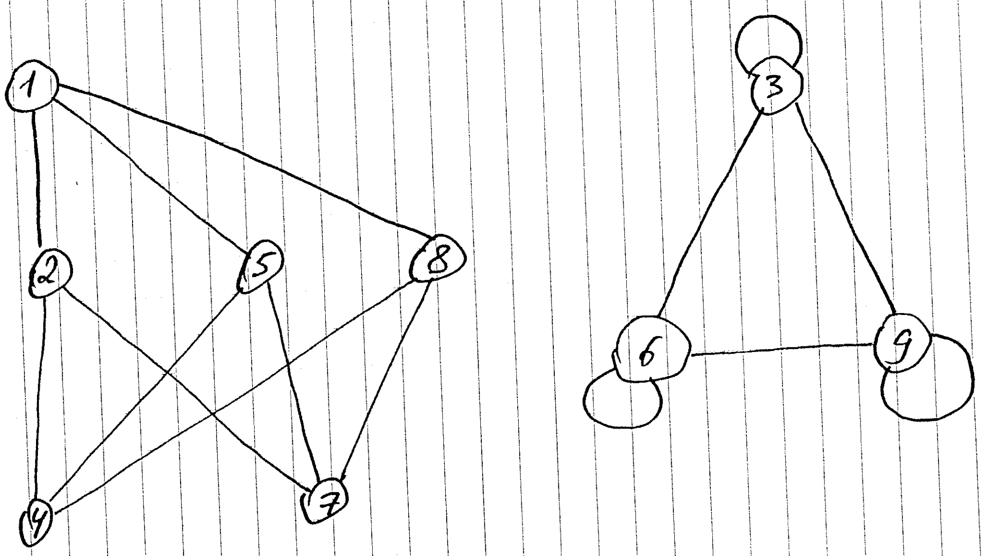
Дискретная математика №2

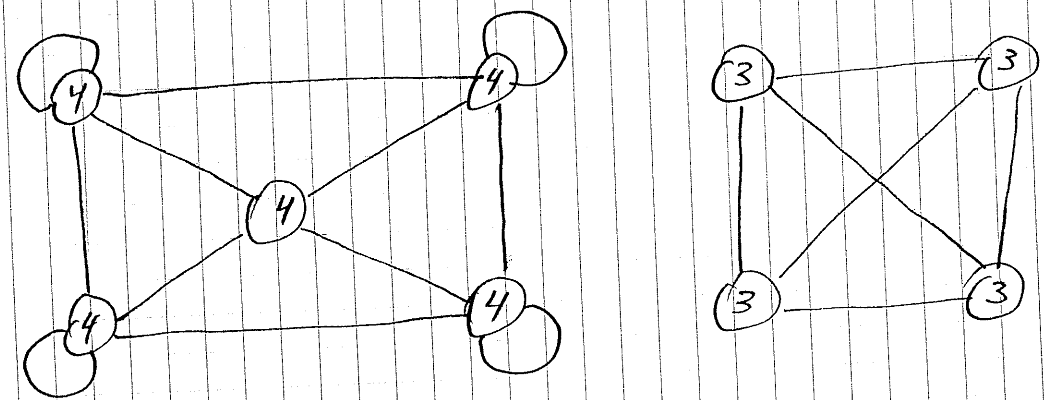
Задача №1

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$



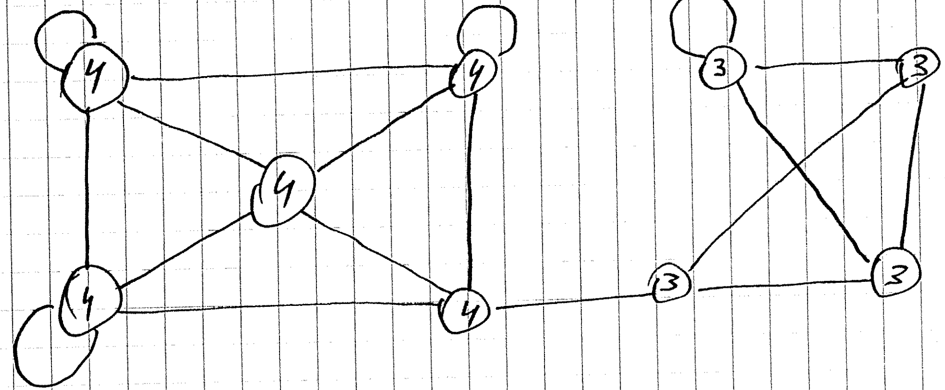
Ответ: невозм. код постройки связей приложен

