

ET+A

Leistungselektronik und elektrische Antriebe

Kapitel 7 Transformator

Adrian Omlin

Inhaltsverzeichnis Kapitel 7

7	TRANSFORMATOREN.....	3
7.1	Idealer Transformator	3
7.1.1	Wirkungsweise und Übersetzungsverhältnis	3
7.2	Realer Transformator	5
7.2.1	Magnetisierungsstrom	5
7.2.2	Streuung	7
7.2.3	Wicklungsverluste	8
7.2.4	Gleichungssystem	9
7.3	Dreiphasiger Transformator	10
7.4	Parameterbestimmung.....	11
7.4.1	Leerlaufversuch	11
7.4.2	Kurzschlussversuch	12

7 Transformatoren

Transformatoren („Umwandler“) werden meist zur Anpassung einer Wechselspannung eingesetzt. Einphasige Transformatoren haben in der Regel zwei Wicklungen, die einen gemeinsamen Kern umschliessen. Der Kern wird meist aus Eisen (geschichtete Trafobleche) gefertigt. Bei höheren Frequenzen, z.B. in Schaltnetzteilen, kommen Ferrite zum Einsatz. Die beiden Wicklungen werden als Primärwicklung (Index 1 und Windungszahl N_1) und als Sekundärwicklung (Index 2 und Windungszahl N_2) bezeichnet.

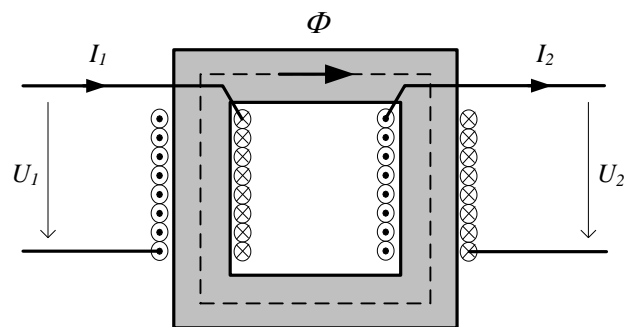


Abb. 7-1: Einphasiger Transformator: Schnittbild mit Eisenkern und Wicklungen.

7.1 Idealer Transformator

7.1.1 Wirkungsweise und Übersetzungsverhältnis

Das Induktionsgesetz (siehe Kapitel 2, Grundlagen) beschreibt den hier nochmals wiedergegeben Zusammenhang zwischen dem magnetischen Fluss und der Spannung:

$$u = N \frac{d\phi}{dt} \quad \text{bzw.} \quad \phi = \frac{1}{N} \int u \, dt$$

Wird die Primärwicklung des Transformators an eine Wechselspannungsquelle mit der Spannung u_1 angeschlossen, bildet sich im Kern ein Wechselfluss Φ aus.

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad \text{bzw.} \quad \phi = \frac{1}{N_1} \int u_1 \, dt$$

Dieser Fluss, oder genauer gesagt die Flussänderung, induziert in der Sekundärwicklung eine Spannung. Das Verhältnis der Anzahl Windungen von Primär- und Sekundärwicklung, das sogenannte Übersetzungsverhältnis \ddot{u} , bestimmt das Verhältnis zwischen der Primär- und der Sekundärspannung.

$$u_2 = N_2 \frac{d\phi}{dt} = N_2 \frac{d}{dt} \frac{1}{N_1} \int u_1 dt = \frac{N_2}{N_1} u_1 = \frac{u_1}{\ddot{u}} \quad \text{und somit}$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u} \quad (7-1)$$

Da nur eine Flussänderung in der Sekundärwicklung eine Spannung induziert, können Transformatoren nicht mit Gleichspannung betrieben werden.

Je tiefer die Frequenz, mit der der Transformator betrieben wird, desto grösser die Spannungszeitfläche (Spannung aufintegriert über der Zeit) und desto grösser der Fluss Φ . Ein Transformator für tiefe Frequenz braucht also einen grösseren Querschnitt A_{Fe} des Eisenkerns, damit er nicht sättigt, d.h. damit die Induktion B einen gewissen Wert nicht überschreitet ($\Phi = B A_{Fe}$).

