

**ET+A**

# **Leistungselektronik und elektrische Antriebe**

**Kapitel 8, 9 und 10  
Drehfeldmaschinen**

Adrian Omlin

# Inhaltsverzeichnis Kapitel 8, 9 und 10

<b>8. ANTRIEBE MIT DREHFELDMASCHINEN .....</b>	<b>4</b>
<b>8.1 Drehfelder und Drehzeiger .....</b>	<b>4</b>
<b>8.2 Drehzeigertransformation.....</b>	<b>8</b>
8.2.1 Transformation Dreiphasenebene => Drehzeiger .....	8
8.2.2 Transformation Drehzeiger => Zeiger .....	10
8.2.3 Graphische Veranschaulichung .....	10
8.2.4 Transformation Zeiger => Drehzeiger .....	11
8.2.5 Transformation Drehzeiger => Phasengrößen .....	12
<b>9. DIE SYNCHRONMASCHINE (SM) .....</b>	<b>13</b>
<b>9.1 Aufbau der SM.....</b>	<b>13</b>
<b>9.2 Wirkungsweise der SM.....</b>	<b>14</b>
9.2.1 Drehzahl und Polpaarzahl .....	14
9.2.2 Polradspannung und Ersatzschaltung .....	16
9.2.3 Drehmomentbildung .....	18
<b>9.3 Synchrongenerator im Netzbetrieb .....</b>	<b>19</b>
9.3.1 Zeigerdiagramme unter Vernachlässigung von $R_a$ .....	19
9.3.2 Synchronisation ans Netz.....	22
<b>9.4 Synchrongenerator im Inselbetrieb.....</b>	<b>22</b>
9.4.1 Zeigerdiagramme unter Vernachlässigung von $R_a$ .....	22
9.4.2 Dämpferwicklung .....	23
9.4.3 Drehstromsynchrongeneratoren .....	24
<b>9.5 Synchronmotoren und besondere Bauformen .....</b>	<b>25</b>
9.5.1 Synchronmotoren .....	25
9.5.2 Einphasige SM .....	26
9.5.3 Permanentenerregte SM.....	26
<b>9.6 Stationäre Gleichungen .....</b>	<b>27</b>
9.6.1 Das dq-Koordinatensystem .....	27
9.6.2 Gleichungen und Drehmoment .....	27
9.6.3 Stationäres Zeigerdiagramm .....	30
<b>10. DIE ASYNCHRONMASCHINE (ASM).....</b>	<b>32</b>
<b>10.1 Funktionsprinzip.....</b>	<b>32</b>
10.1.1 Aufbau.....	33

10.1.2	Frequenzen und im Rotor induzierte Spannung.....	35
10.1.3	Ströme .....	38
10.1.4	Leistungen.....	38
10.1.5	Wirkungsgrad.....	41
<b>10.2</b>	<b>Einphasiges Ersatzschema .....</b>	<b>41</b>
10.2.1	Läuferwiderstand $R_s$ .....	42
10.2.2	Berücksichtigung von Streu- und Hauptimpedanzen .....	43
<b>10.3</b>	<b>Drehmoment.....</b>	<b>45</b>
<b>10.4</b>	<b>Betrieb der ASM mit variabler Drehzahl.....</b>	<b>48</b>
10.4.1	Variation von $R_2$ .....	49
10.4.2	Variable Statorspannung.....	50
10.4.3	Variable Statorfrequenz .....	50
10.4.4	Umschaltbare Polpaarzahl (Dahlander Maschine).....	51
<b>10.5</b>	<b>Die Stromortskurve .....</b>	<b>52</b>

## 8. Antriebe mit Drehfeldmaschinen

Bei den in Kapitel 3 behandelten Kollektormaschinen sind Stator- und Rotorfeld ortsfest, d.h. stillstehend. Der Kollektor schaltet die Rotorwicklung stets so weiter, dass trotz der Rotationsbewegung ein stehendes Feld resultiert.

Bei den Drehfeldmaschinen hingegen rotiert das Feld. Die wichtigsten Vertreter von Drehfeldmaschinen sind die Synchronmaschine (SM) und die Asynchronmaschine (ASM).

Bei der Synchronmaschine rotiert der Rotor synchron mit dem Drehfeld. Bei der Asynchronmaschine rotiert der Rotor je nach Belastung etwas langsamer (Motorbetrieb) oder etwas schneller (Generatorbetrieb) als das Drehfeld. Stator- und Rotorfeld rotieren aber immer synchron, sonst wäre das mittlere Drehmoment Null.

Zur vereinfachten Behandlung von Drehfeldmaschinen werden oft Drehzeiger und Zeiger verwendet. Diese werden anhand des Drehfeldes in den beiden folgenden Unterkapiteln eingeführt.

### 8.1 Drehfelder und Drehzeiger

Bei einem idealen Drehfeld rotiert das Feld. Die Amplitude bleibt konstant. Ein Drehfeld entsteht, wenn ein Permanentmagnet bzw. eine gleichstromerregte Spule mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotiert:

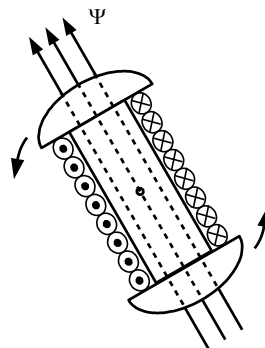
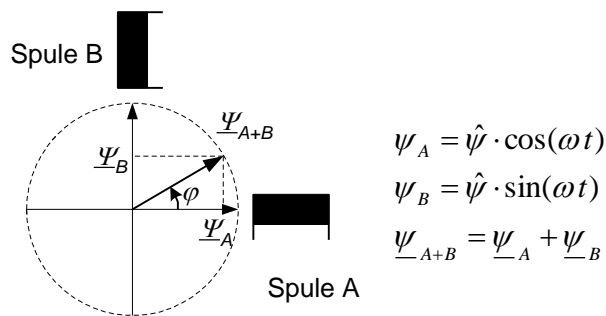


Abb. 8-1: Rotierende, gleichstromerregte Spule.

Drehfelder können aber auch durch Überlagerung mehrerer ortsfester, zeitlich oszillierender Felder erzeugt werden. Werden zwei Spulen im rechten Winkel zueinander angeordnet und mit zwei um  $90^\circ$  phasenverschobenen Strömen gespeist, so ist das resultierende Feld ein Drehfeld (vgl. Abb. 8-2).



$$|\underline{\psi}| = \hat{\psi} \cdot \sqrt{(\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t))} = \hat{\psi} \quad \tan(\varphi) = \frac{\psi_B}{\psi_A} = \frac{\sin(\omega t)}{\cos(\omega t)} \Rightarrow \varphi = \omega t$$

Abb. 8-2: Erzeugung eines Drehfeldes durch 2 um 90° versetzte Spulen.

Normalerweise werden nicht zwei Spulen verwendet, sondern drei (Dreiphasensystem). Die drei Spulen sind örtlich um 120° versetzt, die sie speisenden Ströme zeitlich um (minus) 120° (Abb. 8-3). Auch dabei entsteht ein resultierendes Feld mit konstanter Amplitude, das rotiert.

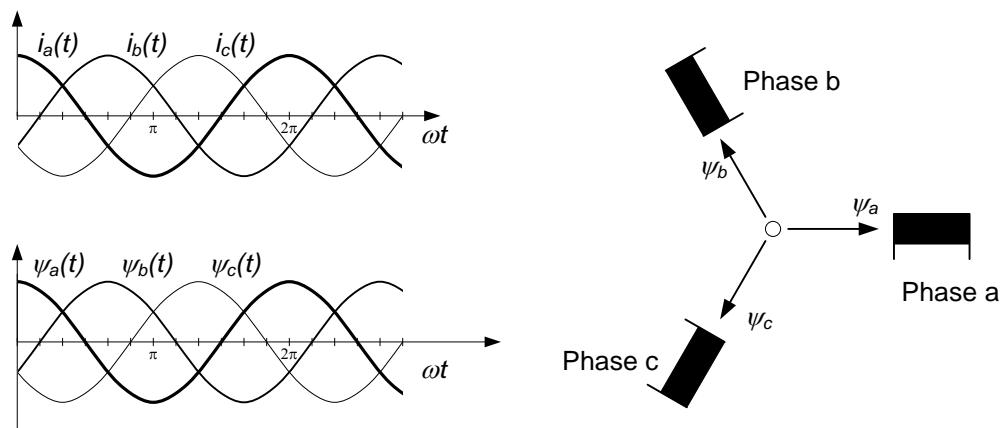


Abb. 8-3: Erzeugung von drei sich überlagernden Feldern durch drei um 120° versetzte Spulen, die mit 3 zeitlich um -120° verschobenen Strömen gespeist werden.

Jeder der drei Phasenströme

$$\begin{aligned}i_a(t) &= \hat{I} \cos(\omega t + \varphi_i) \\i_b(t) &= \hat{I} \cos(\omega t - 120^\circ + \varphi_i) \\i_c(t) &= \hat{I} \cos(\omega t + 120^\circ + \varphi_i)\end{aligned}\quad (8-1)$$

erzeugt ein in der Achse der entsprechenden Wicklung liegendes Magnetfeld.

$$\begin{aligned}\psi_a &= L_{ph} \cdot i_a \\ \psi_b &= L_{ph} \cdot i_b \\ \psi_c &= L_{ph} \cdot i_c\end{aligned}\quad (8-2)$$

Diese drei Felder überlagern sich zu einem Drehfeld. Mathematisch entspricht das einer geometrischen Addition. Die Drehwinkel zur geometrischen Addition wurden so gewählt, dass die reelle Achse des Koordinatensystems, in welchem der entstehende Drehzeiger rotiert, mit der Achse der Wicklung a übereinstimmt.

Anhand von drei Beispielen soll die geometrische Addition mit Zeigern veranschaulicht werden (Abb. 8-4). Zu den drei durch Striche gekennzeichneten Zeitpunkten wird der Momentanwert der drei Phasen abgelesen. Der Momentanwert wird auf der Wicklungsachse aufgetragen. Die geometrische Addition ergibt schliesslich den fett gezeichneten Drehzeiger, der die Flussverkettung repräsentiert.

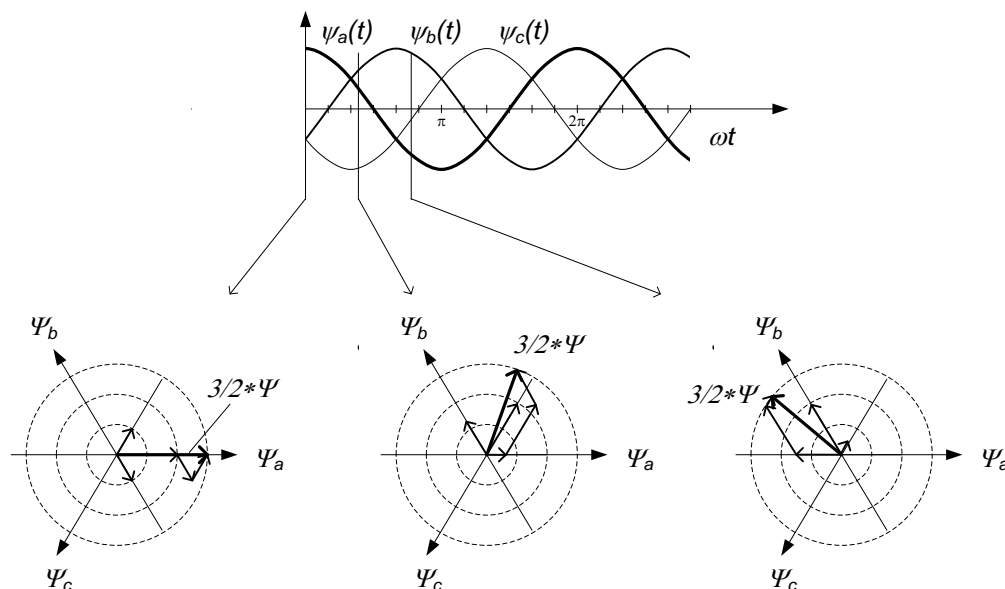


Abb. 8-4: Bildung des Drehzeigers durch geometrische Addition für drei verschiedene Zeitpunkte. ( $\omega t = 0^\circ, 70^\circ$  und  $140^\circ$ ).

Die drei gezeigten Fälle sind Momentanaufnahmen eines Drehfeldes, welches mit der Kreisfrequenz der Spulenströme rotiert. Der Betrag des Drehfeldes (Länge des entstehenden Zeigers) entspricht 3/2 der Amplitude der Phasengrößen.

Statt geometrisch, lassen sich die Flussverkettungen der einzelnen Phasen auch mathematisch aufaddieren:

$$\vec{\psi}_{gesamt} = [\psi_a \cdot e^{j0^\circ} + \psi_b \cdot e^{j120^\circ} + \psi_c \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-3)$$

Mit

$$\cos(x) \cdot e^{j0^\circ} + \cos(x - 120^\circ) \cdot e^{j120^\circ} + \cos(x + 120^\circ) \cdot e^{-j120^\circ} = \frac{3}{2} \cdot e^{jx} \quad (8-4)$$

folgt nach Einsetzen der obigen Gleichungen:

$$\begin{aligned} \vec{\psi}_{gesamt} &= [\hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \cdot L_{ph} \cdot e^{j0^\circ} + \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i - 120^\circ) \cdot L_{ph} \cdot e^{j120^\circ} + \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i + 120^\circ) \cdot L_{ph} \cdot e^{-j120^\circ}] \\ &= \vec{\psi}_{gesamt} = \frac{3}{2} \cdot \hat{I} \cdot L_{ph} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} \end{aligned} \quad (8-5)$$

Auch bei der mathematischen Überlagerung entsteht ein Drehzeiger, der sich mit der Frequenz der Phasengrößen dreht und dessen Länge 3/2 der Amplitude der Phasengröße entspricht.

Zum Arbeiten mit Drehzeigern und auch für die später behandelte Rücktransformation ist es einfacher, wenn die Längen der Drehzeiger gerade den Amplituden der Phasengrößen entsprechen. Deshalb wird in der Gleichung zur Bildung des Drehzeigers willkürlich ein Faktor 2/3 eingeführt:

$$\vec{\psi} = \frac{2}{3} \cdot [\psi_a \cdot e^{j0^\circ} + \psi_b \cdot e^{j120^\circ} + \psi_c \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-6)$$

Das ist die übliche Konvention. Mit dem Drehzeiger wird so zwar für die Flussverketzung nicht die physikalische Realität abgebildet, aber für die im nächsten Kapitel eingeführten Transformationen ist es praktischer, wenn die Länge des Drehzeigers mit der Amplitude der Phasengrößen übereinstimmt.

Durch Einsetzen von Gleichung (8-4) in (8-6) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \vec{\psi} &= \frac{2}{3} \cdot [\hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) \cdot L_{ph} \cdot e^{j0^\circ} + \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i - 120^\circ) \cdot L_{ph} \cdot e^{j120^\circ} + \hat{I} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i + 120^\circ) \cdot L_{ph} \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-7) \\ \vec{\psi} &= \hat{I} \cdot L_{ph} \cdot e^{j(\omega t + \varphi_i)} \end{aligned}$$

So entsteht also ein Flussverkettungs-Drehzeiger, der mit der Frequenz der Phasengrößen dreht. Die Zeigerlänge entspricht der Amplitude der Phasengrößen.

Anmerkung: Mit einem Faktor  $\sqrt{2}/3$  statt  $2/3$  könnte beispielsweise auch ein Zeiger gebildet werden, dessen Länge den Effektivwerten der Phasengrößen entspricht. Am gebräuchlichsten ist jedoch der Faktor  $2/3$ .

Bei einer Speisung mit 50 Hz rotiert das entstehende Drehfeld mit 3000 Umdrehungen pro Minute. Langsamer drehende Felder können durch Wicklungen mit grösserer Polpaarzahl erzeugt werden. Weiteres zum Thema Polpaarzahl ist in Kapitel 9.2.1 zu finden.

## 8.2 Drehzeigertransformation

### 8.2.1 Transformation Dreiphasenebene => Drehzeiger

Mit den Gleichungen (8-1) bis (8-7) und der Abb. 8-4 wurde gezeigt, wie aus der Flussverkettung in den drei Phasen ein Drehzeiger hergeleitet werden kann, der diese Phasengrößen in der komplexen Ebene beschreibt. Mit den gleichen mathematischen Zusammenhängen lassen sich auch dreiphasige Ströme und Spannungen als Drehzeiger darstellen.  $x$  wird hier für den allgemeinen Fall verwendet.

$$\vec{\psi}(t) = \frac{2}{3} \cdot [\psi_a(t) + \psi_b(t) \cdot e^{j120^\circ} + \psi_c(t) \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-8)$$

$$\vec{i}(t) = \frac{2}{3} \cdot [i_a(t) + i_b(t) \cdot e^{j120^\circ} + i_c(t) \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-9)$$

$$\vec{u}(t) = \frac{2}{3} \cdot [u_a(t) + u_b(t) \cdot e^{j120^\circ} + u_c(t) \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-10)$$

$$\vec{x}(t) = \frac{2}{3} \cdot [x_a(t) + x_b(t) \cdot e^{j120^\circ} + x_c(t) \cdot e^{-j120^\circ}] \quad (8-11)$$

Die Drehzeigerdarstellung erlaubt im Vergleich zur Darstellung in Dreiphasengrößen eine einfachere Betrachtungsweise und Handhabung.

Für symmetrische, sinusförmige Dreiphasengrößen im stationären Zustand weist der Drehzeiger eine konstante Länge auf, die der Amplitude der Phasengrößen entspricht, und er rotiert in der komplexen Ebene mit der Frequenz der Phasengrößen (siehe auch Abb. 8-5). Die Transformation lässt sich auch auf beliebige zeitliche Verläufe



anwenden. Die Länge und die Umlaufgeschwindigkeit des Drehzeigers sind dann aber nicht mehr konstant.

