Anhang A

Lösungsvorschläge

Lösung 8.2: Gegenstrom-Wärmeübertrager.

a. -

b.

$$\frac{CP_1}{CP_2}\Delta\vartheta_1 + \vartheta_{2\alpha} = \vartheta_{2\omega}$$

$$\frac{CP_1}{CP_2} = \frac{\dot m_1}{\dot m_2} = 0.57 \qquad \vartheta_{2\omega} = 0.57 \cdot 15 + 30 = 38.57$$

c.

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{ln\frac{\Delta T_a}{\Delta T_b}} = \frac{16.4 - 10}{ln\frac{16.4}{10}} = 12.89\text{K}$$

d. Innen:

$$Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^{1/3}$$

$$Re = 51860 \quad Pr = 4.33$$

$$Nu = 0.023 \cdot 51860^{0.8} \cdot 4.33^{1/3} = 222$$

$$\alpha_i = Nu\frac{\lambda}{d} = 4656 \text{ W/m}^2\text{K}$$

Aussen:

$$Re = 33406 \quad Pr = 4.33$$

$$Nu = 156$$

$$\alpha_a = 5310 \text{ W/m}^2\text{K}$$

e.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_a}} = \frac{1}{\frac{1}{4656} + \frac{0.0015}{30} + \frac{1}{5310}}$$

$$k = 2207 \text{ W/m}^2\text{K}$$

f.

$$A = \frac{\dot Q}{k\Delta T_m} = 1.76\text{m}^2$$

g.

$$P = \text{Rückwärmezahl des kalten Fluids}$$

$$P_2 = \frac{\vartheta_{2\omega} - \vartheta_{2\alpha}}{\vartheta_{1\alpha} - \vartheta_{2\alpha}} = \frac{38.57 - 30}{55 - 30} = 0.343$$

$$\frac{kA}{\dot m_1 c_{p1}} = NTU_1 \;\; ; \quad \frac{kA}{\dot m_2 c_{p2}} = NTU_2$$

$$NTU_2 = \frac{kA}{\dot m_2 c_{p2}} = \frac{2207 \cdot 1.76}{1.4 \cdot 4180} = 0.664$$

$$P_1 = \frac{\vartheta_{1\alpha} - \vartheta_{1\omega}}{\vartheta_{1\alpha} - \vartheta_{2\alpha}} = \frac{55 - 40}{55 - 30} = 0.6$$

$$NTU_1 = \frac{2207 \cdot 1.76}{0.8 \cdot 4180} = 1.16$$

NTU_{1neu}:

$$\dot m_{1neu} = 0.5\text{kg/s} \quad (\text{vorher } 0.8 \text{ kg/s})$$

$$k_{neu} = 1814\text{W/m}^2\text{K} \quad (\text{vorher } 2207 \text{ W/m}^2\text{K})$$

$$NTU_{1neu} = \frac{kA}{\dot{m}_{1neu}c_p} = \frac{1814 \cdot 1.76}{0.5 \cdot 4180} = 1.528 \qquad (\text{vorher } 1.16)$$

Diagramm:

$$P_{1neu} = 0.72 = \frac{\vartheta_{1\alpha} - \vartheta_{1\omega}}{\vartheta_{1\alpha} - \vartheta_{2\alpha}} \Rightarrow \vartheta_{1\omega} = -0.72(55-30) + 55 = 37°\text{C}$$

h.

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_p(\vartheta_{1\alpha} - \vartheta_{1\omega}) = 0.5 \cdot 4180 \cdot (55-37) = 37.620 \text{ kW}$$

$$\Delta T_1 CP_1 = \Delta T_2 CP_2$$

$$\Delta T_2 = \frac{CP_1}{CP_2}\Delta T_1 = \frac{0.5}{1.4} \cdot 17.5 = 6.25\text{K}$$

$$\vartheta_{2\omega} = \vartheta_{1\alpha} + \Delta T_1 = 36.25°\text{C}$$

Lösung 8.3: Bestimmung der Wandtemperatur in einem Kühlhaus.

a.

