

Многомерные интегралы

1. Вычислить

$$\iint_G f(x; y) \, dx dy,$$

если

(a) $f(x; y) = (1 + x + y)^{-2}$, а G - треугольник ограниченный прямыми $x = 2y$, $y = 2x$, $x + y = 6$.

(b) $f(x; y) = y^2$, а G ограничено линиями $x = y^2$, $y = x - 2$.

2. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле

$$\int_0^{\pi} dx \int_0^{2 \sin x} f(x; y) \, dy$$

3. Вычислить

$$\int_0^1 dx \int_x^1 \sqrt[4]{1 - y^2} \, dy$$

4. Вычислить

$$\iiint_G (x + y + z) \, dx dy dz,$$

если G - ограничено плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$.

5. С помощью подходящей замены переменной вычислить интеграл

$$\iint_G f(x; y) \, dx dy,$$

если

(a) $f(x; y) = x$, а $G = \{2x \leq x^2 + y^2 \leq 6x, y \leq x\}$.

(b) $f(x; y) = 1/y$, а G ограничено прямыми $y = x$, $y = 2x$, $y = 1 - x/2$, $y = 4 - 2x$.