Информатика

Учебный год 2021/2022.

О лекторе

- Кандидат технических наук.
- Стаж преподавания — 10 лет.
- Стаж в IT-индустрии — 16 лет.
- Доцент факультета ПИиКТ.
- Ведущий разработчик RPA в Masterdata.
- Область научных интересов: RPA, речевые технологии, новые технологии в IT-сфере.

Опрос в начале лекции

- ФИО.
- Группа.
- Электронный адрес (почта).
- Цель поступления на вашу образовательную программу (специальность).
- Ваши ожидания от курса «Информатика».
- Какие языки программирования вы изучали в школе?
- Какие языки программирования вы изучали самостоятельно?
- Изучали ли вы ранее систему компьютерной вёрстки TeX, регулярные выражения и системы счисления Бергмана, Цекендорфа и др.?

Административная информация

Лекции (раз в две недели):

- Посещать обязательно (почти).
- При себе иметь ручку.

Лабораторные занятия (раз в две недели):

- Выполняются дома, защищаются в университете.*
- Выполняются строго последовательно.
- При сильно несвоевременной сдаче – штраф.

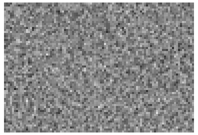
Контроль усвоения знаний:

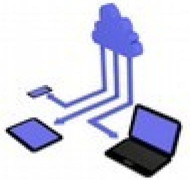
- Аннотации (желательно по тематике последней лекции).
- 2 рубежных тестирования в ЦДО.
- Экзамен.
- Поощрение неординарных решений.
- Бонусы за обнаруженные ошибки.

Диапазон баллов	Оценка
[0; 60)	2F
[60;67]	3E
(67;74]	3D
(74;83]	4C
(83;90]	4B
(90;100]	5A

Важно: личностные качества составляют 10% от оценки!

Краткое содержание курса





- Основы теории информации
- Представление чисел в ЭВМ
- Основы языка Python для обработки данных
- Основы форматов и языков разметки документов
- Основые регулярных выражений
- Полезные навыки работы с офисными пакетами
- Работа с системами вёрстки текста
- Программное обеспе́чение профессионального программиста

Требования к слушателям: освоенный школьный курс информатики.

Дополнительный материал

Онлайн-курс «Информатика для втузов»

https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/COMTEC/

Черновик методического пособия «Информатика»

https://vk.com/doc-31201840_566998093

Методическое пособие с некоторыми лабораторными работами

https://books.ifmo.ru/file/pdf/2464.pdf

Лабораторные работы и онлайн-курс

Лабораторная работа №1 (Перевод чисел между различными системами счисления) может быть засчитана из онлайн-курса с понижающим коэффициентом 0,6.

Лабораторная работа №2 (Основы арифметического кодирования) может быть засчитана из онлайн-курса с понижающим коэффициентом 0,8.

Лабораторная работа №6 (Вёрстка документов в системе TeX. Подготовка шаблонов для формирования отчётов, курсовых и дипломных работ) может быть засчитана из онлайн-курса с понижающим коэффициентом 0,6.

Список IT-ориентированных новостных ресурсов

3dnews.ru, 4pda.ru, android.com, betanews.com, blogs.intel.com, cam.ac.uk, cnews.ru, computerworld.com, dailytechinfo.org, datbaze.ru, discovery.com, extremetech.com, gizmodo.com, habrahabr.ru, hi-news.ru, hitech.vesti.ru, iksmedia.ru, it-news-world.ru, it-top.ru, it-world.ru, it.tut.by, itc.ua, itnews.com.ua, itupdate.ru, itworld.com, mobiledevice.ru, news-it.net, news.softpedia.com, novostiit.net, osp.ru, overclockers.ru, research.ibm.com, sciencedaily.com, sciencemag.org, singularityhub.com, thehackernews.com, theverge.com, thg.ru, usenix.org, wired.co.uk ...

Определение термина «информатика»

Информатика – дисциплина, изучающая свойства и структуру информации, закономерности ее создания, преобразования, накопления, передачи и использования.

Англ: informatics = information technology + computer science + information theory

Важные даты

- 1956 – появление термина «информатика» (нем. Informatik, Штейнбух)
- 1968 – первое упоминание в СССР (информология, Харкевич)
- 197X – информатика стала отдельной наукой
- 4 декабря – день российской информатики

Терминология: информация и данные

Международный стандарт ISO/IEC 2382:2015
«Information technology – Vocabulary» (вольный пересказ):

> Информация – знания относительно фактов, событий, вещей, идей и понятий.
>
> Данные – форма представления информации в виде, пригодном для передачи или обработки.

- Что есть предмет информатики: информация или данные?
- Как измерить информацию? Как измерить данные?
  Пример: «Байкал — самое глубокое озеро Земли».

Терминология: информация и данные (2)

Измерение количества информации

Количество информации ≡ информационная энтропия – это численная мера непредсказуемости информации. Количество информации в некотором объекте определяется непредсказуемостью состояния, в котором находится этот объект.

Пусть i (s) — функция для измерения количеств информации в объекте s, состоящем из *n* независимых частей s_k, где *k* изменяется от 1 до *n*. Тогда **свойства меры количества информации i(s)** таковы**:**

- Неотрицательность: $i(s) \geq 0$.
- Принцип предопределённости: если об объекте уже все известно, то $i(s) = 0$.
- Аддитивность: $i(s) = \sum i(s_k)$ по всем *k*.
- Монотонность: i(s) монотонна при монотонном изменении вероятностей.

Что такое вероятность события

- **Классическое определение** (существует только *n* равновозможных исходов эксперимента, из них *m* исходов приведут к событию А)

$$p(A)=m/n$$

- **Статистическое определение** (в результате проведённых *n* экспериментов события А возникло *m* раз)

$$p(A)=\lim_{n\to\infty}\frac{m}{n}$$

- **Свойства вероятности**

$$0\le p(A)\le 1,$$

сумма вероятностей всех возможных несовместных событий равна 1

Мера количества информации по Хартли

Система S может находиться в одном из N равновероятных состояний. Вероятность каждого из состояний $p = 1/N$. Передадим сообщение о выпавшем состоянии S, используя двоичное сообщение длины d:

$$2^d \geq N \quad \rightarrow \quad d \geq \log_2 N$$

Ральф Хартли
(1880--1970)

Значит, для однозначного описания системы требуется $\log_2 N$ бит. По определению Хартли, количество информации в системе S равно

$$i_H(s) = \log_x N = -\log_x p.$$

Единицы измерения количества информации:

i_H = (lb N бит = lb N Шн = lb N Sh) = $\log_3 N$ трит = (lg N харт = lg N Hart = lg N дит) = ln N нат

Какова этимология названий единиц измерения? Сколько дит содержится в 33 битах?

Ответ 1: (bit → binary digit), (dit → decimal digit), (Шн → Шеннон), (харт → Хартли) и т. д.

Ответ 2: т. к. 33 бит = $\log_2 N$, то $\log_{10} N = x$ дит, отсюда найдём x через N: $x = \log_{10} 2^{33} \approx 9{,}9$ дит.

Пример применения меры Хартли на практике

Пример 1. Ведущий загадывает число от 1 до 64. Какое количество вопросов типа «да-нет» понадобится, чтобы гарантировано угадать число?

- Первый вопрос: «Загаданное число меньше 32?». Ответ: «Да».
- Второй вопрос: «Загаданное число меньше 16?». Ответ: «Нет».
- …
- Шестой вопрос (в худшем случае) точно приведёт к верному ответу.
- Значит, в соответствии с мерой Хартли в загадке ведущего содержится ровно $\log_2 64 = 6$ бит непредсказуемости (т. е. информации).

Пример 2. Ведущий держит за спиной ферзя и собирается поставить его на произвольную клетку доски. Насколько непредсказуемо его решение?

- Всего на доске 8x8 клеток, а цвет ферзя может быть белым или чёрным, т. е. всего возможно 8x8x2 = 128 равновероятных состояний.
- Значит, количество информации по Хартли равно $\log_2 128 = 7$ бит.

Анализ свойств меры Хартли

Экспериментатор одновременно подбрасывает монету (М) и кидает игральную кость (К). Какое количество информации содержится в эксперименте (Э)?