Wie bereits im vorhergehenden Kapitel erwähnt, können je nach Wahl des Faktors Drehzeiger gebildet werden, die der Amplitude (bei  $2/3$ ) oder dem Effektivwert (bei  $\sqrt{2}/3$ ) der Phasengrößen entsprechen. Hat die Grösse auch Oberschwingungen, wird aber immer die Amplitude oder der Effektivwert der Grundschwingung verwendet.

Es ist üblich, das Koordinatensystem als komplexe Ebene zu betrachten. Die Projektionen auf die Achsen des Koordinatensystems sind der Imaginär- und der Realteil des komplexen Drehzeigers und erhalten die Indices  $\alpha$  und  $\beta$ .

$$\vec{x}(t) = x_\alpha + j \cdot x_\beta \quad (8-12)$$

Mit

$$e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{und} \quad e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

lassen sich die beiden Komponenten des Drehzeigers auch direkt aus den Phasengrößen berechnen:

$$\begin{aligned} x_\alpha &= \frac{1}{3}(2x_a - x_b - x_c) \\ x_\beta &= \frac{1}{\sqrt{3}}(x_b - x_c) \end{aligned} \quad (8-13)$$

Die drei Phasengrößen werden also auf zwei Größen, den Real- und den Imaginärteil des Drehzeigers, abgebildet. Dadurch geht Information verloren. Nicht mit in die Drehzeigerebene transformiert werden die gleichphasigen Komponenten. Das sind die Anteile in den Phasengrößen, die für alle drei Phasen gleich sind. Sie lassen sich als so genanntes Nullsystem darstellen:

$$x_0(t) = \frac{1}{3} \cdot [x_a + x_b + x_c] \quad (8-14)$$

Für symmetrische, sinusförmige Dreiphasensysteme im stationären Zustand verschwindet das Nullsystem.

Wird bei einer in Stern geschalteten Last der Sternpunkt nicht angeschlossen, ist die Summe der Ströme zwangsläufig null und es existiert somit kein Nullsystem.

### 8.2.2 Transformation Drehzeiger => Zeiger

Die Drehzeiger können auch von einem rotierenden Koordinatensystem aus betrachtet werden. Entspricht die Umlaufgeschwindigkeit  $\omega_K$  dieses Koordinatensystems derjenigen des Drehzeigers, erscheint er als stillstehender Zeiger  $\underline{X}$ . Er lässt sich wie folgt aus dem Drehzeiger berechnen.

$$\underline{X}(t) = \vec{x}(t) \cdot e^{-j \int \omega_K dt} \quad (8-15)$$

Ist die Umlaufgeschwindigkeit  $\omega_K$  des Koordinatensystems konstant, vereinfacht sich obige Gleichung zu:

$$\underline{X}(t) = \vec{x}(t) \cdot e^{-j \omega_K t} \quad (8-16)$$

Auch hier werden die Projektionen auf die Achsen des Koordinatensystems als Imaginär- und Realteil des komplexen Zeigers betrachtet. Sie bekommen den Index x und y. Bei Synchronmaschinen sind auch die Indices d und q üblich.

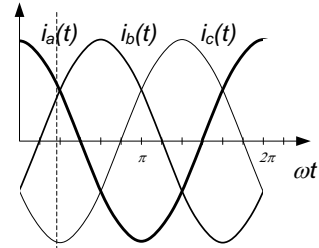
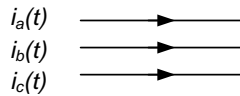
$$\underline{X}(t) = X_x + j \cdot X_y \quad (8-17)$$

### 8.2.3 Graphische Veranschaulichung

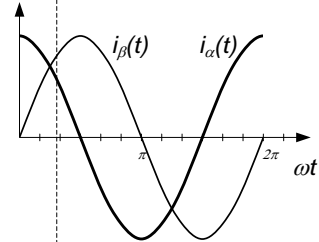
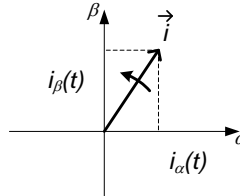
Abb. 8-5 veranschaulicht die Transformation am Beispiel symmetrischer, sinusförmiger, dreiphasiger Ströme mit der Kreisfrequenz  $\omega$ .

In der Mitte links ist für einen frei gewählten Zeitpunkt der Momentanwert des Drehzeigers dargestellt. Der frei gewählte Zeitpunkt ist in den  $\omega t$ -Diagrammen rechts mit einer gestrichelten Linie gekennzeichnet. Der Drehzeiger rotiert mit  $\omega$  in der komplexen Drehzeigerebene. Seine Projektionen auf die beiden Achsen sind um  $90^\circ$  gegeneinander phasenverschobene Sinusschwingungen mit der Kreisfrequenz  $\omega$ . Wird nun ein sich ebenfalls mit der Kreisfrequenz  $\omega$  drehendes Koordinatensystem eingeführt, erscheint der Drehzeiger als stehender Zeiger  $\underline{I}$  (unten). Seine Projektionen auf die mit x und y bezeichneten Achsen des synchron mitdrehenden Koordinatensystems sind Gleichgrößen.

Phasengrößen:



Drehzeiger:



Zeiger:

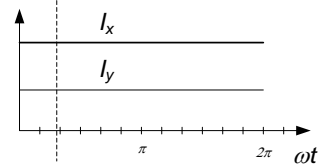
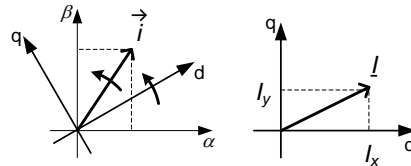


Abb. 8-5: Darstellung von Dreiphasengrößen als Drehzeiger und als Zeiger im synchron mitlaufenden Koordinatensystem.

Oft wird der Begriff Raumzeiger verwendet. Er umfasst Zeiger, die in einem mit beliebiger Geschwindigkeit umlaufenden Koordinatensystem dargestellt werden. Er umfasst somit sowohl Drehzeiger (stillstehendes Koordinatensystem) als auch Zeiger (synchron mitdrehendes Koordinatensystem). Eigentlich sind die Begriffe Zeiger und Drehzeiger nur eine Hilfe: mathematisch kann in die Transformationsgleichung ein beliebiges  $\omega_k$  eingesetzt werden. Ist dieses Null, bleibt der Drehzeiger ein Drehzeiger. Entspricht  $\omega_k$  der Frequenz der zu transformierenden Größe, entsteht ein stillstehender Zeiger. Die Formeln gelten für beliebige  $\omega_k$ .

## 8.2.4 Transformation Zeiger => Drehzeiger

Die Zeiger lassen sich ohne Informationsverlust in Drehzeiger zurücktransformieren.

$$\vec{x}(t) = \underline{X}(t) \cdot e^{j \int \omega_k dt} \quad (8-18)$$

Auch hier gilt bei konstantem  $\omega_k$ :

$$\vec{x}(t) = \underline{X}(t) \cdot e^{j\omega_K t} \quad (8-19)$$

### 8.2.5 Transformation Drehzeiger => Phasengrößen

Die Transformation von Dreiphasengrößen in Drehzeiger ist eindeutig. Allfällige gleichphasige Komponenten gehen aber verloren. Die Rücktransformation vom Drehzeiger in Dreiphasengrößen ist nur eindeutig, wenn die gleichphasigen Komponenten miteinbezogen werden oder wenn diese null sind.

$$x_a(t) = \operatorname{Re}[\vec{x}(t)] + x_0(t) \quad (8-20)$$

$$x_b(t) = \operatorname{Re}[\vec{x}(t) \cdot e^{-j120^\circ}] + x_0(t)$$

$$x_c(t) = \operatorname{Re}[\vec{x}(t) \cdot e^{j120^\circ}] + x_0(t)$$

Die Bildung des Realteils kann als Projektion des Drehzeigers auf die entsprechende Wicklungsachse interpretiert werden.

Mit

$$e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{und} \quad e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

lassen sich die drei Phasengrößen auch direkt aus den Drehzeigerkomponenten berechnen:

$$x_a = x_\alpha + x_0 \quad (8-21)$$

$$x_b = \frac{1}{2}(\sqrt{3} x_\beta - x_\alpha) + x_0$$

$$x_c = \frac{1}{2}(-\sqrt{3} x_\beta - x_\alpha) + x_0$$

## 9. Die Synchronmaschine (SM)

Synchronmaschinen werden in einem weiten Leistungsbereich gebaut: von sehr kleinen Motoren im mW Bereich, zum Beispiel zum Antrieb von Uhren, bis hin zu Kraftwerksgeneratoren mit über 1000 MVA Leistung. Während die Asynchronmaschine (ASM) vor allem als Motor eingesetzt wird, kommt als Generator in Kraftwerken praktisch immer eine SM (Synchronmaschine) zum Einsatz.

In Verbindung mit Frequenzumrichtern hat sie auch als Motor, vor allem für Hochleistungsantriebe, Bedeutung gewonnen, z.B. für Zementmühlen, Hochofengebläse, Förderanlagen, Walzstrassen oder als Fahrmotoren beim TGV-SE.

### 9.1 Aufbau der SM

Üblicherweise hat der Stator einer SM eine dreiphasige Wicklung. Der Rotor trägt eine Wicklung, die über Schleifringe mit einem Gleichstrom magnetisiert wird. Alternativ zur Rotorwicklung kommen auch Permanentmagnete zum Einsatz. Bei einer als Motor arbeitenden SM wird durch einen Umrichter oder durch das speisende Netz im Stator ein Drehfeld erzeugt, dem der Rotor wie ein Magnet folgt.

Im grundsätzlichen Aufbau wird zwischen Vollpol- und Schenkelpolmaschine unterschieden (Abb. 9-1). Die **Vollpolmaschine** besitzt einen langen Rotor mit kleinem Durchmesser, der deshalb für schnelllaufende Maschinen geeignet ist. Er wird oft in Verbindung mit Gas- und Dampfturbinen eingesetzt und deshalb auch als Turbogenerator bezeichnet.

Die **Schenkelpolmaschine** ist kürzer, hat aber einen grösseren Durchmesser.

Da das Magnetfeld im Rotor zeitlich konstant ist, kann er aus massivem Eisen gefertigt werden. Der Stator muss hingegen geblecht sein. Das folgende Bild zeigt den prinzipiellen Unterschied.

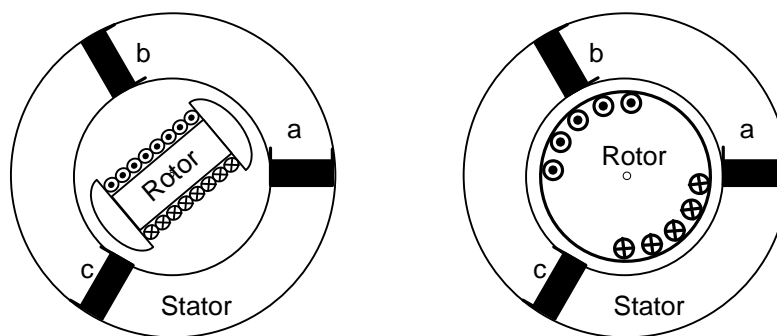


Abb. 9-1: Bauformen der Synchronmaschine:

links: Schenkelpolmaschine (Innenpolausführung)

rechts: Vollpolmaschine (Turbogenerator)

Die mit a, b und c bezeichneten, symbolisierten Wicklungen sind in Realität über den Umfang der Maschine verteilt. Untenstehende Abbildung skizziert die links Leiterstä-

be für die drei Wicklungen und das rechts Wicklungssymbol. Der Pfeil zeigt die Wicklungsachse der Phase a.

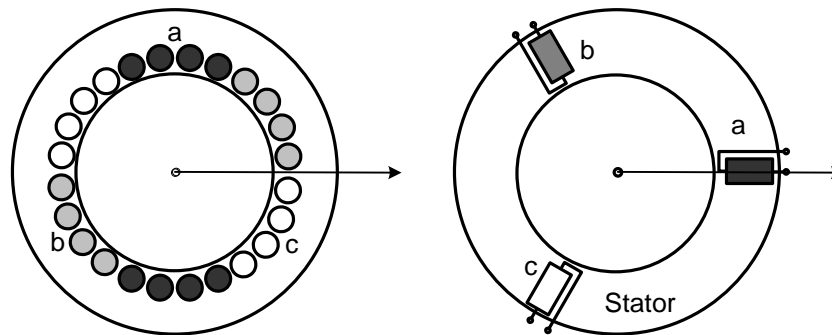


Abb. 9-2: Wirkungsachse der Wicklung von Phasen a, b und c.

## 9.2 Wirkungsweise der SM

### 9.2.1 Drehzahl und Polpaarzahl

Die Statorwicklung erzeugt ein Drehfeld, welches stationär mit

$$\omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p} \quad (9-1)$$

dreht. Der Index „1“ steht für Stator.  $\omega_1$  ist also die Frequenz, mit der der Stator gespeist wird.  $p$  bedeutet Polpaarzahl. Eine Wicklung erzeugt immer zwei magnetische Pole (Nord- und Südpol). Ein Einzelpol kann nicht auftreten. Bei elektrischen Maschinen spricht man deshalb von Polpaaren.

Bis jetzt wurde immer von einer Maschine mit der Polpaarzahl  $p=1$  ausgegangen. Man nennt das auch zweipolige Maschine. Bei einer Speisung mit 50 Hz rotiert das entstehende Drehfeld mit 3000  $^1/\text{min}$ . Langsamer drehende Felder können durch Wicklungen mit grösserer Polpaarzahl erzeugt werden. Zur Veranschaulichung wird nochmals eine Synchronmaschine mit Polpaarzahl  $p=1$  gezeichnet. Links ist das Schnittbild mit je nur einem Leiterstab pro Wicklung dargestellt, rechts das Ersatzschaltbild mit drei Spulen, damit die Wicklungsachsen deutlicher erkennbar sind. Der Rotor ist ohne Erregerwicklung dargestellt.

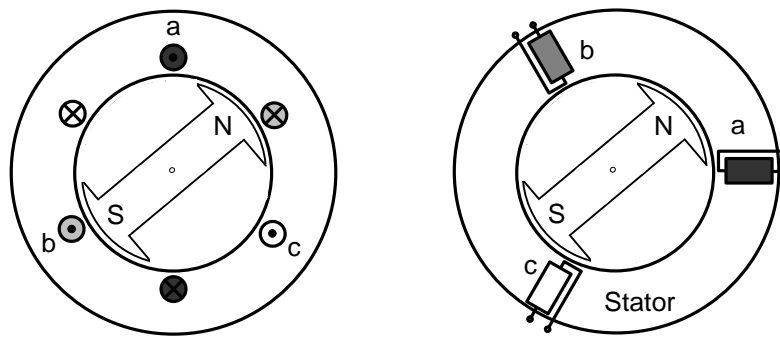


Abb. 9-3: Synchronmaschine mit  $p=1$ .

Im folgenden Bild ist eine Synchronmaschine mit Polpaarzahl  $p=2$  dargestellt. Links ist wiederum das Schnittbild mit je einem Leiterstab pro Wicklung dargestellt, rechts das Ersatzschaltbild mit Spulen.

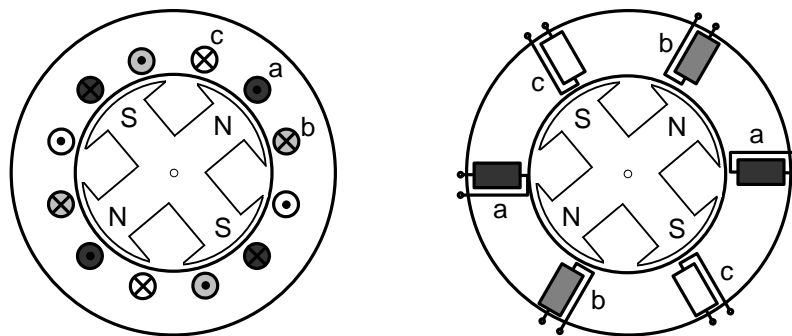


Abb. 9-4: Synchronmaschine mit  $p=2$ .

Werden die beiden dreiphasigen Wicklungssysteme bestehend aus den aufeinanderfolgenden Wicklungen a, b und c mit der gleichen Frequenz gespeist, dreht sich das entstehende Drehfeld während einer Periode nur um  $180^\circ$ . Eigentlich sind es zwei Drehfelder, die sich über je zwei benachbarte Schenkel des Rotors kurzschliessen. Zu beachten ist, dass der Fluss im Rotor um  $90^\circ$  abgelenkt wird. Verdeutlicht werden soll dies mit den Bezeichnungen der Pole mit „N“ und „S“. Das entstehende Drehfeld (bzw. die Drehfelder) und damit der Rotor dreht also entsprechend Gleichung (9-1) nur halb so schnell wie bei einer Maschine mit  $p=1$ .

Rotor und Stator weisen immer die gleiche Polpaarzahl auf. Da bei  $p=2$  doppelt so viele Pole im Einsatz sind, verdoppelt sich bei gegebenem Fluss und Strom das Drehmoment. Es nimmt proportional mit  $p$  zu. Die Leistung der Maschine bleibt somit gleich: die Drehzahl verkleinert sich um den Faktor  $p$ , während sich das Drehmoment um den Faktor  $p$  vergrößert.

Im elektrischen Verhalten an den Klemmen ist kein Unterschied festzustellen. Eine Maschine mit höherer Polpaarzahl verhält sich also wie eine Maschine mit  $p=1$ , der ein Getriebe mit dem Übersetzungsverhältnis  $p$  nachgeschaltet wurde.

