Elektrotechnik 1

Pascal Frei (pfrei@student.ethz.ch)

16. Februar 2015

Inhaltsverzeichnis

1 Gleichstromkreise

1.1 Grundbegriffe

Spannung: (Richtungssinn: Positiv zu Negativ)

$$U = \frac{W}{Q} \qquad [U] = \frac{J}{C} = \text{Volt} = V$$

Stromdichte:

$$J = \frac{I}{A}$$

Ohmscher Widerstand:

$$R = \frac{U}{I} = \rho \frac{l}{A}$$

Elektr. Leitwert:

$$G = \frac{1}{R} \qquad [G] = \frac{A}{V} = \text{Siemens} = S$$

Spez. Widerstand:

$$\rho(T) = \rho_{20^oC}[1 + \alpha(T - 20^oC)]$$

Leitfähigkeit:

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \qquad [\kappa] = \frac{S}{m}$$

Leistung und Energie:

$$W = UQ = UIt \to P = \frac{W}{t} = UI = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

1.2 Netzwerkanalyse

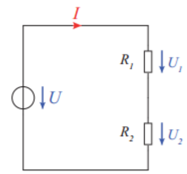
Zweipol: Bauelemente oder Teilsysteme mit 2 Anschlussklemmen.

$$\boxed{\sum_{k=1}^{n} I_k = 0 \qquad \sum_{k=1}^{n} U_k = 0}$$

1.2.1 Reihenschaltung - Spannungsteiler

$$U = U_1 + U_2 + ... = R_1 I + R_2 I + .. = R_g I$$

$$R_g = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

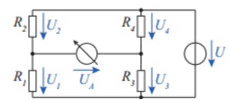


$$U_1 = R_1 I,\ U_2 = R_2 I \to \frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$U = U_1 + U_2 = (R_1 + R_2)I \to \frac{U_2}{U} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\boxed{\frac{U_i}{U} = \frac{R_i}{R_g}}$$

Brückenschaltung:



$$U_A = U_1 - U_3 = \left(\frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_3}{R_3 + R_4}\right)U$$

1.2.2 Parallelschaltung - Stromteiler

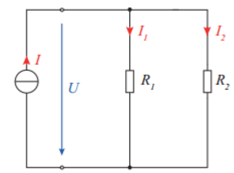
$$I = I_1 + I_2 + ... = \frac{U}{R_g}$$

$$\frac{1}{R_g} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{R_k} \quad \text{bzw.} \quad G_g = \sum_{k=1}^{n} G_k$$

$$R_g = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{Bsp. für 2 Widerstände}$$

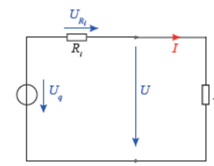
$$R_g = \frac{R_1}{n} \quad \text{P-Schalt. von n gleichen Widerst.}$$

$$\boxed{\frac{I_i}{I} = \frac{G_i}{G_g} = \frac{R_g}{R_i} \quad \text{Parall.schalt. für Teilstrom}}$$



$$I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2} \to \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{G_1}{G_2}$$

1.2.3 Reale Spannungsquelle



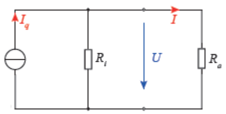
- Bild: Ideale Spannungsquelle + Innenwiderst.

- Spannung U: Klemmenspannung (Unbelastet: $I = 0, U = U_q$)
- Spannung U_q: Quellen-/Leerlaufspannung
- Strom $I_{k,U}$: Kurzschluss-Strom für

$$R_a = 0 \rightarrow U_q = R_i I_{k,U}$$

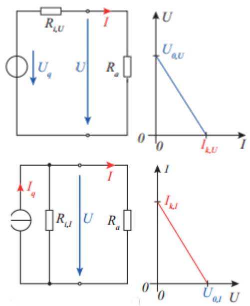
- Ideale Spannungsquelle: $R_i = 0$, Konstantspannungsquelle
- lineare Quelle: U_q, R_i sind unabhängig vom Strom I

1.2.4 Reale Stromquellen



- Ideale Stromquelle: unabhängig von R_a liefert sie konstanter Strom I_q
- Ideale Stromquelle: $U = I_q R_a$
- Strom I_q: Quellenstrom (oder Kurzschlussstrom I_k)
- Klemmspannung: $U = IR_a$
- Leerlauf: $R_a \rightarrow \infty$, $U_{0,I} = I_q R_i$

1.2.5 Äquivalente Quellen



Spannungsquelle	**Stromquelle**
$U_{0,U} = U_q$	$U_{0,I} = I_q R_{i,I} \rightarrow U_q = I_q R_{i,I}$
$I_{k,U} = U_q / R_{i,U}$	$I_{k,I} = I_q \rightarrow I_q = U_q / R_{i,U}$

$$\boxed{\rightarrow R_{i,I} = R_{i,U}}$$

Äquivalente Strom- und Spannungsquellen haben den gleichen Innenwiderstand. Beide Quellen haben die gleiche Leistung, aber im Allgemeinen weisen sie unterschiedliche innere Verluste auf.

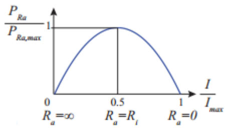
1.3 Leistungsanpassung (Reihenschaltung)

maximale Leistungsabgabe an Widerstand R_a:

$$P_{R_a} = UI = I^2 R_a = \left(\frac{U_q}{R_i + R_a}\right)^2 R_a$$

$$\frac{dP_{R_a}}{dR_a} = U_q^2 \frac{d}{dR_a} \frac{R_a}{(R_i + R_a)^2} = U_q^2 \frac{R_i - R_a}{(R_i + R_a)^3} = 0$$

$$\boxed{R_i = R_a \qquad P_{R_{a,max}} = \frac{U_q^2}{4R_i} = \frac{U_q^2}{4R_a}}$$



1.3.1 Wirkungsgrad

Wirkungsgrad = Verhältnis von nutzbarer Leistung P_{Ra} zur zugeführten Leistung P_{Ges}:

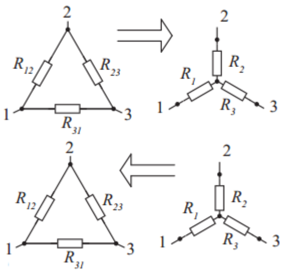
$$\boxed{\eta = \frac{P_{Ra}}{P_{Ges}} = \frac{P_{Nutzbar}}{P_{Zugefuehrt}} \leqslant 1}$$

$$P_{Ges} - P_{Ra} \quad \text{Verlustleistung}$$

$$\eta = \frac{P_{elektr}}{P_{mech}} \quad \text{Generator}$$

2 Gleichstromkreise - Netzwerkumformung und Netzwerkanalyse 2

2.0.2 Stern-Dreieck-Umwandlung



$$R_1 = \frac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 R_2}{R_3}$$

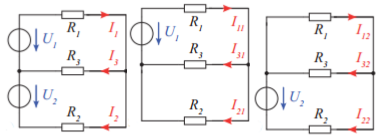
$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \qquad R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 R_1}{R_2}$$