Аддитивность:

i(Э) = *i*(М) + *i*(К) => *i*(12 исходов) = *i* (2 исхода) + *i* (6 исходов): $\log_x 12 = \log_x 2 + \log_x 6$

Неотрицательность:

Функция $\log_x N$ неотрицательно при любом $x > 1$ и $N \geq 1$.

Монотонность:

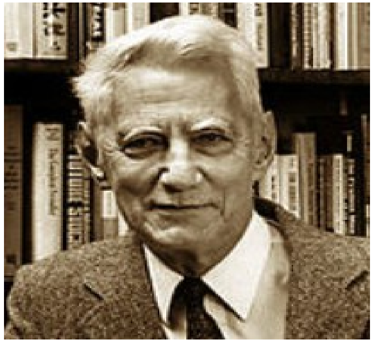
С увеличением p(М) или p(К) функция i(Э) монотонно возрастает.

Принцип предопределённости:

При наличии всегда только одного исхода (монета и кость с магнитом) количество информации равно нулю: $\log_x 1 + \log_x 1 = 0$.

Мера количества информации по Шеннону

Мера Хартли подходит лишь для систем с равновероятными состояниями. Если состояния системы S не равновероятны, используют меру Шеннона:



Клод Шеннон
(1916--2001)

$$i(S) = -\sum_{i=1}^{N} p_i \cdot \log_2 p_i ,$$

где N – число состояний системы,

p_i – вероятность того, что система S находится в состоянии i (сумма всех p_i равна 1).

Формула Хартли является частным случаем формулы Шеннона!

Пример 1. Количество информации в акте подбрасывания обычной монеты по формуле Хартли равно $\log_2 2 = 1$ бит. По формуле Шеннона получим то же: $i_{s1} = -0{,}5*\log_2 0{,}5 - 0{,}5*\log_2 0{,}5 = 1$ бит.

Пример 2. При подбрасывании монеты со смещённым центром тяжести количество непредсказуемости становится меньше: $i_{s2} = -0{,}75*\log_2 0{,}75 - 0{,}25*\log_2 0{,}25 \approx 0{,}8$ бит.

Пример использования меры Шеннона

Шулер наугад вытаскивает одну карту из стопки, содержащей 9 известных ему карт: 3 джокера, 3 туза, 1 король, 1 дама и 1 валет. Какое количество информации для шулера содержится в этом событии s?

$$\text{Вероятность вытащить} \left\{ \begin{array}{l} \text{джокера} \\ \text{туза} \\ \text{короля} \\ \text{даму} \\ \text{валета} \end{array} \right\} \text{равна} \left\{ \begin{array}{l} 3/9 = 1/3 \\ 3/9 = 1/3 \\ 1/9 \\ 1/9 \\ 1/9 \end{array} \right.$$

Количество информации, выраженное в тритах, равно:

$$i(s) = -\left(\frac{1}{3}\cdot\log_3\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\cdot\log_3\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\cdot\log_3\frac{1}{9} + \frac{1}{9}\cdot\log_3\frac{1}{9} + \frac{1}{9}\cdot\log_3\frac{1}{9}\right) =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = 1\frac{1}{3} \approx \log_3 5 \;\; \text{vs} \;\; \log_3 14 \; \textit{уникальных карт}$$

Нестрогий вывод формулы Шеннона

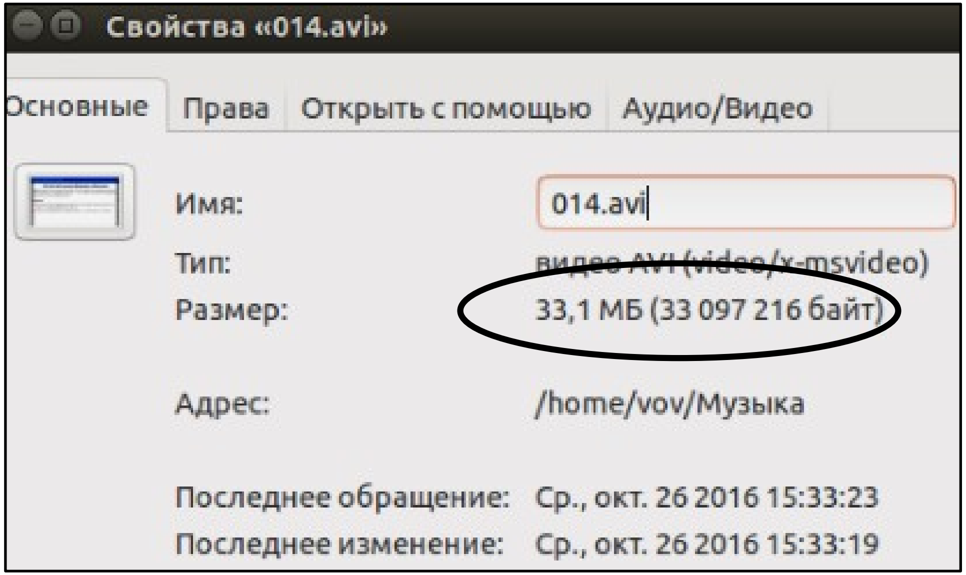
Задача. Монета имеет смещённый центр тяжести. Вероятность выпадения «орла» – 0,25, вероятность выпадения «решки» – 0,75. Какое количество информации содержится в одном подбрасывании?

Решение

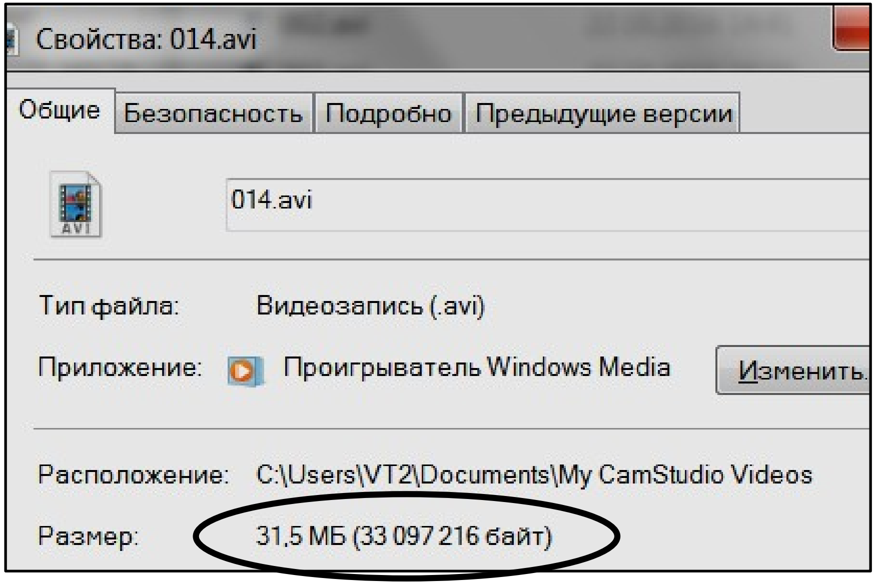
- Пусть монета была подброшена *N* раз ($N\to\infty$), из которых «решка» выпала *M* раз, «орёл» — *K* раз (очевидно, что $N = M + K$).
- Количество информации в N подбрасываниях: $i_N = M*i$(«решка») + $K*i$(«орёл»).
- Тогда среднее количество информации в одном подбрасывании:
  $i_1 = i_N/N = (M/N)*i$(«решка»)$+(K/N)*i$(«орёл») = p(«решка»)*i(«решка»)+p(«орёл»)*i(«орёл»).
- Подставив формулу Шеннона для *i*, окончательно получим:
  i_1 = -p(«решка»)*$\log_x$p(«решка») - p(«орёл»)*$\log_x$p(«орёл») ≈ 0,8 бит.

Приставки для единиц измерения количества информации/данных: проблема

Linux Ubuntu 14



Microsoft Windows 7



33 097 216 байт – это 33,1 МБ или 31,5 МБ?

Приставки для единиц измерения количества информации/данных: решение

1. IEEE 1541-2002 – Институт инженеров по электротехнике и радиоэлектронике.
2. ISO/IEC 80000-13:2008 – Международная организация по стандартизации.
3. ГОСТ IEC 60027-2-2015 – Международная электротехническая комиссия.