Wie schon der Name sagt, dreht bei der SM im stationären Zustand der Rotor synchron mit dem Statorfeld mit (elektrische Rotorfrequenz = 0).

Je nach Polpaarzahl beträgt die Drehzahl bei 50 Hz Speisefrequenz demnach:

$p$	$n$ [U/min]
1	3000
2	1500
3	1000
4	750
	usw.

## 9.2.2 Polradspannung und Ersatzschaltung

Die rotierende Erregerwicklung (Polrad) erzeugt ein Drehfeld, welches in den Ständerwicklungen eine Spannung  $U_p$ , die so genannte Polradspannung, induziert. Ihre Amplitude ist proportional zur Polradflussverkettung und zur Drehzahl. Die Frequenz der Polradspannung ist drehzahlproportional.

Wird die Polradspannung als Zeiger dargestellt, berechnet sie sich stationär wie folgt:

$$\underline{U}_p = j \cdot \omega_l \cdot \underline{\psi}_p \quad ; \quad |\underline{U}_p| = \omega_l \cdot |\underline{\psi}_p| \quad (9-2)$$

Die Statorfrequenz  $\omega_l$  entspricht im stationären Betrieb  $p \omega_{mech}$ .

Bei Synchronmaschinen mit gewickeltem Rotor ist bei Vernachlässigung der Sättigung die Polradspannung proportional zum Erregerstrom  $I_e$ , der dem Rotor über Schleifringe zugeführt wird.

Wenn kein Strom im Stator fließt, das heisst im Leerlauf, liegt die Spannung  $U_p$  an den Statorklemmen an.

Sobald in den Statorwicklungen ein Strom fließt, entsteht ein Drehfeld, welches sich dem Polradfeld überlagert. Die Summe dieser beiden Felder bewirkt schliesslich die im Stator induzierte Spannung. Statt die Überlagerung der Drehfelder zu betrachten, können auch die von beiden Feldern induzierten Spannungen überlagert werden. Der durch den Statorstrom resultierende Spannungsanteil entspricht dann der Selbstinduktionsspannung in der Statorwicklung:



$$u_{Ld} = L_d \frac{di_1}{dt} \quad (9-3)$$

$L_d$  ist die Induktivität der Statorwicklung. Diese setzt sich bei der Vollpolmaschine aus zwei Komponenten zusammen: der Hauptinduktivität  $L_a$  und der Streuinduktivität  $L_\sigma$ . Dabei stammt  $L_a$  von demjenigen Teil des Flusses, der mit dem Polradfluss gekoppelt ist.

Die Klemmenspannung  $U_1$  an den Stator клемmen ist somit durch die Polradspannung  $U_p$ , den induktiven Spannungsabfall über  $L_a$  und  $L_\sigma$  sowie den ohmschen Spannungsabfall über dem Wicklungswiderstand  $R_1$  bestimmt. Daraus ergibt sich das einphasige Ersatzschaltbild nach Abb. 9-5.

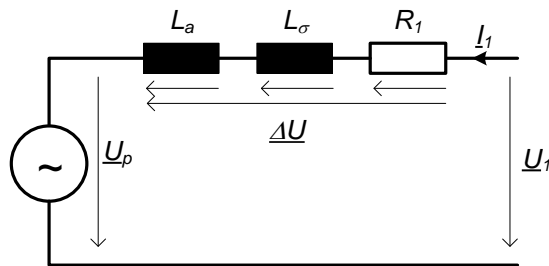


Abb. 9-5: Einphasiges Ersatzschaltbild der SM, Verbraucherzählsystem.

Bei grossen Maschinen ist der Widerstand im Vergleich zu den Reaktanzen sehr klein und kann deshalb für viele Betrachtungen vernachlässigt werden. Werden noch  $L_a$  und  $L_\sigma$  zu  $L_d$  zusammengefasst, vereinfacht sich das Ersatzschaltbild nochmals:

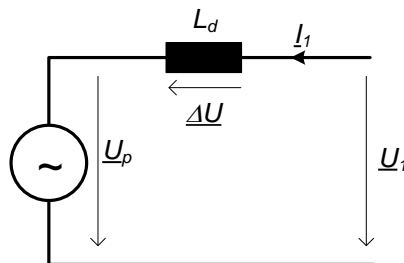


Abb. 9-6: Vereinfachtes einphasiges Ersatzschaltbild der SM.

Die Spannung  $\underline{\Delta U}$  berechnet sich wie folgt:

$$\underline{\Delta U} = j \cdot X_d \cdot \underline{I}_1 \quad (+R \cdot \underline{I}_1) \quad (9-4)$$

$$X_d = \omega_1 L_d = \omega_1 L_a + \omega_1 L_\sigma \quad (9-5)$$

### 9.2.3 Drehmomentbildung

Das Drehmoment hängt vom Polradwinkel  $\vartheta$  ab. Als Polradwinkel  $\vartheta$  wird der Winkel zwischen der Polradachse (= Richtung von  $\underline{\psi}_p$ ) und der Statorflussverkettung  $\underline{\psi}_1$  bezeichnet. Der gleiche Winkel liegt auch zwischen den Zeigern der Polradspannung  $\underline{U}_p$  und der Klemmenspannung  $\underline{U}_1$ .

Im Leerlauf (kein Moment) liegen die Zeiger  $\underline{U}_p$  und  $\underline{U}_1$  parallel und der Polradwinkel  $\vartheta$  ist null. Sobald das Polrad gegen das Statorfeld verdreht wird (Abb. 9-7), entsteht ein Moment, das das Polrad wieder ausrichten will. Wenn das Statorfeld dem Polradfeld voreilt, das heisst, wenn das Polrad vom Statorfeld „mitgezogen“ wird, ist die Maschine im Motorbetrieb. Wenn umgekehrt das Polradfeld voreilt, das Polrad also eigentlich schneller drehen will als das Statorfeld, ist die Maschine im Generatorbetrieb.

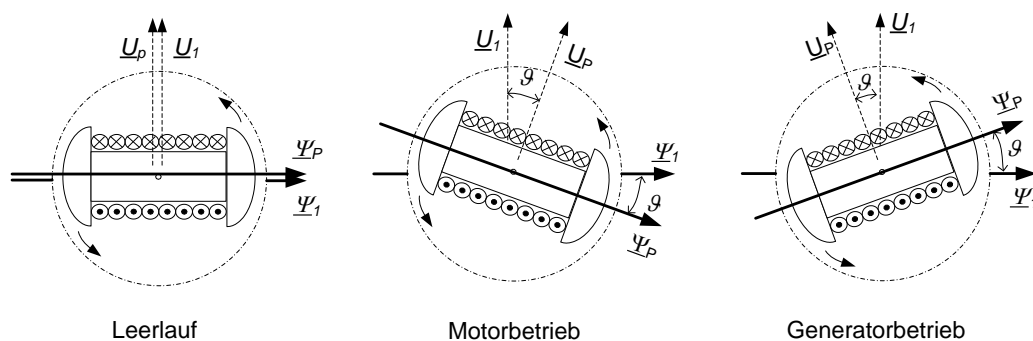


Abb. 9-7: Drehmomentbildung bei verschiedener Lage des Polrades relativ zum Statorfeld.

Das Drehmoment nimmt mit dem Sinus des Verdrehungswinkels (Polradwinkel) zu und ist bei einer Verdrehung von  $90^\circ$  maximal (vgl. Abb. 9-8). Wenn das externe Moment so gross wird, dass das Polrad über  $90^\circ$  verdreht wird, kippt die Maschine. Das heisst, sie läuft dann nicht mehr synchron, das elektrische Moment wird null und der Strom sehr gross.

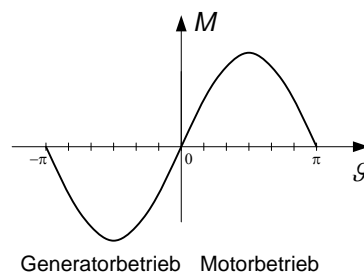


Abb. 9-8: Drehmoment in Abhängigkeit des Polradwinkels.

In Kapitel 9.6.2 wird die Drehmomentkurve mathematisch hergeleitet.

## 9.3 Synchrongenerator im Netzbetrieb

Im Netzbetrieb (oder auch bei Betrieb mit einem Umrichter mit vorgegebener Ausgangsspannung und –frequenz) ist die Statorspannung  $\underline{U}_I$  durch die Netzspannung starr vorgegeben.

Durch das an der Welle anliegende Drehmoment wird der Polradwinkel  $\vartheta$  und damit die Phasenlage von  $\underline{U}_p$  gegenüber  $\underline{U}_I$  bestimmt. Der Betrag der Polradspannung ist durch den Erregerstrom  $I_e$  vorgegeben.

Der Strom  $\underline{I}_I$  muss sich nun so einstellen, dass der Spannungsabfall  $\underline{\Delta U}$  über der Maschinenimpedanz gerade der Differenz zwischen  $\underline{U}_p$  und  $\underline{U}_I$  entspricht.

Wird wiederum der Wicklungswiderstand vernachlässigt, berechnet sich der ins Netz eingespeiste bzw. der dem Netz entnommen Statorstrom  $\underline{I}_I$  wie folgt:

$$\underline{I}_I = \frac{\underline{\Delta U}}{j \cdot X_d} = -j \cdot \frac{\underline{\Delta U}}{X_d} = -j \cdot \frac{\underline{U}_I - \underline{U}_p}{X_d} \quad (9-6)$$

### 9.3.1 Zeigerdiagramme unter Vernachlässigung von $R_a$

Im Gegensatz zur Raumzeigerdarstellung (siehe Zeigertransformation in Kapitel 8.2) werden bei stationären Betrachtungen der SM, auch wenn Zeigerdiagramme gezeichnet werden, normalerweise Effektivwerte verwendet. Das soll heissen, dass die Zeigerlängen somit den Effektivwerten der Phasengrössen entsprechen. Die Zeigerdiagramme sehen formmässig gleich aus, egal ob die Beträge der komplexen Zahl und damit die Zeigerlängen den Effektivwerten oder den Amplituden der Phasengrössen entsprechen. Würden die Zeigerlängen den Amplituden entsprechen, wäre im Gegensatz zur Darstellung basierend auf Effektivwerten das Diagramm einfach um den Faktor  $\sqrt{2}$  gestreckt.

Bei Nennerregung sind  $|\underline{U}_I|$  und  $|\underline{U}_p|$  gleich gross. Im Leerlauf sind sie auch in Phase ( $M = 0$ ,  $I_I = 0$ ,  $\underline{\Delta U} = 0$ ) gemäss Abb. 9-9 a). Sobald ein Moment vorhanden ist, wird das Polrad entsprechend verdreht. Es entstehen die Zeigerdiagramme gemäss Abb. 9-9 b) und c). Je grösser das Moment ist, desto grösser ist die Verdrehung. Bei dieser Vergrösserung des Polradwinkels entsteht ein  $\underline{\Delta U}$ , das etwa rechtwinklig zu  $\underline{U}_I$  steht.  $\underline{I}_I$ , das  $\underline{\Delta U}$  um  $90^\circ$  nacheilt, liegt somit etwa in Phase zu  $\underline{U}_I$ . Die für das Drehmoment benötigte mechanische Leistung wird als elektrische Wirkleistung aufgenommen. Die Blindleistung ist klein.

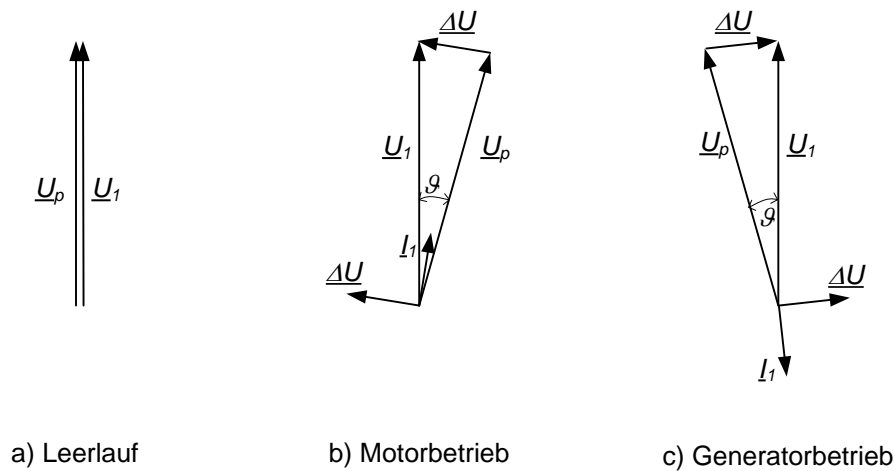


Abb. 9-9: Zeigerdiagramme der nennerregten Maschine.

Wird über den Erregerstrom der Betrag von  $\underline{U}_p$  leicht vergrößert, kann bei gleichem Drehmoment wie oben der Zeiger  $\underline{I}_1$  genau parallel zu  $\underline{U}_1$  ausgerichtet werden. Die Maschine bezieht keine Blindleistung und der Leistungsfaktor ist genau  $\lambda = 1$ .

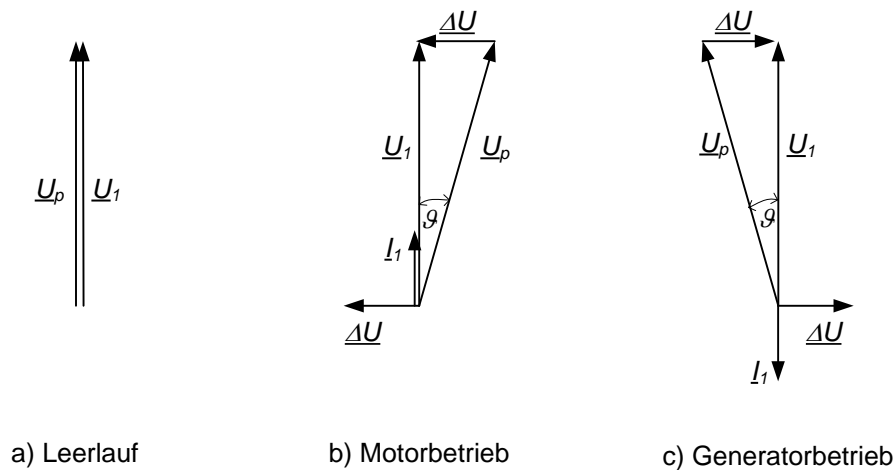


Abb. 9-10: Zeigerdiagramme mit Leistungsfaktor  $\lambda = 1$ .

Ohne externes Moment sind  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_p$  wie gezeigt in Phase. Wird nun die Erregung vergrößert, wird  $\underline{U}_p$  grösser als  $\underline{U}_1$  (Übererregung). Es entsteht ein  $\underline{\Delta U}$ , das in Gegenrichtung von  $\underline{U}_1$  und  $\underline{U}_p$  zeigt und einen Strom senkrecht dazu zur Folge hat. Die Maschine verhält sich jetzt wie eine Kapazität und gibt somit (induktive) Blindleistung ab. Bei Untererregung ( $\underline{U}_p < \underline{U}_1$ ) kehrt  $\underline{\Delta U}$  und somit  $\underline{I}_1$  seine Richtung um. Die Maschine verhält sich wie eine Induktivität und bezieht somit induktive Blindleistung vom Netz. Die Synchronmaschine am Netz kann also je nach Erregung Blindleistung aufnehmen oder abgeben.

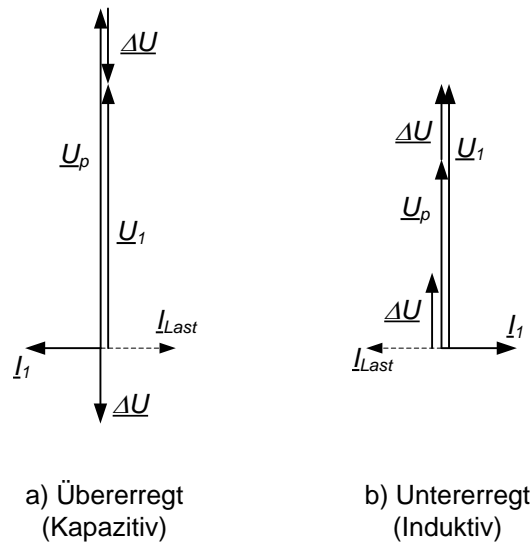
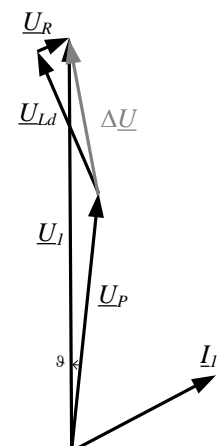


Abb. 9-11: Zeigerdiagramme im Leerlauf.

Meist überlagern sich die besprochenen Betriebsfälle. Die Phasenverschiebung von  $\underline{U}_I$  und  $\underline{U}_p$  durch ein externes Moment bewirkt Wirkleistung, und Unterschiede im Betrag von  $\underline{U}_I$  und  $\underline{U}_p$  verursachen Blindleistung. Mindestens in erster Näherung kann also gesagt werden: Über die Erregung der Maschine wird die Blindleistung gesteuert, über das Moment die Wirkleistung. Die Maschine kann sowohl im Motor wie im Generatorbetrieb Blindleistung aufnehmen und abgeben.

Wird auch der Statorwiderstand in den Zeigerdiagrammen berücksichtigt, bleibt das Verhalten wie beschrieben. Einzig ein kleiner Spannungsabfall in Richtung Statorstrom muss mitberücksichtigt werden.

Das Bild rechts zeigt ein Beispiel für eine Vollpolmaschine mit einem relativ grossen Statorwiderstand. Sie wird motorisch betrieben, ist stark untererregt und zeigt ein entsprechend stark induktives Verhalten.