2.0.3 Superpositionsprinzip I

Enthält eine Schaltung mehrere Quellen, so können Ströme und Spannungen durch Überlagerung von Teillösungen berechnet werden. Das Superpositionsprinzip gilt nur für Netzwerke mit Komponenten, die lineares Verhalten aufweisen. Zur Berechnung von Teillösungen wird jeweils nur eine Quelle betrachtet:

- Spannungsquellen werden durch einen Kurzschluss ersetzt
- Stromquellen werden durch einen Leerlauf/Unterbrechung ersetzt



$$I_1 = I_{11} + I_{12} = \frac{U_1}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} + \frac{U_2 R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}$$

2.0.4 Ersatzspannungsquelle (Thévenin)

Eine Schaltung, die nur an 2 Punkten elektrisch zugänglich ist oder nur von 2 Punkten aus betrachtet wird, ist ein **Zweipol**. Jeder Zweipol lässt sich durch eine Spannungsquelle und einen Widerstand in Reihenschaltung nachbilden. Diese Reihenschaltung nennt man **Ersatzspannungsquelle**.
Eine Thevenin Ersatzschaltung ist über 2 Grössen definiert:

- Kurschlussspannung: V_{Th}
- Ersatzwiderstand: R_{Th} (Zur Bestimmung: Alle Stromquellen werden durch Leerläufe, bzw. alle Spannungsquellen durch Kurzschlüsse ersetzt)

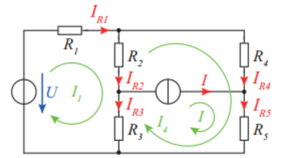
2.0.5 Ersatzstromquelle (Norton)

Ersatzstromquelle: Stromquelle mit Parallelwiderstand als Ersatzstromquelle (Norton Theorem).

2.0.6 Maschenstromverfahren

Alle Maschen, in deren Inneren sich keine Zweige befinden, bezeichnet man als Elementarmaschen E.

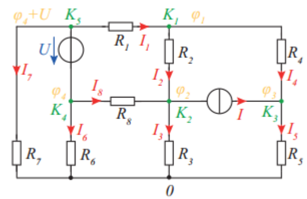
- Ersetze Stromquellen durch einen Leerlauf. Die beiden Elementarmaschen, die die Stromquellen enthielten, werden zu einer neuen Elementarmasche zusammengefasst.
- Weise jeder Elementarmasche einen Maschenstrom im Umlaufsinn zu
- Füge Stromquelle wider ein. Ergänze zusätzliche Maschenströme, die jeweils nur über eine Stromquelle fliessen. Maschenstrom = Strom durch Stromquelle
- Der Spannungsabfall über R ist gleich R mal der Summe aller Maschenströme durch R. Stelle für jede Elementarmasche die Maschengleichung auf.



2.0.7 Knotenpotentialverfahren

Das Potential φ eines Knotens ist die Spannung, die der betreffende Knoten gegenüber einem beliebig wählbaren Bezugspunkt oder Bezugsknoten hat.

- Wähle Bezugsknoten K_0
- Ersetze die beiden Punkte, die über eine ideale Spannungsquelle U_μ verbunden sind, durch einen Kurzschluss
- Weise jedem der verbleibenden Knoten ausser dem Bezugsknoten ein eigenes Potential φ_v zu.
- Trenne den virtuellen zur Spannungsquelle U_μ gehörigen Kurzschluss mit Potential φ_μ und weise dem neuen dabei entstehenden Knoten am positiven Ende der Spannungsquelle das abhängige Potential $\varphi_\mu + U_v$ zu.
- Stelle für alle Knoten mit unabhängigem Potential φ_v die Knotengleichung auf. Für einen Knoten, der mit einer Spannungsquelle verbunden ist, wird dabei die Knotengleichung für die Hüllfläche über die beiden Knoten, die zur Spannungsquelle gehören, aufgestellt.



2.0.8 Maschenstrom - vs. Knotenpotentialverfahren

- Maschenstrom: Stromquellen müssen gesondert behandelt werden. Man muss insgesamt N_M unabh. Gleichungen aufstellen:

  $$N_M = z - k + 1,$$

  z = Zahl der Zweige, k = Zahl der Knoten des ebenen Netzwerkes mit reduziertem Set an Elementarmaschen.

- Knotenpotential: Spannungsquellen werden gesondert behandelt. Man muss N_K Gleichungen aufstellen

  $$N_K = k - 1$$

  k = Zahl der Knoten nach Ersetzen der Spannungsquellen durch virtuelle Kurzschlüsse; der Bezugsknoten wird mitgezählt.

Beim Knotenpotentialverfahren benötigt man folglich bei stark vermaschten Netzen (Netze die zwischen den verschiedenen Knoten viele Zweige/Verbindungen haben) weniger unabhängige Gleichungen als beim Maschenverfahren.

3 Elektrische Felder

3.0.9 Kondensator

Die einzelnen Platten des Kondensators werden Elektroden genannt.

$$Q = C\,U, \qquad [C] = \frac{As}{V} = \text{Farad} = F$$

Für die Bewegung der Ladung aufgewendete Energie (s= Abstand zwischen Platten) :

$$W = F\,s = Q\,E\,s \quad \boxed{E = \frac{U}{s}} \quad [E] = \frac{N}{As} = \frac{V}{m}$$

$$\boxed{U = \int_1^2 \vec{E}\,d\vec{s}}$$

Influenz: leitende Platten in Kondensator: Die Ladungstrennung erfolgt solange, bis das Innere der Platten feldfrei ist (keine treibende Kraft zur Ladungstrennung).

$$\boxed{\Psi = \int\int_A \varepsilon_0\,\vec{E}\,d\vec{A} \qquad \textbf{Elektrischer Fluss}}$$

$$\boxed{Q = \oint\!\!\oint_{\text{Hüllfläche A}} \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{A}}$$

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{s}}$$

$$\boxed{C = \sum_{i=1}^{n} C_k \quad \textbf{Parallelschaltung}}$$

$$\boxed{\frac{1}{C} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k} \quad \textbf{Serieschaltung}}$$

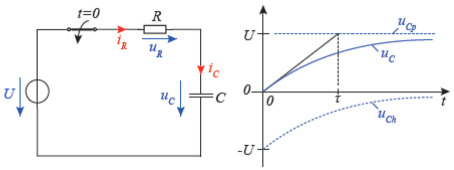
$$E_i = \frac{E}{\varepsilon_r} \qquad \textbf{Dielektrikum}$$

$$\boxed{C_D = \frac{Q}{U_D} = \frac{Q}{U/\varepsilon_r} \to C_D = \varepsilon_r C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{s}}$$

Energie im Kondensator

$$\boxed{W = \int_0^Q \frac{q}{C} dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = W}$$