Приставки единиц СИ	Новые двоичные префиксы	Δ,%
килобайт (kB) = 10^3 байт	кибибайт (KiB, КиБ) = 2^{10} байт	2
мегабайт (MB) = 10^6 байт	мебибайт (MiB, МиБ) = 2^{20} байт	5
гигабайт (GB) = 10^9 байт	гибибайт (GiB, ГиБ) = 2^{30} байт	7
терабайт (TB) = 10^{12} байт	тебибайт (TiB, ТиБ) = 2^{40} байт	10

Краткое обозначение битов и байтов: b = bit = бит, B = Б = байт

1024 B = 1024 Б = 8192 b = 8192 бит = 8 Кибит = 1 КиБ = 1 KiB

Приставки для единиц измерения количества информации/данных: детали

Полное произношение названий приставок

3 КиБ = «три кибибайта» = «три килобинарных (kilobinary) байта».

7 Гибит = «семь гибибитов» = «семь гигабинарных (gigabinary) битов».

Сложившаяся практика использования приставок

Объем памяти (HDD, RAM, Cache): 512 KiB = 524 288 bytes.

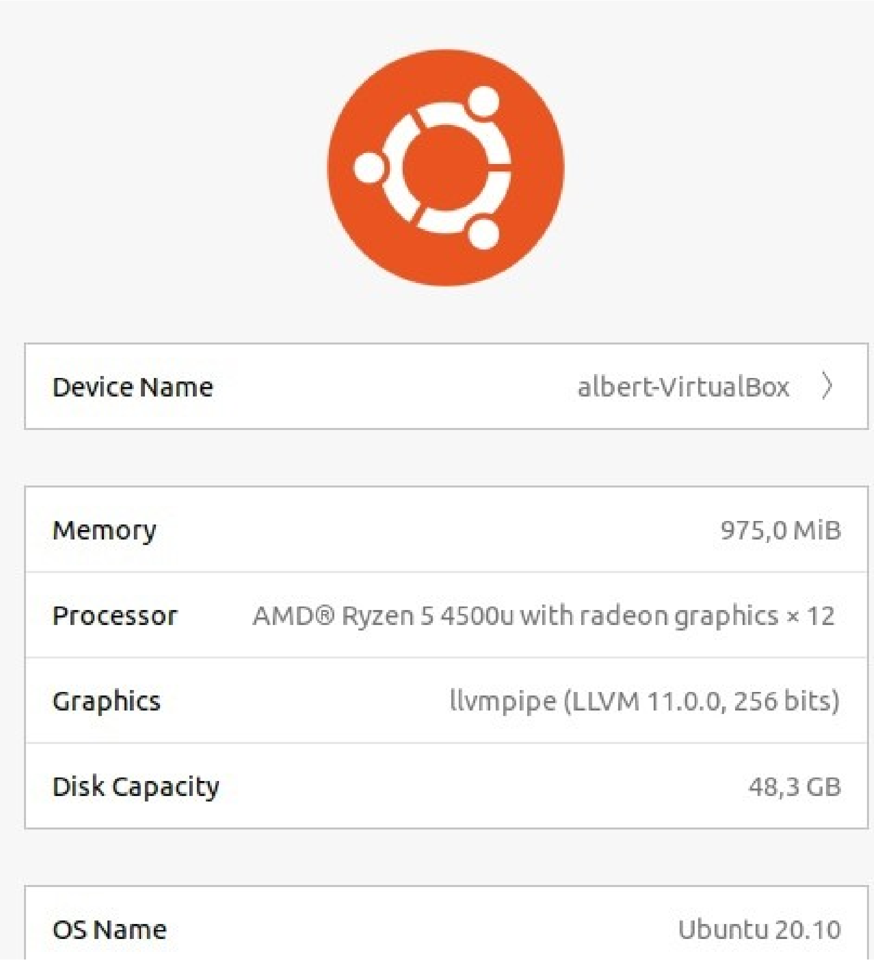
Скорость передачи данных: 512 kbps = 512 000 bps = 512 000 бит/с.

Типовая задача

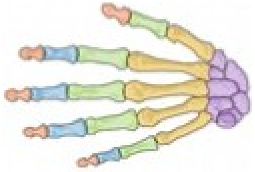
Сколько мегабит содержится в двух гигабинарных байтах?

$$2\,\text{ГиБ} = 2\cdot 2^{30}\,\text{Б} = 16\cdot 2^{30}\,\text{бит} = \frac{16\cdot 2^{30}}{1000000}\,\text{Мбит} \approx 17180\,\text{Мбит (округл.)}$$

Приставки для единиц измерения количества информации/данных: пример



Системы счисления: историческая справка

<table>
<tr><th>Основание</th><th colspan="2">Кто и как использовал</th></tr>
<tr><td>нет</td><td>Австралийские племена</td><td>3=два-один, 4=два-два, 5=два-два-один, 6=два-два-два, 7=много</td></tr>
<tr><td>5</td><td>Африканские племена</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>12</td><td>Тибетцы, нигерийцы</td></tr>
<tr><td>20</td><td>Индейцы Майя, кельты</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>60</td><td>Вавилоняне, шумеры</td></tr>
<tr><td>10</td><td>5 век (Индия)
16 век (Европа)
17 век (Россия)</td></tr>
</table>

Позиционные системы счисления (СС)

X = 2017,042 = 2*1000 + 0*100 + 1*10 + 7*1 + 4/100 + 2/1000

$$\boxed{X_{(q)} = x_{n-1}x_{n-2}x_1x_0,x_{-1}x_{-2}x_{-m}}$$

$X_{(q)}$ — запись числа в системе счисления с основанием q;
x_i — натуральные числа меньше q, т.е. цифры;
n — число разрядов целой части;
m — число разрядов дробной части.

$$\boxed{X_{(q)}=x_{n-1}q^{n-1} + x_{n-2}q^{n-2} + \ldots + x_1q^1 + x_0q^0 + x_{-1}q^{-1} + x_{-2}q^{-2} + \ldots + x_{-m}q^{-m}}$$

$$\boxed{X_{(q)} = \sum_{i=-m}^{n-1} x_i \cdot q^i}$$

ПРИМЕРЫ: $123_{(4)} = 1*4^2 + 2*4 + 3$ (если основание СС не указано => 10-ричная СС)

$456{,}78_{(10)} = 4*10^2 + 5*10^1 + 6*10^0 + 7*10^{-1} + 8*10^{-2}$

Перевод из одной СС в другую. Пример 1

$231_{(10)} = ABC_{(10)} = \ldots HGFE_{(8)} = \ldots + H*8^3 + G*8^2 + F*8 + E$, при натуральных H, G, F, E < 8.

Как найти E, F, G, H?

Решение: $(\ldots + H*8^3 + G*8^2 + F*8 + E)/8 = \ldots + H*8^2 + G*8^1 + F$ (плюс остаток E)

$\Rightarrow (\ldots HGFE_{(8)})/8 = \ldots HGF_{(8)}$ (с остатком E)

Номер шага (*i*)	0	1	2	3	4	…
Частное от деления на 8	231	28	3	0	0	0
Остаток от деления на 8	0	7	4	3	0	0

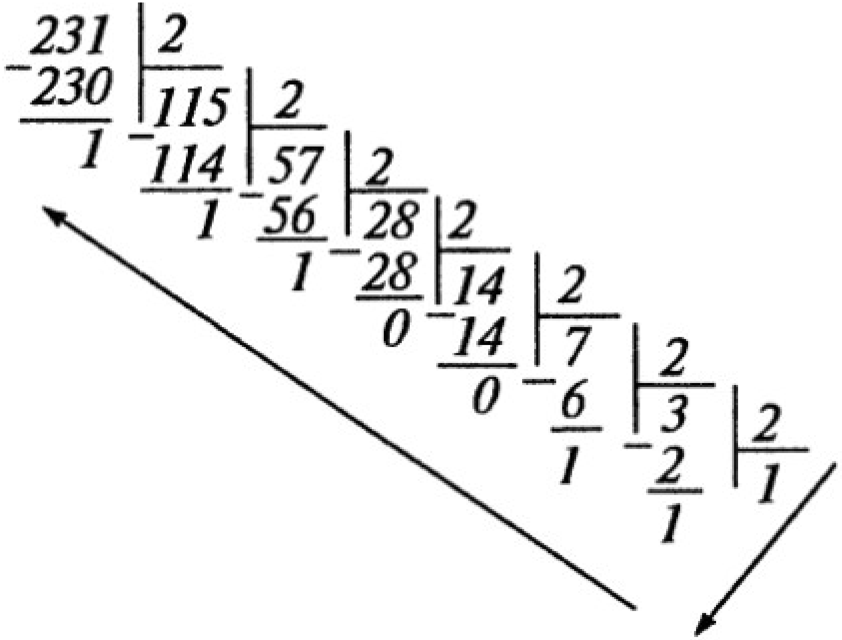
Ответ: E=7, F=4, G=3, H=0.

