Homework - 12

#5.

1) $\begin{cases} x = 2 + 3u - 4v \\ y = 4 - v \\ z = 2 + 3u \end{cases}$ $\quad \begin{cases} v = 4 - y \\ u = \frac{1}{3}(z-2) \\ x = 2 + 3 \cdot \frac{1}{3}(z-2) - 4(4-y) \end{cases}$

$x = 2 + z - 2 - 16 + 4y$

$\boxed{x - 4y - z + 16 = 0}$

2) $\begin{cases} x = u + v \\ y = u - v \\ z = 5 + 6u - 4v \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \frac{1}{2}(x+y) = u \\ \frac{1}{2}(x-y) = v \\ z = 5 + 6 \cdot \frac{1}{2}(x+y) - 4 \cdot \frac{1}{2}(x-y) \end{cases}$

$z = 5 + 3x + 3y - 2x + 2y$

$\boxed{x + 5y - z + 5 = 0}$

#4.

Т.к. плоскость проходит через ось Oy, то $b = (0, 1, 0)$, $a = (0, 0, 0)$ принадлежат плоскости; $c = (2, -5, 1)$

$$\begin{vmatrix} x-a_1 & y-a_2 & z-a_3 \\ b_1-a_1 & b_2-a_2 & b_3-a_3 \\ c_1-a_1 & c_2-a_2 & c_3-a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x-0 & y-0 & z-0 \\ 0-0 & 1-0 & 0-0 \\ 2-0 & -5-0 & 1-0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -5 & 1 \end{vmatrix} = x - 2z$$

Ответ: $x - 2z = 0$

#3.

Отсекает на Ox и Oy 5 и -7 соотв., $(1,1,2) \in$ плоск.

$\frac{x}{5} + \frac{y}{-7} + \frac{z}{\alpha} = 1$, где $\alpha \in \mathbb{R}$ - отрезок на оси Oz.

Подставляем точку $(1,1,2)$ и находим α:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{-7} + \frac{2}{\alpha} = 1$$

$$\frac{2}{\alpha} = 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$$

$$\frac{2}{\alpha} = \frac{35-7+5}{35}$$

$$\frac{2}{\alpha} = \frac{33}{35}$$

$$\alpha = \frac{70}{33}$$

Подставляем α в уравнение и находим ур-ние плоскости:

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{-7} + \frac{z}{\frac{70}{33}} = 1.$$

#2.

$A(2,-2,1)$ $B(3,0,2)$ $C(5,-1,3)$ $D(1,3,1)$

$\vec{AB}(1,2,1)$

$\vec{AC}(3,1,2)$

$\vec{AD}(-1,5,0)$

$$V_{тетр.} = \frac{1}{6}\left|\langle \vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD} \rangle\right| = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{6}|-4+15+1-10| =$$

$$= \frac{1}{6}|2| = \frac{1}{3}$$

Ответ: $\frac{1}{3}$.

#1.

$$[[a,b],[c,d]] = [\bar{a}\cdot\bar{b}, \bar{c}\bar{d}] = (\bar{a}\bar{b})\cdot(\bar{c}\bar{d}) = \underbrace{(\bar{c}\bar{d}, \bar{a})\bar{b} - (\bar{c}\bar{d}, \bar{b})\bar{a}}_{(*)} =$$

$$= \underbrace{(\bar{a}\bar{b}, \bar{d})\bar{c} - (\bar{a}\bar{b}, \bar{c})\bar{d}}_{(*)}$$

$$(a,b,d)c - (a,b,c)d = \underbrace{(\bar{a}\cdot\bar{b}, \bar{d})\bar{c} - (\bar{a}\bar{b}, \bar{c})\bar{d}}_{(*)}$$

$$(a,c,d)b - (b,c,d)a = (c,d,a)b - (c,b,d)a = \underbrace{(\bar{c}\cdot\bar{d}, \bar{a})\bar{b} - (\bar{c}\bar{d}, \bar{b})\bar{a}}_{(*)}$$

ч.т.д.