

Группа Р3113 К работе допущен _____

Студент Ватан Хатиб Работа выполнена Лаба 2

Преподаватель Захаров Дмитрий Васильевич Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №2

Изучение скольжения тележки по наклонной плоскости

1. Цель работы.

+ Экспериментальная проверка равноускоренности движения тележки по наклонной плоскости.

+ Определение величины ускорения свободного падения g .

2. Задачи, решаемые при выполнении работы.

Задание 1. Измерение времени движения тележки по рельсу с фиксированным углом наклона

Задание 2. Измерение времени движения тележки по рельсу при разных углах наклона рельса к горизонту

3. Объект исследования.

Движение тележки по наклонной плоскости, под действием силы тяжести.

4. Метод экспериментального исследования.

Проведение серии измерений и расчетов.

5. Рабочие формулы и исходные данные.

1) $v_x(t) = v_0 + a_x t$.

2) $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a_x t^2}{2}$

3) $x_2 - x_1 = \frac{a}{2} (t_2^2 - t_1^2)$.

4) $m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$.

5) $Oy: 0 = N - mg \cos \alpha$

6) $Ox: ma = mg \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$

7) $a = g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha$.

7) $a = g(\sin \alpha - \mu)$

6. Измерительные прибор

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Линейка на рельсе		0 – 1,3 м	5 мм
2	Линейка на угольнике		0 – 250 мм	0,5 мм
3	ПКЦ-3 в режиме секундомера		0 – 100 с	0,1 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

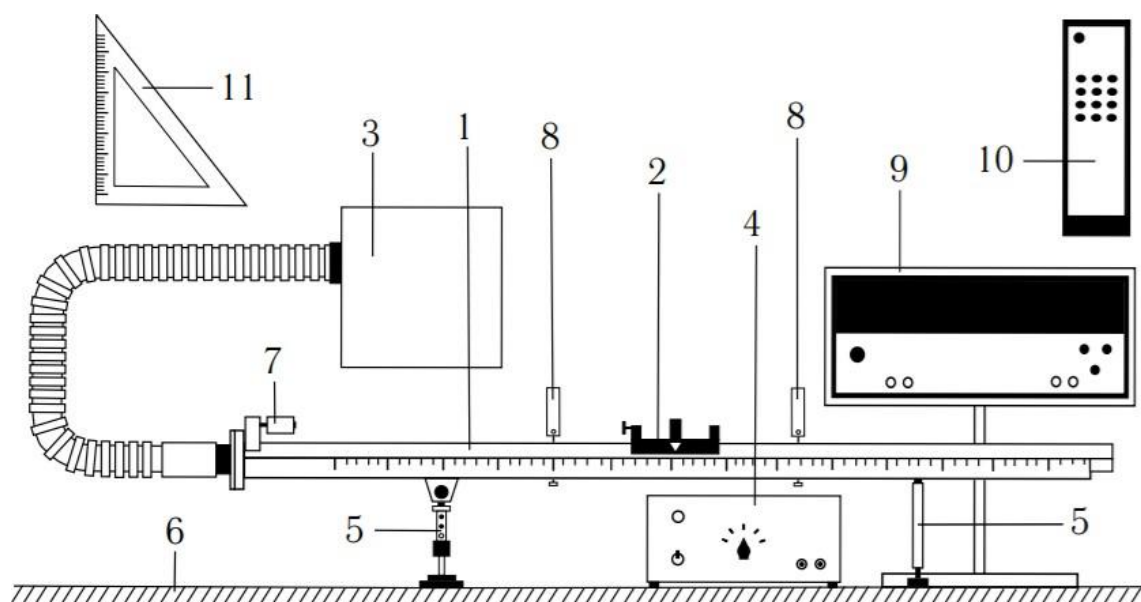


РИС. 2. Общий вид экспериментальной установки

1. Рельс с сантиметровой шкалой на лицевой стороне
2. Тележка
3. Воздушный насос
4. Источник питания насоса ВС 4-12
5. Опоры рельса
6. Опорная плоскость (поверхность стола)
7. Фиксирующий электромагнит
8. Оптические ворота
9. Цифровой измерительный прибор ПКЦ-3
10. Пульт дистанционного управления прибором ПКЦ-3
11. Линейка – угольник

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов).