Wird der Transformator idealisiert betrachtet (verlustlos, die beiden Wicklungen ideal gekoppelt) gilt:

$$u_1 i_1 = u_2 i_2$$

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \quad (7-2)$$

Wird eine Last sekundärseitig an einen primärseitig mit einer Spannungsquelle verbundenen Transformator angeschlossen, stellt sich ein Sekundärstrom i_2 ein, der gemäss obiger Gleichung einen Primärstrom i_1 hervorruft.

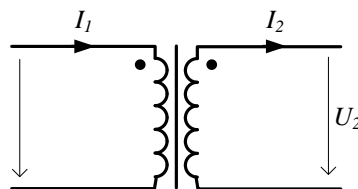


Abb. 7-2: Ersatzschaltung des idealen Transformators.

7.2 Realer Transformator

7.2.1 Magnetisierungsstrom

Wird ein Transformator nicht idealisiert betrachtet, wird gemäss Durchflutungsgesetz zur Magnetisierung ein Strom benötigt. Dieser in der Regel sehr kleine Strom wird als Magnetisierungsstrom bezeichnet.

Aus dem Durchflutungsgesetz folgt für den Transformator mit zwei Wicklungen:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I$$
$$H \cdot l_{Fe} = N_1 i_1 - N_2 i_2 \quad (7-3)$$

Aus dem Materialgesetz und dem Zusammenhang zwischen Fluss und magnetischer Induktion ergibt sich der Zusammenhang zwischen Magnetfeld und Fluss.

$$\phi = \mu_o \mu_r A_{Fe} H \quad (7-4)$$

Ist μ_r nicht unendlich gross, gehört zu einem Fluss Φ auch ein magnetisches Feld H .

Ein magnetisches Feld existiert nur, wenn gemäss Gleichung

(7-3) $N_1 i_1$ ungleich $N_2 i_2$ ist.

$$u_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} = N_1 \frac{d}{dt} \mu_o \mu_r A_{Fe} H = N_1 \frac{d}{dt} \mu_o \mu_r A_{Fe} \frac{N_1 i_1 - N_2 i_2}{l_{Fe}} =$$
$$= \mu_o \mu_r \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}} N_1^2 \frac{d}{dt} \left(i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right) = L_{h1} \frac{d}{dt} i_{1m}$$
$$L_{h1} = \mu_o \mu_r \frac{A_{Fe}}{l_{Fe}} N_1^2 \quad (7-5)$$
$$i_{1m} = \left(i_1 - \frac{N_2}{N_1} i_2 \right)$$

Der für das Feld verantwortliche Strom i_{1m} wird als (primärseitiger) Magnetisierungsstrom bezeichnet, die Induktivität L_{h1} als (primärseitige) Hauptinduktivität.

Der Magnetisierungsstrom fliesst auch, wenn der Transformator im Leerlauf betrieben wird (d.h. $i_2 = 0$ bei primärseitiger Speisung).

Zur Berücksichtigung des Magnetisierungsstroms kann die Ersatzschaltung des idealen Transformators wie folgt ergänzt werden:

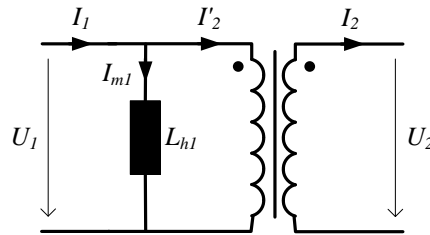


Abb. 7-3: Ersatzschaltung mit Magnetisierungsstrom.

Sollen auch die durch die Ummagnetisierung des Kernmaterials entstehenden Verluste berücksichtigt werden, wird obige Ersatzschaltung durch den Widerstand R_{Fe1} ergänzt.

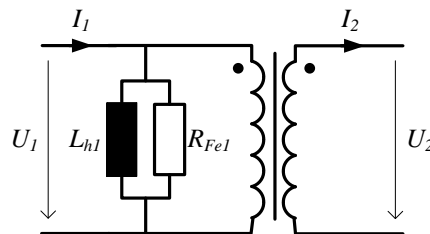


Abb. 7-4: Ersatzschaltung mit Magnetisierungsstrom und Eisenwiderstand.

Anmerkung 1: Ist μ_r und damit L_{h1} unendlich gross, ist der Magnetisierungsstrom null und es gilt wie beim idealen Transformator $N_1 i_1 = N_2 i_2$.

