

Задачи по ТВ для семинара № 5

Учебник: с.53 – 64 (теория в дополнение к лекции), с. 64 – 69 (примеры решения и оформления задач)

Закрепление предыдущего материала

1. Красная Шапочка решила отнести бабушке две корзинки с пирожками. В первой корзинке 5 пирожков с клубничным вареньем и 4 пирожка с малиновым. Во второй – 3 с клубничным и 5 с малиновым. По дороге на Красную Шапочку напал Серый волк, съел пирожок из первой корзинки и убежал. Чтобы прийти в себя, Красная Шапочка решила сесть на пенёк и съесть пирожок. Пирожок она берёт из случайно выбранной корзинки. Найти вероятность того, что это будет пирожок с малиновым вареньем.

Функция распределения, числовые характеристики СВ, дискретные СВ общего вида

1. Закон распределения случайной величины X выглядит следующим образом (см. табл. 8.1). Построить функцию распределения следующих случайных величин и найти их математические ожидания:

а) $Y = 10X - 1$;

б) $Y = -X^2$ (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.90, №4, а, б)

Таблица 8.1

X	-0,5	0	0,5	1	1,5
P	0,1	0,4	0,1	0,3	0,1

2. Случайная величина X принимает только два различных значения 1 и -1 с вероятностью $1/2$. Вычислить $F_X(1/2)$ и $F_X(-1/2)$. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.90, №9)

3. В группе из 10 студентов 8 москвичей и 2 иногородних. Для социологического опроса случайным образом выбирают двух студентов из этой группы. Пусть X — число москвичей среди выбранных. Построить ряд распределения СВ X и найти ее математическое ожидание. Найти квантиль уровня 0.3 для СВ X . (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.95, №60)

4. Из десяти ключей связки только один подходит к данному замку. Сколько в среднем придётся перепробовать ключей прежде, чем замок будет открыт?

Домашнее задание

1. На пути движения автомобиля имеется пять светофоров. Каждый из них, независимо от других светофоров, с вероятностью 0.5 запрещает движение. Пусть ξ — количество светофоров, пройденных автомобилем до первой остановки. Найти закон распределения СВ ξ , математическое ожидание СВ ξ и квантили уровня $\frac{3}{4}$ и 0.9.

2. В шахматной комнате железнодорожного клуба, куда проник И.П. Воробьянинов, стоят 4 стула. В одном из стульев находятся спрятанные буржуазией драгоценности. Воробьянинов вспарывает ножом сиденья стульев до тех пор, пока не найдёт драгоценности. СВ ξ равна количеству испорченных стульев. Найти функцию распределения, математическое ожидание и дисперсию СВ ξ .

3*. Известно, что СВ ξ принимает лишь натуральные значения, причём:

$P(\xi = k) = \frac{c}{k(k+1)}, k \in N$. Найти:

- а) константу c ;
- б) $P(\xi \leq 10)$;
- в) $P(10 \leq \xi \leq 20)$;
- г) $E(\xi)$.

4. СВ X принимает только два различных значения a ($a > 0$) и $-a$ с вероятностью $1/2$. Верно ли, что $E(X) > a$ и $\text{Var}(X) < a^2$? (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.90, №3)

5. Закон распределения случайной величины X выглядит следующим образом (см. табл. 8.1). Построить функцию распределения следующих случайных величин и найти их математические ожидания:

в) $Y = 2^X$ (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.90, №4, в)

6. Функции $G(x)$ и $H(x)$ являются функциями распределений некоторых СВ. Является ли функция $F(x) = H(x) + G(x)$ функцией распределения некоторой СВ? (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.91, №19)

7. У торгового агента имеется пять адресов потенциальных покупателей, к которым он обращается по списку с предложением приобрести реализуемый фирмой товар. Вероятность согласия потенциальных покупателей оценивается соответственно как 0.5, 0.4, 0.4, 0.3 и 0.25. Покупатели принимают решение о покупке товара независимо друг от друга. Агент обращается к ним в указанном порядке, пока кто-нибудь из них не согласится приобрести товар. Составить ряд распределения СВ X — числа покупателей, к которым обратится агент. Найти математическое ожидание и дисперсию этой величины. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.92, №28)

8. Лотерея заключается в розыгрыше трех номеров из шести. Порядок выпадения выигрышных номеров неважен. Выигрыш при угадывании одного номера из трех составляет 20 рублей, двух номеров из трех — 100 рублей, всех трех номеров — 500 рублей. Найти средний выигрыш при покупке одного билета лотереи. Построить график функции распределения размера выигрыша. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.92, №32)

9. СВ X имеет функцию распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - 1/x, & x \geq 1, \\ 0, & x < 1. \end{cases}$$

Найти a , для которого $P\{X > a\} = 1/3$. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.94, №53)

Дополнительные задачи для решения на страницах 89 – 95.