МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Московский технический университет связи и информатики»**

Кафедра «Информатика»

**Отчет по заданию №2**

**по дисциплине**

**«Численные методы»**

Выполнил: студент гр. БЭИ2202

Васильев В. А.

Вариант 8.

Проверил: доц. каф. «Информатика»

Мацкевич А. Г.

Москва, 2023 г.

**1. Индивидуальное задание**

* Выполнить вручную интерполяцию в заданной точке x=a=0.46 с использованием полинома Ньютона 1–й, 2–й и 3–й степени: заполнить таблицу конечных разностей; записать интерполяционные формулы для 1–й, 2–й и 3-й степени полинома; вычислить оценки погрешности в точке а для полиномов различных степеней.
* Выполнить вручную интерполяцию в заданной точке x=b=0.87 с использованием полинома Лагранжа 1–й, 2–й b3–й степени: записать интерполяционные формулы для 1–й, 2–й и 3-й степени полинома; вычислить оценки погрешности в точке b для полиномов различных степеней

**2. Точка интерполяции для формулы Ньютона a =** **0.46**

**Выбор и нумерация узлов.**

Для ручной интерполяции в точке x = a = 0.46по 1 формуле Ньютона выбираем 4 узла из таблицы 1–2 так, чтобы точка a = 0.46оказалась между узлами с номерами с 1 по 2 и добавляем узлы вправо:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номера выбранных узлов (k)** | xk | yk |
| **8** | 0.45 | -3.4890 |
| **9** | 0.50 | -3.3250 |
| **10** | 0.55 | -3.1385 |
| **11** | 0.60 | -2.9280 |

Изменим нумерацию узлом интерполяции для использования их в интерполяционных формулах и занесем в таблицы вида 1–3.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 0 | 1 | 2 | 3 |
| xk | 0.45 | 0.50 | 0.55 | 0.60 |
| yk | -3.4890 | -3.3250 | -3.1385 | -2.9280 |

**Ручной расчет по 1–й формуле Ньютона.**

Заполним таблицу конечных разностей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **x** | **y** | **Δy** | **Δ2y** | **Δ3y** |
| 0.45 | -3.4890 | 0.1640 | 0.0225 | 0.0015 |
| 0.50 | -3.3250 | 0.1865 | 0.0240 |  |
| 0.55 | -3.1385 | 0.2105 |  |  |
| 0.60 | -2.9280 |  |  |  |

Запишем интерполяционную формулу Ньютона:

В нашем случае они будут иметь вид:

Проверим интерполяционен ли полином 3-й степени:

Занесем результаты в таблицу и вычислим оценки погрешности полученных значений для полиномов 1–й и 2–й степени:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Степень многочленаk | Pk(x) | Оценка погрешности |
| 1 | –3.4562 | 0.0018 |
| 2 | –3.4580 | 0.00007 |
| 3 | –3.4579 | – |

**Вывод.** Получены выражения для интерполяционных многочленов 1, 2 и 3-ей степени и их значения в точке а. Оценку погрешности проведём в соответствии с неравенством:

Можно утверждать, что разность между точным (неизвестным) значением функции и значением интерполяционного полинома в точке x=0.46 после 3-х итераций не превышает 0.00007.

**2. Точка интерполяции для формулы Лагранжа b = 0.87.**

**Выбор и перенумерация узлов.**

Для ручной интерполяции в точке x = b = 0.87 по формуле Лагранжа выбираем из таблицы 4 узла так, чтобы точка b = 0.87 оказалась внутри получающийся таблицы и узлы были наиболее близкими к этой точке. В итоге выбираем узлы с номерами 15, 16, 17, 18:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **15** | 0.80 | -1.8160 |
| **16** | 0.85 | -1.4630 |
| **17** | 0.90 | -1.0770 |
| **18** | 0.95 | -0.6565 |

Следует отметить, что формула Лагранжа может использоваться как для таблиц с постоянным шагом, так и с непостоянным шагом. Перенумеруем узлы интерполяции руководствуясь двумя правилами: точка x=b должна быть внутри таблицы и узлы должны быть ближайшие к ней. Занесем перенумерованные узлы в таблицу вида 2–3:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 0 | 1 | 2 | 3 |
| xk | 0.85 | 0.90 | 0.80 | 0.95 |
| yk | -1.4630 | -1.0770 | -1.8160 | -0.6565 |

**Ручной расчет по формуле Лагранжа.**

Запишем интерполяционные полиномы Лагранжа 1–й, 2–й и 3–й степени и вычислим их значения в точке x = b = 0.87:

Занесем результаты в таблицу и вычислим оценки погрешности полученных значений для многочленов 1–й и 2–й степени:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Степень многочленаk | Lk(x) | Оценка погрешности |
| 1 | –1.3086 | 0.0040 |
| 2 | –1.3125 | 0.00008 |
| 3 | –1.3126 | – |

**Вывод**. Получены выражения для интерполяционных полиномов 1, 2 и 3-й степени и их значения в т. b. Оценку погрешности проведём в соответствии с неравенством:

Можно утверждать, что разность между точным (неизвестным) значением функции и значением интерполяционного полинома в точке x=0.87 после 3-х итераций не превышает 0.00008.