Использование формулы Тейлора.

1. Найти такие числа A и B, чтобы при $x \to 0$ было справедливо асимптотическое равенство
$$A \cdot e^x - \frac{B}{1-x} = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x^3 + o(x^3).$$

2. С помощью Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа вычислить с точностью 10^{-3} значение $\ln 1,3$.

3. Найти
$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{\operatorname{arctg} x} - \frac{1}{1-x} + \frac{x^2}{2}}{\ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right) - 2x}.$$

4. Найти
$$\lim_{x\to 0} \left(\cos(xe^x) - \ln(1-x) - x\right)^{\operatorname{ctg} x^3}.$$

5. Найти
$$\lim_{x\to 2} \left(\sqrt{3-x} + \ln\left(x/2\right)\right)^{\frac{1}{\sin^2(x-2)}}.$$

6. Найти
$$\lim_{x\to +\infty} x^{7/4} \left(\sqrt[4]{x+1} + \sqrt[4]{x-1} - 2\sqrt[4]{x}\right).$$

Домашнее задание

1. Найти такие числа A и B, чтобы при $x \to 0$ было справедливо асимптотическое равенство
$$(A + B \cdot \cos x) \cdot \sin x = x + o(x^4).$$

2. С помощью Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа вычислить с точностью 10^{-3} значение $\cos 72°$.

3. Найти
$$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(e^{2x} + \sin x) - 3 \arcsin x + 5x^2/2}{\sqrt[3]{8 + x^3} - 2}.$$

4. Найти
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[3]{1 + 3x + x^2} + \sin \ln(1 - x) - e^{-7x^2/6}}{x - \operatorname{arctg} x}.$$

5. Найти
$$\lim_{x \to 0} \left(\frac{2e^{x - x^2} - 2}{2x - x^2} \right)^{\frac{\sin x}{x^3}}.$$

6. Найти
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{\sqrt{x^2 - x}}{x} + \frac{1}{4} \sin \frac{2}{x} \right)^{x^2 + \sin 3x}.$$

7. Найти
$$\lim_{x \to \pi/4} \frac{\ln \operatorname{ctg} x + 2x - \pi/2}{(1 - \operatorname{tg} x)^2}.$$

Задачи для самостоятельного решения

1. (Том 1, гл.4, §18, №41) Найти такие числа A и B, чтобы при $x \to 0$ было справедливо асимптотическое равенство

$$a)\ A \cdot \arcsin x + B \cdot \operatorname{arctg} x = \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{8}x^5 + 0(x^6);$$

$$b)\ \operatorname{tg} x = \frac{x + Ax^3}{1 + Bx^2} + o(x^6).$$

2. (Том 1, гл.4, §18, №42) С помощью Формулы Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа вычислить с точностью 10^{-3} значение

$$a)\ \sqrt{127}; \qquad b)\ \sqrt[4]{83}; \qquad c)\ \sqrt[5]{250}; \qquad d)\ \sqrt[3]{e}; \qquad e)\ \sin 85^\circ; \qquad f)\ \operatorname{arctg} 0,8.$$

3. (Том 1, гл.4, §19, №8(1), 9(3)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^{\operatorname{tg} x} - \sqrt{1+2x} - x(x+x^2)}{x - \operatorname{arctg} x}, \qquad b)\ \lim_{x\to 0} \frac{\cos x - \sqrt{1-2x} - x}{x^2 \operatorname{tg} x - e^{-x^3} + 1}.$$

4. (Том 1, гл.4, §19, №10(3), 16(1)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{x^2 e^{2x} + \ln(1-x^2)}{x\cos x - \sin x}, \qquad b)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1-2x} + e^{\operatorname{tg} x} - 2}{\sin x/x - \cos x - x^2/3}.$$

5. (Том 1, гл.4, §19, №14(7), 12(1)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{2x + \cos 2x} - e^{\operatorname{tg} x} + 2x^2}{2\sin x - 2\ln(1+x) - x^2}, \qquad b)\ \lim_{x\to 0} \frac{e^x + \ln(1-\sin x) - 1}{\sqrt[3]{8-x^4} - 2}.$$

6. (Том 1, гл.4, §19, №25(1), 30(1)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0} \left(\frac{\operatorname{arctg} x}{e^x - 1 - x^2/2}\right)^{1/x^2}, \qquad b)\ \lim_{x\to 0} \left(\sqrt[3]{1+2x+x^3} - \frac{2x}{2x+3}\right)^{1/x^3}.$$

7. (Том 1, гл.4, §19, №32(2), 41(2)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to 0}\left(\cos x - x + e^{\operatorname{arctg} x} - 1\right)^{1/\sin^3 x}, \qquad b)\ \lim_{x\to 0}\left(\cos x + x^2\sqrt{x+1/4}\right)^{\frac{x+e}{\arcsin x^3}}.$$

8. (Том 1, гл.4, §19, №46(4), 54(2)) Найти

$$a)\ \lim_{x\to+\infty} e^{-x^2/2}\left(\frac{\sqrt{x^2+2x}-\sqrt{x^2-2x}}{2}\right)^{x^4}, \qquad b)\ \lim_{x\to\pi/2}\frac{1-e^{\pi x-2x^2}}{\cos x}.$$