### 9.3.2 Synchronisation ans Netz

Da eine Synchronmaschine nur bei der Synchrondrehzahl ein Moment liefert, kann sie nicht aus eigener Kraft hochlaufen, sondern muss zunächst angetrieben werden.

Damit sie ans Netz geschaltet werden darf, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Maschinenfrequenz gleich Netzfrequenz, das heisst die Maschine dreht mit der Synchrondrehzahl
- Maschinenspannung und Netzspannung gleich (muss über die Erregung eingestellt werden)
- gleiche Phasenfolge bei Maschine und Netz
- gleiche Phasenlage, damit der Momentanwert der Spannung zwischen Netz und Maschine Null ist.

## 9.4 Synchrongenerator im Inselbetrieb

Als Inselbetrieb bezeichnet man den Fall, wenn eine Synchronmaschine (SM) als Generator auf eine elektrische Last arbeitet. Diese Last kann auch ein Netz mit mehreren Lasten sein. Wichtig ist, dass keine weiteren Spannungsquellen (wie weitere Synchrongeneratoren) an dieses Netz angeschlossen sind. Die Frequenz im elektrischen Netz wird so durch die Drehzahl dieser einen SM bestimmt.

### 9.4.1 Zeigerdiagramme unter Vernachlässigung von $R_a$

Die Polradflussverkettung  $\psi_p$  zeigt in Richtung des Polrades (vgl. Abb. 9-7). Der Spannungszeiger  $\underline{U}_p$  eilt  $\psi_p$  und somit dem Polrad um  $90^\circ$  voraus. Die Polradspannung  $\underline{U}_p$  als Quelle treibt den Statorstrom  $\underline{I}_l$  über die Maschinenimpedanz ( $L_d, R$ ) und die Lastimpedanz. Die Länge des Spannungszeigers  $\underline{\Delta U}$  wird durch die Länge des Statorstromzeigers  $\underline{I}_l$  bestimmt. Der Zeiger  $\underline{\Delta U}$  ist gegenüber dem Stromzeiger  $\underline{I}_l$  um  $90^\circ$  voreilend. Die Statorspannung  $\underline{U}_l$  ergibt sich durch Addition der Zeiger  $\underline{U}_p$  und  $\underline{\Delta U}$ .

$$\underline{\Delta U} = j \cdot X_d \cdot \underline{I}_l \quad (9-7)$$

$$\underline{U}_l = \underline{U}_p + \underline{\Delta U} \quad (9-8)$$

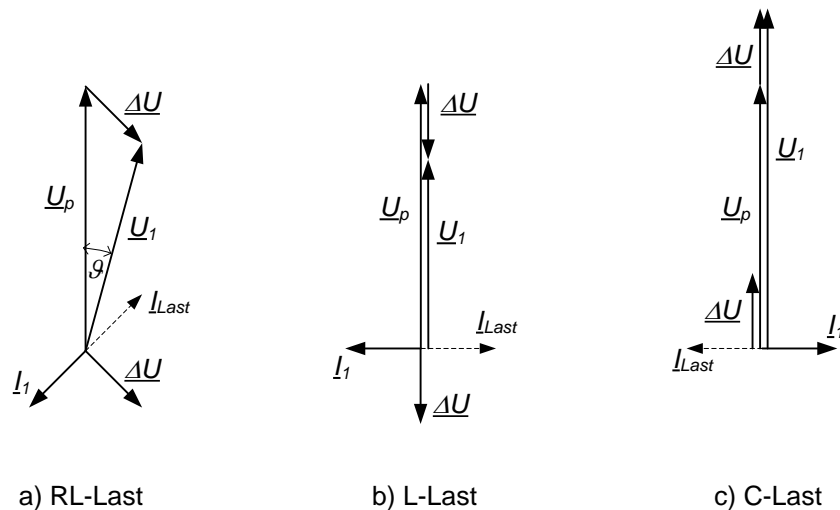


Abb. 9-12: Zeigerdiagramme (Inselbetrieb) bei verschiedener Last.

Auch der Polradwinkel  $\vartheta$  wird vom Strom  $\underline{I}_1$  und damit von der Belastung bestimmt. Abb. 9-12 a) zeigt zunächst den Fall für gemischte Last (RL). Bei rein induktiver Last (Abb. 9-12 b) haben Polradspannung  $\underline{U}_p$  und  $\Delta \underline{U}$  entgegengesetztes Vorzeichen; das Luftspaltfeld wird durch den Statorstrom geschwächt. Die Klemmenspannung  $\underline{U}_1$  ist kleiner als die Polradspannung. Bei kapazitiver Last Abb. 9-12 c) wird das Luftspaltfeld verstärkt. Somit ist die Klemmenspannung grösser als die Polradspannung.

Durch Vergrössern und Verkleinern des Betrages der Polradspannung  $\underline{U}_p$  über den Erregerstrom kann der Betrag der Klemmenspannung  $\underline{U}_1$  auf den gewünschten Wert eingestellt werden.

#### 9.4.2 Dämpferwicklung

Nach jeder Laständerung ändert sich auch die Gleichgewichtslage des Polrades. Diese Bewegung ist zunächst aber kaum gedämpft, so dass das Polrad dazu neigt, um seine Gleichgewichtslage zu schwingen (In einem grossen Bereich ist das Drehmoment proportional zum Polradwinkel  $\vartheta$ . Das entspricht einer Federkennlinie, wo die Kraft proportional zum Weg ist. Man kann sich den Rotor der Maschine über Federn mit dem Statorfeld verbunden denken.) Um die Schwingneigung und die entstehenden Pendelungen zu dämpfen, ist auf dem Polrad eine Dämpferwicklung (Kurzschlusswicklung) angebracht. Oft handelt es sich dabei um Kurzschlussstäbe ähnlich dem Rotor einer Käfigläufer ASM (siehe Kapitel 10). Wenn sich diese Kurzschlusswicklung relativ zum Statorfeld bewegt, wird eine Spannung induziert. Der in der Kurzschlusswicklung dadurch fliessende Strom bewirkt eine Dämpfung der Schwingungen. Dieser „Kurzschlussläufer“ kann auch dazu verwendet werden, um die Maschine hochzufahren (Betrieb als ASM „asynchroner Hochlauf“). Weitere Bemerkungen zur Dämpferwicklung sind im Kapitel 9.5 Synchronmotoren zu finden.

### 9.4.3 Drehstromsynchrongeneratoren

Da mit der Synchronmaschine auch Blindleistung geliefert werden kann, wird praktisch die gesamte elektrische Energie mit diesem Maschinentyp erzeugt. Als Turbogeneratoren für Wärmekraftwerke werden zweipolige Generatoren mit Leistungen bis 1'200 MVA bei 50 Hz und 21 kV Nennspannung gefertigt. Bei vierpoligen Maschinen liegen die Daten sogar bei ca. 1'700 MVA und 27 kV.

Die grössten Schenkelpolmaschinen mit senkrechter Wellenanordnung für Wasserkraftwerke erreichen über 800 MVA.

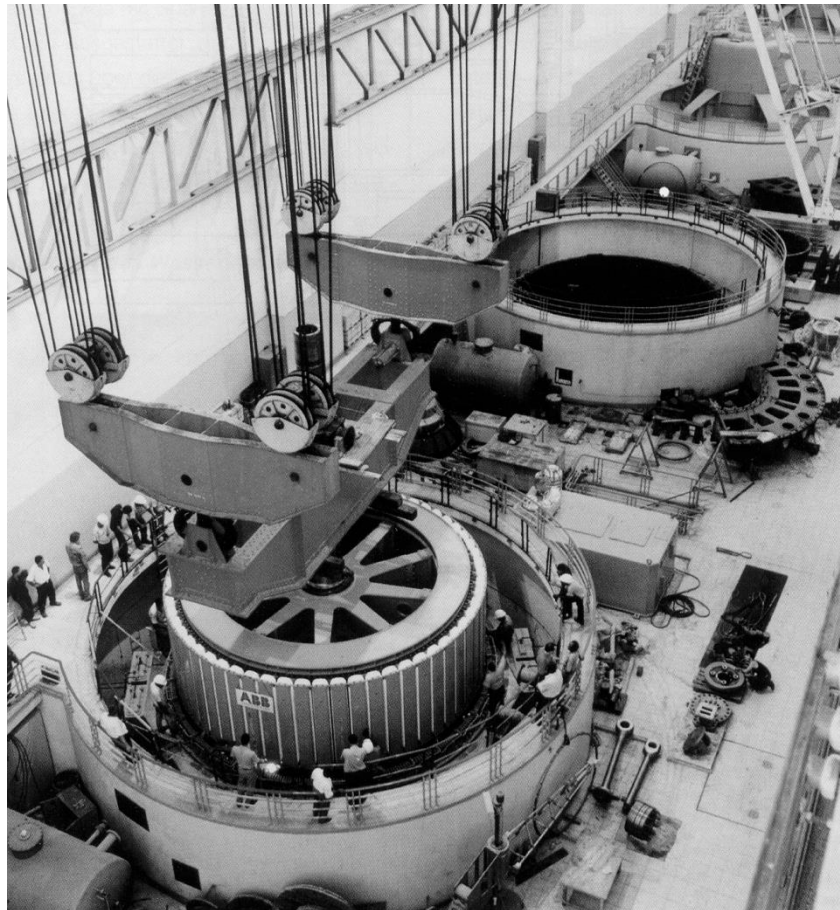


Abb. 9-13: Wasserkraftwerk Assuan 1, Sanierung nach 30 Betriebsjahren: 7 Drehstrom-Synchrongeneratoren à 49.5 MVA, 11kV,  $\lambda=0.95$ , 50Hz, 100/min, 15000tm<sup>2</sup>, Rotorgewicht 485 t, Statorbohrung 7500mm; statische Erregung mit Einschaltthyristoren, 3 3-ph-Brücken, parallelgeschaltet; Kaplansturbinen.



## 9.5 Synchronmotoren und besondere Bauformen

### 9.5.1 Synchronmotoren

Die ans Drehstromnetz angeschlossene, leerlaufende SM wird zum Generator, wenn versucht wird, sie mit der Antriebsmaschine über die synchrone Drehfelddrehzahl hinaus zu beschleunigen. Sie wird zum Motor, wenn sie durch eine Arbeitsmaschine mechanisch belastet bzw. gebremst wird. Das Polrad bleibt beim Motorbetrieb gegenüber der Phasenlage der Klemmenspannung um den Polradwinkel  $\vartheta$  zurück. Man kann damit das Drehfeld als treibende und das Polrad als angetriebene Welle auffassen, die durch das magnetische Feld elastisch miteinander verbunden sind. Das übertragene Drehmoment ist in einem weiten Bereich proportional zum Polradwinkel (wie bei einer Federkennlinie: Kraft proportional zum Weg). In Verbindung mit der Rotormasse entsteht so ein schwingungsfähiges System: Bei plötzlichen Laständerungen kann der Synchronmotor ins Schwingen kommen und ausser Tritt fallen. Zur Reduktion der Schwingungen werden Dämpferkäfige eingesetzt (siehe Kapitel 9.4.2).

Da eine Synchronmaschine nur bei synchroner Drehzahl ein Drehmoment abgibt, kann Sie beim Anschluss an ein Netz mit konstanter Frequenz nicht anfahren. Meist lässt man die Maschinen mittels der Dämpferwicklungen asynchron anlaufen. Massivpolläufer, die eine grosse Wärmekapazität im Rotor besitzen, eignen sich sogar zur Beschleunigung grosser Schwungmassen. Synchronmotoren laufen als ASM je nach Gegenmoment der Arbeitsmaschine nur bis in die Nähe des Synchronismus und werden nach Einschalten der Erregung durch das so genannte synchronisierende Drehmoment in den Synchronismus gezogen.

Zusammen mit statischen Frequenzumrichtern haben Synchronmotoren als drehzahlregelbare Antriebe einige Bedeutung erlangt (z.B. Zementmühlen, Hochofengebläse, Förderanlagen, Walzstrassen, Fahrmotoren beim TGV-SE).

Bei stromrichter gespeisten Motoren mit qualitativ guter Regelung wird die Dämpferwicklung nicht benötigt, da die Regelung Pendelungen verhindern kann. Deshalb wird bei Maschinen, die speziell für den Umrichterbetrieb gebaut wurden, meist keine Dämpferwicklung eingebaut.

Das folgende Bild zeigt den Rotor der SM des weltgrössten drehzahlvariablen Antriebes mit 100 MW. Eingesetzt wird er für einen Höchstgeschwindigkeits-Windkanal der NASA.



Abb. 9-14: Rotor des weltgrössten Synchronmotors.

### 9.5.2 Einphasige SM

Abgesehen von Spezialfällen werden einphasige Synchronmaschinen hauptsächlich eingesetzt zur Erzeugung der einphasigen Bahnstromenergie mit  $16 \frac{2}{3}$  Hz (Deutschland, Österreich, Schweiz, Schweden, Norwegen).

### 9.5.3 Permanenterregte SM

Die permanenterregte Synchronmaschine kann als Spezialfall der Synchronmaschine betrachtet werden. Durch das vom Permanentmagneten erzeugte Drehfeld mit konstanter Amplitude verhält sie sich wie eine SM mit konstantem Erregerstrom. Der grosse Vorteil der Permanenterregten SM besteht darin, dass sie keine Schleifringe benötigt, da dem Rotor kein Erregerstrom zugeführt werden muss. Auch kann auf eine Erregereinrichtung (Gleichrichter) verzichtet werden. Wegen diesen Vorteilen gewinnen sie laufend an Marktanteil.

## 9.6 Stationäre Gleichungen

### 9.6.1 Das dq-Koordinatensystem

Zum Aufstellen von Gleichungen und zum Konstruieren von Zeigerdiagrammen bewährt es sich, ein Koordinatensystem zu verwenden, das synchron mit dem Rotor und damit auch synchron mit dem Rotordrehfeld rotiert. Dabei wird die Achse in Rotorrichtung als d-Achse (d: direct axis) und die Achse quer dazu als q-Achse (q: quadrature axis, d.h. um  $90^\circ$  verschoben) bezeichnet. Im folgenden Bild ist neben dem dq-Koordinatensystem auch das statorfeste, nicht rotierende  $\alpha\beta$ -Koordinatensystem eingezeichnet.

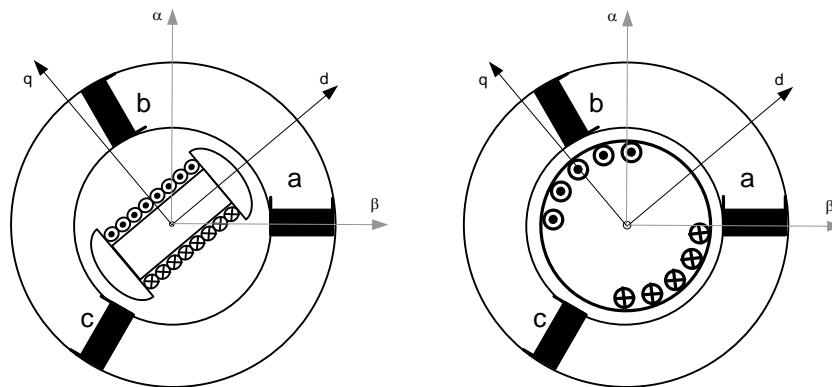


Abb. 9-15: Stator- und Rotorfestes Koordinatensystem.

### 9.6.2 Gleichungen und Drehmoment

Die bereits eingeführte Ersatzschaltung hilft beim Aufstellen der Gleichungen. Das Magnetfeld des sich drehenden Rotors induziert in der Statorwicklung die Polradspannung  $\underline{U}_p$ . Im stationären Betrieb eilt die Polradspannung dem Luftspaltfluss und damit der d-Achse des Polrades um  $90^\circ$  vor.  $\underline{U}_p$  liegt somit auf der q-Achse. Der Betrag der Polradspannung ist proportional zur Drehzahl, und bei Maschinen mit Erregerwicklung proportional zum Erregerstrom  $I_e$ , wenn die Sättigung des Eisens vernachlässigt wird.

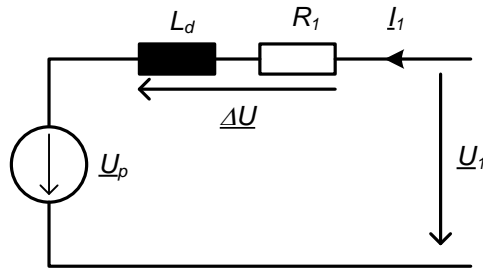


Abb. 9-16: Strangersatzschaltbild der Vollpolmaschine.

Analog zur Ersatzschaltung lassen sich untenstehende Gleichungen aufstellen. Auf der elektrischen Seite wird das Verbraucherzählsystem verwendet, d.h. elektrisch aufgenommene Leistung ist positiv und entspricht motorischem Betrieb.

Auf der Wellenseite wird hier das Erzeugerzählsystem verwendet, damit im motorischen Betrieb die an die Welle abgegebene Leistung positiv ist.

Wie bereits erwähnt, bezeichnet der Polradwinkel  $\vartheta$  den Winkel zwischen der Polradachse (= Richtung von  $\underline{\psi}_p$ ) und der Statorflussverkettung  $\underline{\psi}_1$ . Der gleiche Winkel liegt auch zwischen den Zeigern der Polradspannung  $\underline{U}_p$  und der Klemmenspannung  $\underline{U}_1$ . Wie noch gezeigt wird, ist das Drehmoment in einem weiten Bereich praktisch proportional zum Polradwinkel. Positiver Polradwinkel bedeutet mit den hier gewählten Vorzeichen positives Drehmoment und damit motorischer Betrieb.

