Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

**«Санкт-Петербургский национальный исследовательский**

**университет информационных технологий, механики и оптики»**

**факультет ПИиКТ**

**Дисциплина: Дискретная математика**

**Домашняя работа №4  
(2 семестр)**

**«Планаризация графа»**

**Выполнила**:

Ватан Хатиб

группа Р3113

**Преподаватель:**

Поляков Владимир Иванович

г. Санкт-Петербург  
2022

Вариант № 107

Добавим к исходному графу ребра между e2 – e9 и e5 – e9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
| e1 | **0** |  |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  |
| e2 |  | **0** | 1 |  |  |  |  | 1 |  | 1 |  | 1 |
| e3 |  | 1 | **0** | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 |  |
| e4 | 1 |  | 1 | **0** | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |
| e5 | 1 |  |  | 1 | **0** |  | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 |
| e6 |  |  | 1 |  |  | **0** |  | 1 |  | 1 |  |  |
| e7 |  |  |  | 1 | 1 |  | **0** |  |  | 1 |  |  |
| e8 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  | **0** | 1 | 1 | 1 |  |
| e9 | 1 |  | 1 |  | 1 |  |  | 1 | **0** | 1 | 1 |  |
| e10 |  | 1 |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 | **0** |  |  |
| e11 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 | 1 |  | **0** |  |
| e12 |  | 1 |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  | **0** |

1. **Найдем гамильтонов цикл**

Включаем в S вершину e. S = {e1}   
Последовательно будем включать *возможные* вершины в S

e4. S={e1,e4}

e3. S={e1,e4,e3}

e2. S={e1,e4,e3,e2}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e11}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e11,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e8}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e7}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e7,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e7,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e7,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5,e7}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5,e7,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5,e7,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5,e7,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e8}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e11}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e11,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e8}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7,e10}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7,e10,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9,e10}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9,e10,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5,e7}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5,e7,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5,e7,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5,e7,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10,e7}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10,e7,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10,e7,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10,e7,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e8,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e2. S={e1,e4,e3,e2}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e10}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e8}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e8,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e11}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e11,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e11,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e11,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e8}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e8,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e9}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e9,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e9,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e9,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e10}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e10}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e11}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e11,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e11,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e11,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e5,e7} У e7 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e5}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e5,e12} У e12 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e5. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e5} У e5 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e8}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e8,e6} У e6 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e8. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11,e8} У e8 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e11. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9,e11} У e11 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e9. S={e1,e4,e3,e2,e10,e9} У e9 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e10. S={e1,e4,e3,e2,e10} У e10 больше нет возможных вершин, удалим ее. Перейдем к e2. S={e1,e4,e3,e2}

e12. S={e1,e4,e3,e2,e12}

e5. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5}

e7. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7}

e10. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7,e10}

e6. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7,e10,e6}

e8. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7,e10,e6,e8}

e9. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7,e10,e6,e8,e9}

e11. S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7,e10,e6,e8,e9,e11} Гамильтонов цикл найден.

S={e1,e4,e3,e2,e12,e5,e7,e10,e6,e8,e9,e11}

**2. Матрица смежности с перенумерованными вершинами**

Перенумеруем вершины согласно полученному гамильтонову циклу (чтобы ребра были внешними)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
| e1 | **0** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| e2 | 1 | **0** | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| e3 | 0 | 1 | **0** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| e4 | 0 | 0 | 1 | **0** | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| e5 | 0 | 1 | 0 | 1 | **0** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| e6 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | **0** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| e7 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | **0** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| e8 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | **0** | 1 | 1 | 1 | 0 |
| e9 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | **0** | 1 | 0 | 0 |
| e10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | **0** | 1 | 1 |
| e11 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | **0** | 1 |
| e12 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | **0** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e1 | ,e2 | ,e3 | ,e4 | ,e5 | ,e6 | ,e7 | ,e8 | ,e9 | ,e10 | ,e11 | ,e12 |

До перенумерации вершин:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e1 | ,e4 | ,e3 | ,e2 | ,e12 | ,e5 | ,e7 | ,e10 | ,e6 | ,e8 | ,e9 | ,e11 |

После перенумерации вершин:

**3. Построение графа пересечений G′**  
Определим p212, для чего в матрице R выделим подматрицу R212. Ребро (e2e12) пересекается с (e1e6),(e1e10),(e1e11).

Определим p210, для чего в матрице R выделим подматрицу R210. Ребро (e2e10) пересекается с (e1e6).

Определим p28, для чего в матрице R выделим подматрицу R28. Ребро (e2e8) пересекается с (e1e6).

Определим p27, для чего в матрице R выделим подматрицу R27. Ребро (e2e7) пересекается с (e1e6).

