

## 1 Алгоритм решения

Обозначим через  $V$  множество значений количества слитков у людей, где  $v_i$  — количество слитков у человека  $i$ , где  $v_i \in [1, \bar{V}]$ .

1. Инициализируем границы бинарного поиска:

$$\text{left\_ptr} = 0, \quad \text{right\_ptr} = \max\{v_i : v_i \in V\} + 1$$

2. Повторяем, пока  $\text{right\_ptr} - \text{left\_ptr} > 1$ :

- Вычисляем  $\text{mid} = \lfloor \frac{\text{left\_ptr} + \text{right\_ptr}}{2} \rfloor$ ;
- Проверяем возможность перераспределения с ограничением не более чем  $\text{mid}$  слитков у одного человека;
- Если возможно — обновляем  $\text{right\_ptr}$ , иначе —  $\text{left\_ptr}$ .

3. Ответ — минимальное допустимое значение  $\text{right\_ptr}$ .

## 2 Проверка перераспределения через поток

Построим сеть:

- Исток  $s$  соединяется со всеми вершинами (людьми) — пропускная способность  $v_i$ ;
- Из каждой вершины:
  1. В другие вершины по графу доверия — с пропускной способностью  $v_i$ ;
  2. В сток  $t$  — с пропускной способностью, равной  $\text{mid}$ .

Алгоритм поиска потока — Эдмондса-Карпа.

## 3 Корректность

**Лемма 1.** *Функция проверки возможности перераспределения монотонна по  $\text{mid}$ .*

*Доказательство.* При увеличении  $\text{mid}$  возрастает пропускная способность рёбер в сток, что увеличивает или сохраняет величину максимального потока. Следовательно, если перераспределение невозможно при  $k$ , то оно также невозможно при всех  $k' < k$ .  $\square$

**Теорема 1.** *Алгоритм бинарного поиска по ответу с использованием поиска потока корректен.*

*Доказательство.* Следует из монотонности функции проверки и корректности алгоритма Эдмондса-Карпа для нахождения максимального потока.  $\square$

## 4 Временная сложность

- Бинарный поиск:  $O(\log \bar{V})$ ;
- Поиск потока Эдмондса-Карпа:  $O(VE^2)$ ;

Общая сложность:  $O(\log \bar{V} \cdot VE^2)$ .

## 5 Затраты по памяти

Хранение графа требует  $O(V + E)$  памяти. Остальные расходы пренебрежимо малы.