Im Zeigerdiagramm bedeutet positiver Polradwinkel  $\vartheta$ , dass die Statorspannung der Polradspannung voreilt. Es wird elektrische Leistung aufgenommen (motorischer Betrieb).

Im Gegensatz zur Raumzeigerdarstellung (siehe Zeigertransformation in Kapitel 8.2) werden bei stationären Betrachtungen der SM üblicherweise Effektivwerte verwendet. Die meisten Gleichungen stimmen zwar, ob die Beträge der komplexen Zahl (und damit auch die Zeigerlängen) den Effektivwerten oder den Amplituden der Phasengrößen entsprechen. Einzig bei der Leistungs- und Drehmomentberechnung kommt aber ein Faktor 3 bei Normierung auf Effektivwerte, und ein Faktor 3/2 bei Normierung auf Amplituden zum Tragen. Wie gesagt: in diesem Kapitel entspricht der Betrag einer komplexen Zahl dem Effektivwert der Phasengröße.

Die Darstellung der Gleichungen und die Herleitung des Drehmoments erfolgt hier nur für die Vollpolmaschine. Die Schenkelpolmaschine verhält sich ähnlich. Bedingt durch die Asymmetrie der beiden Achsen entsteht auch ohne Erregerstrom und damit für  $U_p = 0$  ein (kleines) Moment, das so genannte Reluktanzmoment.

Die Statorspannungsgleichung der Vollpolmaschine lautet:

$$\underline{U}_1 = \underline{I}_1(R_1 + j\omega_1 L_d) + j\underline{U}_p \quad (9-9)$$

Mit der oben festgelegten Wahl des Polradwinkels  $\vartheta$  gilt für die Statorspannung die folgende, in d- und q-Komponente aufgeteilte Gleichung.

$$U_{1d} = -U_1 \sin \vartheta = R_1 I_{1d} - \omega_1 L_d I_q = R_1 I_{1d} - X_d I_q \quad (9-10)$$

$$U_{1q} = U_1 \cos \vartheta = R_1 I_{1q} + \omega_1 L_d I_d + U_P = R_1 I_{1q} + X_d I_d + U_P \quad (9-11)$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die Stromkomponenten berechnen:

$$I_{1d} = \frac{U_1 X_d \cos \vartheta - U_1 R_1 \sin \vartheta - U_P X_d}{R_1^2 + X_d^2} \quad (9-12)$$

$$I_{1q} = \frac{U_1 \sin \vartheta + R_1 I_{1d}}{X_d} = \frac{U_1 R_1 \cos \vartheta + U_1 X_d \sin \vartheta - U_P R_1}{R_1^2 + X_d^2} \quad (9-13)$$

Ohne Berücksichtigung der mechanischen Verluste gilt für Leistung und Drehmoment:

$$P_{mech} = M \omega_{mech} = 3(U_{1d} I_{1d} + U_{1q} I_{1q} - R_1 (I_{1d}^2 + I_{1q}^2)) \quad (9-14)$$

Unter Vernachlässigung der mechanischen und ohmschen Verluste lässt sich eine relativ einfache Gleichung für Leistung und Moment finden:

$$P_{mech} = M \omega_{mech} = \frac{3U_1 U_P}{X_d} \sin(\vartheta) = 3U_P I_{1q} \quad (9-15)$$

$\omega_{mech}$  ist dabei die zur Drehzahl  $n$  (Einheit 1/Min) proportionale mechanische Kreisfrequenz des Rotors (Einheit 1/s).

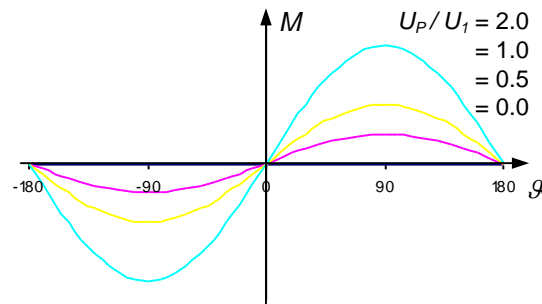
$$\omega_{mech} = \frac{\omega_1}{p} = 2\pi f_{mech} = 2\pi \frac{n}{60} \quad (9-16)$$

Daraus ergibt sich folgende Gleichung für das Drehmoment:

$$M = \frac{3p U_1 U_P}{\omega_1 X_d} \sin(\vartheta) = \frac{3p}{\omega_1} U_P I_{1q} \quad (9-17)$$

Die Vernachlässigung der ohmschen Verluste verursacht besonders bei grossen Maschinen nur kleine Fehler, da der Widerstand im Vergleich zu den Reaktanzen sehr klein ist.

Der Drehmomentverlauf in Funktion des Polradwinkels  $\vartheta$  ist in untenstehender Abbildung dargestellt.



Bei etwa  $90^\circ$  wird das maximale Moment, das Kippmoment, erreicht. Wird die Maschine über diesen Punkt hinaus belastet, kippt sie, d.h. sie fällt ausser Tritt und läuft nicht mehr synchron. Die dadurch entstehenden Pendelungen sind sehr gefürchtet (siehe Kapitel 9.4.2)

### 9.6.3 Stationäres Zeigerdiagramm

Zur Betrachtung eines stationären Betriebspunkts eignet sich das Zeigerdiagramm. Es wurde bereits eingeführt. Bei Netzbetrieb wurden die Zeigerdiagramme ausgehend von  $\underline{U}_1$  (gezeichnet in vertikaler Richtung) dargestellt. Bei Inselbetrieb wurde  $\underline{U}_P$  in vertikaler Richtung gezeichnet. Das sind übliche Darstellungsformen. Der einzige Unterschied ist ein Kippen der Graphik um den Polradwinkel  $\vartheta$ . Wird wie in diesem Kapitel das dq-Koordinatensystem verwendet, liegt  $\underline{U}_P$  immer auf der q-Achse und steht somit senkrecht. Die im Folgenden dargestellten Zeigerdiagramme gelten für Netz- und Inselbetrieb.

In untenstehender Abbildung sind Zeigerdiagramme für motorischen, generatorischen, induktiven und kapazitiven Betrieb gezeichnet. Der Einfachheit wegen wurde die Vollpolmaschine gewählt und der ohmsche Spannungsabfall vernachlässigt. Die beiden Bilder links zeigen motorischen und generatorischen Betrieb. Dabei wurde der Betrag der Polradspannung so gewählt, dass die Maschine reine Wirkleistung bezieht. Die zwei Darstellungen rechts zeigen zwei Betriebsfälle ohne Moment an der Welle.

Über den Betrag der Polradspannung können der Betrag und das Vorzeichen von  $\Delta \underline{U}$  und damit auch der Betrag und das Vorzeichen des Stromes bestimmt werden. Wie in vorhergehender Abbildung gezeigt, sind Kombinationen von Wirk- und Blindleistung möglich.

Das Drehmoment an der Welle bestimmt die Wirkleistung, und das Verhältnis des Betrages der Polradspannung zur Netzspannung bestimmt die Blindleistung.

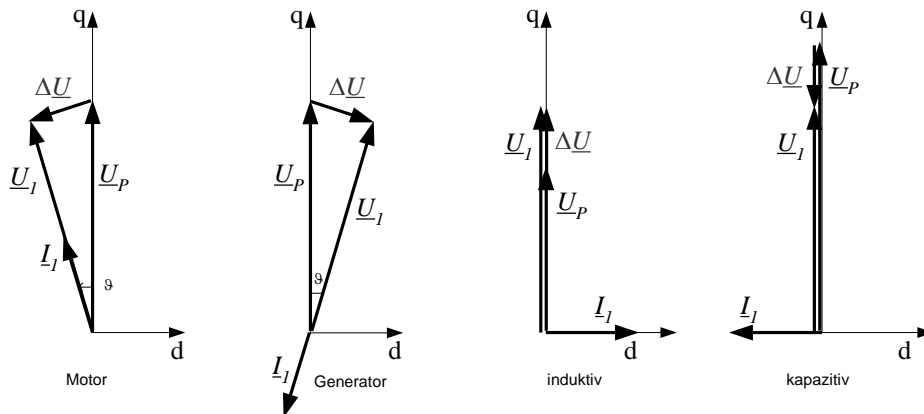


Abb. 9-17: Zeigerdiagramme für verschiedene Betriebsarten.

# 10. Die Asynchronmaschine (ASM)

## 10.1 Funktionsprinzip

Grundsätzlich werden bei der Asynchronmaschine (ASM) zwei Typen unterschieden: die Kurzschlussläufer ASM und die Schleifringläufer ASM.

Bei der Kurzschlussläufer ASM wird nur der Stator gespeist. Die Rotorwicklungen haben keine elektrischen Anschlüsse. Sie werden transformatorisch durch das Statordrehfeld gespeist. Man spricht deshalb auch von Induktionsmaschinen.

Damit im Rotor eine Spannung induziert wird, folgt der Rotor dem Drehfeld mit einem geringen Schlupf. Dieser Drehzahlunterschied muss gerade so gross sein, dass die Relativbewegung des Drehfeldes zum Rotor im Rotor eine Spannung induziert, die so gross ist, dass sie in der kurzgeschlossenen Rotorwicklung einen Strom verursacht, der dem verlangten Drehmoment entspricht.

Bei der Schleifringläufer-ASM ist die dreiphasige Rotorwicklung über Schleifringe zugänglich. Werden die Schleifringe kurzgeschlossen, verhält sich diese Maschine wie eine Kurzschlussläufer-Asynchronmaschine. Werden Widerstände oder gar ein Umrichter am Rotorkreis angeschlossen, kann das Betriebsverhalten beeinflusst werden. Würde der Rotor beispielsweise mit einem Gleichstrom gespeist, würde die ASM das Verhalten einer SM annehmen.

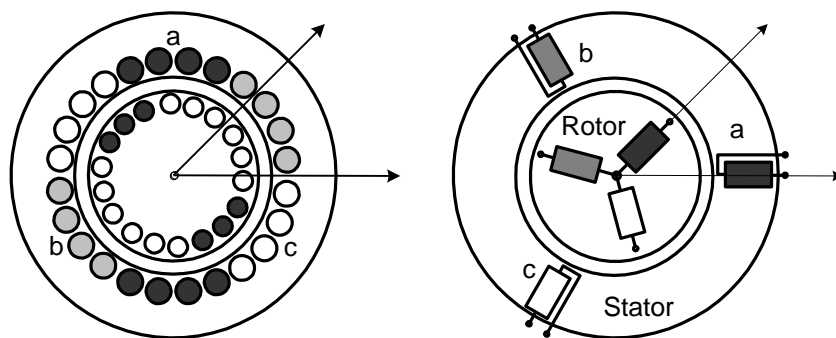


Abb. 10-1: Schnittbild ASM  
links: Leiterstäbe der drei Wicklungen  
rechts: schematische Darstellung der Wicklungen



### 10.1.1 Aufbau

Die beiden Hauptbauteile der ASM sind Stator (Ständer) und Rotor (Läufer). Üblicherweise besteht eine ASM aus folgenden Komponenten:

Der Stator ist der feststehende Teil der Maschine. Er besteht aus Statorgehäuse (1), Kugellagern (2), die den Rotor tragen, Lagerböcken (3) für die Anordnung der Lager und als Abschluss für das Statorgehäuse, sowie einer Ventilatordecke (5) als Schutz gegen den rotierenden Ventilator. Auf der Seite des Statorgehäuses sitzt ein Kasten für die elektrischen Anschlüsse (6). Im Statorgehäuse befindet sich ein Eisenkern (7) aus dünnen, 0,3 bis 0,5 mm starken Eisenblechen. Die Eisenbleche haben Ausstanzungen für die drei Phasen der Statorwicklungen.

Der Rotor (9) ist auf der Motorwelle (10) montiert. Er wird wie der Stator aus dünnen Eisenblechen mit ausgestanzten Schlitzen gefertigt. Oft sitzt der Ventilator (4) für die Motorkühlung direkt auf der Welle.

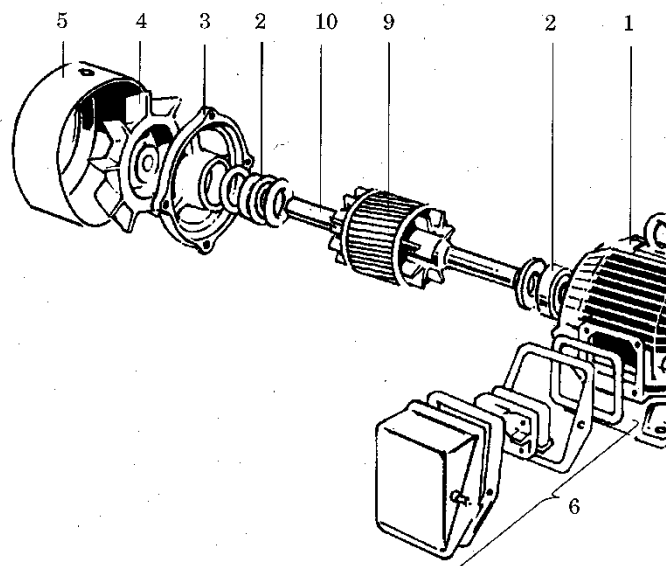


Abb. 10-2: Aufbau der ASM.

Sowohl Ständer- als auch Läuferwicklung sind bei der ASM als Drehstromwicklung ausgebildet. Die Polpaarzahl der beiden Wicklungen ist gleich. Die ASM wird über die Ständerwicklung gespeist. Die Läuferwicklung wird entweder über Schleifringe nach aussen geführt (Schleifringläufer) oder direkt auf dem Läufer kurzgeschlossen (Kurzschlussläufer, Induktionsmotor, induction motor). Beim Kurzschlussläufer werden die Leiterstäbe des Rotors auf beiden Seiten durch die Kurzschlussringe kurzgeschlossen. Die einzelnen Leiterstäbe lassen sich nicht mehr einer Phase zuordnen. Der Läufer sieht dann aus wie ein runder Käfig. Diese Maschine wird deshalb auch als Käfigläufer (squirrel cage motor) bezeichnet.

Der Käfig besteht aus Kupfer oder bei nicht zu grossen Maschinen aus Aluminium, das direkt in die Nuten gegossen wird. Auch wenn der Käfig gegenüber dem Eisenblechpaket nicht isoliert ist, verlaufen die Ströme in erster Näherung allein über den Käfig, weil dieser eine wesentlich grössere Leitfähigkeit als das Eisen besitzt und ausserdem zwischen dem Käfig und dem Eisen ein verhältnismässig grosser Übergangswiderstand besteht.

Der grosse Vorteil des Käfigläufers liegt in seinem einfachen, robusten und billigen Aufbau, wodurch diese Maschine auch äusserst betriebssicher wird.

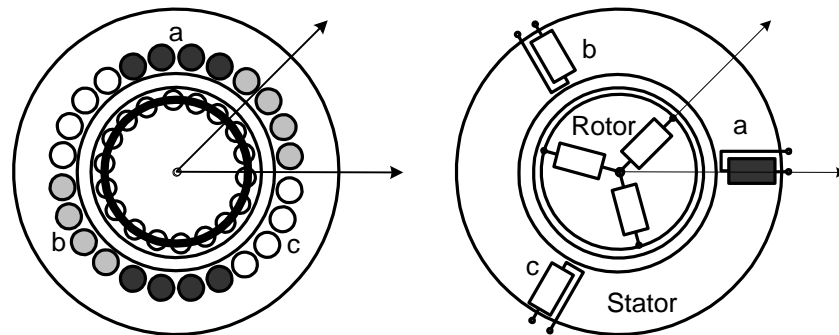


Abb. 10-3: Schnittbild ASM mit Kurzschlussring  
links: Leiterstäbe der drei Wicklungen  
rechts: entsprechende Wicklungssymbole

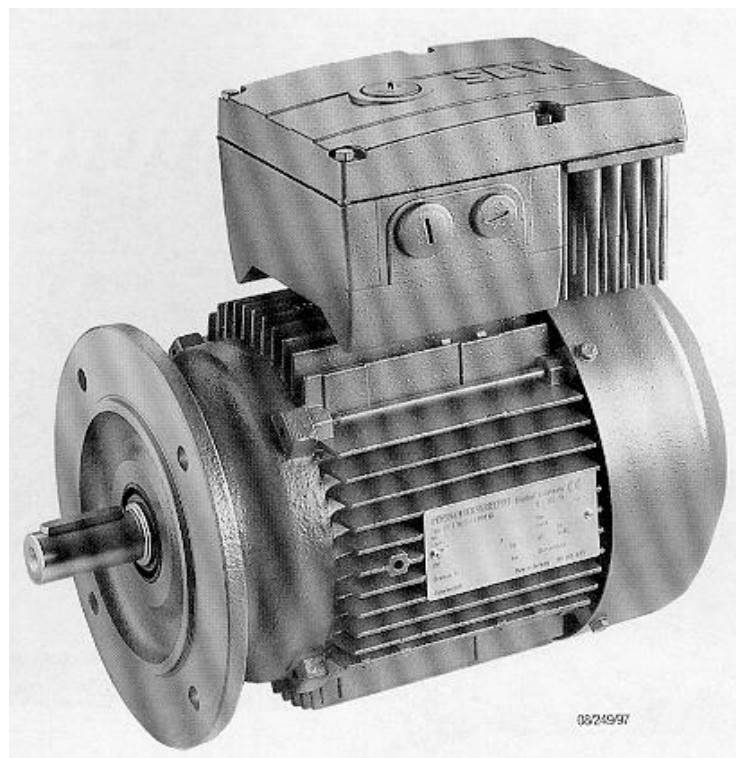


Abb. 10-4 Drehstrom-ASM mit angebautem Umrichter.

