

**Исследование функций. Построение графиков.**

1. Найти интервалы возрастания и убывания функции  $y = (x + 1)\sqrt{x^2 - 1}$ .
2. Найти максимум и минимум функции  $y = (x^3 + 3x^2 + 6x + 6)e^{-x}$ .
3. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$

4.

$$f(x) = \begin{cases} |x| \left(2 + \cos \frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} e^{-\frac{1}{|x|}} \left(\frac{6}{5} + \cos \frac{1}{x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Доказать:

- (a)  $f'(0)$  не существует,  $g^{(n)}(0) = 0$  для всех натуральных  $n$ ;
- (b)  $f(x)$  и  $g(x)$  имеют в точке  $x_0 = 0$  строгий минимум;
- (c)  $f(x)$  и  $g(x)$  ни в каком интервале  $(-\delta; 0)$ ,  $\delta > 0$  не являются убывающими и ни в каком интервале  $(0; \delta)$ ,  $\delta > 0$  не являются возрастающими.

5. Построить графики функций

$$a) \quad y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{2 - x}, \quad b) \quad y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x} e^{1/x}$$

### Домашнее задание

1. Найти интервалы возрастания и убывания функции  $y = \operatorname{arctg} x - \ln x$ .

2. Найти максимумы и минимумы функций

$$a) y = (x^2 + 1) \operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4} x^2 - x, \quad b) y = (x + 2)e^{1/x}.$$

3.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} xe^{-1/x^2}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

Доказать:

(a)  $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0) = 0$  для всех натуральных  $n$ ;

(b)  $f(x)$  имеет в точке  $x_0 = 0$  строгий минимум,  $g(x)$  в точке  $x_0 = 0$  не имеет экстремума.

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции  $y = |x^2 + 2x - 3| + 1, 5 \ln x$  на отрезке  $[0, 5; 2]$ .

5. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба функции  $y = \sqrt[3]{4x^3 - 12x}$ .