

# Algoritmos para crear diagramas de voronoi

Vladimir Azpeitia Hernández

Viernes 04 de diciembre del 2020

## 1 Divide and Conquer ( 1975, Shamos Hoey )

Shamos y Hoey presentaron el primer algoritmo determinista  $O(n \log n)$  para calcular el diagrama de Voronoi en el plano que es óptimo en el peor de los casos. Este algoritmo es significativo desde un punto de vista teórico no solo porque fue el primero, sino que también utiliza el paradigma de divide y vencerás. El 'Divide-and-Conquer' es uno de los paradigmas fundamentales para diseñar algoritmos eficientes. En este paradigma, el problema original se divide recursivamente en varios subproblemas más simples de aproximadamente el mismo tamaño, y la solución del problema original se obtiene al fusionar las soluciones de los subproblemas. En el enfoque de dividir y conquistar de Shamos y Hoey, el conjunto de sitios,  $S$ , está dividido por una línea divisoria en subconjuntos  $SL$  y  $SR$  de aproximadamente los mismos tamaños. Entonces, el diagrama de Voronoi,  $Vor(SL)$ , del subconjunto  $SL$  y el diagrama de Voronoi,  $Vor(SR)$ , del subconjunto  $SR$  se calculan de forma recursiva.

## 2 Plane Sweep ( 1987, Fortune )

Se basa en la idea de recorrer el plano con una línea horizontal y computar el diagrama de voronoi conforme cruza la línea. Las líneas en el voronoi de fortuna son realmente arcos parabólicos en vez de ser segmentos de línea recta. A pesar de esto la estructura topológica es la misma que las de los diagramas de voronoi. Para poder hacer funcionar el algoritmo se define la línea de barrido y la línea de playa o costa. La línea de costa son aquellas partes que aun no terminan definidas dentro del diagrama y esta se encuentra justo detrás de la línea de barrido. De una manera resumida, cada que la línea de barrido cruza por un punto, se genera una nueva parabola a partir de este punto. Posteriormente conforme la parabola se agranda al alejarse la línea de barrido llegara un punto donde la parabola choca con otra que se encontraba en la línea de costa. Al chocar se vuelven una línea recta que cruza por los puntos por los que cruza y esto define las líneas finales que delimitan al diagrama de voronoi.

### **3 Randomized Incremental construction (1992, Guibas, Knuth, Sharir)**

Es un algoritmo incremental aleatorio para la construcción de diagramas planos de Voronoi y triangulaciones de Delaunay. Este algoritmo está más "en línea" que métodos similares anteriores, toma el tiempo esperado  $O(n \log n)$  y el espacio  $O(n)$  y es eminentemente práctico de implementar. El análisis del algoritmo también es interesante por derecho propio y puede servir como modelo para muchas preguntas similares en dos y tres dimensiones. Finalmente, demostramos cómo este enfoque para la construcción de diagramas de Voronoi evita la necesidad de construir una estructura de ubicación de puntos separada para consultas de vecinos más cercanos.