Определим p312, для чего в матрице R выделим подматрицу R312. Ребро (e3e12) пересекается с (e1e6),(e1e10),(e1e11),(e2e5),(e2e6),(e2e7),(e2e8),(e2e10).

Определим p311, для чего в матрице R выделим подматрицу R311. Ребро (e3e11) пересекается с (e1e6),(e1e10),(e2e5),(e2e6),(e2e7),(e2e8),(e2e10).

Определим p310, для чего в матрице R выделим подматрицу R310. Ребро (e3e10) пересекается с (e1e6),(e2e5),(e2e6),(e2e7),(e2e8).

Определим p39, для чего в матрице R выделим подматрицу R39. Ребро (e3e9) пересекается с (e1e6),(e2e5),(e2e6),(e2e7),(e2e8).

Определим p410, для чего в матрице R выделим подматрицу R410. Ребро (e4e10) пересекается с (e1e6),(e2e5),(e2e6),(e2e7),(e2e8),(e3e9).

Определим p48, для чего в матрице R выделим подматрицу R48. Ребро (e4e8) пересекается с (e1e6),(e2e5),(e2e6),(e2e7)

15 пересечений графа найдено, закончим поиск.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **p1 6** | **p2 12** | **p1 10** | **p1 11** | **p2 10** | **p2 8** | **p2 7** | **P3 12** | **p2 5** | **P2 6** | **P3 11** | **P3 10** | **p3 9** | **P4 10** | **P4 8** |
| **p1 6** | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **p2 12** | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **p1 10** | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **p1 11** | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **p2 10** | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **p2 8** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| **p2 7** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **P3 12** | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **p2 5** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **P2 6** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| **P3 11** | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **P3 10** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **p3 9** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **P4 10** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| **P4 8** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

**4. Построение семейства ψG**

В 1 строке ищем первый нулевой элемент - r1 3. Записываем дизъюнкцию M1 3=r1∨r3=110011110011111∨011000010010000=111011110011111 В строке M1 3 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={4,9,10}. Записываем дизъюнкцию M1 3 4=M1 3∨r4=111011110011111∨010100010000000=111111110011111 В строке M1 3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9,10}. Записываем дизъюнкцию M1 3 4 9=M1 3 4∨r9=111111110011111∨000000011011111=111111111011111 В строке M1 3 4 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10}. Записываем дизъюнкцию M1 3 4 9 10=M1 3 4 9∨r10=111111111011111∨000000010111111=111111111111111 В строке M1 3 4 9 10 все 1. Построено ψ1={u1 6,u1 10,u1 11,u2 5,u2 6}  
   
В таком духе находим оставшиеся 12 множеств  
Получаем:  
ψ1={u1 6,u1 10,u1 11,u2 5,u2 6}

ψ2={u2 12,u2 10,u2 8,u2 7,u2 5,u2 6}

ψ3={u2 12,u2 10,u2 8,u4 8}

ψ4={u2 12,u2 10,u3 10,u3 9,u4 8}

ψ5={u2 12,u2 10,u3 10,u4 10,u4 8}

ψ6={u2 12,u3 12,u3 11,u3 10,u3 9,u4 8}

ψ7={u2 12,u3 12,u3 11,u3 10,u4 10,u4 8}

ψ8={u1 10,u1 11,u2 10,u2 8,u2 7,u2 5,u2 6}

ψ9={u1 10,u1 11,u2 10,u2 8,u4 8}

ψ10={u1 10,u1 11,u2 10,u3 10,u3 9,u4 8}

ψ11={u1 10,u1 11,u2 10,u3 10,u4 10,u4 8}

ψ12={u1 11,u3 11,u3 10,u3 9,u4 8}

ψ13={u1 11,u3 11,u3 10,u4 10,u4 8}

**5. Выделение из G′ максимального двудольного подграфа H′**

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия   
α12=|ψ1|+|ψ2|−|ψ1∩ψ2|=5+6−2=9

α13=|ψ1|+|ψ3|−|ψ1∩ψ3|=5+4−0=9 и тд  
Все результаты занесем в матрицу ниже:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** |
| **1** | **0** | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 11 | 8 | 8 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| **2** |  | **0** | 7 | 9 | 9 | 11 | 11 | 8 | 9 | 11 | 11 | 11 | 11 |
| **3** |  |  | **0** | 6 | 6 | 8 | 8 | 9 | 6 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| **4** |  |  |  | **0** | 6 | 7 | 8 | 11 | 8 | 7 | 8 | 7 | 8 |
| **5** |  |  |  |  | **0** | 8 | 7 | 11 | 8 | 8 | 7 | 8 | 7 |
| **6** |  |  |  |  |  | **0** | 7 | 13 | 10 | 9 | 10 | 7 | 8 |
| **7** |  |  |  |  |  |  | **0** | 13 | 10 | 10 | 9 | 8 | 7 |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  | **0** | 8 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| **9** |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** | **7** | **7** | 8 | 8 |
| **10** |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** | **7** | 7 | 8 |
| **11** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** | 8 | 7 |
| **12** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** | 6 |
| **13** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | **0** |