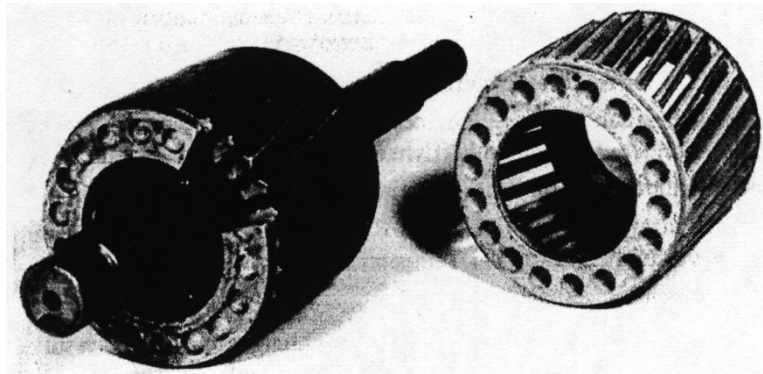


Abb. 10-5: Kurzschlussläufer (links) mit Aluminium Käfig (rechts) für 4 kW-Motor.

### 10.1.2 Frequenzen und im Rotor induzierte Spannung

Die Statorwicklung erzeugt wie bei der Synchronmaschine ein Drehfeld, welches mit

$$\omega_{D1} = \frac{\omega_1}{p} \quad (10-1)$$

dreht.  $\omega_1$  ist die Statorfrequenz, d.h. die Frequenz der Statorgrößen,  $p$  bedeutet Polpaarzahl. Wie bei jedem symmetrischen Drehfeld ist die Amplitude des Drehfeldzeigers konstant.

Im Stillstand verhält sich die Maschine wie ein Transformator. In der Läuferwicklung wird eine Spannung induziert, deren Frequenz derjenigen der Statorwicklung entspricht. Die Spannung wird entsprechend dem Windungszahlverhältnis transformiert. Im Gegensatz zum Transformator muss das Feld beim Übergang vom Stator zum Rotor aber einen Luftspalt durchqueren. Um den magnetischen Widerstand und die Streuinduktivitäten klein zu halten, sollte dieser Luftspalt möglichst klein sein (typisch sind: einige 1/10 mm). Der Luftspalt äussert sich in einem verglichen mit Transformatoren grossen Magnetisierungsstrom (ASM: Magnetisierungsstrom 25% bis 60% des Nennstromes, Transformator: einige Promille bis ein paar wenige Prozente des Nennstromes).

Wenn der Rotorkreis geschlossen ist, bewirkt die induzierte Spannung einen Strom, der wiederum dazu führt, dass ein Drehmoment entsteht. Dieses führt dazu, dass sich die Maschine (im Motorbetrieb) in die gleiche Richtung wie das Statorfeld zu drehen beginnt. Der Rotor „sieht“ dann ein Drehfeld, welches sich nur noch mit

$$\omega_{D2} = \omega_{D1} - \omega_{mech} \quad (10-2)$$

dreht.  $\omega_{mech}$  (Einheit 1/s) ist die zur Drehzahl  $n$  (Einheit 1/Min) proportionale mechanische Kreisfrequenz des Rotors.

$$\omega_{mech} = 2\pi f_{mech} = 2\pi \frac{n}{60} \quad (10-3)$$

Für die Frequenz der im Rotor induzierten Grössen gilt:

$$\omega_2 = p \cdot \omega_{D2} \quad \omega_2 = \omega_1 - p \cdot \omega_{mech} \quad (10-4)$$

Wenn die mechanische Drehkreisfrequenz gleich der Stator-Drehfeldfrequenz ist ( $\omega_{mech} = \omega_{D1}$ ), wird  $\omega_{D2} = 0$  und damit  $\omega_2 = 0$ . Die Maschine dreht dann mit der Synchrondrehzahl  $n_{syn}$ . Es gilt  $\omega_{mech} = \omega_{syn} = \omega_{D1} = \omega_1/p$ . Die im Rotor induzierte Spannung ist null, der Strom im Rotor ebenfalls. Es entsteht kein Moment; die Maschine dreht im Leerlauf.

Die relative Abweichung der Drehzahl von der Synchrondrehzahl wird als Schlupf  $s$  definiert:

$$s = \frac{n_{syn} - n}{n_{syn}} = \frac{\omega_{syn} - \omega_{mech}}{\omega_{syn}} = \frac{\omega_1 - p \cdot \omega_{mech}}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (10-5)$$

und damit:

$$\omega_2 = s \cdot \omega_1 \quad (10-6)$$

$\omega_2$  kann auch grösser werden als  $\omega_{syn}$ , wenn die mechanische Drehrichtung und die Drehrichtung des Statordrehfeldes bei angetriebener Maschine entgegengesetzt sind (Schlupf  $> 1$ ).

Wenn  $n > n_{syn}$  wird, das heisst wenn der Rotor schneller dreht als das Statordrehfeld, wird der Schlupf negativ, ebenso  $\omega_2$ . Eine negative Frequenz entspricht einer Phasendrehung der induzierten Spannung um  $180^\circ$ .

Unter Vernachlässigung der Streuimpedanzen sind - wie beim Transformator - Rotor- und Statorflussamplituden gleich (Hauptfluss  $\phi_h$ ).

Für die in der Statorwicklung und in der Rotorwicklung stationär induzierten Spannungen  $U_{h1}$  und  $U_{h2}$  gilt demzufolge:

$$U_{h1} = N_1 \cdot \frac{d\phi_h}{dt}; \quad U_{h1} = \omega_1 \cdot N_1 \cdot \phi_h \quad (10-7)$$

$$U_{h2} = N_2 \cdot \frac{d\phi_h}{dt}; \quad U_{h2} = \omega_2 \cdot N_2 \cdot \phi_h \quad (10-8)$$

$$U_{h1} = \frac{N_1}{N_2} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot U_{h2} = \ddot{u} \cdot \frac{1}{s} \cdot U_{h2} \quad \text{bzw.} \quad U_{h2} = s \cdot \frac{U_{h1}}{\ddot{u}} \quad (10-9)$$

Während die Flussamplituden in Stator und Rotor gleich sind, ist die Frequenz des Rotorflusses gegenüber dem Rotor von der Drehzahl abhängig. Demzufolge ist auch die in der Rotorwicklung induzierte Spannung drehzahlabhängig.

Die Spannung in Abhängigkeit der Drehzahl beziehungsweise des Schlupfs kann wie folgt dargestellt werden:

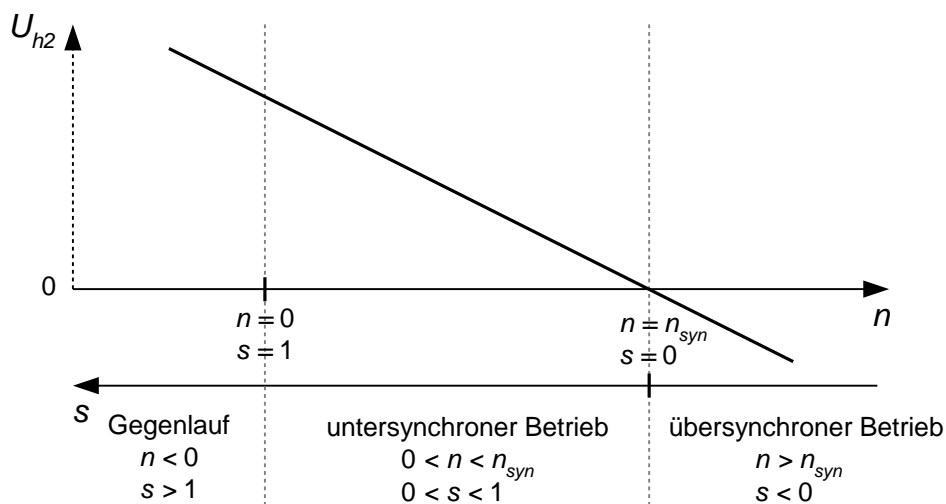


Abb. 10-6: Induzierte Spannung in Funktion der Drehzahl.

Spezialfälle:

Stillstand:  $n = 0$   $s = 1$   $\omega_2 = \omega_1$   $U_{h2} = \frac{U_{h1}}{\ddot{u}}$

Synchrondrehzahl:  $n = n_{syn}$   $s = 0$   $\omega_2 = 0$   $U_{h2} = 0$

### 10.1.3 Ströme

Wie beim Transformator müssen sich Stator- und Rotorstrom - abgesehen vom Magnetisierungsstrom, der notwendig ist, um den Fluss aufzubauen - kompensieren.

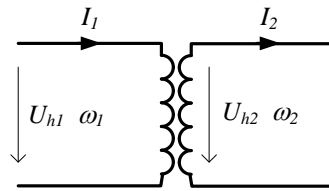


Abb. 10-7: Idealisierte Transformatorersatzschaltung.

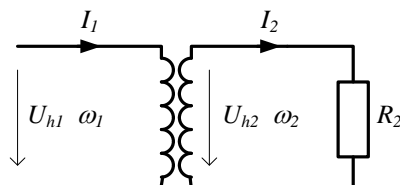
Unter Vernachlässigung des Magnetisierungsstromes gilt:

$$I_1 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_2 \quad \text{bzw.} \quad I_2 = \ddot{u} \cdot I_1$$

Hier gehen die Frequenzen bzw. die Drehzahl nicht ein, da direkt der Fluss und nicht dessen Ableitung wesentlich ist.

### 10.1.4 Leistungen

Im Folgenden wird angenommen, dass der Rotor mit einem ohmschen Widerstand abgeschlossen ist.



Das gilt auch für den Kurzschlussläufer, bei dem nur der Wicklungswiderstand der Rotorwicklung vorhanden ist. Zudem werden die Streuinduktivitäten, der primäre Wicklungswiderstand, der Magnetisierungsstrom und die Eisenverluste vernachlässigt ( $U_1 = U_{h1}$ ). In diesem Fall treten nur Wirkleistungen auf. Da beim Kurzschlussläufer nur der Widerstand im Rotorkreis vorhanden ist, ist  $P_2$  die im Widerstand  $R_2$  umgesetzte Leistung. Da die Maschine dreiphasig ist, kommt in folgenden Gleichungen der Faktor 3 hinzu.

$$\text{Rotor:} \quad P_2 = 3 \cdot U_{h2} \cdot I_2 \quad (10-10)$$

$$\text{Stator:} \quad P_1 = P_\delta = 3 \cdot U_{h1} \cdot I_1 \quad (10-11)$$

Die Luftspaltleistung  $P_\delta$  ist die über den Luftspalt vom Stator zum Rotor übertragene Leistung. Mit den gemachten Annahmen, dass  $R_l = 0$  ist, stimmt sie mit der Statorleistung überein. Falls  $R_l$  und die Eisenverluste  $P_{Fe}$  nicht null sind, gilt:

$$\text{Luftspalt:} \quad P_\delta = P_1 - 3 \cdot R_l \cdot I_1^2 - P_{Fe} \quad (10-12)$$

Wird die Rotorleistung durch die Statorgrößen ausgedrückt, gilt:

$$P_2 = 3 \cdot U_{h2} \cdot I_2 = 3 \cdot s \cdot \frac{U_{h1}}{\ddot{u}} \cdot \ddot{u} \cdot I_1 = s \cdot P_\delta \quad (10-13)$$

Die Differenz zwischen der über den Luftspalt übertragenen Leistung  $P_\delta$  und der Rotorleistung  $P_2$  ist die an die Welle abgegebene Leistung  $P_{mech}$ . Somit gilt:

$$P_2 = s \cdot P_\delta \quad (10-14)$$

$$P_\delta = P_2 + P_{mech} \quad (10-15)$$

$$P_{mech} = P_\delta - P_2 = (1 - s) \cdot P_\delta \quad (10-16)$$

Es werden drei Betriebsarten unterscheiden:

**Motorbetrieb:**

Die in den Stator eingespeiste Leistung teilt sich in mechanische Leistung und Rotorleistung auf, welche im Rotorwiderstand in Wärme umgesetzt wird.

$$\begin{array}{lll} 0 < s < 1 & 0 < n < n_{syn} & \begin{array}{l} P_{\delta} > 0 \\ 0 < P_{mech} < P_{\delta} \\ 0 < P_2 < P_{\delta} \end{array} \end{array}$$

**Generatorbetrieb:**

Die mechanische Leistung wird zum Teil über die Statorwicklung ( $P_1$ ) ins Netz zurückgespeist, zum Teil in der Rotorwicklung in Wärme umgesetzt.

$$\begin{array}{lll} s < 0 & n > n_{syn} & \begin{array}{l} P_{\delta} < 0 \\ P_{mech} < 0 \\ P_2 > 0 \end{array} \end{array}$$

**Bremsbetrieb:**

Der Rotor dreht entgegen dem Drehsinn des Statorfeldes. Sowohl vom Netz als auch von der Welle wird Leistung aufgenommen. Beide Leistungen zusammen werden über den Rotor in Wärme umgesetzt. Diese Betriebsart hat bei modernen Antriebssystemen mit Umrichtern keine Bedeutung.

$$\begin{array}{lll} s > 1 & n < 0 & \begin{array}{l} P_{\delta} > 0 \\ P_{mech} < 0 \\ P_2 > 0 \end{array} \end{array}$$

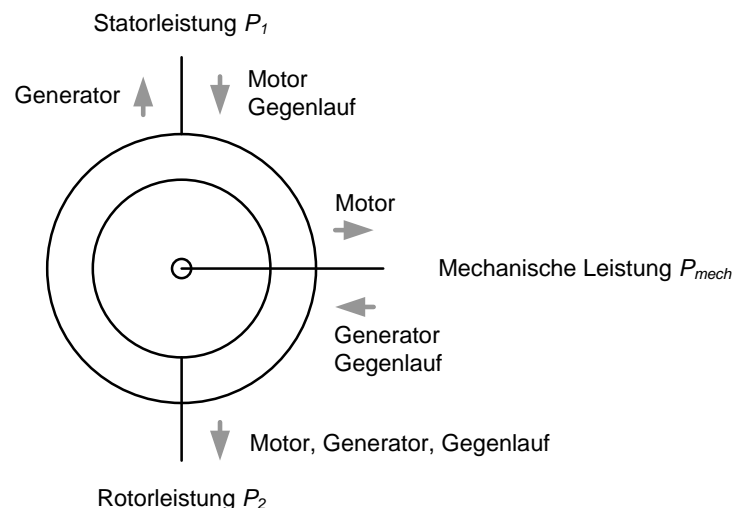


Abb. 10-8: Leistungsaufteilung in den verschiedenen Betriebsarten.



### 10.1.5 Wirkungsgrad

Aus den oben berechneten Leistungen lässt sich direkt der Wirkungsgrad  $\eta$  bestimmen. Als Verlust ist dabei die im Rotorwiderstand in Wärme umgesetzte Leistung  $P_2$  angenommen. Wie bei den Leistungen sind auch hier die Verluste in der Statorwicklung und im Eisen vernachlässigt. Es handelt sich also um den maximal möglichen Wirkungsgrad. Bei Berücksichtigung der Eisen- und Kupferverluste im Stator wird er kleiner.

$$\text{Motorbetrieb:} \quad \eta = \frac{P_{\text{mech}}}{P_1} < \frac{P_{\text{mech}}}{P_\delta} = 1 - s \quad 0 < s < 1$$

$$\text{Generatorbetrieb:} \quad \eta = \frac{P_1}{P_{\text{mech}}} < \frac{P_\delta}{P_{\text{mech}}} = \frac{1}{1 - s} \quad s < 0$$

Im Bremsbetrieb entstehen nur Verluste, da hier die über den Stator und die über die Welle aufgenommene Leistung im Rotor in Wärme umgesetzt wird.

### 10.2 Einphasiges Ersatzschema

Die Asynchronmaschine lässt sich als Transformator beschreiben, bei dem Primär- und Sekundärwicklung gegeneinander rotieren, was unterschiedliche Primär- und Sekundärfrequenzen zur Folge hat. Wie in Kapitel 10.1.2 beschrieben, ist der Betrag der in der Rotorwicklung induzierten Spannung schlupfabhängig.

Im Folgenden wird die Kurzschlussläufer ASM betrachtet, bei der die Sekundärwicklung mit dem Rotorwiderstand abgeschlossen ist. Wird der Rotor der Schleifringläufer AMS nur mit einem Widerstand belastet, gelten die folgenden Aussagen auch. Der Widerstand  $R_2$  beinhaltet dann den Wicklungswiderstand der Sekundärwicklung plus die externen Zusatzwiderstände.

Statorwiderstand, Streuinduktivitäten, Magnetisierungsstrom und Eisenverluste werden vorerst vernachlässigt. So lässt sich die ASM sehr einfach darstellen:

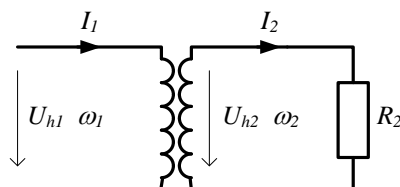


Abb. 10-9: Einphasige Ersatzschaltung mit idealem Transformator.