$231_{(10)} = 347_{(8)}$

Перевод из одной СС в другую. Пример 2

Задача: $231_{(10)} = \ ?_{(2)}$

Ход решения →



Ответ: $231_{(10)} = 11100111_{(2)}$

Перевод из одной СС в другую. Пример 3

Задача: $0{,}15_{(10)} = \ ?_{(3)} = 0{,}ABCD..._{(3)} = A/3^1 + B/3^2 + C/3^3 + D/3^4 + ...$

Решение: $(A/3^1 + B/3^2 + C/3^3 + D/3^4 + ...)*3 = A*3^0 + (B/3^1 + C/3^2 + D/3^3 + ...)$

$$=> 3*0{,}ABCD..._{(3)} = A{,}BCD..._{(3)}$$

Номер шага (*i*)	0	1	2	3	4	5	...
Целая часть после умножения дробной части на 3	0	0	1	1	0	0	...
Дробная часть после умножения на 3	0,15	0,45	0,35	0,05	0,15	0,45	...

Ответ: $0{,}15_{(10)} = 0{,}011001100..._{(3)} = 0{,}(0110)_{(3)}$

Перевод из одной СС в другую. Пример 4

Задача: $0{,}8125_{(10)} = ?_{(2)}$

Ход решения →

0	,8125 2
1	,625 2
1	,25 2
0	,5 2
1	0

Ответ: $0{,}8125_{(10)} = 1 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} + 1 * 2^{-4} = 0{,}1101_{(2)}$

Перевод из одной СС в другую. Пример 5

$$231_{(10)} = 11100111_{(2)}$$

$$0{,}8125_{(10)} = 0{,}1101_{(2)}$$

$$231{,}8125_{(10)} = 11100111{,}1101_{(2)}$$

Перевод из СС с основанием 2 в СС с основанием 4

Сложный путь:

1) СС-2 -> СС-10: $10100_{(2)} = 20_{(10)}$

2) СС-10 -> СС-4: $20_{(10)} = 110_{(4)}$ => $10100_{(2)} = 110_{(4)}$

Примечание: «СС-*N*» означает «система счисления с основанием *N*»

Простой путь:

$$x_{i+1}2^{i+1} + x_i 2^i + \cdots + x_3 2^3 + x_2 2^2 + x_1 2^1 + x_0 2^0$$

$$\Downarrow$$

$$x_{2k+1}2^{2k+1} + x_{2k}2^{2k} + \cdots + x_3 2^{2*1+1} + x_2 2^{2*1} + x_1 2^1 + x_0 2^0$$

$$\Downarrow$$

$$2^{2k}(x_{2k+1}2^1 + x_{2k}) + \cdots + 2^2(x_3 2^1 + x_2) + 2^0(x_1 2^1 + x_0)$$

$$\Downarrow$$

$$4^k(x_{2k+1}2^1 + x_{2k}) + \cdots + 4^1(x_3 2^1 + x_2) + 4^0(x_1 2^1 + x_0)$$

Преобразование из СС-2 в СС-2^k и обратно

Двоичная <-> Четверичная	Двоичная <-> Восьмеричная	Двоичная <-> Шестнадцатеричная
00 <-> 0	000 <-> 0	0000 <-> 0
01 <-> 1	001 <-> 1	0001 <-> 1
10 <-> 2	010 <-> 2	0010 <-> 2
11 <-> 3	011 <-> 3	0011 <-> 3
	100 <-> 4	...
	101 <-> 5	1101 <-> D
	110 <-> 6	1110 <-> E
	111 <-> 7	1111 <-> F

Пример: $1111110001{,}1110001_{(2)} = 0011\ 1111\ 0001{,}1110\ 0010_{(2)} = 3F1{,}E2_{(16)}$

Преобразование из СС-N в СС-N^k и обратно

Из СС-N в СС-N^k

- дополнить число, записанное в СС с основанием N, незначащими нулями так, чтобы количество цифр было кратно k;
- разбить полученное число на группы по k цифр, начиная от нуля;
- заменить каждую такую группу эквивалентным числом, записанным в СС с основанием N^k.

Задача: $1020101_{(3)} = ?_{(27)}$

Решение: $1020101_{(3)} = 001\ 020\ 101_{(3)} = 16A?_{(27)}$

Из СС-N^k в СС-N

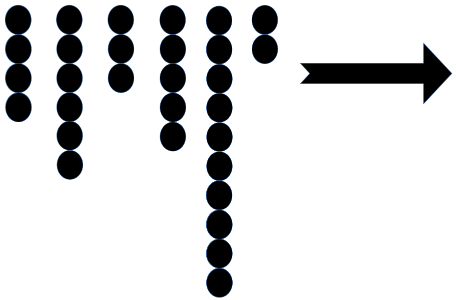
- заменить каждую цифру числа, записанного в СС с основанием N^k, эквивалентным набором из k цифр СС с основанием N.

Задача: $2345_{(125)} = ?_{(5)}$

Решение: $2345_{(125)} = 002\ 003\ 004\ 010_{(5)} = 2003004010_{(5)}$

Задача. Робинзон Крузо нашёл на острове 60 камней. Сколько прошедших дней можно ими закодировать в разных СС?

Пример СС-10:

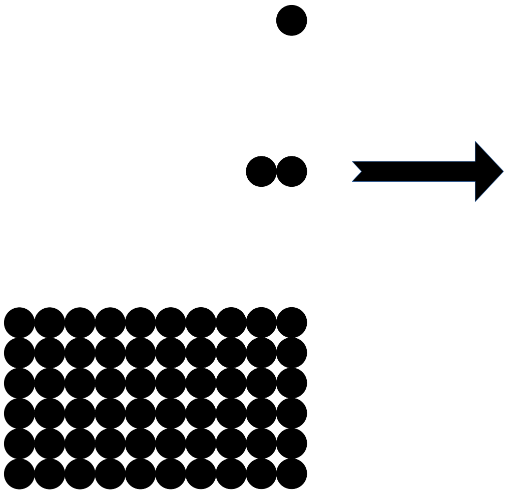


463502-й день из 999999 возможных, где $999999 = 10^6 - 1$

Оптимальная система счисления (2)

Пример СС-60:

0 камней = 0 дней
1 камень = 1 день
2 камня = 2 дня
…
60 камней = 60 дней



1 день

2 дня

60 дней

Оптимальная система счисления (3)

Пример СС-30:

0 камней ≠ 0 дней
1 камень = 0 дней
2 камня = 1 день или 30 дней
…
60 камней = 29*30 + 29 =
= 899 дней

● 0	● 0	0 дней
● 0	●● 1	1 день
● 0	●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●●● 29	29 дней
●● 30	● 0	30 дней
●●● 60	●● 1	61 день

Оптимальная система счисления (4)

Пример СС-20:

0 камней ≠ 0 дней
1 камень = 0 дней
2 камня = 1 день
или 20 дней
или 400 дней
…
60 камней =
= 19*400 +
+ 19*20 + 19 =
= 7999 дней

