

#### Задачи по ТВ для семинара № 4

Учебник: с.33 (теория в дополнение к лекции), с. 35 – 41 (примеры решения и оформления задач)

##### Полная группа событий, формула полной вероятности, формула Байеса

1. Подбросили две игральные кости. Какие из представленных ниже наборов событий образуют систему гипотез?

а)  $H_1 = \{\text{на 1-й кости выпало [1]}\}$ , ...,  $H_6 = \{\text{на 1-й кости выпало [6]}\}$ ;

б)  $H_1 = \{\text{на обеих костях выпало [1]}\}$ , ...,  $H_6 = \{\text{на обеих костях выпало [6]}\}$ ;

в)  $H_1 = \{\text{на 1-й кости выпало четное число}\}$ ,  $H_2 = \{\text{на 2-й кости выпало нечетное число}\}$ ;

г)  $H_1 = \{\text{на 2-й кости выпало четное число}\}$ ,  $H_2 = \{\text{на 2-й кости выпало нечетное число}\}$ . (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.48, №56)

2. Подбрасываются две игральные кости. Образуют ли систему гипотез следующие события:  $A = \{\text{на первой кости выпало одно очко}\}$ ,  $B = \{\text{сумма очков на двух костях равна 9}\}$ ? (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.49, №60)

3. При переливании крови необходимо учитывать группы крови донора и больного. Больному с IV группой крови можно переливать кровь любой группы; для больного со II или III группой крови донором может быть либо человек с той же группой крови, что и у больного, либо человек с I группой крови; больному с I группой крови можно переливать кровь только I группы. Среди населения 33,7% имеют I группу крови, 37,5% - II, 20,9% - III и 7,9% - IV.

а) Найти вероятность того, что случайно взятому больному можно успешно перелить кровь случайно взятого донора.

б) Известно, что переливание крови прошло успешно. Какова вероятность того, что у больного была I группа крови?

4. По каналу связи передаётся один из двух сигналов – X или Y. Сигнал Y передаётся втрое чаще, чем сигнал X. Вследствие искажений вместо переданного сигнала на приёмнике может быть зафиксирован другой сигнал. При этом сигнал X искажается примерно в 10% случаев, а сигнал Y – в 20% случаев.

а) По каналу связи передан какой-то сигнал. Найти вероятность того, что на приёмнике будет зафиксирован сигнал X.

б) На приёмнике зафиксирован сигнал X. Какова вероятность того, что этот сигнал и был передан?

5. Миледи отправила четырём мушкетёрам две корзины анжуйского по 10 бутылок в каждой. В первой корзине было отравлено две бутылки, во второй – три. По пути одна бутылка из первой корзины нечаянно была разбита. Мушкетёры решили распить одну бутылку, которую берут из случайно выбранной корзины. Найти вероятность того, что распитие завершится благополучно, если мушкетёры ограничились одной бутылкой.

6. Тане с Ваней акула Каракула нипочём. Они с равной вероятностью могут стукнуть её кулаком, каблуком или кирпичом. От удара кулаком акула тонет с вероятностью 0,2; от удара каблуком – с вероятностью 0,3; от удара кирпичом – с вероятностью 0,8. Известно, что акула утонула. Найти апостериорную вероятность того, что Таня с Ваней стукнули акулу кирпичом.

7. Три стрелка стреляют по мишени. Известно, что вероятности попадания в мишень для этих стрелков равны  $4/5$ ,  $3/4$  и  $2/3$  соответственно. В результате одновременного выстрела трёх стрелков в мишени образовалось две пробоины. Что более вероятно: третий стрелок попал или промахнулся?

8. В первой урне лежит 5 белых и 1 чёрный шар, во второй – 3 белых и 3 чёрных шара. Из первой урны наугад извлекают 2 шара, а из второй – 1. Выбранные шары складывают в третью урну. Затем из третьей урны выбрали 1 шар, и этот шар оказался белым. Найти вероятность того, что этот шар изначально находился в первой урне.

### Домашнее задание

1. Управляющие снарядами команды могут быть искажены из-за помех в канале связи (вероятность правильной передачи команды равна 0,95) и независимо от этого – из-за неисправности системы управления (надёжность системы управления равна 0,9). Известно, что снаряд команды не выполнил. Найти вероятность того, что причиной тому явились:

- а) помехи при передаче команды;
- б) неисправность системы управления;
- в) и то и другое вместе.