Dabei gilt mit  $\ddot{u}$  als Übersetzungsverhältnis:

$$U_{h2} = s \cdot \frac{U_{h1}}{\ddot{u}} = s \cdot U_{h20}$$

wobei  $U_{h20}$  die Rotorspannung im Stillstand bei  $s = 1$  ist.

$$I_1 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot I_2 = \frac{1}{\ddot{u}} \cdot \frac{U_{h2}}{R_2}$$

### 10.2.1 Läuferwiderstand $R_s$

Statt mit einer schlupfabhängigen Sekundärspannung und -frequenz zu arbeiten, kann im Ersatzschema ein Laufwiderstand  $R_s$  eingeführt werden, der von  $s$  abhängig ist. Dabei soll der Rotorstrom gleich bleiben wie bei veränderlicher Spannung, damit das Drehmoment, die Verluste im Rotorwiderstand und der resultierende Statorstrom gleich bleiben.

aus  $I_2 = \frac{U_{h2}}{R_2} = \frac{s \cdot U_{h20}}{R_2} \equiv \frac{U_{h20}}{R_2 + R_s}$  wird somit  $R_2 + R_s = \frac{R_2}{s}$  bzw.

$$R_s = R_2 \cdot \frac{1-s}{s} \quad (10-17)$$

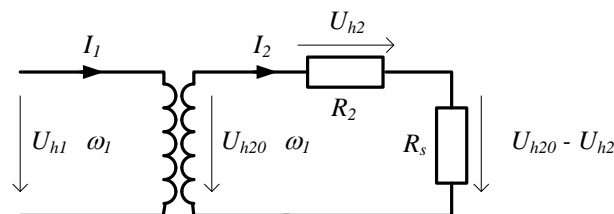


Abb. 10-10: Einphasiges Ersatzschema mit idealem Transformator und Laufwiderstand.

Die Sekundärspannung entspricht jetzt immer der Stillstandsspannung  $U_{h20}$ , die Frequenz der Statorfrequenz. Die Differenz zwischen  $U_{h20}$  und  $U_{h2}$  fällt über  $R_s$  ab. Es stellt sich der gleiche Strom  $I_2$  ein. Die in  $R_s$  umgesetzte Leistung ist die Differenz zwischen  $P_1$  und  $P_2$ . Sie entspricht somit der mechanischen Leistung  $P_{mech}$ .

Die Summe von  $R_s$  und  $R_2$  ist  $R_2/s$ . Um den Strom zu berechnen, kann auch die folgende Ersatzschaltung verwendet werden:

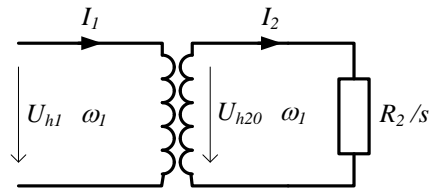


Abb. 10-11: Einphasiges Ersatzschema mit idealem Transformator.

Hier wird sofort ersichtlich, dass bei  $s = 0$  der Gesamtwiderstand im Rotorkreis unendlich und der Strom dadurch null wird. Bei  $s = 1$  entspricht der Gesamtwiderstand  $R_2$ , d.h. der Strom wird nur durch den Rotorwiderstand, an welchem  $U_{h20}$  anliegt, begrenzt.

### 10.2.2 Berücksichtigung von Streu- und Hauptimpedanzen

Bis jetzt wurde die ASM als idealer Transformator betrachtet. Genau wie beim Transformator gibt es aber auch hier Streuinduktivitäten, Wicklungswiderstände sowie einen Magnetisierungsstrom, der durch die Hauptimpedanz fließt. Das vollständige Ersatzschema entspricht demzufolge demjenigen des Transformators - bis auf den Laufwiderstand. Auch hier können die Sekundärgrößen auf die Primärseite bezogen werden. Es ergibt sich das primärseitige Ersatzschema:

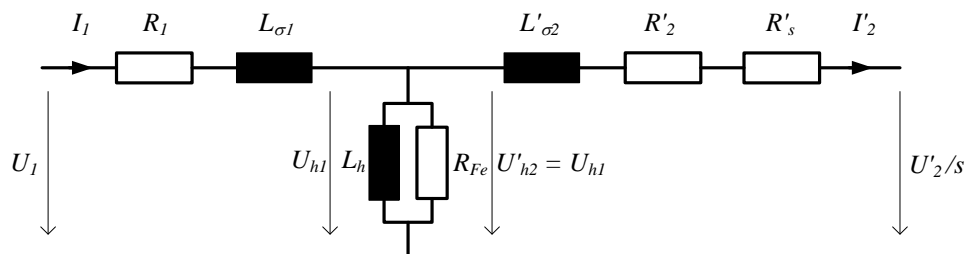


Abb. 10-12: Einphasiges Ersatzschema (T-Ersatzschaltbild) der ASM.

Der Apostroph bezeichnet die mit dem Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  auf die Statorseite umgerechneten Rotorgrößen:

$$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2 \quad (10-18)$$

$$\underline{I}'_2 = \frac{\underline{I}_2}{\ddot{u}}$$

$$R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$$

$$R'_s = \ddot{u}^2 \cdot R_s$$

$$L'_{2\sigma} = \ddot{u}^2 \cdot L_{2\sigma}$$

Bei der Kurzschlussläufer ASM wird der Apostroph als Markierung oft weggelassen. Da der Rotor nicht zugänglich ist, ist es zum Auslegen eines Antriebes unwesentlich, welches Übersetzungsverhältnis die ASM hat. Zur Vereinfachung wird dann  $\ddot{u} = 1$  angenommen.

Die in  $R_1$  und  $R_2$  bzw.  $R'_2$  umgesetzten Leistungen entsprechen den Verlusten in den entsprechenden Wicklungen.  $L_{1\sigma}$  und  $L_{2\sigma}$  bzw.  $L'_{2\sigma}$  sind die Streuinduktivitäten.

Die Spannung  $U_2 = U'_2 / \ddot{u}$  ist die an den Rotorklemmen anliegende Spannung. Bei kurzgeschlossenem Rotor ist sie 0. Gegebenenfalls wird hier ein externer Rotorwiderstand angeschlossen. Zur Berechnung von  $R_s$  muss für  $R_2$  die Summe von sekundärem Wicklungswiderstand und externem Rotorwiderstand eingesetzt werden.

Die Asynchronmaschine mit kurzgeschlossenem Rotor kann als Transformator betrachtet werden, der durch einen ohmschen Widerstand belastet ist. Dieser Laufwiderstand ist ein Ersatzwiderstand für die mechanische Leistung an der Welle. Ist ein externer Rotorwiderstand vorhanden, muss dieser zum Wicklungswiderstand der Sekundärwicklung dazugerechnet werden.

Diese Ersatzschaltung gilt für alle Betriebsarten. Ein negativer Laufwiderstand sagt aus, dass an der Welle Leistung aufgenommen wird (Generator- oder Bremsbetrieb). Der Wirkungsgrad der Maschine ist in erster Linie durch das Verhältnis von  $R_s$  zu  $R_2$  bestimmt (unter Vernachlässigung des primären Wicklungswiderstandes und der Reibungsverluste).

Das T-Ersatzschaltbild gilt nur für stationären Betrieb.

Oft wird  $R_s$  und  $R_2$  zu  $R_2/s$  zusammengefasst. Auch wird oft der Eisenwiderstand  $R_{Fe}$  vernachlässigt. Er beeinflusst den Strom nur gering. Die Eisenverluste werden dann bei Wirkungsgradberechnungen nachträglich dazu addiert. Das T-Ersatzschaltbild präsentiert sich dann folgendermassen:

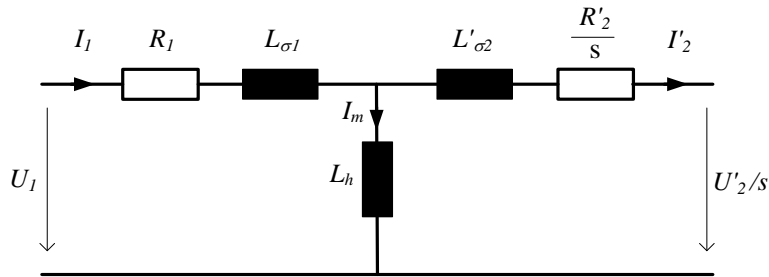


Abb. 10-13: Einphasiges T-Ersatzschaltbild der ASM.

Beim Kurzschlussläufer ist die Spannung  $U_2$  natürlich null:

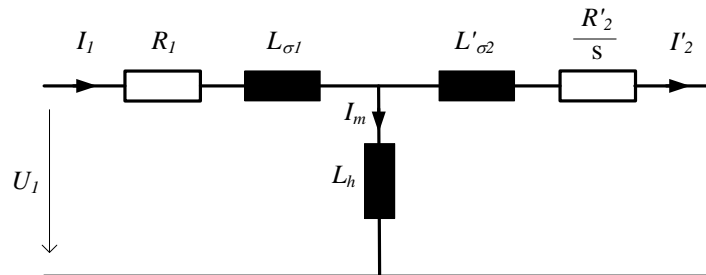


Abb. 10-14: Einphasiges T-Ersatzschaltbild der Kurzschlussläufer-ASM.

### 10.3 Drehmoment

Das Drehmoment kann aus der Drehzahl (bzw. aus der mechanischen Kreisfrequenz) und der mechanischen Leistung oder aus der Drehfeldkreisfrequenz und der Stator-Drehfeldleistung bestimmt werden.

$$M_{el} = \frac{P_{mech}}{\omega_{mech}} = \frac{(1-s)P_{\delta}}{(1-s)\omega_{D1}} = \frac{P_{\delta} \cdot p}{\omega_1} \quad (10-19)$$

$M_{el}$  wird als elektrisches Drehmoment bezeichnet. Um das stationär an der Welle verfügbare Drehmoment zu erhalten, müssen noch die mechanischen Reibungsverluste abgezogen werden.  $p$  bezeichnet wiederum die Polpaarzahl.

$P_{mech}$  lässt sich in der Ersatzschaltung aus  $P_{mech} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_s$  bestimmen. 3 ist die Anzahl der Phasen. Unter Berücksichtigung der rotorseitigen Streureaktanz ergibt sich

$$M_{el} = \frac{3 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_{h20}^2}{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + (\omega_1 L_{2\sigma})^2} \cdot \frac{R_2}{s} \quad (10-20)$$

Die Statoraten sind hier noch nicht berücksichtigt. Zur Herleitung der Drehmomentformel wurde auch  $L_h$  und  $R_{Fe}$  weggelassen. Der Strom, der durch diese Elemente fließt (im Wesentlichen ist das der Magnetisierungsstrom), fließt auch durch die Statorelemente und würde dort einen (kleinen) zusätzlichen Spannungsabfall hervorrufen.

Werden die Statoraten berücksichtigt, wird das Moment zu

$$M_{el} = \frac{3 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{\left(R_1 + \frac{R_2'}{s}\right)^2 + (\omega_1 L_{1\sigma} + \omega_1 L_{2\sigma}')^2} \cdot \frac{R_2'}{s} \quad (10-21)$$

Wird das Drehmoment in Funktion der Drehzahl dargestellt, ergibt sich folgende Kurve:

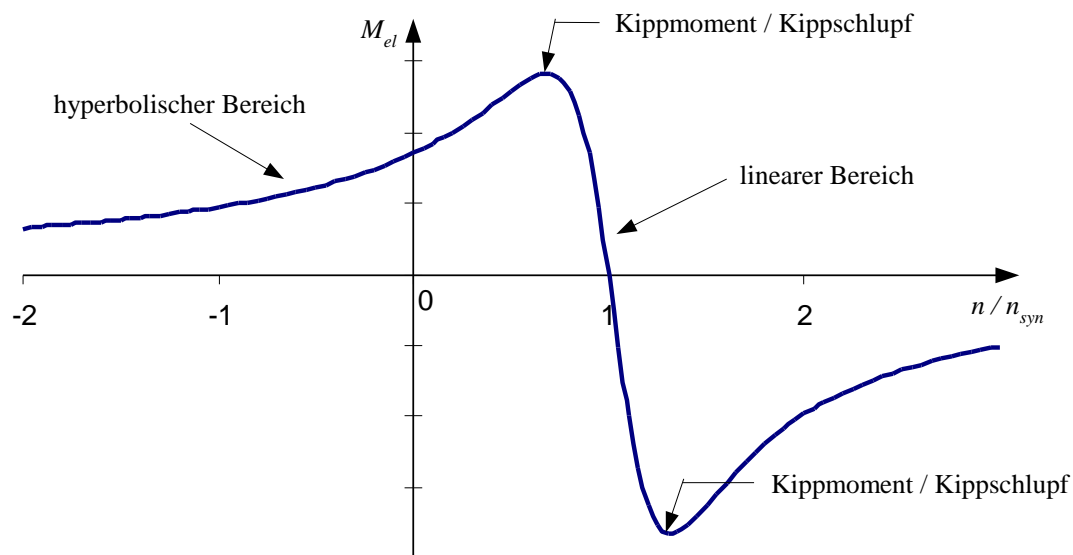


Abb. 10-15: Drehmoment in Funktion der Drehzahl.

Das Moment hat im Motor- und Generatorbetrieb je ein Maximum am Kippunkt, das Kippmoment. Der dazugehörige Schlupf heisst Kippschlupf. In der Umgebung der Synchrondrehzahl ( $s$  klein) ist der Verlauf des Moments annähernd linear:

$$M_{el} \cong \frac{3 \cdot p}{\omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{R_2} \cdot s \quad (10-22)$$

Die Steigung kann durch den Rotorwiderstand  $R_2$  beeinflusst werden. Je kleiner  $R_2$  ist, desto steiler ist der Verlauf.

Für  $s \gg 0$  und  $s \ll 0$  geht  $M_{el}$  hyperbelförmig gegen null.

Der **Kippschlupf**  $s_k$  lässt sich durch Nullsetzen der Ableitung von  $M_{el}(s)$  bestimmen.

$$\frac{dM_{el}(s)}{ds} = 0 \quad \Rightarrow \quad s_k = \frac{R_2'}{\sqrt{R_1^2 + (\omega_1 L_{1\sigma} + \omega_1 L_{2\sigma}')^2}} \quad (10-23)$$

Unter Vernachlässigung des Statorwiderstandes  $R_1$  wird der Kippschlupf zu

$$s_k = \frac{R_2'}{\omega_1 \cdot (L_{1\sigma} + L_{2\sigma}')} \quad (10-24)$$

Der Kippschlupf hängt in erster Linie vom Rotorwiderstand  $R_2$  ab. Über die Streuimpedanzen  $\omega_1 L_{1\sigma}$  und  $\omega_1 L_{2\sigma}'$  geht auch die Speisefrequenz ein.

Das zugehörige **Kippmoment**  $M_k$  erhält man durch Einsetzen von  $s_k$  in der Gleichung für  $M_{el}$ .

Näherungsweise ( $R_1 \ll \omega_1 L_{1\sigma}$ ) erhält man für  $M_k$

$$M_k = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot \omega_1} \cdot \frac{U_1^2}{(R_1 + \omega_1 L_{1\sigma} + \omega_1 L_{2\sigma}')} \quad (10-25)$$

Unter Vernachlässigung des Statorwiderstandes erhält man

$$M_k = \frac{3 \cdot p}{2 \cdot (L_{1\sigma} + L_{2\sigma}')} \cdot \frac{U_1^2}{\omega_1^2} \quad (10-26)$$

Das Kippmoment ist unabhängig von  $R_2$ . Neben den Maschinenimpedanzen hängt es von Speisespannung und -frequenz ab.

Für das Kippmoment gilt also:

- es ist unabhängig von  $R_2$
- es steigt mit  $p$
- es steigt mit  $U_1^2$  und mit  $1/\omega_1^2$

Sind Kippmoment und Kippschlupf bekannt, lässt sich mit der Kloss'schen Gleichung das Drehmoment für jeden beliebigen Schlupf berechnen:

$$\frac{M_{el}}{M_k} = \frac{2}{\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s}} \quad (10-27)$$

Dabei gilt:

$M_{el}$  elektrisches Drehmoment

$M_k$  Kippmoment

$s$  Schlupf

$s_k$  Kippschlupf

Da bei voll erregter Maschine bei einer Verringerung der Statorfrequenz aber auch die Spannung im gleichen Mass reduziert werden muss, um eine Sättigung der Maschine zu verhindern, gilt

$$\psi_1 \cong \frac{U_1}{\omega_1} = \text{konstant.}$$

Das maximale Moment kann also durch den Betrieb der Maschine mit variabler Frequenz nicht erhöht werden. Die Lage des Maximums ( $s_k$ ) lässt sich aber verschieben und damit an den jeweils optimalen Ort legen.

Der Nennschlupf von Asynchronmaschinen über 1 kW liegt im Bereich von 1 bis 6 %. Grosse Maschinen haben einen kleinen Nennschlupf. Der Kippschlupf hat etwa den 4- bis 6-fachen Wert des Nennschlupfs. Er liegt bei 6 bis 30 %. Das Nennmoment ist 2 bis 3 mal kleiner als das Kippmoment. Das Kippmoment begrenzt die kurzzeitige Überlastfähigkeit der Maschine, während das Nennmoment durch thermische Limiten begrenzt ist, zum Teil auch durch Anforderungen an den Wirkungsgrad oder den Leistungsfaktor.

## 10.4 Betrieb der ASM mit variabler Drehzahl

Aufgrund des oben Gesagten gibt es also vier Möglichkeiten, auf die Drehzahl-Drehmoment Kennlinie einer ASM einzugreifen: nämlich über  $R_2$ ,  $U_1$ ,  $\omega_1$  und  $p$ . Diese Varianten sollen im Folgenden diskutiert werden.



### 10.4.1 Variation von $R_2$

Wird  $R_2$  verändert, bleiben Synchrodrehzahl und Kippmoment unverändert, der Kippschlupf aber verschiebt sich mit zunehmendem  $R_2$  hin zu kleineren Drehzahlen. Er kann sogar in den 2. Quadranten wechseln. Das maximale Moment kann also grundsätzlich zu jeder Drehzahl gelegt werden, bei der der Schlupf grösser als der Kippschlupf bei kurzgeschlossenem Rotor (minimal mögliches  $R_2$ ) ist. Allerdings wird der Wirkungsgrad bei kleinerer Drehzahl, das heisst grösserem Schlupf, immer schlechter.