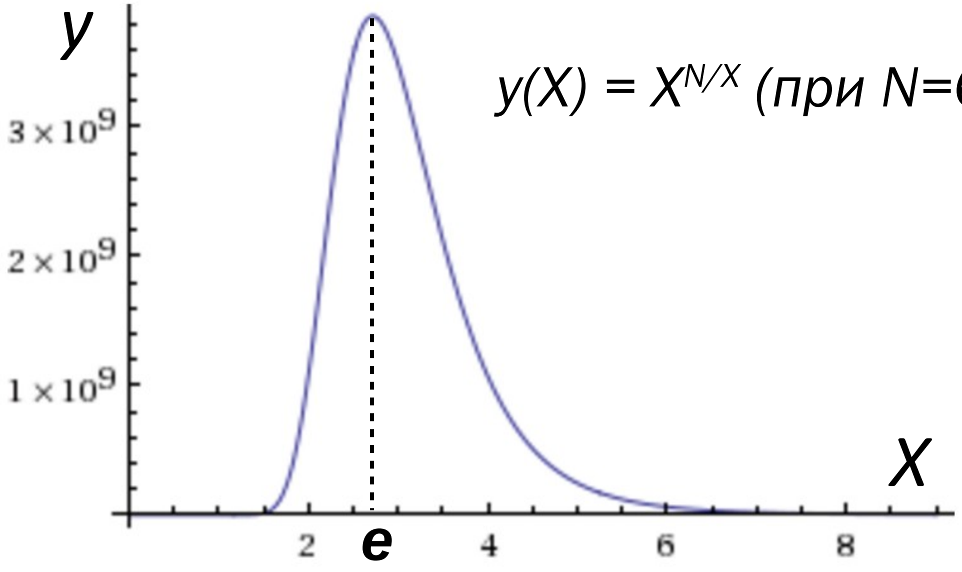
● 0	● 0	● 0	0 дней
● 0	● 0	●● 1	1 день
● 0	● 0	●●●●●●●●●●●●●●●●●●●● 19	19 дней
● 0	●● 20	● 0	20 дней
●● 400	●● 20	●● 1	421 день

Возможные варианты в других СС:

2^{30}, 3^{20}, 4^{15}, 5^{12}, 6^{10}, 7^{8}, 8^{7}, 9^{6}, 10^{6}, 11^{5}, 12^{5}, …, 20^{3}, …, 30^{2}, …, 60^{1}

Оптимальная система счисления (5)

Если взять *N* камней, а за основание СС принять число *X*, то получится *N/X* разрядов, которыми можно закодировать $y=X^{N/X}$ дней (для простоты полагаем, что количество разрядов может быть нецелым).



$y(X) = X^{N/X}$ *(при N=60)*

Вывод: оптимальная система счисления имеет основание *e=2,7183…*.

Каким может быть основание позиционной СС?

$$X_{(q)} = \sum_{k=-m}^{n-1} d_k \cdot q^k$$

m — количество цифр справа от запятой,
n — количество цифр слева от запятой,
d_k — цифра числа, стоящая на *k*-й позиции,
q — основание системы счисления.

Пример: $\mathbf{789{,}13_{10}} = \mathbf{7}*10^2 + \mathbf{8}*10^1 + \mathbf{9}*10^0 + \mathbf{1}*10^{-1} + \mathbf{3}*10^{-2}$

Что если *q* отрицательно? иррационально? переменно?

Система счисления Бергмана

Джорж Бергман (р. 1943)

Любое действительное число можно представить в виде

$$x = \sum_{k=-m}^{n-1} d_k \cdot z^k, \quad \text{где}\, d_k \in \{0,1\},\, z = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

m — количество цифр справа от запятой, n — количество цифр слева от запятой, d_k — цифра числа, стоящая на k-й позиции, z — число золотой пропорции. Запись числа x в системе Бергмана имеет вид : $x_{(Б)} = d_{n-1} \ldots d_2 d_1 d_0, d_{-1} d_{-2} d_{-3} \ldots d_{-m\ (Б)}$

$2_{(10)} = 10{,}01_{(Б)} = z^1+z^{-2}$

$3_{(10)} = 11{,}01_{(Б)} = z^1+z^0+z^{-2}$

$3_{(10)} = 100{,}01_{(Б)} = z^2+z^{-2}$

Чтобы исключить неоднозначность, используют запись с наибольшим количеством разрядов, т. е. $3_{(10)} = 100{,}01_{(Б)}$

Применение: запись иррациональных чисел конечным числом цифр: $10_{(Б)} = 1{,}618033998\ldots$, контроль арифметических операций, коррекция ошибок, самосинхронизация кодовых последовательностей при передаче по каналу связи.

Примеры использования системы счисления Бергмана

```
z^5 ·=·1.618033988749895^5 ·=· ·11.090169943749476¶
z^4 ·=·1.618033988749895^4 ·=· ·6.854101966249686¶
z^3 ·=·1.618033988749895^3 ·=· ·4.23606797749979¶
z^2 ·=·1.618033988749895^2 ·=· ·2.618033988749895¶
z^1 ·=·1.618033988749895^1 ·=· ·1.618033988749895¶
z^0 ·=·1.618033988749895^0 ·=· ·1.0¶
z^(-1) ·=·1.618033988749895^(-1) ·=· ·0.6180339887498948¶
z^(-2) ·=·1.618033988749895^(-2) ·=· ·0.38196601125010515¶
z^(-3) ·=·1.618033988749895^(-3) ·=· ·0.23606797749978967¶
z^(-4) ·=·1.618033988749895^(-4) ·=· ·0.14589803375031543¶
z^(-5) ·=·1.618033988749895^(-5) ·=· ·0.09016994374947422¶
z^(-6) ·=·1.618033988749895^(-6) ·=· ·0.0557280900008412¶
```

Примеры использования системы счисления Бергмана (2)

$$16 = 11.090169943749476 + 4.23606797749979 +$$

$$+ 0.6180339887498948 + + 0.0557280900008412 =$$

$$= z^5 + z^3 + z^{(-1)} + z^{(-6)} = 101000.100001_{(B)}$$

$$7 = 6.854101966249686 + 0.1458980337503154З =$$

$$= z^4 + z^{(-4)} = 10000.0001_{(B)}$$

Система счисления Цекендорфа (фибоначчиева СС)

Эдуард Цекендорф (1901–1983)

Любое целое число можно представить в виде

$$x = \sum_{k=1}^{n} d_k F_k, \quad \text{где } d_k \in \{0,1\}, \text{ а } F_k - \text{числа Фибоначчи (ЧФ)}$$

n — количество цифр в записи числа, d_k — цифра числа, стоящая на k-й позиции,
каждое ЧФ есть сумма двух предыдущих ЧФ: $F_i = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots\}$, где $i = 0, 1, \ldots$.
Запись числа x в системе Цекендорфа будет иметь вид $x_{(\text{Ц})} = d_n d_{n-1} \ldots d_{1(\text{Ц})}$

Проблема неуникальности: 16 = 8+5+2+1 = 13+3, т.е. 16 = $11011_{(\text{Ц})}$ = $100100_{(\text{Ц})}$.
Чтобы исключить неоднозначность, введён запрет на использование двух единиц подряд: т. е. $16_{(10)}$= $100100_{(\text{Ц})}$, а запись $11011_{(\text{Ц})}$ считается ошибочной!

Применение: минимизация числа зёрен маиса в счётах у инков,
кодирование данных с маркером завершения «11».

Факториальная СС: определение

Любое целое число можно представить в виде

$$x=\sum_{k=1}^{n} d_k k!, \quad \text{где} \quad 0 \leqslant d_k \leqslant k, \quad k!=1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot k.$$

n — количество цифр в записи числа,
d_k — цифра числа, стоящая на *k*-й позиции,

Запись числа *x* в факториальной системе счисления будет иметь вид:

$$x_{(\Phi)}=d_n d_{n-1} \ldots d_{1(\Phi)}.$$

Примеры: $310_{(Ф)} = 3*3! + 1*2! + 0*1! = 20_{(10)}$

$106_{(10)} = d_5*5! + d_4*4! + d_3*3! + d_2*2! + d_1*1! =$ …подбор d_1, d_2, d_3, d_4, d_5 …=

$= 0 *5! + 4 *4! + 1 *3! + 2 *2! + 0 *1! = 4120_{(Ф)}$

Перевод чисел из СС-10 в факториальную СС

Дано: $x = d_4 d_3 d_2 d_{1(\Phi)} = (2\cdot3\cdot4)d_4 + (2\cdot3)d_3 + (2)d_2 + (1)d_1.$

1) $(x \operatorname{div} 2) = (3\cdot4)d_4 + (3)d_3 + d_2$ (и остаток, равный d_1).