x, m	x', m	h_0, mm	h'_0, mm
0.220	1.00	204	201

№	Измеренные величины				Рассчитанные величины	
	x_1, m	x_2, m	t_1, c	t_2, c	$x_2 - x_1, m$	$\frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$
1	0.15	0.40	1.7	2.7	$(250 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	2.2 ± 0.223 (2.20 ± 0.22)
2	0.15	0.50	1.6	3.0	$(350 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	3.22 ± 0.238 (3.22 ± 0.24)
3	0.15	0.70	1.6	3.6	$(550 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	5.2 ± 0.2758 (5.20 ± 0.28)
4	0.15	0.90	1.7	4.2	$(750 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	7.375 ± 0.3172 (7.38 ± 0.32)
5	0.15	1.10	1.4	4.6	$(950 \pm 5) \cdot 10^{-3}$	9.6 ± 0.3366 (9.60 ± 0.34)
Таблица 3: Результаты прямых измерений (Задание 1)						

$N_{\text{пл}}$	$h, \text{мм}$	$h', \text{мм}$	No	t_1, c	t_2, c
1	195	200	1	1.6	4.9
			2	1.7	4.6
			3	1.7	4.66
			4	1.7	4.6
			5	1.6	4.6
2	185	199	1	1.2	3.2
			2	1.2	3.3
			3	1.1	3.4
			4	1.2	3.2
			5	1.2	3.3
3	177	199	1	1.0	2.7
			2	1.0	2.7
			3	0.9	2.7
			4	1.0	2.7
			5	1.0	2.7
4	168	198	1	0.9	2.3
			2	0.8	2.3
			3	0.8	2.3
			4	0.8	2.3
			5	0.8	2.3
5	157	198	1	0.7	2.1
			2	0.7	2.1
			3	0.7	2.1
			4	0.8	2.1
			5	0.8	2.1
$N_{\text{пл}}$ – количество пластин h – высота на координате $x = 0.22 \text{ m}$ h' – высота на координате $x' = 1.00 \text{ m}$					
Таблица 4: Результаты прямых измерений (Задание 2)					

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

$N_{\text{пл}}$	$\sin \alpha$	$\langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1, \quad c$	$\langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2, \quad c$	$\langle a \rangle \pm \Delta a, \quad \frac{m}{c^2}$
1	0.0103	1.66 ± 0.095 (1.7 ± 0.1)	4.672 ± 0.1826 (4.67 ± 0.18)	0.0996 ± 0.0394 (100 ± 39) · 10^{-3}
2	0.0218	1.18 ± 0.086 (1.18 ± 0.09)	3.28 ± 0.1201 (3.28 ± 0.12)	0.20286 ± 0.05368 (0.20 ± 0.05)
3	0.0321	0.98 ± 0.086 (0.98 ± 0.09)	2.7 ± 0.667 (270 ± 7) · 10^{-2}	0.3001 ± 0.0494 (30 ± 5) · 10^{-2}
4	0.0423	0.82 ± 0.086 (0.82 ± 0.09)	2.3 ± 0.667 (230 ± 7) · 10^{-2}	0.4114 ± 0.06714 (41 ± 7) · 10^{-2}
5	0.0564	0.74 ± 0.0953 (0.7 ± 0.1)	2.1 ± 0.0667 (210 ± 7) · 10^{-2}	0.4919 ± 0.08046 (49 ± 8) · 10^{-2}
$N_{\text{пл}}$ - Количество пластин $\langle t_{1,2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_{1i,2i}$				
Таблица 5: Результаты расчетов (Задание 2)				

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений). Задание 1)

- Погрешность для $X_2 - X_1, \frac{t_2^2 - t_1^2}{2}$

$$\Delta_y = \sqrt{\left(\frac{\partial y}{\partial x_1} \Delta_{x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial x_2} \Delta_{x_2}\right)^2} = \sqrt{(\Delta_{x_1})^2 + (\Delta_{x_2})^2}, \quad \Delta_{x_1} = \Delta_{x_2} = \frac{2}{3} \Delta_{\text{и}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{1000} = 0.003333m = 0.0033 \text{ м}$$

$$= \sqrt{(0.0033)^2 + (0.0033)^2} \rightarrow \Delta_y = 0.0046669m = 0.005 \text{ м}$$

$$\Delta_{z_i} = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial t_{1i}} \Delta_{t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t_{2i}} \Delta_{t_2}\right)^2} = \sqrt{(t_1 * \Delta_{t_1})^2 + (t_2 \cdot \Delta_{x_2})^2}, \quad \Delta_t = \Delta_{t_2} = \frac{2}{3} \Delta_{\text{ит}} = \frac{2}{3} \cdot 0.1 = 0.06666667c = 0.07 \text{ с}$$

$$\sqrt{(1.7 \cdot 0.07)^2 + (2.7 \cdot 0.07)^2} = 0.223 \text{ с}^2 = 0.22 \text{ с}^2$$

