

## ДЗ к семинару 27

**Задача 1.** Найти симметричную билинейную функцию, ассоциированную с квадратичной функцией

$$x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3.$$

**Задача 2.** Найти нормальный вид и соответствующую матрицу замены координат для квадратичной формы

$$x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3.$$

**Задача 3.** Найти нормальный вид квадратичной формы

$$x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3.$$

**Задача 4.** Для квадратичных форм  $f$  и  $g$  найти замену координат, переводящую форму  $f$  в форму  $g$ :

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2,$$

$$g(x) = y_1y_2.$$

**Задача 5.** Выяснить, какие из следующих форм эквивалентны между собой над  $\mathbb{R}$ :

$$f_1 = x_1^2 + 4x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 - 2x_1x_3,$$

$$f_2 = y_1^2 + 2y_2^2 - y_3^2 + 4y_1y_2 - 2y_1y_3 - 4y_2y_3,$$

$$f_3 = -4z_1^2 - z_2^2 - z_3^2 - 4z_1z_2 + 4z_1z_3 + 18z_2z_3.$$

**Задача 6.** Доказать, что квадратичная форма  $f$  тогда и только тогда является положительно определённой, когда её матрица представляется в виде  $A = C^T C$ , где  $C$  невырождена.

**Задача 7.** Найти все значения параметра  $\lambda$ , при котором положительно определена квадратичная форма

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 2\lambda x_1x_2 + 6x_1x_3 + 2x_2x_3.$$