2) $(x \operatorname{div} 2) \operatorname{div} 3 = (4)d_4 + d_3$ (и остаток, равный d_2).

3) $((x \operatorname{div} 2) \operatorname{div} 3) \operatorname{div} 4 = d_4$ (и остаток, равный d_3).

4) $(((x \operatorname{div} 2) \operatorname{div} 3) \operatorname{div} 4) \operatorname{div} 5 = 0$ (и остаток, равный d_4).

Примечание: «*A* div *B*» означает целочисленное деление *A* на *B*.

«*A* mod *B*» означает остаток от деления *A* на *B*.

Пример: $106_{(10)} = ?_{(\Phi)}$

1) 106 div 2 = 53, d_1 = 106 mod 2 = 0
2) 53 div 3 = 17, d_2 = 53 mod 3 = 2
3) 17 div 4 = 4, d_3 = 17 mod 4 = 1
4) 4 div 5 = 0, d_4 = 4 mod 5 = 4

$$x_{(\Phi)} = d_4 d_3 d_2 d_{1(\Phi)} = 4120_{(\Phi)}$$

Факториальная СС: применение

Проблема: как упорядочить перестановки букв АБВ: 1-АБВ, 2-АВБ, 3-ВБА, 4-ВАБ, 5-БАВ, 6-БВА.

Пример. Пусть имеется n=5 чисел (1,2,3,4,5) и нужно найти все их перестановки. Известно, что всего существует n! = 5! =120 таких перестановок. Как найти перестановку, если задан её номер *k*?

Решение. Найдём 21-ю перестановку (*k* = 21). Переведём *k* в факториальную систему:
$21 = 3*3! + 1*2! + 1*1! = 311_{(\Phi)}$. Дополним его до (*n-1*) разрядов: $311_{(\Phi)} \rightarrow 0311_{(\Phi)}$.

Расставим символы по местам:
1) **справа** от «5» есть $\underline{\mathbf{0}}$ меньших цифр (_ _ _ _ 5)
2) **справа** от «4» есть $\underline{\mathbf{3}}$ меньшие цифры (4 _ _ _ 5)
3) **справа** от «3» есть $\underline{\mathbf{1}}$ меньшая цифра (4 _ 3 _ 5)
4) **справа** от «2» есть $\underline{\mathbf{1}}$ меньшая цифра (4 2 3 _ 5)

ОТВЕТ: 42315

Значение k	**0**	1	2	3	...	21	...	**119**
k-я перестановка	12345	21345	13245	23145	...	42315	...	54321

Существуют различные варианты порядка перестановок!

СС с отрицательным основанием или цифрами

1. Нега-позиционные (с отрицательным основанием). Примеры в нега-десятичной СС:
   - $123_{(-10)} = 1 \cdot (-10)^2 + 2 \cdot (-10)^1 + 3 \cdot (-10)^0 = 100 - 20 + 3 = 83_{(10)}$
   - $58_{(-10)} = 5 \cdot (-10)^1 + 8 \cdot (-10)^0 = -50 + 8 = -42_{(10)}$

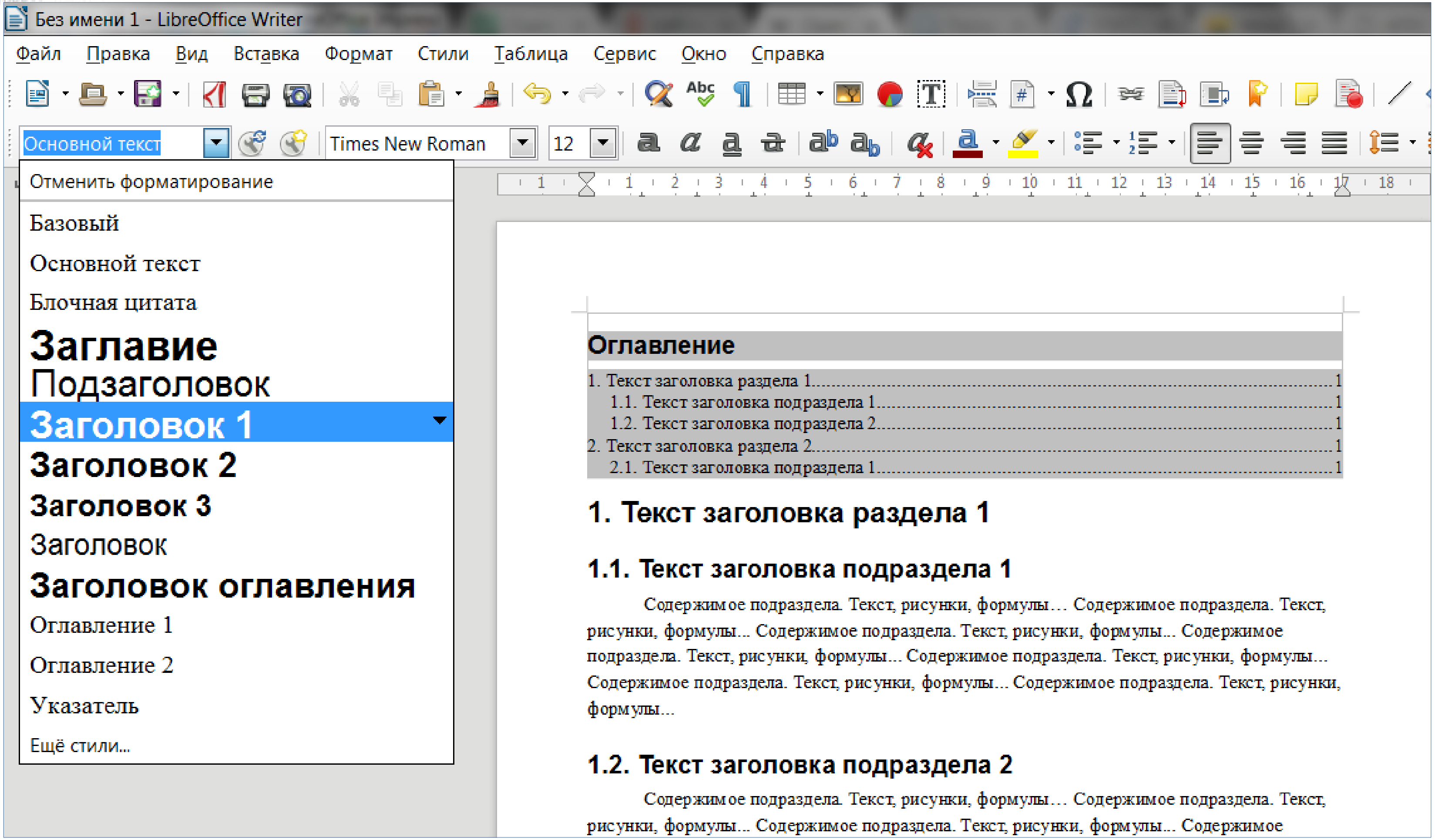
   Числа с чётным количеством цифр — отрицательные.

2. Симметричные (с отрицательными цифрами). Например, в симметричной пятеричной СС вместо привычных цифр {0, 1, 2, 3, 4} используются {-2, -1, 0, 1, 2}:
   - $20\bar{2}10_{(5C)} = (2) \cdot 5^4 + (0) \cdot 5^3 + (-2) \cdot 5^2 + (1) \cdot 5^1 + (0) \cdot 5^0 = 1250 - 50 + 5 = 1205_{(10)}$
   - $\bar{2}02\bar{1}0_{(5C)} = (-2) \cdot 5^4 + (0) \cdot 5^3 + (2) \cdot 5^2 + (-1) \cdot 5^1 + (0) \cdot 5^0 = -1250 + 50 - 5 = -1205_{(10)}$

   Симметричные СС определены только для нечётных оснований!

Применение. В негапозиционных и симметричных СС не требуется специального знака для обозначения отрицательных чисел. Это позволяет использовать их для представления отрицательных чисел в компьютерах.