$$\sqrt{(1.6 \cdot 0.07)^2 + (3 \cdot 0.07)^2} = 0.238 \text{ с}^2 = 0.24 \text{ с}^2$$

$$\sqrt{(1.6 \cdot 0.07)^2 + (3.6 \cdot 0.07)^2} = 2.758 \text{ с}^2 = 0.28 \text{ с}^2$$

$$\sqrt{(1.7 \cdot 0.07)^2 + (4.2 \cdot 0.07)^2} = 0.3172 \text{ с}^2 = 0.302 \text{ с}^2$$

$$\sqrt{(1.4 \cdot 0.07)^2 + (4.6 \cdot 0.07)^2} = 0.3366 \text{ с}^2 = 0.34 \text{ с}^2$$

(Результат косвенных погрешности z_i, y_i написал в таблице 3)

- ускорение тележки методом наименьших квадратов (МНК).
- коэффициент α

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N Z_i Y_i}{\sum_{i=1}^N Z_i^2} = \frac{2.2 \cdot 0.25 + 3.22 \cdot 0.35 + 5.2 \cdot 0.55 + 7.375 \cdot 0.75 + 9.6 \cdot 0.95}{2.2^2 + 3.22^2 + 5.2^2 + 7.375^2 + 9.6^2}$$

$$= 0.1016 (\text{м/с}^2) = 0.1 (\text{м/с}^2)$$

- среднеквадратическое отклонение (СКО)

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - a z_i)^2}{(N-1) \sum_{i=1}^N z_i^2}}$$

$$= \frac{(0.25 - 0.1 \cdot 2.2)^2 + (0.35 - 0.1 \cdot 3.22)^2 + (0.55 - 0.1 \cdot 5.2)^2 + (0.75 - 0.1 \cdot 7.4)^2 + (0.95 - 0.1 \cdot 9.6)^2}{4 \cdot (2.25^2 + 3.22^2 + 5.22^2 + 7.4^2 + 9.6^2)}$$

$$\Rightarrow \sigma_a = 0.000103354 (\text{м/с}^2)$$

- абсолютная погрешность коэффициент α

$$\Delta a = 2 \cdot \sigma_a = 2 \cdot 0.000103354 = 0.000206708 (\text{м/с}^2) = 0.00021 (\text{м/с}^2)$$

- относительная погрешность ускорения

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% = \frac{0.00021}{0.1} = 0.21\%$$

Задание 2)

- значение синуса угла наклона рельса к горизонту

$$\sin \alpha = \frac{(h_0 - h) - (h'_0 - h')}{x' - x} = \frac{(204 - 195) - (201 - 200)}{1000 - 220} = 0.0103$$

$$\frac{(204 - 185) - (201 - 199)}{1000 - 220} = 0.0218$$

$$\frac{(204 - 177) - (201 - 199)}{1000 - 220} = 0.0321$$

$$\frac{(204 - 168) - (201 - 198)}{1000 - 220} = 0.0423$$

$$\frac{(204 - 157) - (201 - 198)}{1000 - 220} = 0.0564$$

($h_0 = 204 \text{ mm}$, $h'_0 = 201 \text{ mm}$, $x' = 1000 \text{ mm}$, $x = 220 \text{ mm}$) (Значения для h и h' используются из таблицы 4)

\Rightarrow Значение для $\sin \alpha$ записаны в таблице 5

- средние значения времени для

$$\langle t \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \frac{4.9+4.6+4.66+4.6+4.6}{5} = 4.672 \text{ с}$$

Все остальные значениях средня значения времени и погрешности с округлинем будут в таблице 5

- Оценка среднего квадратического отклонения (СКО)

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{(4.9-4.672)^2 + (4.6-4.672)^2 + (4.66-4.672)^2 + (4.6-4.672)^2 + (4.6-4.672)^2}{20}} = 0.05817 \text{ с} = 0.06 \text{ с}$$

$$\Delta \bar{t} = 0.05817 \cdot 2.78 = 0.1668 = 0.17 \text{ с}$$

$$\Delta t = \sqrt{\Delta \bar{t}^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{\text{ит}}\right)^2} = \sqrt{0.1668^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0.1\right)^2} = 0.1826 \text{ с} = 0.18 \text{ с}$$

- значение ускорения

$$\langle a \rangle = \frac{2(x_2 - x_1)}{\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2} = \frac{2(1.1 - 0.15)}{4.672^2 - 1.66^2} = 0.09962 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0.1 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