Anmerkung 2: Primär- und Sekundärseite sind von der Funktion her vertauschbar. Der Magnetisierungsstrom und die Hauptinduktivität beispielsweise können auch auf die Sekundärseite bezogen werden. Eine Impedanz lässt sich mit dem Übersetzungsverhältnis im Quadrat – wie hier für die Hauptinduktivität gezeigt – auf die Primärseite umrechnen.

$$L_{h2} = \frac{u_2}{\frac{d}{dt} i_2} = \frac{u_1 / \ddot{u}}{\frac{d}{dt} \ddot{u} i_2} = \frac{u_1}{\frac{d}{dt} i_1} \frac{1}{\ddot{u}^2} = L_{h1} \frac{1}{\ddot{u}^2} \quad (7-6)$$

7.2.2 Streuung

Bei einem realen Transformator laufen nicht alle Feldlinien durch die Primär- und die Sekundärwicklung. Es bilden sich sogenannte Streuflüsse aus, die nur von der Primär- oder nur von der Sekundärwicklung umschlossen werden.

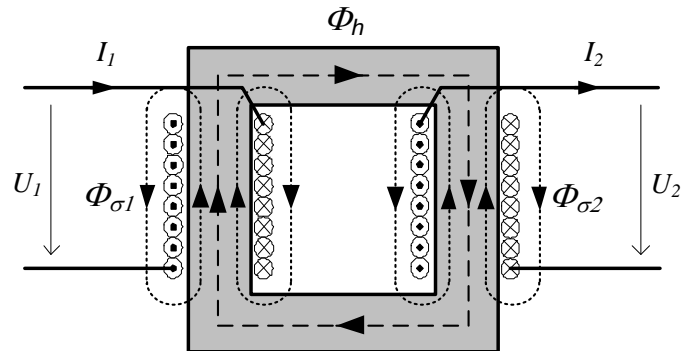


Abb. 7-5: Schnittbild mit Haupt- und Streufluss.

Dieser Streufluss trägt natürlich auch zur Spannung in der entsprechenden Wicklung bei.

$$u_1 = N_1 \frac{d}{dt} (\phi_h + \phi_{\sigma 1}) \quad (7-7)$$

$$u_2 = N_2 \frac{d}{dt} (\phi_h - \phi_{\sigma 2})$$

Um auch diese Streufelder zu berücksichtigen, wird das Ersatzschaltbild durch die so genannten Streuinduktivitäten ergänzt.

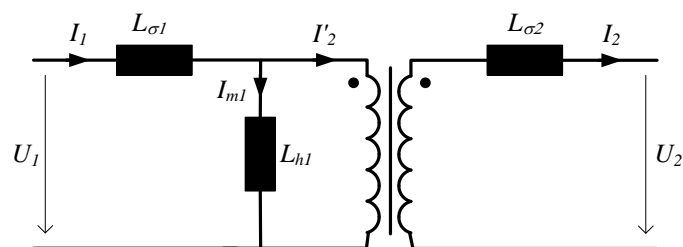


Abb. 7-6: Ersatzschaltung mit Magnetisierung und Streuung.

Die Eisenverluste wurden in obigem Bild vernachlässigt.

7.2.3 Wicklungsverluste

Die ohmschen Verluste in den Wicklungen können durch eine weitere Ergänzung des Ersatzschaltbildes mitberücksichtigt werden.

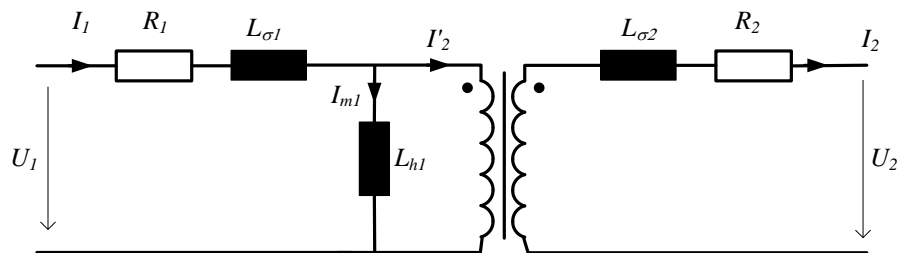


Abb. 7-7: Ersatzschaltung mit Magnetisierung, Streuung und Wicklungswiderstand.