Задачи №2

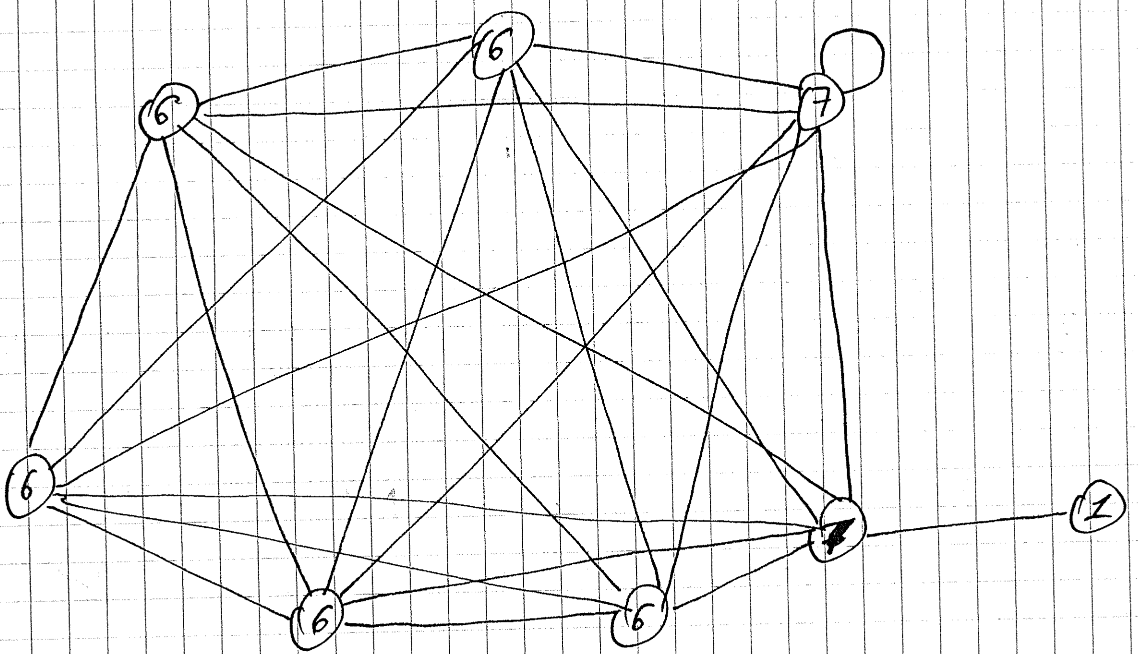


(*) 9 вершин и 16 ребер

$$\frac{(4\cdot 5)+12}{2} = 16 \text{ ребер}$$



Задача № 3



23 $\begin{cases} \text{5 по 6} \\ \text{2 по 7 (одно из них с петлей)} \\ \text{1 по 1} \end{cases}$

Задача № 4*

Дано: n вершин

Если степень каждой вершины $> \left(\frac{n-1}{2}\right) \Rightarrow$ граф связан

1) Пусть A граф не связной. Есть как минимум 2 компоненты связности A_1 и A_2. Между A_1 и A_2 нет ребер.

2) Ребрами дополнения графа будут те ребра, которые отсутствуют в исходном графе A.

3) $A \cup B = G$, где G полный граф.

4) Надо доказать, что B — связной граф. По определению связного графа достаточно доказать, что между любыми 2 вершинами B есть путь.

Пусть u и v две вершины B.

расстояния 2 случая:

1) u и v в разных компонентах связности A_1 и A_2. Поскольку в A нет ребра между u и v в графе B такое ребро есть по определению дополнения.

2) u и v в одной компоненте связности, например A_1. Мы можем из u в v строго через вершину из A_2 по ребрам из B.

Задача №5*

50 команд

25 пар

49 игр у каждой команды

$$\frac{49 \cdot 50}{2} = \frac{2450}{2} = 1225 \text{ игр всего.}$$

1) Достаточно показать (доказать), что если A — команда набравшая наибольшее кол-во очков,

B – любая другая команда.
Либо A выиграла у B, либо
есть C такая, что A выиграла у C,
а C выиграла у B.

2) Пусть это не так. A не выиграла
у B и не существует такой C.
Это есть если A выиграла у C, то
B выиграла у C.

3) => A выиграла не больше
чем B. Учитывая, что B выиграла
у A, получаем противоположное,
что A набрала больше всех
очков.

Задача № 6*)

20 выходов } 99 городов (не столица)
21 вход

Доказать, что из столицы только
выезжают.

Не столичные города:

$99 \cdot 20 = 1980$ исходящих дорог

$99 \cdot 21 = 2079$ входящих дорог

Столица:

$2079 - 1980 = 99$ исходящих дорог

Если x дорог исходит из столицы, а y дорог входит в столицу, то по свойству ориентированного графа $1980 + x = 2079 + y$

$\Rightarrow$ $x - y = 2079 - 1980$

$x - y = 99$

т.к x и $y \in \mathbb{N}_0$ и $x \leq 99$, то это может быть только в случае, когда $y = 0$.