3.1 Transiente Vorgänge in RC-Netzwerken



$$dq = i_C dt = C\,u_C \to i_C = C\frac{du_C}{dt} (= i_R)$$

$$u_r + u_C = U \to R i_r + u_c = U$$

$$\to RC\frac{du_C}{dt} + u_c = U$$

$$u_C(t) = u_{Ch}(t) + u_{Cp}(t)$$

Endzustand erreicht wenn:

$$u_C(t) = U \quad u_R(t) = 0$$

$$\to i_R(t) = i_C(t) = 0 \to u_{Cp}(t) = U$$

Ansatz: $u_{Ch} = ke^{pt}$, Randbedingungen...

$$\to \boxed{u_C(t) = U(1 - e^{-\frac{t}{RC}})}$$

$$\boxed{\overset{allgemein}{\leftrightarrow} \; u_C(t) = u_c(\infty) - [u_C(\infty) - u_C(0)]e^{-\frac{t-t_0}{RC}}}$$

$$\boxed{i_C = C\frac{du_C}{dt} = \frac{U}{R}e^{-\frac{t}{RC}} \quad \leftrightarrow \quad u_C = \frac{1}{C}\int i_c \partial t}$$

Der Strom $i_C = i_R$ ist proportional zur Spannungsdifferenz zwischen Quellenspannung U und Kondensatorspannung. Für die Ermittlung des Endwertes der Kondensatorspannung im stationären Zustand kann man den Kondensator durch einen Leerlauf ersetzen; die an den Klemmen sich einstellende Spannung ist gleich dem Endwert. Bemerkung: i_C kann springen, u_c nicht.

Bei Schaltvorgängen verhalten sich Kapazitäten wie folgt:

Schaltzeitpunkt	$t = 0$	Kurzschluss
Eingeschw. Zustand	$t \to \infty$	Leerlauf
hohe Frequenz	$f \to \infty$	Kurzschluss
Gleichstrom	$f \to 0$	Leerlauf

4 Magnetische Felder

Ursache für das magnetische Feld ist die Bewegung elektrischer Ladung.
Wenn in 2 parallelen Leitern der Strom in die gleiche Richtung fliesst, ziehen sie sich an, in Gegenrichtung stossen sie sich ab. Leiter, nicht senkrecht zu Feldlinien (B = magnetische Flussdichte = Feldlinien pro Flächeneinheit):

$$\boxed{F = B\,I\,l \sin(\alpha)}$$

$$\boxed{\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B}} \quad [B] = \frac{N}{Am} = \frac{Vs}{m^2} = Tesla = T$$

Magnetischer Fluss

$$\boxed{\Phi = \iint_A \vec{B}\,d\vec{A}, [\Phi] = Vs = Weber = Wb}$$

$$\boxed{\oint\!\!\oint_A = \vec{B}\,d\vec{A} = 0 \qquad \text{geschlossene Hüllfläche}}$$

Magnetische Feldstärke

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r}$$

$$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1, \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \frac{V\,s}{A\,m}$$

B ist somit materialabhängig, die magnetische Feldstärke nicht:

$$B = \mu_0 \mu_r H$$

magnetische Feldstärke entlang eines Kreisumfanges:

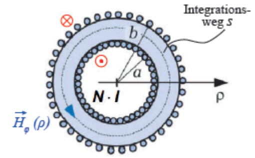
$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

Durchflutungsgesetz:

$$\boxed{\oint \vec{H}\,d\vec{s} = \Theta = \sum_{k=1}^{n} I_k = \iint_A \vec{J}\,d\vec{A}}$$

Das Integral über die magnetische Feldstärke H entlang eines geschlossenen Weges s, ist gleich der Summe der vom Weg s umschlossenen Ströme I_k. (Achtung Vorzeichen) Die Summe der umschlossenen Ströme wird Durchflutung genannt.

4.0.1 H-Feld in einer Ringkernspule



Querschnitt durch die Ringkernspule

$$\boxed{\Theta = NI = \oint_s \vec{H}d\vec{s}} \overset{\text{Spule}}{=} H2\pi r$$

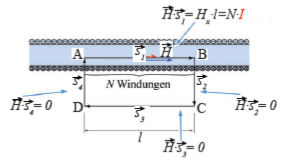
$$\to \boxed{H = \frac{NI}{2\pi r}}$$

Für das Feld innerhalb und ausserhalb gilt:

$$\Theta = 0 = \oint_S \vec{H}d\vec{s} = H2\pi r \to H = 0 \quad \text{innerhalb}$$

$$\Theta = NI{-}NI = \oint_S \vec{H}d\vec{s} = H2\pi r \to H = 0 \quad \text{ausserhalb}$$

4.0.2 H-Feld in einer Zylinderspule



$$NI = \underbrace{\vec{H}_1\vec{s}_1}_{H_x l} + \underbrace{\vec{H}_2\vec{s}_2}_{=0} + \underbrace{\vec{H}_3\vec{s}_3}_{=0} + \underbrace{\vec{H}_4\vec{s}_4}_{=0} = H_x l$$

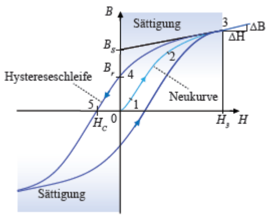
$$\to \boxed{H_x = \frac{NI}{l}}$$

→ Stromdurchflossene Zylinderspule hat nach aussen gleiche Magnetische Eigenschaften wie Stabmagnet.

Materie im Magnet: Breitet sich eine Magnetfeld in Materie aus, so hat die magnetische Eigenschaft des Stoffes Einfluss auf die Stärke des Feldes. Die Flussdichte weist also bei gleicher Feldstärke H nicht den gleichen Wert auf wie in Vakuum. $B = \mu_0\mu_r H$

- Diamagnetische Stoffe: $\mu_r < 1 \rightarrow$ schwächen äusseres Magnetfeld leicht ab, werden von Magneten leicht abgestossen
- Paramagnetische Stoffe: $\mu_r > 1 \rightarrow$ verstärken äusseres Magnetfeld leicht, werden von Magneten schwach angezogen
- Ferromagnetische Stoffe: $\mu_r >> 1 \rightarrow$ verstärken äusseres Magnetfeld stark, einheitliche Ausrichtung der Dipole (Weisssche Bezirke)

4.1 Hysterese



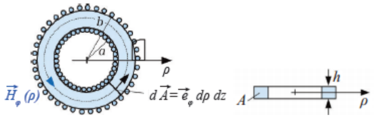
- $H = 0 : B_r$ bleibt; Remanenz-Flussdichte
- $B = 0 : H_C$ = Koerzitivfeldstärke
- $T > T_{Curie} : \mu_r \approx 1$ ferr.magn. Eigensch. gehen verloren
- $H > H_3 : \Delta B/\Delta H = \mu_0$ = Steigung
- $H = 0 : B_S$ = Sättigungsflussdichte
- Schmale Schleife = magn. weich
- Breite Schleife = magn. hart
- Fläche $\propto$ Verlusten für Umlauf der Hysterelinie

4.2 Induktivität

Induktivität = Verhältnis des gesamten magnetischen Flusses Ψ zu dem Strom der den Fluss verursacht:

$$\boxed{L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I}}, \quad [L] = 1Vs/A = Henry = H$$

4.2.1 Ringkernspule



$$\Phi_A = \iint_A \vec{B}\, d\vec{A} = \mu_r\mu_0\frac{NI}{2\pi}\int_a^b \frac{h}{\rho}d\rho = \mu_r\mu_0\frac{NIh}{2\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$\Psi = N\Phi_A$$

Der Fluss ausserhalb des Kernes wird vernachlässigt.

