Задачи по ТВ для семинара № 2

Учебник: с.30 – 34 (теория в дополнение к лекции), с. 35 – 41 (примеры решения и оформления задач)

Закрепление предыдущего материала

Решены на семинаре; для собственного решения.

1. В поезде из 10 вагонов случайно оказались преступник и комиссар Мегрэ. Найти вероятность того, что они едут: а) в одном вагоне; б) в соседних вагонах.

2. Найти вероятность того, что наугад взятое пятизначное число записывается пятью разными цифрами.

3. В лифт девятиэтажного дома на первом этаже вошли три человека. Найти вероятность того, что для их выхода лифт будет останавливаться дважды.

4. В шахматном турнире участвуют 20 спортсменов, которых по жребию разделяют на две подгруппы по 10 человек. Найти вероятность того, что двое наиболее сильных игроков попадут в разные подгруппы.

5. Из ста чисел 1,2,…,100 случайным образом выбирают пятнадцать чисел: $x_1, x_2, \ldots, x_{15}$, которые затем располагают в порядке возрастания: $x_{(1)} < x_{(2)} < \cdots < x_{(15)}$. Чему равна вероятность того, что $x_{(13)} = 87$?

6. На некотором малом предприятии работает 10 человек, в том числе одна семья (отец, мать и сын). В правление этого предприятия входят председатель, директор и бухгалтер. Предполагается, что никакие две из этих трёх должностей не может занимать один и тот же человек. Найти вероятность того, что в результате случайного выбора правления: а) в правление попадут все члены семьи, причём председателем станет отец, директором – сын, а бухгалтером – мать; б) в правление попадут все члены семьи; в) бухгалтером станет кто-то из членов семьи.

Геометрическое определение вероятности

1. Имеется квадрат со стороной R, в который вписан круг. Найти вероятность того, что наугад брошенная в квадрат точка попадёт в круг.

2. На интервале (0;1) наугад выбираются две точки x и y. Найти вероятность того, что $x^2 \le y \le \sin(\pi x/2)$.

Условная вероятность

1. Два игрока подбрасывают игральную кость по одному разу. Выигрывает тот игрок, у которого выпадет большее число очков. Найти: а) вероятность победы первого игрока; б) условную вероятность того, что победит первый игрок, при условии, что победитель будет определён.

2. Шары (m белых и n чёрных) располагают в ряд в случайном порядке. Найти: а) вероятность того, что на последнем месте окажется белый шар; б) условную вероятность того, что на последнем месте окажется белый шар, при условии, что на первом месте будет чёрный шар.

Независимость событий

1. В ящике имеется две партии по 100 деталей, в каждой из которых по 10 бракованных деталей. Из ящика извлекают одну деталь. Рассмотрим следующие события: A={извлечённая деталь – из первой партии}, B={извлечённая деталь - бракованная}. Зависимы ли события A и B? Ответ обосновать.

2. В ящике имеется две партии по 100 деталей. В первой партии - 10 бракованных деталей, а во второй – 20 бракованных. Из ящика извлекают одну деталь. Рассмотрим следующие события: A={извлечённая деталь – из первой партии}, B={извлечённая деталь - бракованная}. Зависимы ли события A и B? Ответ обосновать.

Формулы сложения и умножения вероятностей

1. Из урны, содержащей 10 белых, 8 синих и 2 красных шара, одновременно извлекают три шара. Найти вероятность того, что это будут шары одного цвета.
2. Из колоды (36 карт) наугад извлекают три карты. Найти вероятность того, что: а) все три карты будут одного цвета; б) все три карты будут одной масти.
3. Перед хрустальным домом, в котором живёт ручная белка, стоят три шкатулки с орехами. В первой шкатулке орехи с изумрудами составляют 10%, во второй – 5%, в третьей – 20%. Белка разгрызла по одному ореху из каждой шкатулки. Найти вероятность того, что будет обнаружено ровно два изумруда.
4. Из колоды карт (36 листов) извлекают наугад одну карту. Пусть событие $A = \{\textit{выбрана дама}\}$ и событие $B = \{\textit{выбранная карта имеет чёрную масть}\}$. Найти P(A+B).
5. Схема состоит из двух последовательно соединённых элементов. Вероятность безотказной работы первого элемента равна 0.9, для второго элемента эта вероятность равна 0.7. Найти вероятность безотказной работы схемы.

