Вариант № 107

Добавим к исходному графу ребра между e_2 – e_9 и e_5 – e_9

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	**0**	1		1	1		1	1		1	1	
e_2	1	**0**		1	1				1	1	1	1
e_3			**0**		1	1		1		1	1	1
e_4	1	1		**0**	1	1	1	1			1	1
e_5	1	1	1	1	**0**	1			1	1	1	
e_6			1	1	1	**0**	1			1		
e_7	1			1		1	**0**	1		1	1	
e_8	1		1	1			1	**0**		1	1	
e_9		1			1				**0**	1		
e_{10}	1	1	1		1	1	1	1	1	**0**		1
e_{11}	1	1	1	1	1		1	1			**0**	1
e_{12}		1	1	1						1	1	**0**

1. Найдем гамильтонов цикл

Включаем в S вершину e. S = {e1}
Последовательно будем включать *возможные* вершины в S
e_2: S = $\{e_1, e_2\}$
e_4: S = $\{e_1, e_2, e_4\}$
e_5: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5\}$
e_3: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3\}$
e_6: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6\}$
e_7: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7\}$
e_8: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8\}$
e_{10}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}\}$
e_9: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_9\}$

У e_9 больше нет возможных вершин, удалим ее.
Вернемся к e_{10}. S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}\}$
e_{12}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{12}\}$
e_{11}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{12}, e_{11}\}$

У e_{11} больше нет возможных вершин, удалим ее.
Вернемся к e_{12}. S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}, e_{12}\}$

У e_{12} больше нет возможных вершин, удалим ее.
Вернемся к e_{10}. S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{10}\}$

У e_{10} больше нет возможных вершин, удалим ее.
Вернемся к e_8: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8\}$

e_{11}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{11}\}$
e_{12}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}\}$
e_{10}: S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}, e_{10}\}$
e_9: S = $\{e1, e_2, e_4, e_5, e3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}, e_{10}, e_9\}$

Ребра (e_9, e_1) нет, найдена гамильтонова цепь.
Удалим из S вершину e_9, перейдем к e_{10}. S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_3, e_6, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}, e_{10}\}$
У e_{10} больше нет возможных вершин, удалим ее.

Продолжая подобным образом (не привожу все рассуждения, поскольку они абсолютно однотипны), находим гамильтонов цикл:
S = $\{e_1, e_2, e_4, e_5, e_9, e_{10}, e_6, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7, e_8\}$

2. Матрица смежности с перенумерованными вершинами

Перенумеруем вершины согласно полученному гамильтонову циклу (чтобы ребра были внешними)

	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7	e_8	e_9	e_{10}	e_{11}	e_{12}
e_1	**0**	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1
e_2	1	**0**	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
e_3	1	1	**0**	1	0	0	1	0	1	1	1	1
e_4	1	1	1	**0**	1	1	1	1	0	1	0	0
e_5	0	1	0	1	**0**	1	0	0	0	0	0	0
e_6	1	1	0	1	1	**0**	1	1	1	0	1	1
e_7	0	0	1	1	0	1	**0**	1	0	0	1	0
e_8	0	0	0	1	0	1	1	**0**	1	1	0	1
e_9	0	1	1	0	0	1	0	1	**0**	1	0	0
e_{10}	1	1	1	1	0	0	0	1	1	**0**	1	1
e_{11}	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	**0**	1
e_{12}	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	**0**

До перенумерации вершин: $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}$
После перенумерации вершин: $e_1, e_2, e_4, e_5, e_9, e_{10}, e_6, e_3, e_{12}, e_{11}, e_7, e_8$

3. Построение графа пересечений G′

Определим p_{210}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{210}.
Ребро (e_2e_{10}) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4),(e_1e_6)

Определим p_{29}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{29}.
Ребро (e_2e_9) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4),(e_1e_6)

Определим p_{26}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{26}.
Ребро (e_2e_6) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4)

Определим p_{25}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{25}.
Ребро (e_2e_5) пересекается с (e_1e_3),(e_1e_4)

Определим p_{24}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{24}.
Ребро (e_2e_4) пересекается с (e_1e_3)

Определим p_{312}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{312}.
Ребро (e_3e_{12}) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_{10}), (e_1e_{11}), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6), (e_2e_9), (e_2e_{10})

Определим p_{311}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{311}.
Ребро (e_3e_{11}) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_1e_{10}), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6), (e_2e_9), (e_2e_{10})

Определим p_{310}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{310}.
Ребро (e_3e_{10}) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6), (e_2e_9)

Определим p_{39}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{39}.
Ребро (e_3e_9) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6)

Определим p_{37}, для чего в матрице R выделим подматрицу R_{37}.
Ребро (e_3e_7) пересекается с (e_1e_4), (e_1e_6), (e_2e_4), (e_2e_5), (e_2e_6)

15 пересечений графа найдено. Окончание поиска.