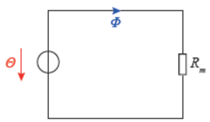
$$\boxed{L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi_A}{I} = \mu_r\mu_0 N^2\frac{h}{2\pi}\ln\frac{b}{a}}$$

Für dünne Ringkernspulen, $a \approx b$ ist die Flussdichte durch die Fläche A appr. konstant. Der Fluss kann mit der mittleren Weglänge l abgeschätzt werden (beachte analoge Struktur zur Berechnung des Widerstandes eines Leiters):

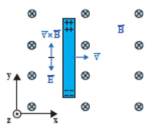
$$\boxed{\Phi = BA = \mu HA = \frac{NI}{R_m} = \mu\frac{NI}{l}A \rightarrow NI = \Phi\frac{l}{\mu A}}$$

$$\boxed{R_m = \frac{l}{\mu A} \underset{\Phi=\frac{NI}{R_m}}{\overset{L=\frac{N\Phi}{I}}{=}} \frac{N^2}{L} \quad \textbf{magn. Widerstand/Reluktanz}}$$

$$\boxed{\Theta = \Phi R_m \quad \textbf{Ohm-Gesetz: magn. Kreis}}$$



Bewegte Leiter im Magnetfeld



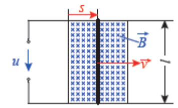
Lorentzkraft vs. Coulombkraft:

$$\vec{F}_m = Q\vec{v}\times\vec{B} \leftrightarrow \vec{F}_C = Q\vec{E}$$

Kräftegleichgewicht, wenn $|\vec{F}_C| = |\vec{F}_m|$:

$$\boxed{\vec{E}_i = \vec{v}\times\vec{B} \quad \textbf{Induzierte Feldstärke}}$$

$$\boxed{U_{ind} = El_{12} \quad \textbf{Induzierte Spannung}}$$



$$u = Bl\frac{ds}{dt} \rightarrow d\Phi = B\,l\,ds$$

Wicklung mit N Windungen:

$$\boxed{u = N\frac{d\Phi}{dt}(= -u_i)}$$

Selbstinduktion Die Flussänderung führt zu einer Spannungsinduktion. Für einen idealen Leiter ($R \rightarrow 0$) ist die induzierte Spannung gleich der an der Spule anliegenden Spannung u :

$$u = N\frac{d\Phi}{dt}$$

Für eine Spule mit linearem Kernmaterial (z.B. Luft) ist der Strom i und der verkettete Fluss $N\Phi$ über die Induktivität L verknüpft. Damit folgt:
Spannungs- und Stromgleichungen für Induktivität:

$$\boxed{u_L = L\frac{di_L}{dt} \quad \leftrightarrow i_L = \frac{1}{L}\cdot\int u_L dt}$$

L = konstante Induktivität der Spule.

$$u_{ges} = \sum_{k=1}^{n} u_k = \sum_{k=1}^{n} L_k\frac{di}{dt} = L_{ges}\frac{di}{dt}$$

$$\rightarrow \boxed{L_{ges} = \sum_{k=1}^{n} L_k \quad \text{Reihenschaltung}}$$

$$\frac{d}{dt}i_{ges} = \frac{d}{dt}\sum_{k=1}^{n} i_k = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k}u = \frac{1}{L_{ges}}u$$

$$\rightarrow \boxed{\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{L_k} \quad \text{Parallelschaltung}}$$

Induktivitätsverhalten:

Hohe Frequenzen	$f \rightarrow \infty$	Leerlauf
Gleichstrom	$f = 0$	Kurzschluss
Schaltzeitpunkt	$t = 0$	Leerlauf
Eingeschwungen	$t \rightarrow \infty$	Kurschluss

4.2.2 Energie in der Induktivität

$$dW = uidt = L\frac{di}{dt}idt = Lidi$$

im Magnetfeld gespeicherte Energie W:

$$W = L\int_0^I i\,di \rightarrow \boxed{W = \frac{1}{2}LI^2}$$

Alternativ:

$$dW = uidt = N\frac{d\Phi}{dt}idt = Hld(BA) = HlAdB$$

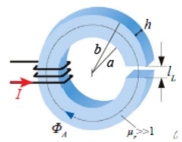
$$W = V\int_0^B H\,dB \rightarrow w_M = \frac{W}{V} = \int_0^B HdB$$

$$\xrightarrow{\text{konst. Perm.}} w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{B^2}{2\mu}$$

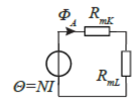
Die Induktivität hängt von der Permeabilität μ des Kernmaterials ab. Mit wachsender Durchflutung NI steigt die Feldstärke im Kern und sobald die Flussdichte B in den Bereich der Sättigung kommt, nimmt μ stark und nichtlinear ab. Somit nimmt auch der Induktivitätswert ab, d.h. L wird abhängig vom Strom.

4.2.3 Magnetischer Kreis mit Luftspalt

(Ziel: Luftspalt verhindert, dass Induktivitätswert L vom Strom abhängt)



Um konstante Induktivitäten für hohe Durchflutungswerte zu erhalten, fügt man einen Luftspalt der Länge l_L in den Kern. Die Berechnung der sich ergebenden Induktivität erfolgt mit dem Ohmschen Gesetz des magnetischen Kreises. Es folgt die Ersatzschaltung:



$$\boxed{\underbrace{\Theta}_{\text{Durchflutung}} = (R_{mK}+R_{mL})\Phi_A = R_m\Phi_A}$$

Mittlere Länge $l_m \approx \frac{2\pi(a+b)}{2} - l_L$ und Querschnittsfläche $A = (b-a)h$:

$$\boxed{R_{mK} = \frac{l_m}{\mu_0\mu_r A}}$$

Die Berechnung des magnetischen Widerstandes des Luftspalts ist nur in Sonderfällen und unter vereinfachten Annahmen möglich, da sich das Magnetfeld im umgebenden Luftraum ausdehnt (schwere Berechnung von wirksamer Querschnittsfläche A_W).

$$\boxed{R_{mL} = \frac{l_L}{\mu_0 A} \quad \text{kleine Lufspaltlänge } l_L}$$

Ohmsches Gesetz für magnetische Kreise

$$\boxed{\Theta = NI = \left(\frac{l_M}{\mu_0\mu_r A} + \frac{l_L}{\mu_0 A}\right)\Phi_A}$$

$$\boxed{\rightarrow \Phi_A = \frac{\Theta}{R_m} = NI\frac{\mu_r\mu_0 A}{l_m + l_L\mu_r} = NI\frac{1}{R_{mL} + R_{mK}}}$$