Формула умножения вероятностей

1. Найти вероятность того, что при случайной расстановке букв А,А,Б,Н,Н образуется слово БАНАН? Решить задачу двумя способами.
2. Группу студентов, в которой находятся 10 девушек и 5 юношей, случайным образом разбивают на пять подгрупп по три человека. Найти вероятность того, что в каждой подгруппе будет юноша.
3. При каждом выстреле стрелок попадает в мишень с вероятностью 0.7. Стрелку разрешено стрелять до первого промаха. Найти вероятности того, что стрелок произведёт: а) ровно три выстрела; б) не менее трёх выстрелов; в) не более трёх выстрелов.
4. Русалочка мечтает заполучить вместо рыбьего хвоста пару стройных ножек. Она обращается к трём ведьмам, каждая из которых даёт Русалочке сосуд с волшебным зельем. Вероятность того, что зелье подействует, равна 0,5 для первого сосуда, 0,4 – для второго и 0,3 для третьего. Каждое зелье действует независимо от остальных. Русалочка выпивает зелье из первого сосуда. Если оно не действует, то выпивает второе и т.д. Найти вероятность того, что мечта Русалочки сбудется. Рассмотреть несколько способов решения этой задачи.
5. При одном цикле обзора радиолокационной станции объект обнаруживается с вероятностью 0.9. Обнаружение объекта в каждом цикле достигается независимо от других циклов. Какое минимальное число циклов обзора нужно совершить, чтобы вероятность обнаружения объекта была не меньше, чем 0.999?
6. Найти вероятность безотказной работы системы, состоящей из двух параллельно соединённых элементов. Вероятность безотказной работы первого элемента равна 0.9, а второго – 0.7. Решить задачу разными способами.

Домашнее задание

1. Имеется круг радиуса R, в который вписан квадрат. Найти вероятность того, что наугад брошенная в круг точка попадёт в квадрат.
2. Три самолёта, несущие по одному заряду каждый, поочерёдно атакуют наземную цель. Вероятность поражения цели первым самолётом равна p_1, вторым самолётом - p_2, третьим - p_3. В случае поражения цели атаки прекращаются. Найти вероятности: а) поражения цели; б) поражения цели при условии расхода всех зарядов; в) расхода всех зарядов при условии, что цель поражена.

3. Три стрелка имеют по одному патрону каждый. Вероятности попадания в цель у этих стрелков равны 0.6, 0.7 и 0.8 соответственно. Для поражения цели в неё нужно попасть хотя бы два раза. Найти вероятность поражения цели в результате одновременного выстрела трёх стрелков.

4. Для рекламы своей продукции производитель решил снабдить специальными купонами 10000 изделий из произведенных 500000 изделий. Покупатель, отославший в адрес компании 3 купона, получает 1 дополнительный экземпляр продукции, 4 купона — 2 дополнительных экземпляра, более четырех купонов — 3 дополнительных экземпляра. Покупатель одновременно приобрел пять экземпляров продукции компании и решил участвовать в предложенной рекламной акции. Найти вероятность того, что он получит дополнительно не менее двух экземпляров продукции. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.43, №17*)

5. Игральная кость подброшена дважды. Зависимы ли случайные события A = {число очков при первом бросании равно 5} и B = {сумма очков при двух бросаниях равна 9}? Ответ обосновать. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.44, №19*)

6. Пусть P(A)=1/2, P(B)=1/3. Верно ли, что P(AB)≤3/8? Ответ обосновать. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.44, №20*)

7. Вакансия, предлагаемая безработному биржей труда, удовлетворяет его с вероятностью 0,01. Сколько нужно обслужить безработных, чтобы вероятность того, что хотя бы один из них найдет работу, была бы не ниже 0,95? (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.44, №22*)

8. Из 25 вопросов, включенных в программу экзамена, студент подготовил 20. На экзамене студент наугад выбирает 5 вопросов из 25. Для сдачи экзамена достаточно ответить правильно хотя бы на 3 вопроса. Найти вероятность того, что студент сдаст экзамен. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.44, №23*)