	$p_{1\,3}$	$p_{2\,10}$	$p_{1\,4}$	$p_{1\,6}$	$p_{2\,9}$	$p_{2\,6}$	$p_{2\,5}$	$p_{2\,4}$	$p_{3\,12}$	$p_{1\,10}$	$p_{1\,11}$	$p_{3\,11}$	$p_{3\,10}$	$p_{3\,9}$	$p_{3\,7}$
$p_{1\,3}$	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$p_{2\,10}$	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0
$p_{1\,4}$	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1
$p_{1\,6}$	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	1	1

$\mathbf{p_{2\,9}}$	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0
$\mathbf{p_{2\,6}}$	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1
$\mathbf{p_{2\,5}}$	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1
$\mathbf{p_{2\,4}}$	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	1
$\mathbf{p_{3\,12}}$	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
$\mathbf{p_{1\,10}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0
$\mathbf{p_{1\,11}}$	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
$\mathbf{p_{3\,11}}$	0	1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	0
$\mathbf{p_{3\,10}}$	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0
$\mathbf{p_{3\,9}}$	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0
$\mathbf{p_{3\,7}}$	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1

4. Построение семейства ψG

В 1 строке матрицы найдем первый нулевой элемент.
Записываем дизъюнкцию $M_{1\,3} = r_1 \vee r_3 = 110011110000000 \vee 011011101001111 = 111011111001111$
В строке $M_{1\,3}$ находим номера нулевых элементов, $J' = \{4, 10, 11\}$.
Записываем дизъюнкцию $M_{1\,3\,4} = M_{1\,3} \vee r_4 = 111011111001111 \vee 010110001001111 = 111111111001111$
В строке $M_{1\,3\,4}$ находим номера нулевых элементов, $J' = \{10, 11\}$.
Записываем дизъюнкцию $M_{1\,3\,4\,10} = M_{1\,3\,4} \vee r_{10} = 111111111001111 \vee 000000001101000 = 111111111101111$
В строке $M_{1\,3\,4\,10}$ находим номера нулевых элементов, $J' = \{11\}$.
Записываем дизъюнкцию $M_{1\,3\,4\,10\,11} = M_{1\,3\,4\,10} \vee r_{11} = 111111111101111 \vee 000000001010000 = 111111111111111$
В строке $M_{1\,3\,4\,10\,11}$ все 1. Построено $\psi_1 = \{u_{1\,3}, u_{1\,4}, u_{1\,6}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$

В таком духе находим оставшиеся 8 множеств
Получаем:
$\psi_1 = \{u_{1\,3}, u_{1\,4}, u_{1\,6}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$
$\psi_2 = \{u_{1\,3}, u_{3\,12}, u_{3\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_3 = \{u_{1\,3}, u_{1\,10}, u_{1\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_4 = \{u_{1\,3}, u_{1\,11}, u_{3\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_5 = \{u_{2\,10}, u_{2\,9}, u_{2\,6}, u_{2\,5}, u_{2\,4}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$
$\psi_6 = \{u_{2\,10}, u_{2\,9}, u_{1\,10}, u_{1\,11}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_7 = \{u_{2\,10}, u_{1\,10}, u_{1\,11}, u_{3\,10}, u_{3\,9}, u_{3\,7}\}$
$\psi_8 = \{u_{1\,4}, u_{1\,6}, u_{2\,4}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$
$\psi_9 = \{u_{1\,6}, u_{2\,6}, u_{2\,5}, u_{2\,4}, u_{1\,10}, u_{1\,11}\}$