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_3}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_a}} = \frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{0.2}{1} + \frac{0.1}{0.05} + \frac{0.005}{1.5} + \frac{1}{8}} = 0.4 \text{ W/m}^2\text{K}$$

b.

$$\dot{q} = k\Delta T = 0.4 \cdot \big(35 - (-22)\big) = 22.8 \text{ W/m}^2$$

c.

$$\dot{q} = k\Delta T$$

$$T_{1\omega} - T_1 = \frac{\dot{q}}{\alpha_1} = \frac{22.8}{5} = 4.56 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad T_{1\omega} = 30.44°\text{C}$$

$$T_{3\omega} - T_3 = \frac{\dot{q}}{\alpha_3} = \frac{22.8}{8} = 2.85 \text{ K} \quad \Rightarrow \quad T_{3\omega} = -19.15°\text{C}$$

usw.

Lösung 8.4: Bestimmung der Isolationsschicht eines Gebäudes.

a.
$$\dot{q} = k\Delta T \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\dot{q}}{\Delta T} = \frac{30}{45} = 0.67 \text{ W/m}^2\text{K}$$
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}$$
$$\delta_2 = \lambda_2 \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{\alpha_1} - \frac{\delta_1}{\lambda_1} - \frac{1}{\alpha_2} \right) = 0.05 \cdot \left(\frac{1}{0.67} - \frac{1}{10} - \frac{0.2}{1} - \frac{1}{7} \right) = 0.052 \text{ m}$$

b. Vergleiche vorherige Aufgabe

Lösung 8.5: Auslegung eines Doppelrohr-Wärmeübertragers.

a. übertragener Wärmestrom und Austrittstemperatur des Geothermalwassers:
Der übertragene Wärmestrom $\dot{Q}$ lässt sich folgendermassen errechnen:
$$\dot{Q} = \dot{m}_2 \, c_{p\,2} \, (T_{2\,\omega} - T_{2\,\alpha}) = 376.20 \text{ kW}$$
$$\dot{Q} = \dot{m}_1 \, c_{p\,1} \, (T_{1\,\alpha} - T_{1\,\omega})$$
daraus folgt:
$$T_{1\,\omega} = T_{1\,\alpha} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_1 \, c_{p\,1}} = 130.32°\text{C}$$

b. erforderliche Übertragungsfähigkeit:
Die notwendige Übertragungsfähigkeit $k\,A$ lässt sich aus folgenden Gleichungen errechnen:
$$\dot{Q} = k\,A\,\Delta T_m$$
$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \dfrac{\Delta T_a}{\Delta T_b}}$$
$$k\,A = \frac{\dot{Q}}{\Delta T_m} = 3.77 \text{ kW/K}$$

c. auf die Innenoberfläche bezogener Wärmedurchgangskoeffizient:
Der Aussendurchmesser des Innenrohres beträgt:
$$d_a = d_i + 2\,s = 20 \text{ mm}$$
unter Berücksichtigung der jeweiligen Radien r_i und r_a kann der gesuchte Wärmedurchgangskoeffizient k_i ermittelt werden:
$$k_i = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_i} + \dfrac{r_i}{\lambda} \ln \dfrac{r_a}{r_i} + \dfrac{r_i}{r_a\,\alpha_a}} = 552.23 \text{ W/m}^2\,\text{K}$$

d. erforderliche Rohrlänge:
Mit der inneren Rohroberfläche $A = \pi\, d_i\, l$ und der Übertragungsfähigkeit $k\, A$ folgt die erforderliche Rohrlänge aus:

$$l = \frac{k\, A}{k_i\, \pi\, d_i} = 144.80 \text{ m}$$

e. Wärmedurchgangskoeffizient beim Fouling:
Durch die Ablagerungen an der Innen- und Aussenseite des Innenrohres sind nun zusätzlich die spezifischen Widerstände $R_{f,\,i}$ und $R_{f,\,a}$ zu berücksichtigen, was zu einem veränderten Wärmeübergangskoeffizienten führt:

$$k_i' = \frac{1}{\dfrac{1}{\alpha_i} + R_{f,\,i} + \dfrac{r_i}{\lambda}\,\ln\dfrac{r_a}{r_i} + R_{f,\,a} + \dfrac{r_i}{r_a\,\alpha_a}} = 437.54 \text{ W/m}^2\,\text{K}$$

f. veränderte Rohrlänge:
Für die nun erforderliche Rohrlänge gilt:

$$l' = \frac{k\, A}{k_i'\, \pi\, d_i} = 182.79 \text{ m}$$

Da $1/k_i = R_T'$ ist, ist die Rohrlänge direkt proportional zu R_T' und erhöht sich ebenfalls um 26.24%.

Lösung 8.6: Alternativer Berechnungsweg zur Auslegung des Doppelrohr-Wärmeübertragers.

a. maximal übertragbarer Wärmestrom:
Die Wärmekapazitätsströme errechnen sich wie folgt:

$$CP_1 = \dot{m}_1\, c_{p\,1} = 9'482 \text{ W/K}$$

$$CP_2 = \dot{m}_2\, c_{p\,2} = 6'270 \text{ W/K}$$

Damit ist $CP_{min} = CP_2$. Der maximal übertragbare Wärmestrom $\dot{Q}_{max}$ ist:

$$\dot{Q}_{max} = CP_{min}\,(T_{1\,\alpha} - T_{2\,\alpha}) = 940.50 \text{ kW}$$

b. Wirkungsgrad und Betriebscharakteristik auf der Brauchwarmwasserseite:
Der Wirkungsgrad P_1 ist das Verhältnis des übertragenen Wärmestroms zum maximal übertragbaren Wärmestrom:

$$P_1 = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = 0.40 = 40\%$$

Die Rückwärmezahl P_2 folgt aus:

$$P_2 = \frac{T_{2\,\omega} - T_{2\,\alpha}}{T_{1\,\alpha} - T_{2\,\alpha}} = 0.40 = 40\%$$

c. Bezogene Übertragungsfähigkeit auf der Brauchwasserseite:
Da die beiden Wärmekapazitätsströme unterschiedlich gross sind, ist $R_2 = 0.66 \neq 1$. NTU_2 ist daher folgendermassen zu berechnen:

$$NTU_2 = \frac{1}{1 - R_2} \ln\left(\frac{1 - P_2\,R_2}{1 - P_2}\right) = 0.60$$

d. erforderliche Länge:
Aus der Definitionsgleichung der Anzahl der Übertragungseinheiten folgt:

$$NTU_2 = \frac{k_i\,A_i}{CP_2} = \frac{k_i\,\pi\,d_i\,l}{CP_2} \quad \rightarrow \quad l = \frac{NTU_2\,CP_2}{k_i\,\pi\,d_i} = 144.80 \text{ m}$$

Lösung 8.7: Korrekturfaktor F_T.

a. Anzahl erforderlicher Mäntel:

$$R_1 = \frac{T_{1\,\alpha} - T_{1\,\omega}}{T_{2\,\omega} - T_{2\,\alpha}} = 1.4286$$

$$P_{N-2\,N} = \frac{T_{2\,\omega} - T_{2\,\alpha}}{T_{1\,\alpha} - T_{1\,\omega}} = 0.5833$$

$$W = 0.6748$$

$$N_{Mantel} = 2.33 \quad \rightarrow \quad \text{es werden 3 Mäntel benötigt}$$

b. Rückwärmezahl für jeden Mantel:

$$Z = \frac{1 - P_{N-2\,N}\,R_1}{1 - P_{N-2\,N}} = 0.4$$

$$P_{1-2} = \frac{Z^{1/3} - 1}{Z^{1/3} - R_1} = 0.3805$$

c. Korrekturfaktor für die Serienschaltung an Mänteln:

$$F_T \approx 0.86 \;\; \text{aus Grafik}$$

$$(F_T = 0.9 \;\; \text{aus Formel})$$

d. Wärmeübertragerfläche:

$$\dot{Q} = k\,A\,\Delta T_m\,F_T$$

$$\Delta T_m = \frac{\Delta T_a - \Delta T_b}{\ln \dfrac{\Delta T_a}{\Delta T_b}} = 65.48 \text{ K}$$

$$A = \frac{\dot{Q}}{k\,\Delta T_m\,F_T} = 619 \text{ m}^2$$

Lösung 8.8: Luftkühlung in einem Rohrbündel-Wärmeübertrager.

Strömungsquerschnitte:

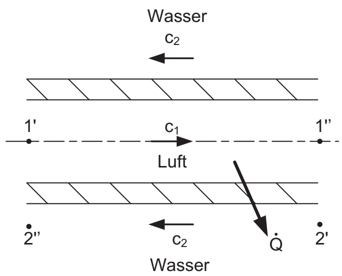
$$\text{Luft: } A_1 = nA_i = 37 \cdot \frac{0.011^2\pi}{4} = 3.516 \cdot 10^{-3}\text{m}^2$$

$$\text{Wasser: } A_2 = \frac{D^2\pi}{4} - n\frac{{d_a}^2\pi}{4} = \frac{0.012^2 \cdot \pi}{4} - 37 \cdot \frac{0.014^2\pi}{4} = 5.614 \cdot 10^{-3}\text{m}^2$$

$$\text{Hydraulischer Durchmesser: } d_{h2} = \frac{4A_2}{U_2} = \frac{D^2\pi - n{d_a}^2\pi}{D\pi + nd_a\pi} = 11.2\text{mm}$$

$$\text{Wärmeübertragerfläche: } A_{W\ddot{U}} = nd_i\pi l = 37 \cdot 0.011 \cdot \pi \cdot 2 = 2.557\text{m}^2$$

Energiebilanz:



$$\Delta\dot{H}_1 = \dot{H}_1{}' - \dot{H}_1{}'' = \dot{Q} = \dot{H}_2{}'' - \dot{H}_2{}' = \Delta\dot{H}_2$$

$$\Delta\dot{H}_1 = \dot{m}_1 c_{p1}(\vartheta_1{}' - \vartheta_1{}'')$$

$$\dot{Q} = kA_{W\ddot{U}}\Delta T_m$$

k-Wert:

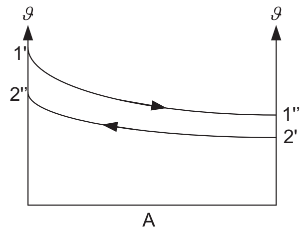
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\frac{\lambda_{Wand}}{\delta_{Wand}}} + \frac{1}{\alpha_2}$$

Der Wandwiderstand wird vernachlässigt:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}$$

$$\alpha_1 = \frac{Nu_1\lambda_1}{d_1} \qquad \alpha_2 = \frac{Nu_2\lambda_2}{d_{h2}}$$

Logarithmische Temperaturdifferenz:



$$\Delta T_m = \frac{(\vartheta_1{}' - \vartheta_2{}'') - (\vartheta_1{}'' - \vartheta_2{}')}{ln\frac{\vartheta_1{}' - \vartheta_2{}''}{\vartheta_1{}'' - \vartheta_2{}'}}$$

Rechnungsverlauf:
$\dot{Q}$ ist unbekannt, da $\vartheta_1{}''$ und $\vartheta_2{}''$ unbekannt
A ist gegeben k ist abhängig von α_1 und α_2. Diese sind von Stoffdaten abhängig. Temperatur $\vartheta_1{}''$ annehmen. Damit kann $\vartheta_2{}''$ berechnet werden.