9. Пусть события A и B - независимы и P(AB)=P(B)=1/4. Найти P(A+B). (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.45, №31*)

10. Пусть P(A)=1/2, P(B)=2/3. Верно ли, что P(A+B)≥1/6? Ответ обосновать. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.45, №32*)

11. Монета подбрасывается до первого выпадения герба. Чему равно наиболее вероятное число подбрасываний? (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.45, №36*)

12. Из колоды карт (36 карт) подряд вытаскиваются две карты. Рассматриваются события: A={первая карта имеет пиковую масть}, B={обе карты красного цвета}. Зависимы ли события A и B? Ответ обосновать. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.45, №37*)

13.

40. Схема электрической цепи представлена на рис. 4.2, где p_i, $i = \overline{1,3}$, является вероятностью безотказной работы (надежностью) i-го элемента. Пусть надежности элементов схемы равны

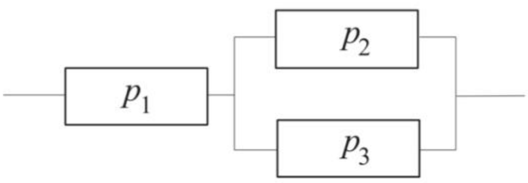

Рис. 4.2

$$p_1 = 0{,}8,\ p_2 = 0{,}7,\ p_3 = 0{,}6.$$

Элементы отказывают независимо друг от друга. Найти вероятность безотказной работы (надежность) схемы.

(*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.46, №40*)

14.

43. Зададим надежности работы элементов электрической цепи: $p_1 = 0{,}8$, $p_2 = 0{,}7$, $p_3 = 0{,}6$, $p_4 = 0{,}5$, $p_5 = 0{,}4$, $p_6 = 0{,}3$. Элементы отказывают независимо друг от друга.

а) Найти надежность схемы, приведенной на рис. 4.3;

б) Найти надежность схемы, приведенной на рис. 4.4.

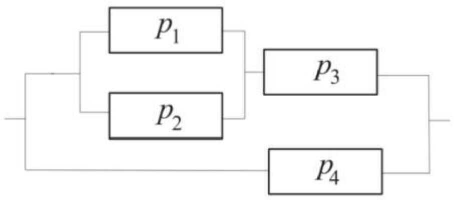

Рис. 4.3

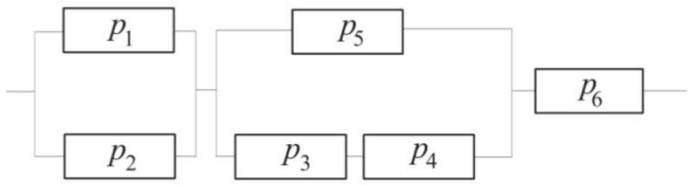

Рис. 4.4

(*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.46, №43*)

15. По данным переписи населения Англии и Уэльса (1891 г.) установлено, что темноглазые отцы и темноглазые сыновья (событие AB) составили 5% обследованных пар, темноглазые отцы и светлоглазые сыновья (событие $A\bar{B}$) — 7,9% пар, светлоглазые отцы и темноглазые сыновья (событие $\bar{A}B$) — 8,9% пар, светлоглазые отцы и светлоглазые сыновья (событие $\overline{AB}$) — 78,2% пар. Найти связь между цветом глаз отца и сына, то есть найти P(B|A), P($\bar{B}$|A), P(B|$\bar{A}$), P($\bar{B}$|$\bar{A}$). (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.47, №46**)

16. Двое поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у которого раньше выпадет «герб». Определить вероятности выигрыша для каждого из игроков. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.47, №47*)

17. Известно, что в некоторой партии, состоящей из 100 деталей, имеется 5 бракованных. Для проверки качества этой партии выбирают наугад 10 деталей. Найти вероятность того, что партия будет забракована, если для этого достаточно, чтобы не менее двух деталей из выбранных оказались бракованными. (*Кибзун, Горяинова, Наумов; с.52, №85*)

Дополнительные задачи для решения на страницах 43 – 52.