

Задачи по ТВ для семинара № 1

Учебник: с.13 – 21 (теория в дополнение к лекции), с. 22 – 29 (примеры решения и оформления задач)

Классическая вероятностная модель

Решены на семинаре; для собственного решения.

1. В коробке лежит 10 белых и 5 чёрных шаров. Из коробки наугад извлекают один шар. Найти вероятность того, что выбранный шар будет чёрным.
2. Какова вероятность того, что посетитель казино Монте-Карло выиграет, если он сделает в рулетке ставку: а) на красное; б) на первую дюжину?
3. Деревянный кубик полностью окрашивается и распиливается на 125 одинаковых кубиков, из которых затем наугад выбирается один кубик. Найти вероятность того, что он будет содержать: а) ровно одну окрашенную грань; б) ровно две окрашенные грани; в) ровно три окрашенные грани; г) хотя бы одну окрашенную грань; д) хотя бы одну неокрашенную грань.
4. В связке 20 ключей, из которых только один подходит к данному замку. Найти вероятность того, что для открывания замка придётся испробовать ровно половину ключей.
5. Из 30 экзаменационных билетов студент Иванов выучил 25 билетов. Какова вероятность того, что Иванов вытащит счастливый билет, если: а) он идёт на экзамен первым; б) вторым; в) третьим ?
6. Имеется 6 букв из нарезной азбуки – М, О, С, К, В, А. Ребёнок, не умеющий читать, переставляет эти буквы. Найти вероятность того, что ребёнок соберёт слово МОСКВА.
7. Имеется 11 следующих букв из нарезной азбуки – А, Б, Р, А, К, А, Д, А, Б, Р, А. Ребёнок, не умеющий читать, переставляет эти буквы. Найти вероятность того, что ребёнок соберёт слово АБРАКАДАБРА.
8. Компания из 10 человек, среди которых находятся А и В, случайным образом рассаживается за круглым столом. Найти вероятность того, что А и В окажутся друг против друга.
9. Компания из 10 человек, среди которых находятся А и В, случайным образом рассаживается с одной стороны прямоугольного стола. Найти вероятность того, что между А и В окажется ровно: а) три человека; б) ровно пять человек.
10. Набирая телефонный номер, абонент забыл три последние цифры. Абонент помнит, что эти цифры должны быть разными, и набирает их наугад. Найти вероятность того, что абонент наберёт нужный номер.
11. Из десяти цифр 0,1, ...,9 случайным образом выбирают три. Найти вероятность того, что произведение из выбранных цифр окажется чётным.
12. В коробке лежат 90 годных и 10 бракованных шурупов. Наугад вытаскивают пять шурупов из этой коробки. Найти вероятность того, что все выбранные шурупы окажутся годными.
13. Из колоды карт (52 листа) вытаскивают случайным образом 4 карты. Найти вероятность того, что все эти карты будут красными.
14. В коробке лежат 90 годных и 10 бракованных шурупов. Наугад вытаскивают пять шурупов из этой коробки. Найти вероятность того, что ровно три шурупа окажутся годными.
15. У Змея Горыныча 16 голов, 7 из которых – огнедышащие. Крестьянский сын Иван отрубил Змею на удачу 4 головы. Какова вероятность того, что среди отрубленных голов ровно одна была огнедышащей?

16. На Поле Чудес в Стране Дураков на дереве вместо листьев выросло 50 монет, из которых 5 золотых и 45 серебряных. Слепой кот Базилио не может отличить золотые монеты от серебряных и наудачу срывает 10 монет. Найти вероятность того, что среди сорванных монет ровно одна золотая.
17. Из колоды карт (52 листа) вытаскивают случайным образом 4 карты. Найти вероятность того, что: а) это будут две красные и две чёрные карты; б) все карты будут иметь разные масти.
18. Из колоды карт (52 листа) вытаскивают случайным образом 3 карты. Найти вероятность того, что это будут тройка, семёрка и туз.
19. Подбросили три игральные кости. Найти вероятность того, что все выпавшие цифры будут разными.
20. Подбросили шесть игровых костей. Найти вероятность того, что появятся все цифры.
21. В лифт десятиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Найти вероятность того, что все они выйдут на разных этажах.
22. В лифт десятиэтажного дома на первом этаже вошли восемь человек. Найти вероятность того, что лифт, поднимаясь вверх (с первого до девятого этажа), пропустит хотя бы один этаж.
23. Подбросили 10 монет. Найти вероятность того, все монеты лягут одноимёнными сторонами.
24. В коробке находятся 100 шаров, пронумерованных числами $1, 2, \dots, 100$. Из коробки наугад вытаскивают шар и записывают его номер. Эта процедура повторяется сто раз. Найти вероятность того, что записанная последовательность будет возрастающей $1, 2, \dots, 100$, если: а) шары возвращают в коробку; б) шары не возвращают в коробку.