- Погрешность ускорения

$$\begin{aligned} \Delta a &= \langle a \rangle \cdot \sqrt{\frac{\Delta x_{\text{и}2}^2 + \Delta x_{\text{и}1}^2}{(x_2 - x_1)^2} + 4 \cdot \frac{(\langle t_1 \rangle \Delta t_1)^2 + (\langle t_2 \rangle \Delta t_2)^2}{(\langle t_2 \rangle^2 - \langle t_1 \rangle^2)^2}} \\ &= 0.1 \cdot \sqrt{\frac{0.00005^2 + 0.00005^2}{(1.1 - 0.15)^2} + 4 \cdot \frac{(0.1 \cdot 1.7)^2 + (0.18 \cdot 4.66)^2}{(4.66^2 - 1.7^2)^2}} = 0.03946 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0.039 \text{ (м/с}^2\text{)} \\ &= 0.2 \cdot \sqrt{\frac{0.00005^2 + 0.00005^2}{(1.1 - 0.15)^2} + 4 \cdot \frac{(0.086 \cdot 1.18)^2 + (0.12 \cdot 3.28)^2}{(3.28^2 - 1.18^2)^2}} = 0.05368 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0.05 \text{ (м/с}^2\text{)} \\ &= 0.3 \cdot \sqrt{\frac{0.00005^2 + 0.00005^2}{(1.1 - 0.15)^2} + 4 \cdot \frac{(0.086 \cdot 0.98)^2 + (0.07 \cdot 2.7)^2}{(2.7^2 - 0.98^2)^2}} = 0.0494 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0.05 \text{ (м/с}^2\text{)} \\ &= 0.41 \cdot \sqrt{\frac{0.00005^2 + 0.00005^2}{(1.1 - 0.15)^2} + 4 \cdot \frac{(0.086 \cdot 0.82)^2 + (0.07 \cdot 2.3)^2}{(2.3^2 - 0.82^2)^2}} = 0.06714 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0.07 \text{ (м/с}^2\text{)} \\ &= 0.49 \cdot \sqrt{\frac{0.00005^2 + 0.00005^2}{(1.1 - 0.15)^2} + 4 \cdot \frac{(0.1 \cdot 0.7)^2 + (0.07 \cdot 2.1)^2}{(2.1^2 - 0.7^2)^2}} = 0.08067 \text{ (м/с}^2\text{)} = 0.08 \text{ (м/с}^2\text{)} \end{aligned}$$

- ускорения свободного падения.

$$B \equiv g = \frac{\sum_{i=1}^N a_i \sin \alpha_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i}{\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i^2 - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2};$$

$$\frac{(0.0103 \cdot 0.1 + 0.0218 \cdot 0.202 + 0.0321 \cdot 0.3 + 0.0423 \cdot 0.41 + 0.0564 \cdot 0.49)}{0.0103^2 + 0.0218^2 + 0.0321^2 + 0.0423^2 + 0.0564^2}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(0.0103 \cdot 0.1 + 0.0218 \cdot 0.202 + 0.0321 \cdot 0.3 + 0.0423 \cdot 0.41 + 0.0564 \cdot 0.49)}{5} \\ &= \frac{(0.0103 + 0.0218 + 0.0321 + 0.0423 + 0.0564)^2}{5} \end{aligned}$$

$$= 8.7137 \text{ (м/с}^2\text{)} = 8.7 \text{ (м/с}^2\text{)}$$

$$A = \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N a_i - B \sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right).$$

$$\frac{(0.099+0.202+0.3+0.41+0.49)-(0.01+0.022+0.032+0.042+0.056)}{5} = 0.0165(\text{m/c}^2)$$

$$\begin{aligned} d_i &= a_i - (A + B \sin \alpha_i) \\ &= 0.0996 - (0.0165 + 8.7 \cdot 0.0103) = -0.00951(\text{m/c}^2) \\ &= 0.20286 - (0.0165 + 8.7 \cdot 0.0218) = -0.0033(\text{m/c}^2) \\ &= 0.3001 - (0.0165 + 8.7 \cdot 0.0321) = 0.00424(\text{m/c}^2) \\ &= 0.4114 - (0.0165 + 8.7 \cdot 0.0423) = 0.02689(\text{m/c}^2) \\ &= 0.4919 - (0.0165 + 8.7 \cdot 0.0564) = -0.01528(\text{m/c}^2) \end{aligned}$$

$$D = \sum_{i=1}^N \sin^2 \alpha_i - \frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N \sin \alpha_i \right)^2.$$

$$\begin{aligned} &= 0.0103^2 + 0.0218^2 + 0.0321^2 + 0.0423^2 + 0.0564^2 - \frac{(0.01+0.022+0.032+0.042+0.056)^2}{5} \\ &= 0.001275(\text{m/c}^2) = 0.0013(\text{m/c}^2) \end{aligned}$$

