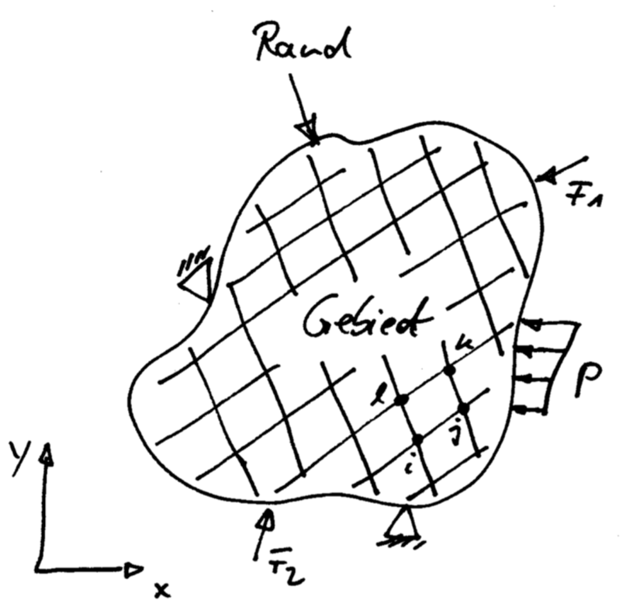
Lernziel

- Sie lernen mit Hilfe der Federanalogie die Matrizengleichungen der FEM kennen.
- Sie haben einen Überblick über die Grundbegriffe der FEM.
- Sie kennen die wesentlichen Arbeitsschritte in Ansys und können erste Linienmodelle realisieren.

Generelles Prinzip



- Lager, Kräfte, Verschiebungen, Drücke auf dem Rand werden als Randbedingungen bezeichnet.

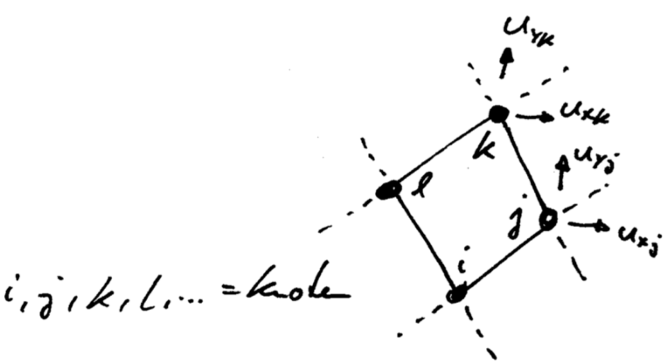
- Im Gebiet gilt die DGL

- Gesucht werden die Verschiebungen, z.B. in x- und y-Richtung

$$u_x = f(x, y)$$
$$u_y = g(x, y)$$

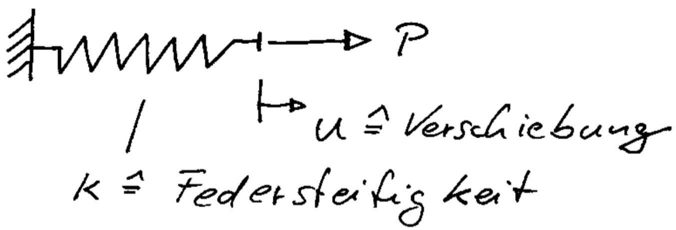
- In der FEM werden die Verschiebungen an den diskreten Punkten (Knoten) bestimmt.

$$\{u\} = \begin{bmatrix} \vdots \\ u_{xi} \\ u_{yi} \\ u_{xj} \\ u_{yj} \\ \vdots \end{bmatrix}$$



- Aus den Verschiebungen können die Lagerkräfte, die Dehnungen & Spannungen bestimmt werden.

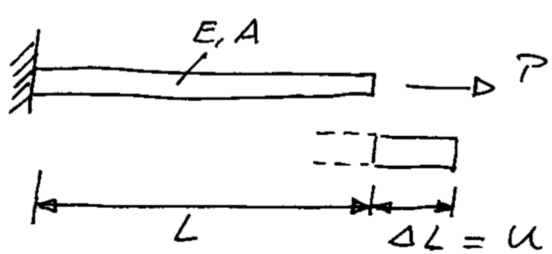
Federanalogie



Für lineare Feder gilt:

$$P = k \cdot u$$

Ein Stab verhält sich ähnlich:



$$\left.\begin{array}{ll} \text{Dehnung} & \varepsilon = \dfrac{\Delta L}{L} = \dfrac{u}{L} \\ \text{Spannung} & \sigma = E \cdot \varepsilon = \dfrac{E \cdot u}{L} \\ \text{Kraft} & P = \sigma \cdot A \end{array}\right\} \Rightarrow \quad P = \frac{E \cdot A}{L} \cdot u$$