Домашнее задание

1. На вечеринку пришли 10 человек и оставили 10 пар ботинок в коридоре. В конце вечеринки в квартире пропал свет. Поэтому один из гостей наугад выбрал четыре ботинка. Найти вероятность того, что из выбранных ботинок найдётся хотя бы одна пара.
2. Пончик отправился в путешествие на воздушном шаре. Через каждые 10 минут полета у Пончика возникает желание подкрепиться, и он начинает в случайном порядке просматривать свои карманы до тех пор, пока не найдет съестное. Найти вероятность того, что: а) поиск k -го пряника начнется с пустого кармана, если у Пончика 17 карманов, в которых изначально лежало по одному прянику; б) Пончик первые два раза будет подкрепляться пряниками, если в двух из имеющихся у него 17 карманов лежит по одному прянику, а в 15 — по одной конфете; в) Пончик первые два раза будет подкрепляться пряниками, если у него 10 карманов, в одном из которых — два пряника, а в остальных — по две конфеты. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №1)
3. Полная колода карт (52 листа) делится наугад на две равные части по 26 карт. Найти вероятность следующих событий: а) $A = \{\text{в каждой пачке по два туза}\}$; б) $B = \{\text{все тузы в одной пачке}\}$; в) $C = \{\text{в одной пачке будет один туз, а в другой — три}\}$. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №4)
4. В предположении, что день рождения любого человека равновероятен в любой день года, найти вероятность того, что все люди в компании из r человек родились в различные дни. Подсчитать эту вероятность для $r = 23$. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №5)

5. Из шести букв разрезной азбуки составлено слово АНАНАС. Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получится слово АНАНАС. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №6)
6. Компания занимается организацией отдыха для любителей рыбной ловли. На озере, где находится туристическая база компании, оборудовано для рыбной ловли 30 мест. Набрана группа из 5 отдыхающих, которым, независимо друг от друга, предоставлено право выбора места рыбной ловли. В предположении, что все места одинаково привлекательны для любого отдыхающего, вычислить вероятность того, что все отдыхающие выберут различные места. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №7)
7. В гостинице имеется шесть одноместных номеров. На эти номера имеется 10 претендентов: 6 мужчин и 4 женщины. Гостиница следует правилу FIFO: пришедшие раньше обслуживаются раньше. Все претенденты пребывают в гостиницу в случайном порядке. Какова вероятность того, что номера получают: а) все шесть претендентов мужского пола; б) четверо мужчин и две женщины; в) по крайней мере одна из четырех женщин? (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №11)
8. *Парадокс де Мере**. Подбрасывают три игральные кости и подсчитывают сумму выпавших очков. Де Мере заметил, что появление одиннадцати очков возможно при шести комбинациях (6-4-1, 6-3-2, 5-5-1, 5-4-2, 5-3-3, 4-4-3) и появление двенадцати очков возможно при шести комбинациях (6-5-1, 6-4-2, 6-3-3, 5-5-2, 5-4-3, 4-4-4). Объяснить парадоксальность ситуации, которая состоит в том, что вероятности появления в сумме 11 и 12 очков не равны. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №12)
9. Восемнадцать команд, участвующих в турнире, по жребию разбиваются на две подгруппы по девять команд в каждой. Найти вероятность того, что: а) все шесть лидирующих команд окажутся в одной подгруппе; б) шесть лидирующих команд распределятся по три в разные группы. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №13)
10. При проведении фуршета на стол поставили пять бокалов шампанского, три бокала белого вина и два бокала красного вина. К столу подошли семь человек и взяли по одному бокалу. Найти вероятность того, что на столе осталось по одному бокалу каждого напитка. (Будем предполагать, что для каждого из гостей все напитки одинаково привлекательны.) (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №14)
11. Каждый из 50 штатов представлен в сенате США двумя сенаторами. Предстоит выбрать некоторый комитет из 50 сенаторов. Найти вероятности следующих событий: а) штат Айова будет представлен в комитете; б) все штаты будут представлены в комитете. (Будем предполагать, что все сенаторы имеют равные шансы быть избранными в этот комитет.) (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.41, №15)

Дополнительные задачи для решения на страницах 41 – 43.