

### Решение рубежа 3 «Расследование Шерлока»

#### Задача 1 (5 баллов)

Шерлок путем дедукции вычислил, что преступник может покинуть Лондон с одного из вокзалов: Паддингтон, Виктория или Чаринг-Кросс. Сыщик оценивает вероятность выбрать каждый из вокзалов как 0.2, 0.3 и 0.5 соответственно. Доктор В изучил расписание поездов и, друзья сошлись, что шансы преступника успеть на поезд и покинуть город составляют 0.3 для отправления с Паддингтона и 0.4 для отправления как с Виктории, так и с Чаринг-Кросс.

- а) Являются ли события «преступник выбрал Паддингтон», «преступник выбрал Викторию» и «преступник выбрал Чаринг-Кросс» гипотезами?

Доказать, аргументировав (не)выполнение двух условий;

События  $H_1, H_2, H_3$  будут считаться полной группой событий или гипотезами, если они 1) попарно несовместны и 2) сумма этих событий есть достоверное событие.

- 1) Так как нельзя быть в двух местах одновременно, то преступник может выбрать лишь один вокзал. Наступление одного события взаимоисключает наступление остальных, то есть никаких пересечений быть не может.
  - 2) Так как Шерлок указал, что есть только 3 вокзала, с которых преступник может сбежать из города, то в рамках задачи считается, что все исходы учтены, а сумма этих событий будет достоверным событием ( $0.2+0.3+0.5=1$ ).
- б) Найти вероятность, что преступник будет пойман;

Пусть «Пойман» - событие, что преступник пойман, «П» - выбран Паддингтон, «В» - выбрана Виктория, «ЧК» - выбран Чаринг-Кросс. Тогда по формуле полной вероятности:

$$P(\text{Пойман}) = P(\text{Пойман}|\text{П}) * P(\text{П}) + P(\text{Пойман}|\text{В}) * P(\text{В}) + P(\text{Пойман}|\text{ЧК}) * P(\text{ЧК}) = (1 - 0.3) * 0.2 + (1 - 0.4) * 0.3 + (1 - 0.4) * 0.5 = 0.14 + 0.18 + 0.3 = 0.62.$$

- с) Стало известно о поимке преступника. Найти апостериорную вероятность того, что его поймали на вокзале Чаринг-Кросс;

Используем формулу Байеса:

$$P(\text{ЧК}|\text{Пойман}) = \frac{P(\text{Пойман}|\text{ЧК}) * P(\text{ЧК})}{P(\text{Пойман})} = \frac{0.6 * 0.5}{0.62} = \frac{0.3}{0.62} = \frac{30}{62} = \frac{15}{31}.$$

#### Задача 2 (4 балла)

По приметам на Чаринг-Кросс может быть задержан преступник или случайный пассажир. Вероятность, что задержат преступника, в 9 раз выше. При этом шанс 30%, что задержанного преступника отпустят, решив, что обознались. Также есть шанс 10%, что задержанного случайного пассажира решат не отпускать, забрав на допрос и прекратив поиски.

- д) На вокзале Чаринг-Кросс задержали человека. Найти вероятность того, что его не отпустили;

Пусть «Пр» - задержан преступник, «Па» - случайный пассажир.

$$9 * P(\text{Па}) = P(\text{Пр}), \text{ т.е. } P(\text{Па}) = 0.1 \text{ и } P(\text{Пр}) = 0.9.$$

«Задержан» – человек задержан, «Отпущен» - человек отпущен. Формула полной вероятности примет вид:

$$P(\text{Задержан}) = P(\text{Задержан}|\text{Пр}) * P(\text{Пр}) + P(\text{Задержан}|\text{Па}) * P(\text{Па}) = (1 - P(\text{Отпущен}|\text{Пр})) * P(\text{Пр}) + P(\text{Задержан}|\text{Па}) * P(\text{Па}) = (1 - 0.3) * 0.9 + 0.1 * 0.1 = 0.64.$$

- е) Известно, что задержанного отпустили. Найти вероятность того, что это был преступник;

$$P(\text{Пр}|\text{Отпущен}) = \frac{P(\text{Отпущен}|\text{Пр}) * P(\text{Пр})}{P(\text{Отпущен})} = \frac{P(\text{Отпущен}|\text{Пр}) * P(\text{Пр})}{1 - P(\text{Задержан})} = \frac{0.3 * 0.9}{(1 - 0.64)} = \frac{0.27}{0.36} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4} =$$

0.75.

### Задача 3 (1 балл)

Соединим условия задач 1 и 2. Преступник может быть задержан на вокзале только если не успеет сесть на поезд. Найдите условную вероятность, что преступника не поймали, если известно, что преступник пытается сбежать с вокзала Чаринг-Кросс.

*Так как есть условие, что преступник выбрал Чаринг-Кросс, то нет нужды учитывать вероятность выбора вокзала.*

#### 1 способ

Есть 3 варианта: 1) преступник смог сбежать с вокзала Чаринг-Кросс поездом, 2) ускользнул, когда полиция схватила случайного пассажира, или 3) был пойман, а затем отпущен полицией.

- 1)  $P(\text{преступник сбежал поездом}) = 0.4.$
- 2)  $P(\text{ускользнул, поймали не того}) = P(\overline{\text{преступник сбежал поездом}}) * P(\text{Па}) = 0.6 * 0.1 = 0.06.$
- 3)  $P(\text{преступник был отпущен полицией}) = P(\overline{\text{преступник сбежал поездом}}) * P(\text{Пр}) * P(\text{Отпущен}|\text{Пр}) = 0.6 * 0.9 * 0.3 = 0.162.$

Тогда искомая вероятность:

$$P(\text{преступник не пойман}) = P(\text{преступник сбежал поездом}) + P(\text{ускользнул, поймали не того}) + P(\text{преступник был отпущен полицией}) = 0.4 + 0.06 + 0.162 = 0.622.$$

#### 2 способ

От обратного, нужно узнать вероятность сценария, где преступник был пойман, и вычесть её из единицы. То есть преступник должен опоздать на поезд, затем быть задержанным полицией и не перехитрить её.

$$P(\text{преступник не пойман}) = 1 - P(\text{преступник пойман}) = 1 - P(\overline{\text{преступник сбежал поездом}}) * P(\text{Пр}) * P(\text{Задержан}|\text{Пр}) = 1 - 0.6 * 0.9 * 0.7 = 1 - 0.378 = 0.622.$$