Werden die Größen von der Sekundärseite auf die Primärseite verschoben, ergibt sich folgende Ersatzschaltung.

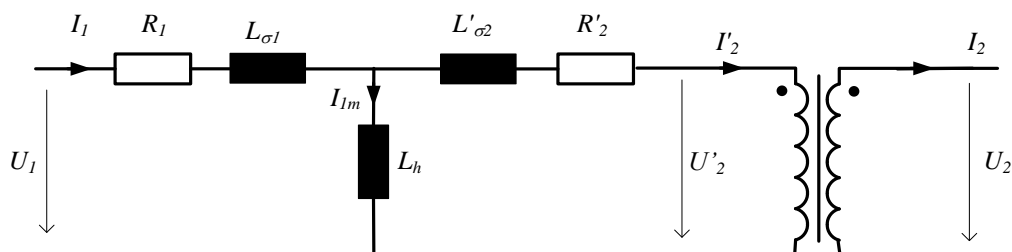


Abb. 7-8: Ersatzschaltung mit Magnetisierung, Streuung und Wicklungswiderstand.

Strom und Spannung lassen sich über den idealen Transformator wie folgt umrechnen:

$$u_2' = u_2 \ddot{u} \quad i_2' = i_2 / \ddot{u} \quad (7-8)$$

Die Sekundärgrößen lassen sich analog zu Gleichung (7-6) mit dem Übersetzungsverhältnis im Quadrat auf die Primärseite transformieren.

$$R_2' = R_2 \ddot{u}^2 \quad L_{\sigma 2}' = L_{\sigma 2} \ddot{u}^2 \quad (7-9)$$

Da oft nur das Verhalten des Systems auf der Primär- oder Sekundärseite untersucht werden soll, wird der ideale Transformator oft weggelassen. Der Index 1 bei der Hauptinduktivität wird ebenfalls oft weggelassen.

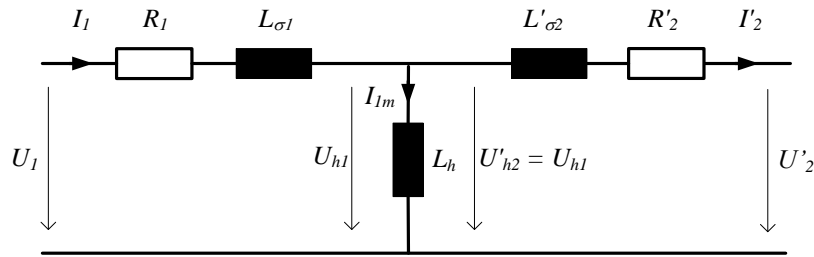


Abb. 7-9: T-Ersatzschaltung.

Analog lassen sich die Grössen der Primärseite auch auf die Sekundärseite umrechnen, wenn dieser Teil des Systems interessiert.

Sollen die Eisenverluste mitberücksichtigt werden, lässt sich das Ersatzschaltbild entsprechend ergänzen.

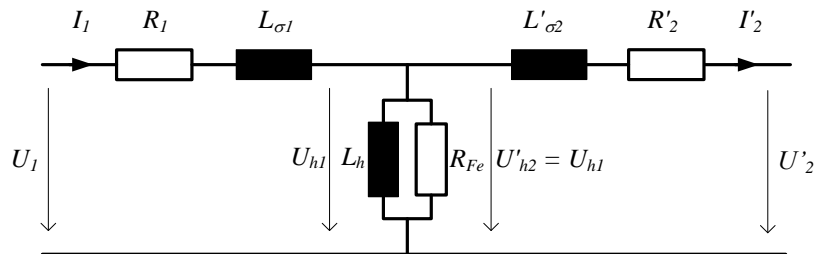


Abb. 7-10: T-Ersatzschaltung mit Eisenverlusten.

7.2.4 Gleichungssystem

Durch das Darstellen der Gleichung kann die Ersatzschaltung des Transformators mathematisch erklärt werden.