E = Elastizitätsmodul

A = Querschnittsfläche

ΔL = Längenänderung

= Verschiebung u

$\dfrac{E \cdot A}{L}$ = Steifigkeit des Dehnstabs

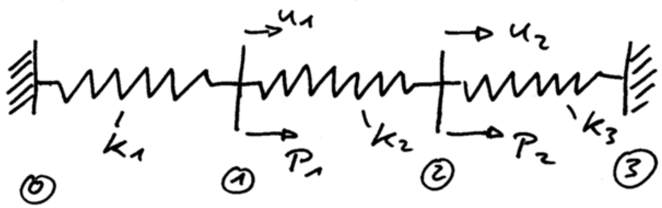
Objekte in Ansys

Geometrie		FEM
• Volume	=> Volumenkörper	• Element
• Area	=> Fläche	• Node
• Line	=> Linie	
• (Key)Point	=> Punkt	

Hierarchie

Aufgabe 1

Hochschule Luzern
Technik & Architektur



$k_1, k_2, k_3 \hat{=}$ Federsteifigkeiten

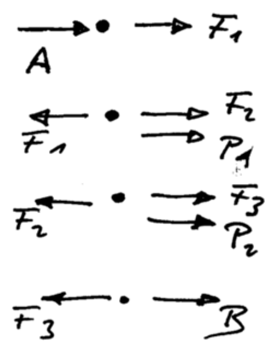
Freischneiden:

Pkt. 0 :

" 1 :

" 2 :

" 3 :



GGB:

$$A + F_1 = 0$$
$$-F_1 + F_2 + P_1 = 0$$
$$-F_2 + F_3 + P_2 = 0$$
$$-F_3 + B = 0$$

Federgesetze:

$$F_1 = k_1 \cdot u_1$$
$$F_2 = k_2 \cdot (u_2 - u_1)$$
$$F_3 = -k_3 \cdot u_2$$

Unbekannte : u_1, u_2

Federgesetze in GGB:

$$\left.\begin{aligned} A &= -k_1 \cdot u_1 \\ B &= -k_3 \cdot u_2 \end{aligned}\right\} \hat{=} \text{Lagerreaktionen}$$

$$P_1 = +k_1 \cdot u_1 - k_2 (u_2 - u_1)$$
$$P_2 = k_2 (u_2 - u_1) + k_3 \cdot u_2$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} P_1 &= (k_1 + k_2)\, u_1 - k_2 \cdot u_2 \\ P_2 &= -k_2\, u_1 + (k_2 + k_3)\, u_2 \end{aligned}$$

Federanalogie

$$\left\{\begin{matrix} P_1 \\ P_2 \end{matrix}\right\} = \underbrace{\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}}_{\text{Steifigkeitsmatrix}} \cdot \left\{\begin{matrix} u_1 \\ u_2 \end{matrix}\right\}$$

Lastvektor — Steifigkeitsmatrix — Verschiebungsvektor

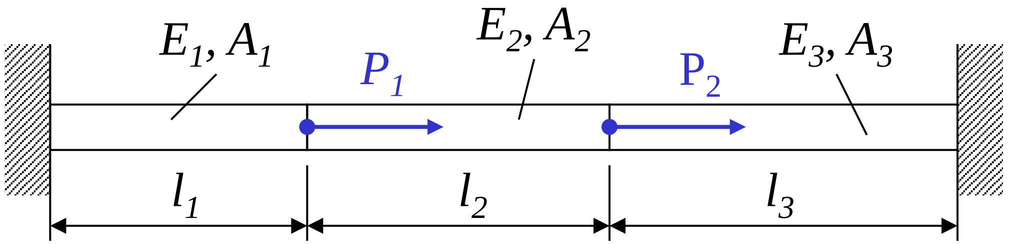
$$\{P\} = [K] \cdot \{u\}$$

Lösung: $\{u\} = [K]^{-1} \cdot \{P\}$

hier: $$[K]^{-1} = \begin{bmatrix} \dfrac{-(k_2 + k_3)}{k_2^2 - (k_1 + k_2)\cdot(k_2 + k_3)} & \dfrac{-k_2}{k_2^2 - (k_1 + k_2)\cdot(k_2 + k_3)} \\ \dfrac{-k_2}{k_2^2 - (k_1 + k_2)\cdot(k_2 + k_3)} & \dfrac{-(k_1 + k_2)}{k_2^2 - (k_1 + k_2)\cdot(k_2 + k_3)} \end{bmatrix}$$

Federanalogie

als Stabmodell



Steifigkeitsmatrix:

$$[K] = \begin{bmatrix} \dfrac{E_1A_1}{l_1} + \dfrac{E_2A_2}{l_2} & -\dfrac{E_2A_2}{l_2} \\ -\dfrac{E_2A_2}{l_2} & \dfrac{E_2A_2}{l_2} + \dfrac{E_3A_3}{l_3} \end{bmatrix}$$

$[K]$ ist in der Regel symmetrisch und hat eine Bandstruktur

- Lösen Sie die Aufgabe 2 (ohne Temperaturlast)

- Verifizieren Sie Ihre Berechnungsergebnisse mit Hilfe der im Unterricht hergeleiteten Matrizengleichung.