Annahme: Alle N Windungen umfassen den gesamten Fluss Φ_A

$$\boxed{\rightarrow L = \frac{N\Phi_A}{I} = N^2\frac{\mu_r\mu_0 A}{l_m + l_L\mu_r}}$$

$$\boxed{\overset{\mu_r\to\infty}{\rightarrow} L \approx N^2\frac{\mu_0 A}{l_L} = \frac{N^2}{R_{mL}}}$$

Der Induktivitätswert kann mittels l_L genau eingestellt werden und Materialtoleranzen können näherungsweise vernachlässigt werden.

$$L = N^2\frac{\mu_r\mu_0 A}{l_m + l_L\mu_r} = \boxed{\frac{1}{R_m}N^2 = A_L N^2 = L}$$

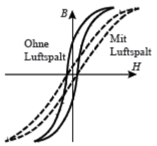
$$N = \sqrt{L\frac{l_m + l_L\mu_r}{\mu_r\mu_0 A}}$$

Der magnetische Widerstand R_m resp. A_L hängt nur von der Geometrie des Kerns / Material / evt. vorhandenen Luftspalt ab. Der Zusammenhang gilt auch für Kerne ohne Luftspalt, d.h. $l_L = 0$.

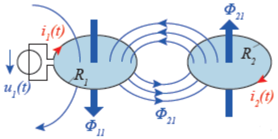
Die Flussdichte B soll für den maximal auftretenden Strom I deutlich unterhalb der Sättigungsflussdichte bleiben.

$$B = \frac{\Phi_A}{A} = \frac{\Psi}{NA} = \frac{LI}{NA} = I\sqrt{\frac{L}{A}\frac{\mu_r\mu_0}{l_m + l_L\mu_r}}$$

Daraus folgt, dass für gegebene Induktivität und Maximalstrom die Flussdichte mit steigender Luftspaltlänge abnimmt.



4.2.4 Magnetische Koppelung



Befindet sich in der Nähe einer stromführenden Spule 1 eine Spule 2, so verläuft ein Teil des magnetischen Flusses Φ_{11} auch durch Spule 2 (Φ_{21}). Man sagt die Spulen sind magnetisch gekoppelt. Ändert sich der durch Spule 1 fliessende Strom, wird neben der Selbstinduktion auch in Spule 2 eine Spannung u_2 induziert (Gegenseitige Induktion).

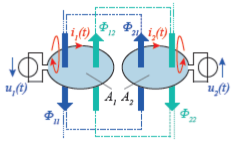
$$\boxed{u_2 = N_2\frac{d\Phi_{21}}{dt} = L_{21}\frac{di_1}{dt}}$$

$$\boxed{L_{12} = L_{21} = M \qquad \textbf{Gegeninduktivität}}$$

Das Verhältnis des Flusses durch beide Schleifen Φ_{21} zum Gesamtfluss Φ_{11} durch die Spule 1 wird als Koppelfaktor bezeichnet:

$$k_{21} = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}} \quad \left(k_{12} = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{22}}\right)$$

Mit dem Induktionsgesetz/Ohmschen Gesetz für magnetische Kreise ergibt sich:



$$u_1 = N_1\frac{d}{dt}(\Phi_{11} - \Phi_{12}) = L_{11}\frac{di_1}{dt} - L_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = N_2\frac{d}{dt}(-\Phi_{21} + \Phi_{22}) = -L_{21}\frac{di_1}{dt} + L_{22}\frac{di_2}{dt}$$

$$\overset{Gegenind.}{\rightarrow} k_{21} = \Phi_{21}/\Phi_{11} = M/L_{11} \quad k_{12} = ... = M/L_{22}$$

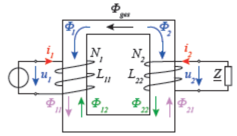
Gesamtfluss $\Phi_{ges} = \Phi_{11} - \Phi_{12} = \Phi_{21} - \Phi_{22}$, Annahme: $\Phi_{11} = \Phi_{21}$ und $\Phi_{22} = \Phi_{12}$:

$$u_1 = N_1\frac{d\Phi_{ges}}{dt}, u_2 = -N_2\frac{d\Phi_{ges}}{dt} \rightarrow \boxed{u_2 = -\frac{N_2}{N_1}u_1}$$

Das negative Vorzeichen ergibt sich aufgrund der gewählten Zählrichtung von u_2.

4.2.5 Idealer Transformator

Wicklungen mit Windungszahlen N_1 und N_2 sind auf gemeinsamen Kern. Annahmen: $\mu_r \rightarrow \infty$, Widerstände der Wicklungen $\rightarrow 0$, Hystereseverluste $\rightarrow 0$. Der gesamte von Wicklung 1 erzeugte Fluss Φ_1 fliesst durch Wicklung 2



$$\Theta = N_1 i_1 - N_2 i_2 = R_m\Phi_{ges} = \frac{l}{\mu A}(\Phi_1 - \Phi_2)$$

$$\overset{\mu_r\to\infty\to R_m\to 0}{=} 0 \rightarrow N_1 i_1 = N_2 i_2 \rightarrow \boxed{\frac{i_1}{i_2} = \frac{N_2}{N_1}}$$

Die Wicklung, die mit der Leistung liefernden Quelle verbunden ist, ist die Primärwicklung, die andere ist die Sekundärwicklung.

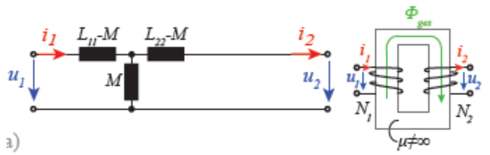
Der ideale Transformator ist verlustlos und speichert keine Energie, d.h. es wird nur Energie von der Primär- zur Sekundärwicklung übertragen.

Bezugsrichtung: Wählt man die Bezugsrichtungen i_1 und i_2 so, dass ein Strom auf den Punkt zu- und ein Strom vom Punkt wegfliesst, gilt: $i_1/i_2 = N_2/N_1$. Wählt man die Bezugsrichtung für u_1 und u_2 so, dass beide beim Punkt starten oder beide dort enden, dann gilt: $u_1/u_2 = N_1/N_2$.