Für Primär- und Sekundärspannung im Transformator gelten folgende Gleichungen (Veranschaulichung siehe Abbildung 7-5). Der Eisenwiderstand R_{Fe} wurde dabei vernachlässigt:

Für zwei magnetisch gekoppelte Windungen gelten folgende Gleichungen, wobei M die Kopplungsinduktivität der beiden Wicklungen ist:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_1 \frac{d}{dt} i_1 - M \frac{d}{dt} i_2 \\ u_2 &= -R_2 i_2 - L_2 \frac{d}{dt} i_2 + M \frac{d}{dt} i_1 \end{aligned} \quad (7-10)$$

Wir die Sekundärseite auf die Primärseite umgerechnet, ergeben sich folgende Gleichungen:

$$u_1 = R_1 i_1 + L_1 \frac{d}{dt} i_1 - L_h \frac{d}{dt} i_2' \quad (7-11)$$

$$u_2' = -R_2 i_2' - L_2' \frac{d}{dt} i_2' + L_h \frac{d}{dt} i_1$$

mit $L_h = \ddot{u} M$

$$u_1 = R_1 i_1 + (L_h + L_{\sigma 1}) \frac{d}{dt} i_1 - L_h \frac{d}{dt} i_2' = R_1 i_1 + L_{\sigma 1} \frac{d}{dt} i_1 + L_h \frac{d}{dt} (i_1 - i_2') \quad (7-12)$$

$$u_2' = -R_2 i_2' - (L_h + L_{\sigma 2}') \frac{d}{dt} i_2' + L_h \frac{d}{dt} i_1 = -R_2 i_2' - L_{\sigma 2}' \frac{d}{dt} i_2' + L_h \frac{d}{dt} (i_1 - i_2')$$

da $L_1 = L_h + L_{\sigma 1}$ und $L_2' = L_h + L_{\sigma 2}'$

Die so umgeformten Gleichungen entsprechen der T-Ersatzschaltung gemäss Abbildung 7-9.

7.3 Dreiphasiger Transformator

Ein dreiphasiger Transformator besteht üblicherweise aus drei mal zwei Wicklungen, die auf einem dreischenkigen Kern montiert sind. In der folgenden schematischen Abbildung sind der Kern dunkelgrau, die Primärwicklungen hellgrau und die Sekundärwicklungen weiss eingefärbt.

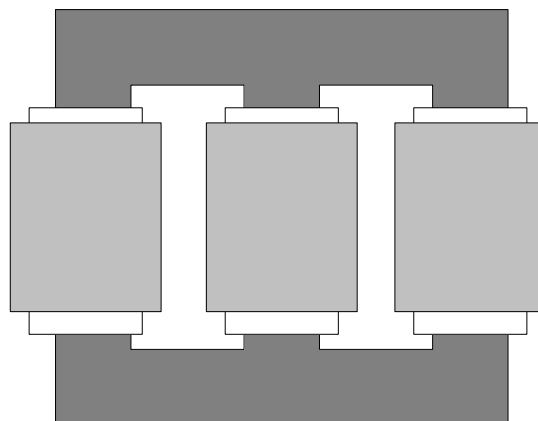


Abb. 7-11: Dreiphasiger Transformator: schematisches Schnittbild.

Das T-Ersatzschaltbild kann auch für einen dreiphasigen Transformator verwendet werden. Die Ströme und Spannungen werden dann als komplexe Zeiger angegeben.

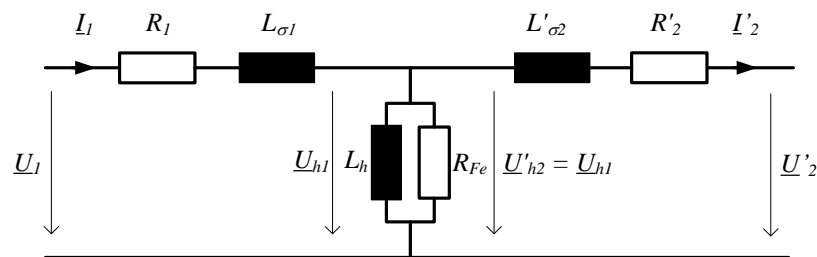


Abb. 7-12: T-Ersatzschaltung des dreiphasigen Transformators.