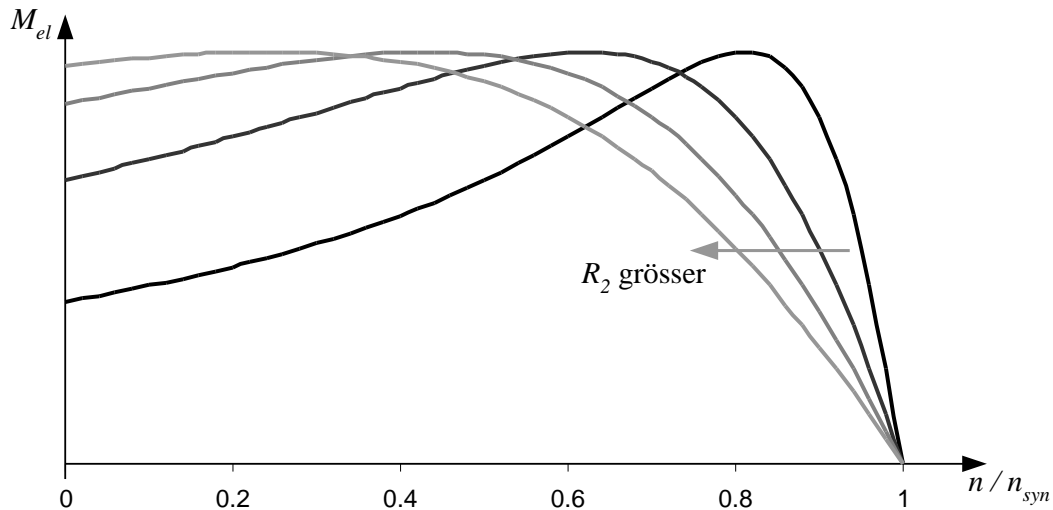


Abb. 10-16: Drehzahl-Drehmoment Kennlinie, Parameter:  $R_2$ .

Stromverdrängungs-Rotor:

Wird eine Kurzschlussläufermaschine an einem Netz mit starrer Frequenz betrieben, fallen die im Folgenden genannten Möglichkeiten zur Drehzahlvariation weg. Eine solche Maschine hat nur sehr kleinen, durch die Last bestimmten Drehzahlbereich. Ausserdem ist das Anfahrverhalten recht ungünstig (kleines Moment, hoher Strom). Um hier abzuhelpen, werden Maschinen mit Stromverdränger-Rotoren gebaut. Durch geeignete Wahl der Stabgeometrie wird dabei erreicht, dass beim Anfahren (kleine Drehzahl, das heisst grosse Rotorfrequenz) der Rotorstrom durch magnetische Stromverdrängung nur in einem Teil des Stabquerschnittes fliesst. So wird  $R_2$  und damit der Kippschlupf erhöht. Wenn die Betriebsdrehzahl erreicht ist, wird die Rotorfrequenz klein und der Verdrängungseffekt verschwindet weitgehend. Dadurch ist der Rotorwiderstand beim Anfahren grösser als bei höheren Drehzahlen, das heisst das Anfahrmoment wird grösser und der Anlaufstrom kleiner.

### 10.4.2 Variable Statorspannung

Die Synchrondrehzahl und der Kippschlupf bleiben dabei unverändert. Lediglich das Moment ändert mit  $U_1^2$ . Diese Variante eignet sich demzufolge nur zum Hochfahren der Maschine bei wenig Last oder für kleine Drehzahlanpassungen im Bereich der Nenndrehzahl, aber nicht zum Betrieb in einem weiteren Drehzahlbereich.

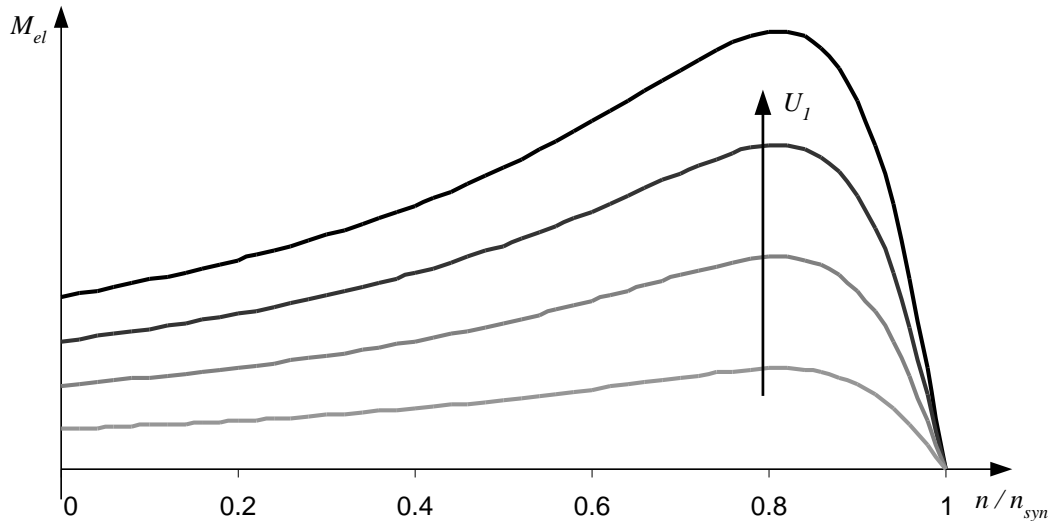


Abb. 10-17: Drehzahl-Drehmoment Kennlinie, Parameter:  $U_1$ .

Zur Verringerung des Anlaufstromes ist es möglich, den Motor in Sternschaltung anlaufen zu lassen und danach auf Dreieck umzuschalten. Dabei werden beim Anfahren die Leistung und das Drehmoment auf 1/3 verringert.

### 10.4.3 Variable Statorfrequenz

Wird die Statorfrequenz verändert, variiert die Synchrondrehzahl. Die Maschine kann immer mit kleinem  $R_2$  und kleinem Schlupf, das heisst mit gutem Wirkungsgrad, betrieben werden. Da nicht auf  $R_2$  eingegriffen werden muss, können Käfigläufer-Maschinen eingesetzt werden. Die Lage des Kippmomentes kann an jeden gewünschten Punkt im zulässigen Drehzahlbereich gelegt werden. Da das maximale Moment unabhängig von der Drehzahl ist, steigt die Maschinenleistung proportional zur Drehzahl. Insgesamt ergibt sich ein sehr günstiges Betriebsverhalten. Es ist aber ein Frequenzumrichter erforderlich.

Um die Maschine mit Nennfluss zu betreiben, muss die Spannung der Frequenz angepasst werden:  $U_1/\omega_1 = \text{konstant}$ .

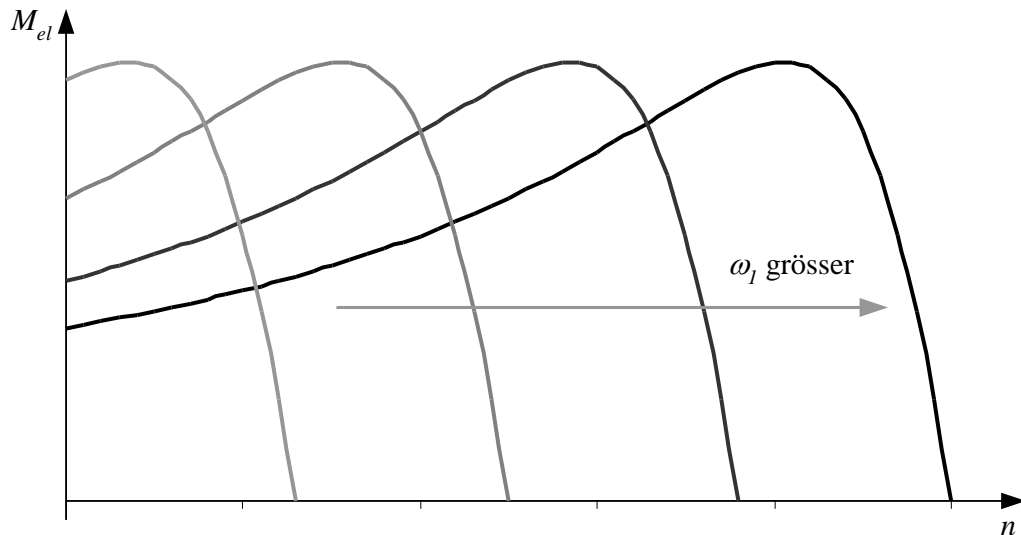


Abb. 10-18: Drehzahl-Drehmoment Kennlinie, Parameter:  $\omega_l$ ,  
Hauptfluss konstant, d.h.  $U_{h1}/\omega_l$  konstant.

#### 10.4.4 Umschaltbare Polpaarzahl (Dahlander Maschine)

Diese Methode wird kaum mehr angewendet, weil der Rotor einer Maschine mit variabler Polpaarzahl wesentlich komplizierter und damit teurer ist. Solche Maschinen waren verbreiteter, bevor es preisgünstige Frequenzumrichter gab. Variable Polpaarzahl ist aber die einzige Möglichkeit, um bei kleinen Drehzahlen die volle Maschinenleistung, das heisst ein entsprechend grösseres Moment zu erhalten. Die Figur zeigt eine Maschine, die mit  $p=1$  oder  $p=2$  betrieben werden kann.

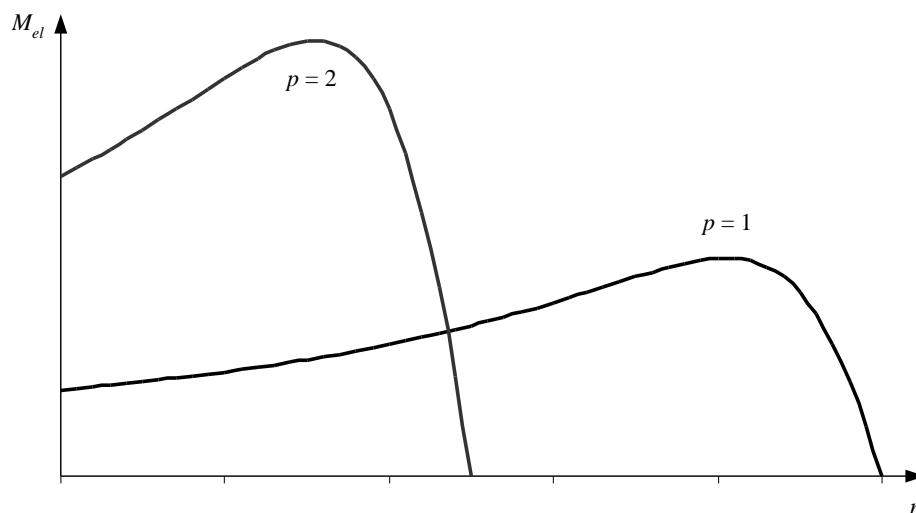


Abb. 10-19: Drehzahl-Drehmoment Kennlinie, Parameter: Polpaarzahl  $p$ .

## 10.5 Die Stromortskurve

Nach der Ersatzschaltung der Kurzschlussläufer-ASM ist der Statorstrom  $\underline{I}_1$  bei konstanter Statorspannung  $\underline{U}_1$  eine Funktion des Schlupfes  $s$ . Für den komplexen Statorstromzeiger gilt:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j\omega_1 L_{\sigma 1} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega_1 L_h} + \frac{1}{\frac{R_2'}{s} + j\omega_1 L_{\sigma 2}}}} \quad (10-28)$$

Diese Gleichung lässt sich mit Hilfe der komplexen Analysis (Möbiustransformation) in eine Kreisgleichung in der komplexen Ebene umformen. Viel einfacher ist es jedoch, mit einem Berechnungsprogramm, das komplexe Zahlen verarbeiten kann (Matlab, Excel...), die Ortskurve zu zeichnen. Der Statorspannungszeiger  $\underline{U}_1$  wird dabei auf die nach oben zeigende Imaginärachse der komplexen Ebenen gelegt. Die resultierende Kurve für die Zeigerspitze des Zeigers  $\underline{I}_1(s)$  beschreibt dann einen Kreis:

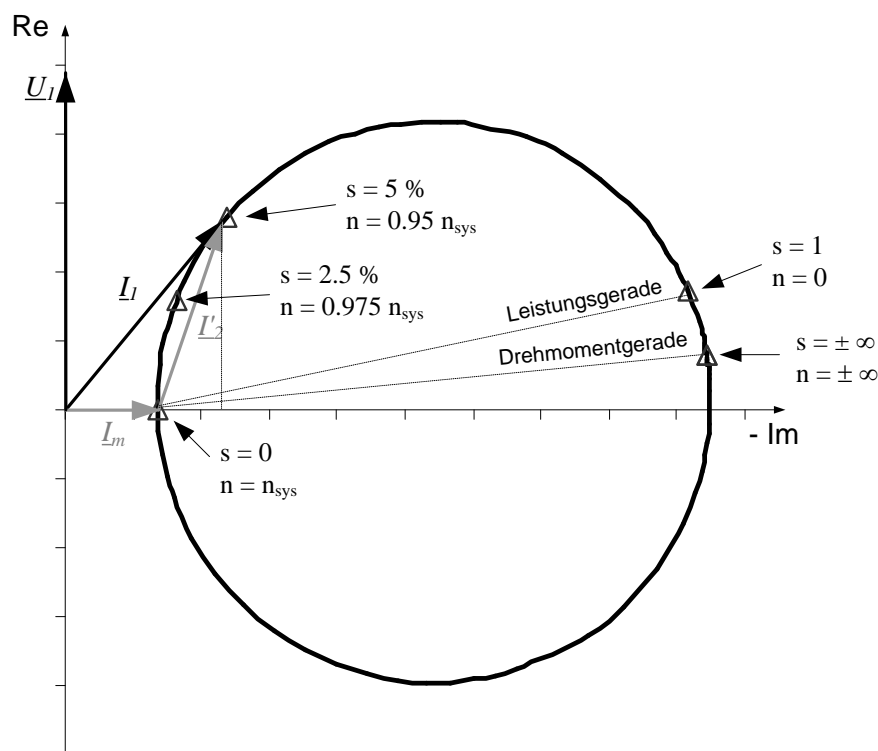


Abb. 10-20: Stromortskurve des Statorstromes bei konstanter Statorspannung.

Dieser Kreis wird nach seinen Erfindern auch Heyland- oder Osannakreis genannt.

Punkte für einige Werte von  $s$  sind mit einem Dreieck gekennzeichnet.

Bei  $s = 0$ , das heisst bei leerlaufender Maschine mit synchroner Drehzahl, entspricht der Statorstrom dem Magnetisierungsstrom. Bei Belastung der Maschine nimmt der Schlupf zu und die Drehzahl ab. Die Punkte für  $s = 2.5\%$  und  $s = 5\%$  sind mit einem Dreieck gekennzeichnet. Der Nennbetriebspunkt von Asynchronmaschinen liegt meist etwa dort auf der Stromortskurve, wo eine durch den Ursprung des Koordinatensystems gehende Tangente den Kreis berühren würde. Das ist der Punkt mit dem besten Grundswingungsleistungsfaktor  $\cos\varphi$ . Für den Betriebspunkt mit  $s = 5\%$  ist auch der Stator und der Rotorstrom eingezeichnet.

Weiter gekennzeichnet ist der Betriebspunkt für  $s = 1$ , also Stillstand, und derjenige für unendlichen Schlupf mit positivem und negativem Vorzeichen.

Der Bereich von  $s = 0$  bis  $s = 1$  ist der motorische Bereich. Der Bereich von  $s = 1$  bis unendlich wird als Gegenlauf bezeichnet und der untere Teil des Kreises zwischen  $s = 0$  und  $s = -\infty$  ist der generatorische Bereich.

Die Gerade zwischen dem Punkt für  $s = 0$  und  $s = 1$  wird als Leistungslinie bezeichnet, jene zwischen  $s = 0$  und  $s = \infty$  als Drehmomentlinie. Wird von einem beliebigen Betriebspunkt aus parallel zur reellen Achse eine Gerade zur Imaginärachse gezogen (eingezeichnet für  $s = 5\%$ ), wird diese Gerade durch die Leistungs- und die Drehmomentlinie in drei Teilstücke unterteilt. Die Länge dieser Teilstücke entspricht dem Verhältnis (im Beispiel für  $s = 5\%$  von oben her gesehen) der mechanisch abgegebenen Leistung, der im Rotorwiderstand umgesetzten Leistung und der im Statorwiderstand umgesetzten Leistung. In der Praxis hat die graphische Bestimmung dieser Grössen mit Hilfe des Heylandkreises kaum mehr Bedeutung, da sich einzelne Betriebspunkte mit Berechnungsprogrammen relativ einfach durchrechnen lassen. Die Stromortskurve gibt aber ein gutes Gefühl dafür, welcher Statorstrom (Betrag und Phasenlage) sich bei welcher Belastung einstellt.

Bei der Darstellung der Stromortskurve wurde davon ausgegangen, dass die Induktivitäten und Widerstände über den ganzen Bereich von  $s$  konstant sind. In Realität verändert sich die Hauptinduktivität durch Sättigungserscheinungen. Auch ändert sich der Rotorwiderstand durch Stromverdrängung bei höheren Rotorfrequenzen, also grossem Schlupf. Die Kurve kann bei grösserem Schlupf also von der Kreisform abweichen. Bei kleinem Schlupf stimmt sie gut.

Die Wicklungswiderstände sind auch stark temperaturabhängig: Der spezifische Widerstand von Kupfer und Aluminium ändert sich mit  $0.4\%$  pro Kelvin. Widerstandswerte und Kennlinien sollten deshalb für Betriebstemperatur angegeben werden.