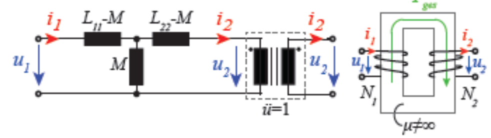
Ersatzschaltbild für Transformatoren(verlustfreier Übertrager)

$$u_1 = L_{11}\frac{di_1}{dt} - M\frac{di_2}{dt} = (L_{11} - M)\frac{di_1}{dt} + M\frac{d(i_1 - i_2)}{dt}$$

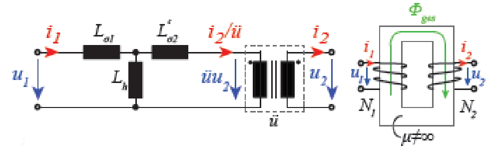
$$u_2 = M\frac{di_1}{dt} - L_{22}\frac{di_2}{dt} = M\frac{d}{dt}(i_1 - i_2) - (L_{22} - M)\frac{di_2}{dt}$$



Um das elektrische Verhalten und die galvanische Trennung zwischen Primär- und Sekundärseite abzubilden, braucht es folgendes Ersatzschaltbild mit zusätzlichem idealen Transformator mit Spannungsübersetzungsverhältnis ü=1 (unabhängig von N_1 und N_2). :

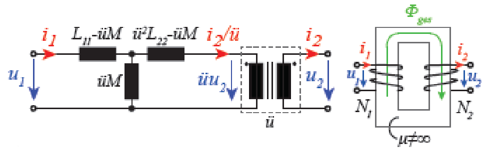


Das Übersetzungsverhältnis ü des idealen Trafos kann beliebig gewählt werden. Damit das ESB mit ü $\neq 1$ immer noch das Verhalten des ursprünglichen Trafos beschreibt, müssen neue Bauteilwerte eingeführt werden ($L_{\sigma 1}$ = primärseitige Streuinduktivität, $L_{\sigma 2}$ = sekundärseitige Streuinduktivität (auf Primärseite bezogen), L_h = Hauptinduktivität.



Durch Koeffizientenvergleich der Maschengleichungen für obige Abbildungen ergibt sich:

$$L_h = \text{ü}M, L_{\sigma 1} = L_{11} - \text{ü}M, L_{\sigma 2} = \text{ü}^2 L_{22} - \text{ü}M$$



Der Koppelfaktor k ergibt sich aus den Koppelfaktoren k_{12} und k_{21}:

$$k = \pm\sqrt{k_{12}k_{21}} = M/\sqrt{L_{11}L_{22}}, \quad |K| \leqslant 1$$

Streuung : (grosse Streuung $\rightarrow$ geringe Kopplung, d.h. nur ein kleiner Teil des Flusses durch Wicklung 1 fliesst auch durch Wicklung 2 und umgekehrt $\rightarrow$ lose gekoppelten Übertrager ($\neq$ fest gekoppelter Übertrager))

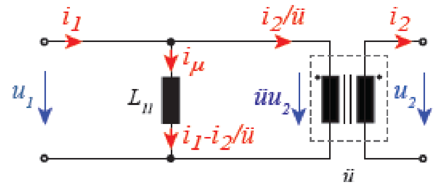
$$\sigma = 1 - k^2, \quad 0 \leqslant \sigma \leqslant 1$$

Folgerung durch Annahme:$L = A_L N^2$, beide Wicklungen auf gleichem Kern:

$$\frac{L_{11}}{L_{22}} = \frac{N_1^2 A_L}{N_2^2 A_L} \rightarrow \text{ü} = \frac{M}{L_{22}} = k\sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} = k\frac{N_1}{N_2}$$

verlustloser, streufreier Übertrager: $\sigma = 0 \rightarrow |k| = 1 \rightarrow$ Spannungsübersetzungsverhältnis ü:

$$\text{ü} = \sqrt{\frac{L_{11}}{L_{22}}} = \frac{N_1}{N_2} \quad \text{verlustlos, streufrei}$$

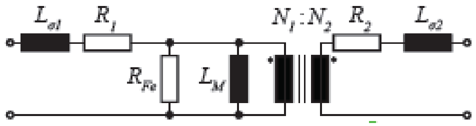


Der Primärstrom (aus obiger Abbildung) setzt sich zusammen aus:

$$i_1 = i_2\frac{N_2}{N_1} + i_\mu \quad i_\mu = \frac{1}{L_M}\int u_1 dt$$

i_μ ist der Magnetisierungsstrom; er ist notwendig für den Aufbau des Flusses Φ_{11}. Für magnetisch unendlich gut leitendes Kernmaterial $\mu_r \to \infty$ wird L_{11} ebenfalls unendlich und der Magnetisierungsstrom verschwindet.

Nun werden Wicklungsverluste (R_1, R_2 , abhängig von Frequenz wegen zusätzlichen Verlusten durch Wirbelströme) und Ummagnetisierungsverluste im Kern berücksichtigt (R_{Fe}. Kernverluste hängen stark von den nichtlinearen Eigenschaften (Temperatur, Frequenz, maximale Flussdichte) des Kernmaterials ab.



Streuinduktivität (stark abhängig vom geometrischen Aufbau des Trafos)
L_σ wird mit Hilfe der Energie im Magnetfeld berechnet, die gleich der in L_σ gespeicherte Energie sein muss. Verlauf des Magnetfeldes notwendig:

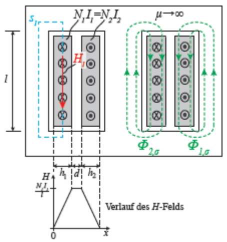
$$\oint_{s_1} \vec{H}d\vec{s}_1 = H_1 l = N_1 I_1 \frac{x}{h_1} \quad \text{mit } H = 0 \text{ im Kern}$$

$$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2$$

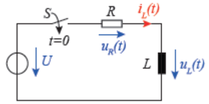
$$\to W = \int w_m dV = \frac{\mu_0}{2}\int_0^{h_1+d+h_2} H^2 l\, l_W dx = \frac{L_\sigma I_1^2}{2}$$

Auf die Primärseite bezogene Streuinduktivität L_σ :

$$L_\sigma = \mu_0 N_1^2 \frac{l_W}{l}\left(\frac{h_1}{3} + d + \frac{h_2}{3}\right) \approx 2L_{\sigma 1} \approx 2\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 L_{\sigma 2}$$



4.3 Transiente Vorgänge in RL-Netzwerken



$$U = u_R(t) + u_L(t) = Ri_L(t) + L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$i_L(t) = i_{Lh}(t) + i_{Lp}(t), \quad i_L(t=0) = 0$$

$$\xrightarrow{di_{Lp}(t)/dt=0} 0 = Ri_{Lh}(t) + L\frac{d}{dt}i_{Lh}(t) \to \text{homogene DGL}$$

$$\to U = Ri_{Lp}(t) + L\frac{d}{dt}i_{Lp}(t) \to i_{Lp} = \frac{U}{R}$$

Den Endwert des Induktivitätsstroms ergibt sich, wenn mann die Induktivität (gedanklich) kurschliesst; der sich für diesen Fall einstellenden Induktivitätsstrom ist gleich dem Endwert.
Ansatz: $i_{Lh}(t) = ke^{pt}$

$$0 = Rke^{pt} + Lpke^{pt} \to p = -\frac{R}{L}, \quad L/R = \tau = \text{Zeitkonstante}$$

$$\to i_L(t) = \frac{U}{R} + ke^{-\frac{R}{L}t} = \frac{U}{R} + ke^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_L(t=0) = 0 = \frac{U}{R} + k \to k = -\frac{U}{R}$$

Für beliebiges R-L-Netzwerk mit max. 1 Induktivität und mind. 1 Widerstand gilt:

$$\boxed{i_L(t) = i_L(\infty) - [i_L(\infty) - i_L(0)]e^{-\frac{t-t_0}{L/R_{eff}}}}$$

$$\boxed{V_L = R_{eff}[I_L(t\to\infty) - I_L(t=0)]e^{-\frac{t-t_0}{L/R_{eff}}}}$$

Da die Energie in der Spule prop. zu i_L ist, folgt: Der Strom durch eine Induktivität ist immer stetig.