Концепция стилей в текстовых процессорах



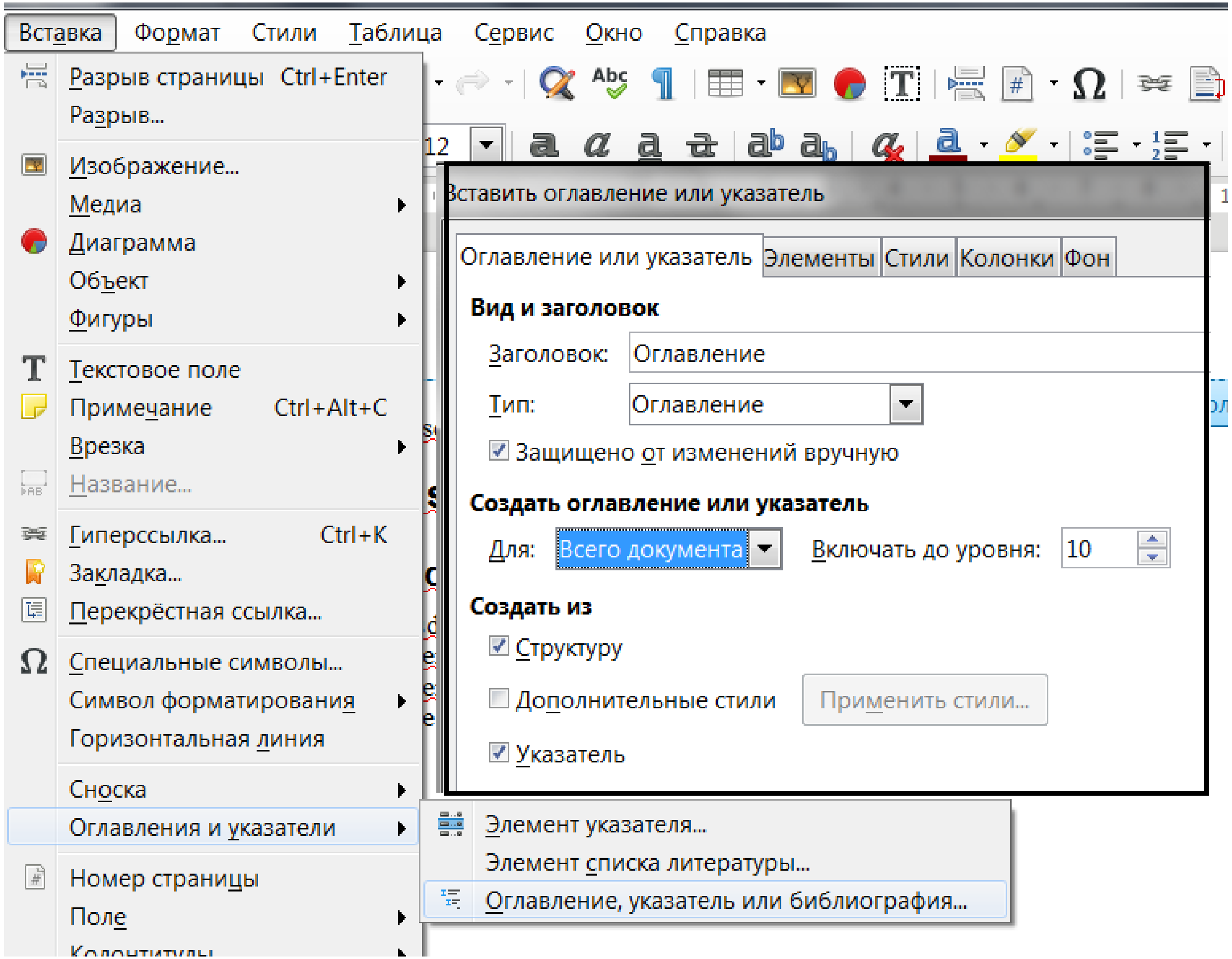
Автособираемое оглавление с помощью стилей

Алгоритм

1. При первичном наполнении документа использовать **только** стили для разметки структуры текста.
2. Наполняя документ, не тратить время на оформление внешнего вида «буковок».
3. Приступить к настройке внешнего вида стилей только после окончательного наполнения документа текстом.

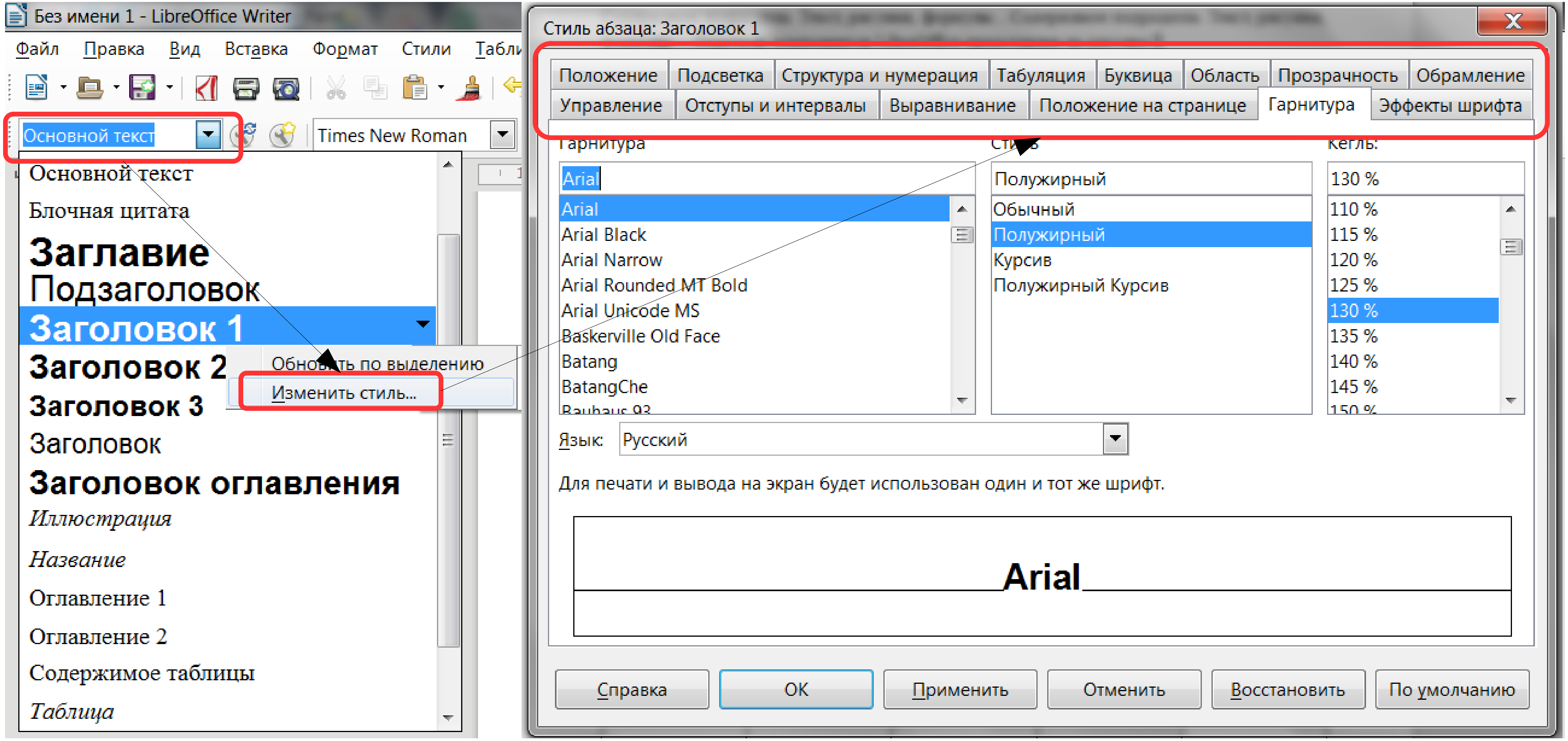
Не нужно форматировать текст вручную без стилей, задавая кегль, цвет шрифта и т. п. «врукопашную»!

Примечание. Приведённые рекомендации имеют смысл лишь при оформлении больших сложных документов!