- СКО для ускорение свободного падения

$$\begin{aligned} \sigma_g &= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{D(N-2)}} \cdot \sqrt{\frac{(-0.00951)^2 + (-0.0033)^2 + (0.00424)^2 + (0.02689)^2 + (-0.01528)^2}{0.0013(3)}} \\ &= 0.525224787 \text{m/c}^2 \end{aligned}$$

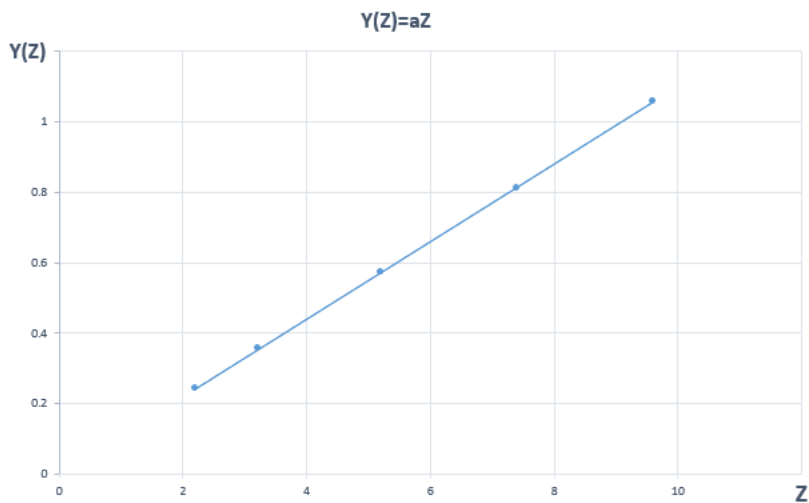
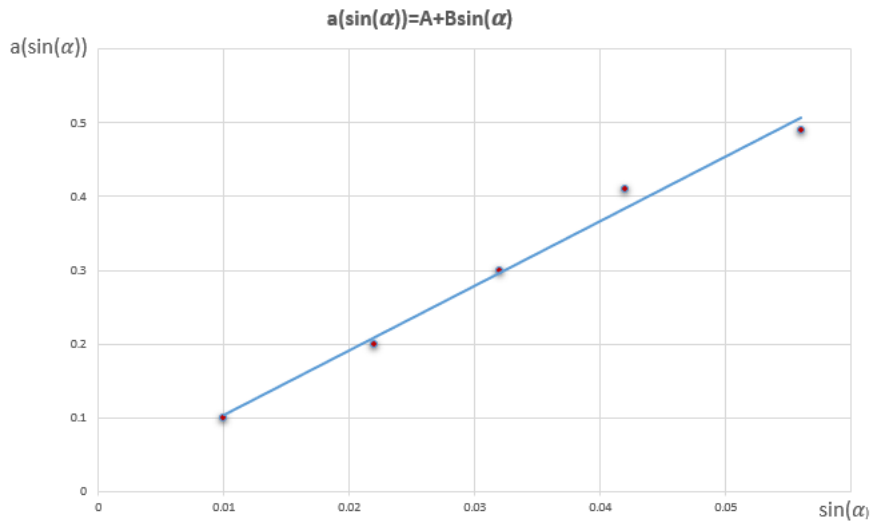
- абсолютная погрешность ускорение свободного падения

$$\Delta g = 2\sigma_g = 2 \cdot 0.525224787 = 1.050449574(\text{m/c}^2) = 1.1(\text{m/c}^2)$$

- относительная погрешность g :

$$\varepsilon_g = \frac{\Delta g}{g} = 12.074 = 12\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2).



12. Окончательные результаты.

Задание 1:

$$a = (1100 \pm 34) \cdot 10^{-4} \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon_a = 3\%$$

$$\alpha = 0.9$$

Задание 2:

$$g_{\text{эксп}} = (8.7 \pm 1.1) \text{ м/с}^2$$

$$\varepsilon_g = 12\%$$

$$\alpha = 0.9$$

$$g_{\text{табл}} \sim 9.820 \text{ м/с}^2$$

$$\rightarrow |g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = |8.7 - 9.8| = 1.1 \text{ м/с}^2$$

13. Выводы и анализ результатов работы

Задание 1: на основе полученных данных движение тележки можно считать равноускоренным, потому что у полученного графика 1 линейный характер

Задание 2: можно отметить что $|g_{\text{эксп}} - g_{\text{табл}}| = 1.1 \text{ м/с}^2$ и абсолютная погрешность равные ($g_{\text{табл}}$ падает в Доверительный интервал), а это значит что ускорение свободного падения достоверно.