Maschenstromverfahren für transiente Vorgänge

$$\boxed{u_L = L\frac{di_L}{dt} \quad u_R = Ri_R \quad i_C = C\frac{du_C}{dt}}$$

- Ersetze Stromquellen durch Leerlauf, neue Elementarmasche.
- Weise jeder Elementarmasche Umlaufsinn zu
- Füge Stromquellen wieder ein, ergänze zusätzliche Maschenströme, die nur über eine Stromquelle fliessen und in Richtung des Stromes der Stromquelle weisen. Maschenstrom = Strom durch Stromquelle
- Aufstellen der Maschengleichungen mit Strom-Spannungsbeziehungen für R und L bzw. den unbekannten Kapazitätsspannungen
- Aufstellen der Strom-Spannungsbeziehung für Kapazitätsspannung mit Maschenströme als zusätzl. Gleichung

Die Anfangswerte der unbekannten Maschenströme erhält man dadurch, dassman für den Zeitpunkt $t = t_0$ die Kapazität durch eine Spannungsquelle U_{C0} und die Induktivität durch eine Stromquelle I_{L0} ersetzt.

5 Zeitabhängige Ströme und Spannungen

Strom-/Spannungsbeziehungen der Komponenten

$$u_R(t) = Ri_R(t),\ i_R(t) = u_R(t)\frac{1}{R} \quad \text{Widerstand}$$

$$u_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt},\ i_L(t) = \frac{1}{L}\int u_L(t)dt, \quad \text{Indukt.}$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C}\int i_C(t)dt, i_C = C\frac{du_C(t)}{dt} \quad \text{Kond.}$$

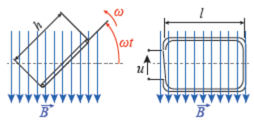
Wechselstrom: Mittelwert des Stromes = 0
Mischgrösse: Überlagerung einer Gleich- und einer Wechselgrösse
Sinusförmige Signale

$$\Phi = BA = Bhl\cos(\omega t)$$

$$\to u = -N\frac{d\Phi}{dt} = NBhl\omega\sin(\omega t)$$

$$\hat{u} = NBhl\omega \to u = \hat{u}\sin(\omega t)$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}}$$

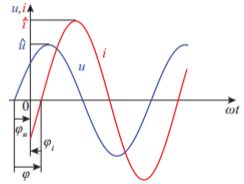


5.0.1 Phase und Phasenverschiebung

$$u = \hat{u}\sin(\omega t + \phi_u) \quad \phi_u > 0$$

$$i = \hat{i}\sin(\omega t + \phi_i) \quad \phi_i < 0$$

$$\phi = \phi_u - \phi_i \quad \phi > 0 \quad \text{Phasenverschiebungswinkel}$$



5.0.2 Zeitlicher Mittelwert des Betrages = Gleichrichtwert

$$\boxed{|\bar{i}| = \frac{1}{T}\int_0^T |i|dt}$$

$$\boxed{|\bar{i}| = \frac{2}{\pi}\hat{i}} \quad \text{Sinusförmig}$$

5.0.3 Effektivwert

Verluste einer zeitabhängigen Grösse:
Erzeugt ein periodisch zeitabhängiger Strom in einem Widerstand im Mittel die gleiche Wärmeleistung / Verluste wie ein Gleichstrom, so ist der Effektivwert des Stromes gleich dem Wert dieses Gleichstroms.

$$W \overset{p=i^2R}{=} \int_0^T pdt = \int_0^T i^2Rdt \to P = \frac{W}{T} = \frac{1}{T}\int_0^T i^2Rdt$$

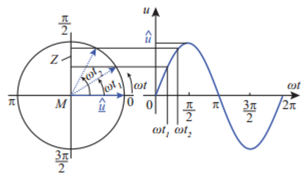
$$P_{DC} = I^2R \quad \text{Wärmeleistung Gleichstrom}$$

$$\xrightarrow{P_{DC}=P} I^2R = \frac{1}{T}\int_0^T i^2Rdt \to \boxed{I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2dt}}$$

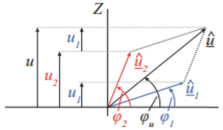
$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \quad \text{Sinusförmig}$$

5.1 Zeigerdiagramme

Zeiger $\hat{u}$:



Oft wird für die Länge der Zeiger der Effektivwert verwendet. Man erhält Effektivzeiger, die um $\sqrt{2}$ geringere Länge haben als die Spitzenwertzeiger.
Der Vorteil der Zeigerdarstellung zeigt sich bei der Addition zweier phasenverschobener Wechselgrössen mit gleicher Frequenz.



Summen-Wechselspannung und Phasenwinkel:

$$u = u_1 + u_2 \qquad \phi_u$$

$$\boxed{u = \hat u \sin(\omega t + \phi_U) \quad \underline{U}' = U e^{j(\omega t + \phi_U)}, \quad U = \frac{\hat u}{\sqrt{2}}}$$

$$\underline{U}' = \underbrace{U e^{j\phi_u}}_{\text{zeitunabhängig}} \cdot \underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{zeitabhängig}}$$

$\to$ $\boxed{\underline{U} = U e^{j\phi_u} \quad \text{Zeiger für sinusförm. Spannung u(t)}}$

5.2 Einfache Wechselstromnetzwerke

Es wird immer der Effektivwert verwendet und der Strom als Bezugsgrösse für den Phasenwinkel.

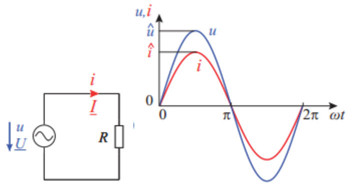
5.2.1 Widerstand im Wechselstromkreis:

$$u = \hat u \sin(\omega t) = i = \frac{u}{R} = \frac{\hat u}{R}\sin(\omega t) \quad \text{in Phase}$$

$$\to \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R}$$

$$\underline{Z}_R = R = \text{Wirkwiderstand}$$

$$\underline{Y}_R = \frac{1}{R} = G$$



5.2.2 Induktivität im Wechselstromkreis:

$$i = \hat i \sin(\omega t) \to u = L\frac{di}{dt} = \underbrace{\hat i \omega L \cos(\omega t)}_{=\hat i \omega L \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}$$

$$I = \frac{U}{\omega L} \quad \text{Effektivwert d. Stroms}$$

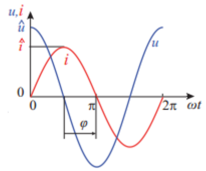
$$X_L = \omega L, \ [X_L] = \Omega \quad \text{Blindwiderstand/Reaktanz}$$

$$-\frac{1}{X_L} = B_L \quad \text{Blindleitwert/Suszeptanz}$$

$$\boxed{\underline{U}' = L\frac{d\underline{I}'}{dt} \to \underline{U} = \underbrace{j\omega L \underline{I}}_{\text{Effekt.wert } U = I\omega L}}$$

$$\underline{Z}_L = j\omega L \qquad \underline{Y}_L = \frac{1}{j\omega L} = jB_L$$

Spannung eilt gegenüber dem Strom um 90° vor.