Die Größen der Ersatzschaltung entsprechen den Phasengrößen. Um beispielsweise die Verluste in den dreiphasigen Wicklungen zu berechnen, muss folgende Formel verwendet werden:

$$P_{V1} = 3 R_1 |\underline{I}_1|^2 \quad (7-13)$$

$$P_{V2} = 3 R_2 |\underline{I}_2|^2 = 3 R'_2 |\underline{I}'_2|^2$$

Die Zeigerlängen müssen dabei den Effektivwerten der Phasengrößen entsprechen.

7.4 Parameterbestimmung

7.4.1 Leerlaufversuch

Im Leerlaufversuch wird der Transformator primärseitig mit Nennspannung gespeist. Die Sekundärseite bleibt offen. Die Ersatzschaltung vereinfacht sich zu:

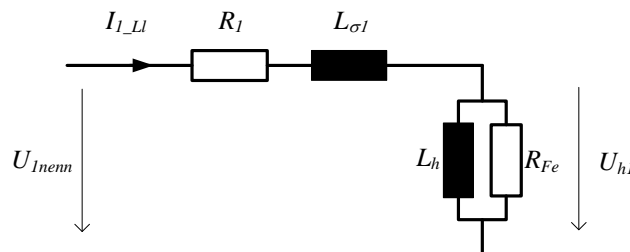


Abb. 7-13: Ersatzschaltung für Leerlaufversuch.

Im Leerlauf wird dann Wirk- und Blindleistung gemessen. Daraus lassen sich die einzelnen Komponenten der Ersatzschaltung bestimmen.

Der Wicklungswiderstand R_l wird mit einer DC-Messung ($R = U/I$) bestimmt (ein Ohmmeter geht theoretisch auch, ist aber besonders bei grossen Transformatoren ungeeignet).

Aus Spannung und Strom oder aus einer Leistungsmessung lassen sich R_{Fe} sowie $L_l = L_h + L_{\sigma l}$ bestimmen.

7.4.2 Kurzschlussversuch

Beim Kurzschlussversuch wird die Sekundärwicklung kurzgeschlossen. Primärseitig wird die Spannung so lange erhöht, bis Nennstrom fliesst. Die für Nennstrom anzulegende Spannung wird als Kurzschlussspannung bezeichnet. Sie wird oft in Prozent der Nennspannung angegeben und als \dot{u}_k bezeichnet. Sie ist ein Mass für die Längsreaktanz des Transformators.

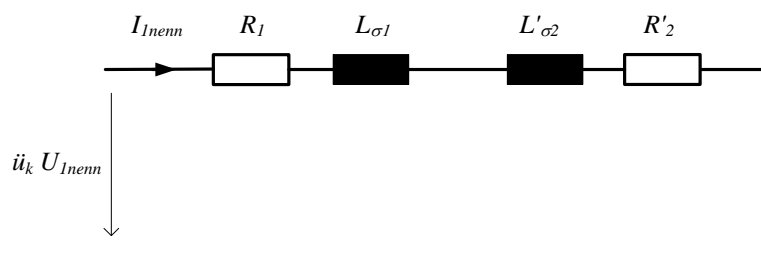


Abb. 7-14: Ersatzschaltung für Kurzschlussversuch.

Aus Spannung und Strom oder aus einer Leistungsmessung lassen sich $L_{\sigma l} + L'_{\sigma 2}$ bestimmen. Oft wird angenommen, dass sich die Streuung hälftig auf Primär- und Sekundärwicklung verteilt, d.h. $L_{\sigma l} = L'_{\sigma 2} = \frac{1}{2} (L_{\sigma l} + L'_{\sigma 2})$

Aus dem Resultat der Leerlaufmessung lässt sich dann auch L_h bestimmen.

Da die Spannung im Vergleich zu Nennbetrieb reduziert ist, ist der Fehler durch das Weglassen der Hauptinduktivität vertretbar.

Der Wicklungswiderstand R'_2 kann mit einer DC-Messung ($R = U/I$) an der offenen Sekundärwicklung bestimmt werden. Dabei wird natürlich R_2 bestimmt. Daraus lässt sich mit Gleichung (7-9) R'_2 berechnen. Alternativ kann R'_2 über die Wirkleistungsaufnahme im Kurzschlussversuch bestimmt werden, wenn R_l bekannt ist.