Редактирование стиля

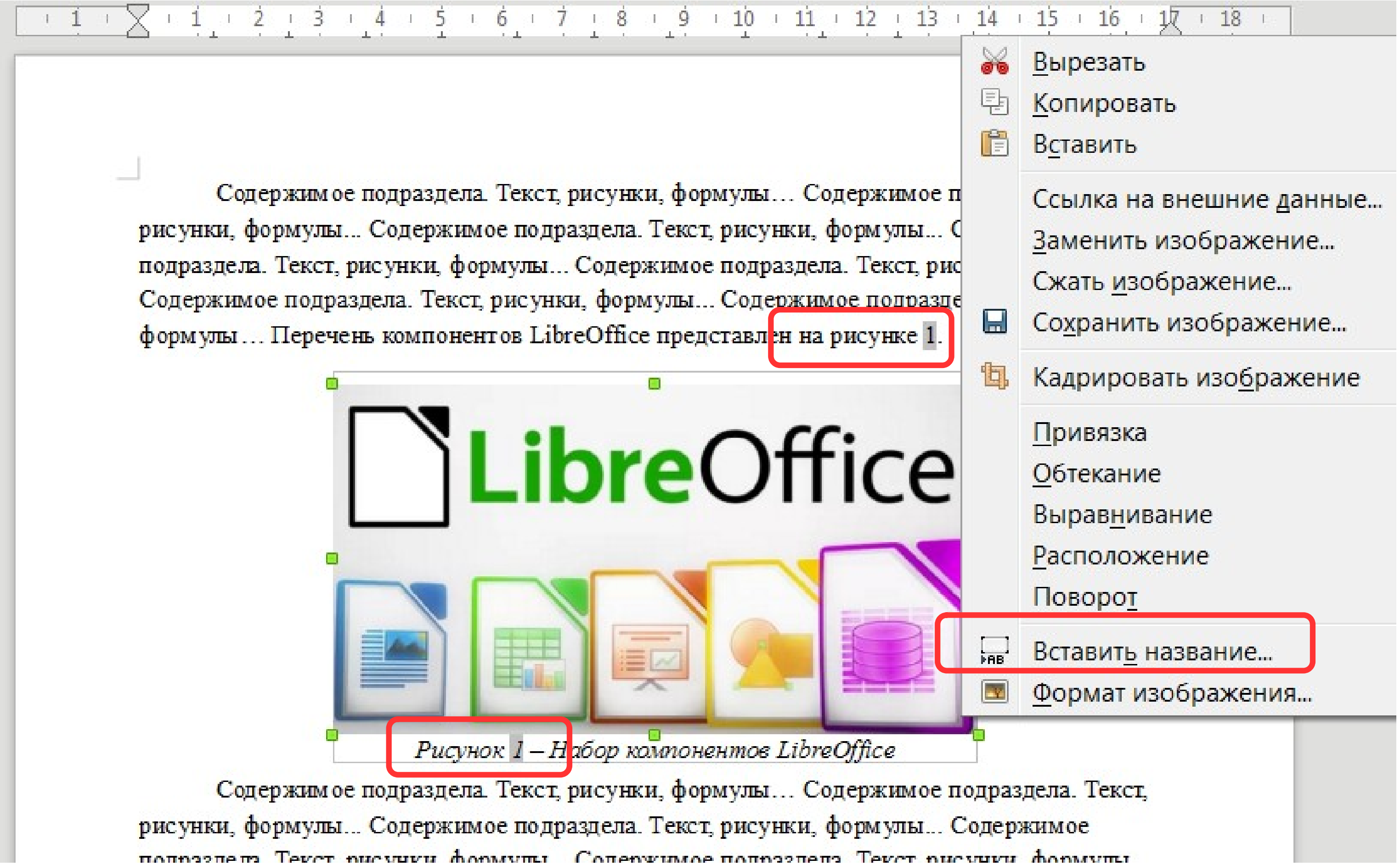
При изменении настроек стиля автоматически изменится отображение текста во всём документе во всех местах, где этот стиль был использован!



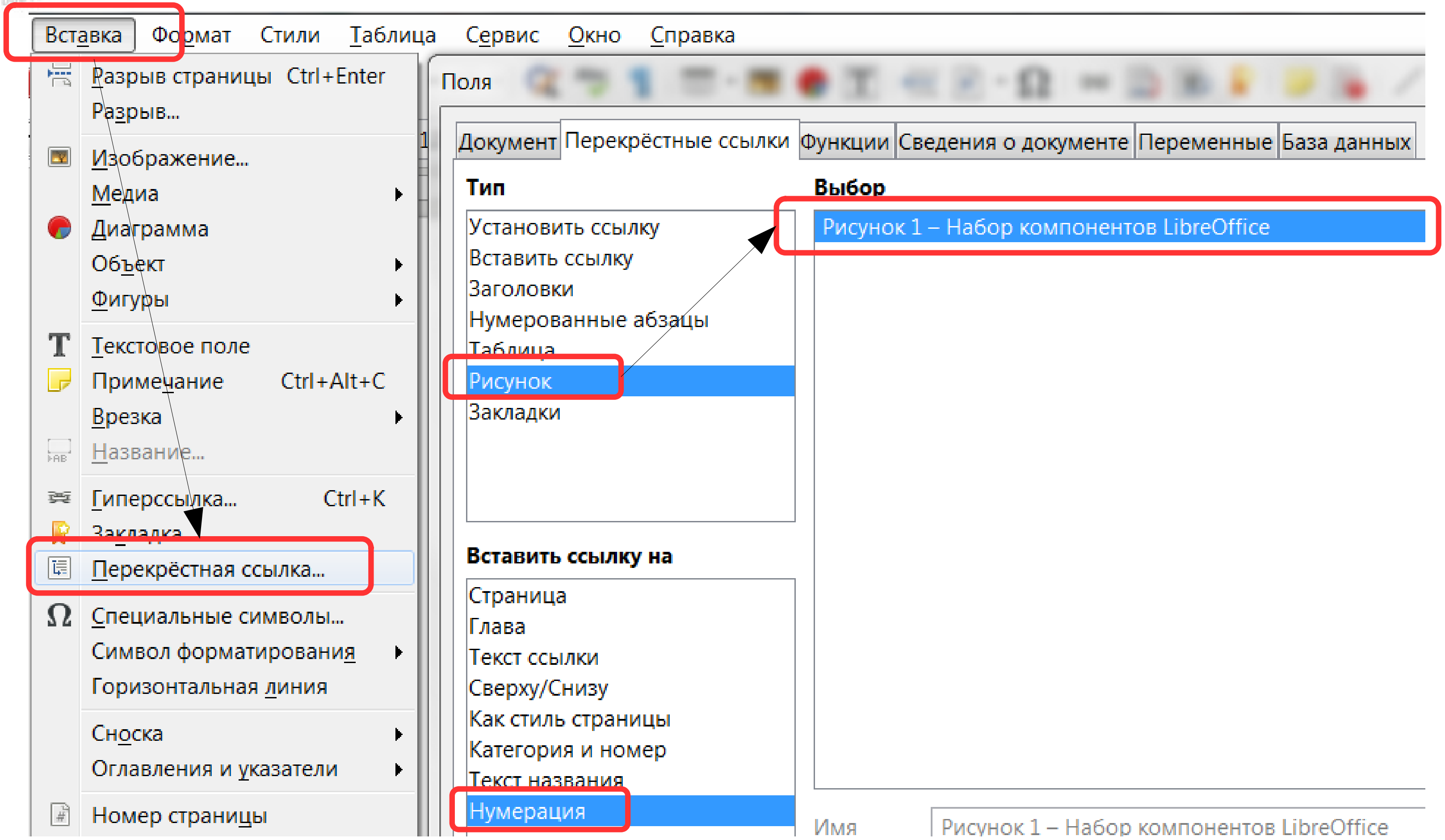
Перекрёстные ссылки и автонумерация рисунков

Памятка

- При добавлении нового рисунка его порядковый номер будет выбран автоматически.
- При изменении порядка следования рисунков они автоматически перенумеруются
- Для принудительной перенумерации следует нажать F9 (или меню «Сервис --> Обновить»).



Перекрёстные ссылки и автонумерация рисунков (2)



Возможные проблемы