max αij = α6 8 =α7 8 =13

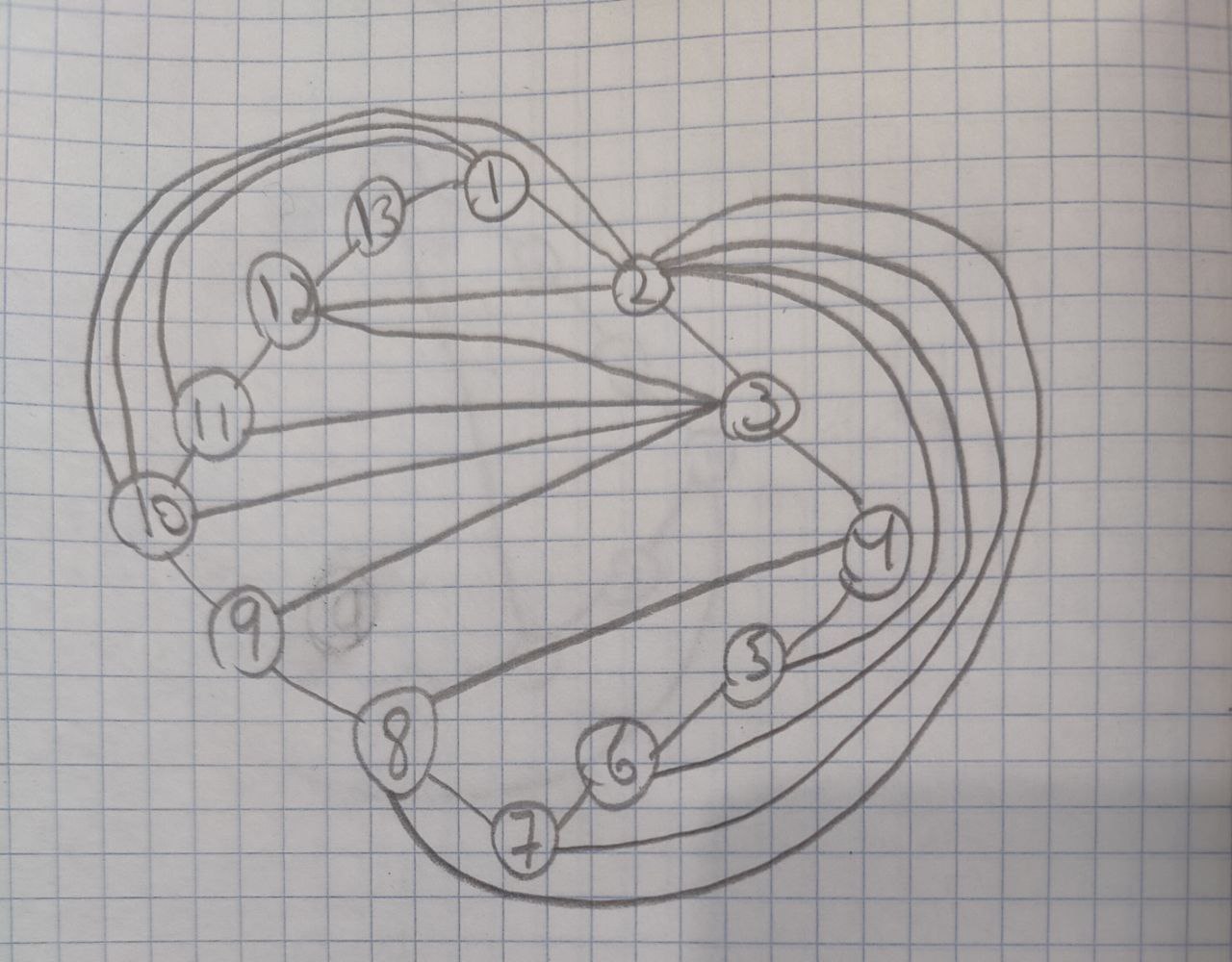
дает пары множеств: ψ6, ψ8 и ψ7, ψ8

1.возьмем множества

ψ6={u2 12,u3 12,u3 11,u3 10,u3 9,u4 8}

и ψ8={u1 10,u1 11,u2 10,u2 8,u2 7,u2 5,u2 6}

2. В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, проведем ребра из ψ6 внутри, а из ψ8 снаружи.



