{j} f(x_i;y_j)\cdot\Delta y_j$$

2 Замена переменной.

D $\qquad\qquad\qquad\qquad$ G

$(x;y) \longleftrightarrow (u;v)$

$x = x(u;v)$

$y = y(u;v)$

$$\iint\limits_D f(x;y)\,dx\,dy =$$

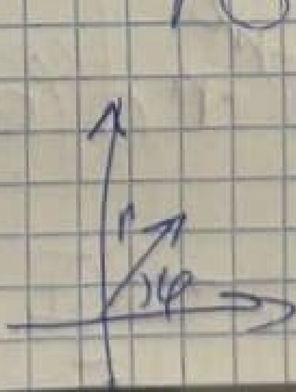
$$= \iint\limits_G f(x(u,v), y(u;v)) \cdot \left|\frac{\partial(x;y)}{\partial(u;v)}\right| du\,dv$$

$$\begin{vmatrix} x'_u & x'_v \\ y'_u & y'_v \end{vmatrix}$$

Полярная замена координат

$x = r \cdot \cos\varphi$

$y = r \cdot \sin\varphi$



Якобиан

$$\begin{vmatrix} \cos\varphi & -2\sin\varphi \\ \sin\varphi & r\cos\varphi \end{vmatrix} = r\cos^2\varphi + r\sin^2\varphi = r$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

$$\iint_{\mathbb{R}^2} e^{-(x^2+y^2)} dx\,dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-(x^2+y^2)} dy \right) dx$$

$$e^{-x^2} \cdot e^{-y^2} =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-y^2} dy}_{C}\, dx =$$

$$= C \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx = C^2$$

число

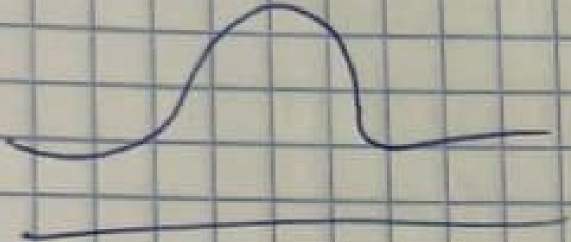
Замена координат

$$\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi} e^{-r^2} \cdot r\, d\varphi\, dr = 2\pi \int_0^{+\infty} e^{-r^2} \cdot r\, dr =$$

$$= -\frac{2\pi}{2} \int_0^{+\infty} e^{-r^2} d(-r^2) =$$

$$= -\pi \cdot e^{-r^2} \Big|_0^{+\infty} = \pi$$

$$e^{2} = \pi$$



$$p_\xi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$$