5. Выделение из G′ максимального двудольного подграфа H′

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия

$\alpha_{12} = |\psi_1|+|\psi_2|-|\psi_1 \cap \psi_2| = 10$

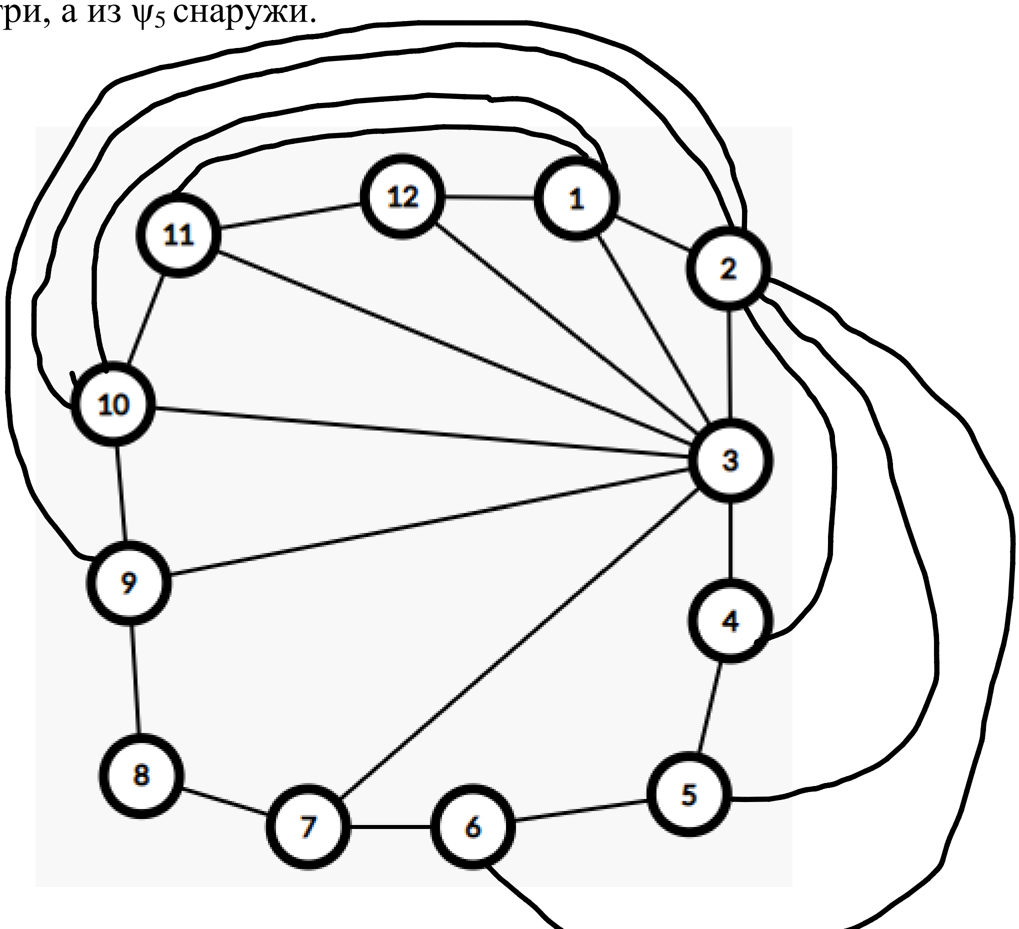
$\alpha_{13} = |\psi_1|+|\psi_3|-|\psi_1 \cap \psi_3| = 8$ и тд

Все результаты занесем в матрицу ниже:

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	**0**	10	8	9	10	9	9	6	8
2		**0**	8	7	13	10	9	11	12
3			**0**	7	11	8	7	9	10
4				**0**	12	9	8	10	11
5					**0**	9	10	9	8
6						**0**	7	9	10
7							**0**	9	10
8								**0**	7
9									**0**

max $\alpha_{ij} = \alpha_{25} = 13$ дает лишь пара множеств $\psi_2 = \{u_{1\ 3}, u_{3\ 12}, u_{3\ 11}, u_{3\ 10}, u_{3\ 9}, u_{3\ 7}\}$ и $\psi_5 = \{u_{2\ 10}, u_{2\ 9}, u_{2\ 6}, u_{2\ 5}, u_{2\ 4}, u_{1\ 10}, u_{1\ 11}\}$

В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, проведем ребра из ψ_2 внутри, а из ψ_5 снаружи.



Удалим из ψ_G ребра, которые вошли в ψ_2 и ψ_5. Объединим одинаковые множества ψ_1 и ψ_8, ψ_9 входит в ψ_1

Не реализованными остались два ребра. Проведем их. Итоговый граф: