

Постановка задачи:

Багмаев, 205

Введем переменные  $x_1, x_2, x_3, x_4$  — выпуск в 1, 2, 3, 4 месяца.

Введем также вспомогательные переменные  $s_1, s_2, s_3, s_4$  — величины ~~на~~ запасов на конец 1, 2, 3, 4 месяца.

Тогда: нужно минимизировать сумму издержек на производство и на хранение:

$$Z = \sum_{i=1}^4 c_i x_i + \sum_{i=1}^4 2 \cdot s_i$$

Запишем ограничения задачи:

$$\begin{aligned} \overset{\text{supply}}{200} + x_1 &\geq \overset{\text{demand}}{800} \Rightarrow s_1 = 200 + x_1 - 800 = x_1 - 600 \\ s_1 + x_2 &\geq 900 \Rightarrow s_2 = s_1 + x_2 - 900 = x_1 + x_2 - 1500 \\ s_2 + x_3 &\geq 1200 \Rightarrow s_3 = s_2 + x_3 - 1200 = x_1 + x_2 + x_3 - 2700 \\ s_3 + x_4 &\geq 2000 \\ x_i &\geq 0, x_i \leq 1300, i=1, 2, 3, 4. \end{aligned}$$

~~$s_4 = 2000 - s_3 - x_4 = 2000 - (x_1 + x_2 + x_3 - 2700) - x_4 = 4700 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4$~~

$s_4 = 200$  по усл.

$\frac{1800+200}{s_4}$

Подставим  $s_1, s_2, s_3$  в ограничения:

$$\begin{cases} x_1 \geq 600 \\ x_1 + x_2 \geq 1500 \\ x_1 + x_2 + x_3 \geq 2700 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4700 \\ 0 \leq x_i \leq 1300, i=1..4 \end{cases}$$

Преобразуем целевую функцию, подставив значения

$$\begin{aligned} s_1, s_2, s_3, s_4: \\ Z &= 3x_1 + 8x_2 + 6x_3 + 7x_4 + \overbrace{2s_1}^{2x_1 - 1200} + \overbrace{2s_2}^{2x_1 + 2x_2 - 3000} + \\ &+ \underbrace{2s_3}_{2s_3} + \underbrace{2s_4}_{2s_4} = 9x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 7x_4 - 9200 \Rightarrow \min \end{aligned}$$



Для решения задачи в R воспользуемся  $\tilde{Z} = \cancel{40800}$   
 $\tilde{Z} = 9x_1 + 12x_2 + 8x_3 + 7x_4 \rightarrow \min$   $Z + 9200$

Решив ЗЛП в RStudio, получим:  $x_1 = 1300$   
 $x_2 = 800$   
 $x_3 = 1300$   
 $x_4 = 1300$

(1)  $x_2 = 800$

(2)  $\tilde{Z}_{opt} = \cancel{40800} \Rightarrow Z_{opt} = 31600$

$\Rightarrow S_3 = x_1 + x_2 + x_3 - 2700 = 1300 + 800 + 1300 - 2700 = 700$

(3)  $\tilde{Z}_{opt} = 40800 \Rightarrow Z_{opt} = 31600$

$\Rightarrow Z_S = \sum 2S_i = \cancel{4400}$

$S_1 = 700, S_2 = 600, S_3 = 700, S_4 = 200$

$\Rightarrow Z_S = \sum 2S_i = 4400$

$\Rightarrow \frac{Z_S}{Z_{opt}} = \frac{4400}{31600} = 0,139 \Rightarrow 13,9 \%$

4.  $S_3 \uparrow : S_3 = 300$

$\Rightarrow \cancel{4800} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4800$  (последнее ограничение меняется)

$Z_{opt} = 32800$

5. Отправлю по почте.

6. duals: 0 0 0 12

второе т. экстр.

Первые три кум, т.к. ограничения выполняются строго. Неиспользуемость возникает из-за того, что мы куплю откладывать запасы, чтобы в следующих периодах тратить меньше на произв.

Вообще двойственных переменных  
восемь, но последние четыре возникают  
из-за ограничений вида  $x_i \leq 1300$ .

Четвертая двойств. переменная нулевая,  
т.к. четвертое ограничение вып. строго  
(т.к. нужно оставить в запасах определенное  
кол-во запасов в 4-м месяце - 200.)

Ответы: 1)  $x_2 = 800$   
2)  $S_3 = 700$   
3)  $Z_{opt} = 31600$   
4)  $Z_{opt} = 32800$   
5) график на рисунке  