2. Пусть события  $H_1, \dots, H_{10}$  образуют систему равновероятных гипотез. Найти  $P(H_1 + H_{10})$ . (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.49, №61)

3. Может ли априорная вероятность гипотезы быть больше соответствующей апостериорной? Ответ обосновать. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.49, №62)

4. В ящике лежит 20 теннисных мячей, в том числе 12 новых и 8 игранных. Из ящика извлекают наугад два мяча для игры. После игры мячи возвращают обратно в ящик. После этого из ящика вынимают еще два мяча для следующей игры. Оба мяча оказались не игранными. Найти вероятность того, что в первый раз тоже играли новыми мячами. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.49, №64)

5. За истекший период в торговую фирму поступали телевизоры от трех фирм-поставщиков в следующей пропорции: 1:3:6. Каждая фирма дает на свои телевизоры гарантию, идентифицируя их по серийному номеру и дате поставки. Телевизоры первой фирмы-поставщика требуют ремонта в течение гарантийного срока в 15% случаев, второй и третьей — соответственно в 10% и 7% случаев. Проданный телевизор требует гарантийного ремонта, однако потеряны документы, идентифицирующие фирму-поставщика. В какую фирму имеет смысл обратиться в первую очередь? (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.49, №65)

6. Для подготовки к экзамену студенту предложено 20 вопросов. Билет содержит два вопроса. Комплектование билетов вопросами осуществляется случайным образом. Студент подготовил 15 вопросов. Найти вероятность того, что он сдаст экзамен, если для этого достаточно ответить правильно на два вопроса своего билета или на один вопрос своего билета и один вопрос по выбору преподавателя. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.50, №72)

7. На предприятии работают 10 рабочих шестого разряда, 15 рабочих пятого разряда и 5 рабочих четвертого разряда. Вероятность того, что изделие, изготовленное рабочим соответствующего разряда, будет одобрено ОТК равна соответственно 0,95, 0,9 и 0,8. Найти вероятность того, что изделие, проверенное ОТК, будет одобрено, при условии, что производительность всех рабочих одинакова. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.50, №73)

8. Две машинистки печатали рукопись, посменно заменяя друг друга. Первая в конечном итоге напечатала  $1/3$  всей рукописи, а вторая — остальное. Первая машинистка делает ошибки с вероятностью 0,15, а вторая — с вероятностью 0,1. При проверке на 13-й странице обнаружена ошибка. Найти вероятность того, что ошиблась первая машинистка. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.51, №77)

9. Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс. Вероятности обращения в каждую кассу зависят от их местоположения и равны соответственно  $p_1=1/3$ ,  $p_2=1/6$ ,  $p_3=1/2$ . Вероятность того, что к моменту прихода пассажира билеты, имевшиеся в кассе, будут распроданы, для первой кассы равна  $P_1=3/4$ , для второй кассы —  $P_2=1/2$ , для третьей кассы —  $P_3=2/3$ . Пассажир направился в одну из касс и приобрел билет. Найти вероятность того, что это была первая касса. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.51, №78)

10. На экзамен пришли 10 студентов. Трое из них подготовлены отлично, четверо — хорошо, двое — удовлетворительно, один — плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный — на 16, удовлетворительно — на 10, плохо — на 5. Студент, сдавший экзамен, ответил на все три заданных вопроса. Найти вероятность того, что этот студент подготовлен:

а) отлично;

б) плохо. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.51, №79)

11. Среди пациентов туберкулезного диспансера 15% принадлежат к первой категории больных, 66% — ко второй и 19% — к третьей. Вероятности возникновения заболевания, в зависимости от категории больных, равны соответственно 0,12, 0,09, 0,2. Найти:

а) вероятность возникновения заболевания у наугад выбранного пациента диспансера;

б) вероятность принадлежности к третьей категории больных пациента диспансера, у которого обнаружено заболевание. (Кибзун, Горяинова, Наумов; с.51, №80)

**Дополнительные задачи для решения на страницах 43 – 52.**