3.Удалим из ψG ребра, которые вошли в ψ6 и ψ8:

ψ1={u1 6}

ψ5= ψ7= ψ11= ψ13={u4 10}

4.обьединим одинаковые множества, остались нереализованные ребра

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 5 |
| 1 | 0 | 2 |
| 5 |  | 0 |

ψ1={u1 6}

ψ5 ={u4 10}

max αij = α1 5 =2

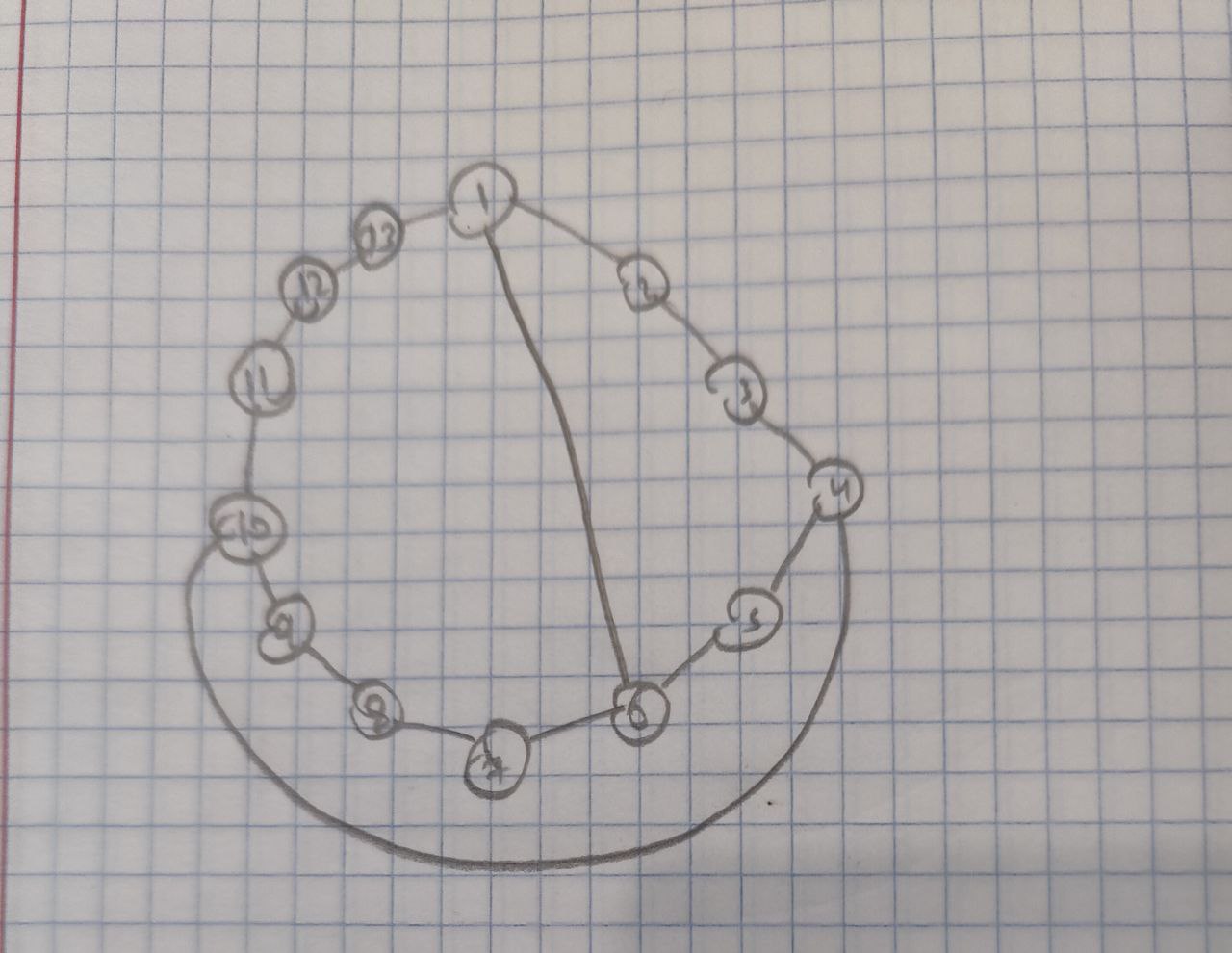
дает пара множеств: ψ1, ψ5

5.возьмем множества

ψ1={u1 6}

ψ5 ={u4 10}

6. В суграфе H, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, проведем ребра из ψ1 внутри, а из ψ5 снаружи

  
оставшихся нереализованных ребер нет.

Толщина графа m = 2. Все ребра реализованы