5.2.3 Kondensator im Wechselstromkreis

$$q = Cu \to idt = C\,du \to \boxed{i = C\frac{du}{dt}}$$

$$u = \hat u \sin(\omega t) \to i = C\frac{du}{dt} = \omega C \hat u \cos(\omega t)$$

Spannung eilt gegenüber Strom um 90° nach.

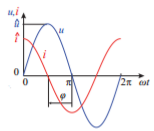
$$I = \omega C U \quad \text{Effektivwert des Stromes}$$

$$X_C = -\frac{1}{\omega C} \quad \text{Blindwiderstand / Reaktanz}$$

$$B_c = \omega C \quad \text{Blindleitwert/Suszeptanz}$$

$$\underline{I}' = C\frac{d\underline{U}'}{dt} \to \boxed{\underline{I} = \underbrace{j\omega C \underline{U}}_{\text{Effekt.wert } I = \omega C U}}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} \qquad \underline{Y}_C = j\omega C = jB_C$$



Impedanz $\underline{Z}$ = Allg. Komplexe Ausdrücke
Admittanz = Kehrwert von Impedanz

5.2.4 Reihen- und Parallelschaltung von Impedanzen

Reihenschaltung

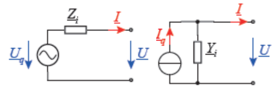
$$\underline{Z}_{ges} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Z}_k \text{ und } \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \text{ bzw. } \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_{ges}} = \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_{ges}}$$

Parallelschaltung

$$\underline{Y}_{ges} = \sum_{k=1}^{n} \underline{Y}_k \text{ und } \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_2} \text{ bzw. } \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_{ges}} = \frac{\underline{Y}_1}{\underline{Y}_{ges}}$$

Ersatzspannungsquelle
Die Quellenspannung $\underline{U}_q$ ergibt sich wie im Gleichstromkreis aus dem Leerlauf der Schaltung, d.h. $|\underline{Z}_a| \to \infty$ und die Ersatzinnenimpedanz $\underline{Z}_i$ aus der Leerlaufspannung und dem Kurzschluss-Strom $\underline{I}_k$:

$$\underline{Z}_i = \frac{\underline{U}_q}{\underline{I}_k}$$



5.3 AC-Kreis

5.3.1 Induktivität und Reihendwiderstand

Zeitbereich:

$$u = \hat u \sin(\omega t + \phi) \quad i = \hat i \sin(\omega t) \quad 0 < \phi < 90°$$

$$\hat u \sin(\omega t + \phi) = Ri + L\frac{di}{dt} = R\hat i \sin(\omega t) + \omega L \hat i \cos(\omega t)$$

$$\phi = -\arctan\frac{\omega L}{R} \qquad \hat i = \frac{\hat u}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\boxed{Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \quad \text{Scheinwiderstand}}$$

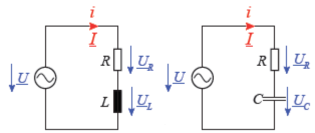
Z gibt nur das Verhätlnis der Amplituden / Effektivwerte an (nicht Zeitfunktion). **Komplexe Darstellung:**

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L = R\underline{I} + j\omega L\underline{I}$$

$$\to \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R + j\omega L} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

$$\boxed{\underline{Z} = R + j\omega L \quad \text{Impedanz}}$$

$$\phi = \arctan\frac{U_L}{U_R} = \arctan\frac{\omega L}{R}$$



5.3.2 Kondensator und Reihenwiderstand

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C = \left(R + \frac{1}{j\omega C}\right)\underline{I} = \left(R - j\frac{1}{\omega C}\right)\underline{I}$$

$$\to \underline{I} = \frac{\underline{U}}{R - j\frac{1}{\omega C}}, \quad Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\phi = -\arctan\frac{1}{\omega CR}$$

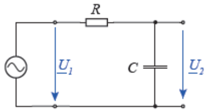
Frequenzabhängiger Spannungsteiler:

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_C = \underline{I}\frac{1}{j\omega C} = \frac{\underline{U}_1}{R + \frac{1}{j\omega C}}\frac{1}{j\omega C}$$

$$\to \phi = -\arctan \omega RC \qquad \boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{+(\omega RC)^2}}}$$

für Grenzfrequenz f_g zwischen Durchlass- und Sperrbereich:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{bei } f_g$$



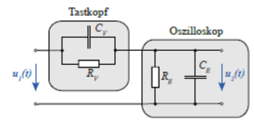
5.3.3 Frequenzkompensierter Spannungsteiler

$$\underline{Z}_E = \frac{R_E\frac{1}{j\omega C_E}}{R_E + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_E}{\underline{Z}_E + \underline{Z}_V} = \frac{R_E}{R_E + R_V\frac{1 + j\omega R_E C_E}{1 + j\omega R_V C_V}}$$

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \overset{!}{=} \frac{R_E}{R_E + R_V} \overset{!}{=} \frac{1}{n} \to \boxed{\frac{R_E}{R_V} = \frac{C_V}{C_E}}$$

$$\to \boxed{R_V = (n-1)R_E \quad \text{und} \quad C_V = \frac{C_E}{n-1}}$$

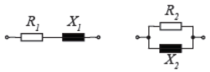


5.3.4 Umwandlung von Reihen- und Parallelschaltung

Gleichsetzten der Admittanzen:

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{R_1 + j\underline{X}_1} = \underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2} - j\frac{1}{X_2}$$

$$\boxed{R_2 = \frac{R_1^2 + X_1^2}{R_1} \qquad X_2 = \frac{R_1^2 + X_1^2}{X_1}}$$



5.4 Leistung im Wechselstromkreis

Ohmscher Widerstand:

$$u = \hat{u}\sin(\omega t) \quad i = \hat{i}\sin(\omega t)$$

$$p = ui = \hat{u}\hat{i}\sin^2(\omega t) = \frac{1}{2}\hat{u}\hat{i}[1 - \cos(2\omega t)]$$

$$p = \underbrace{UI - UI}_{\text{zeitl. Mittelwert}} \cos(2\omega t)$$

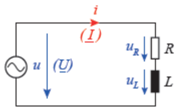
Ohmscher Widerstand + Induktivität

$$u = \hat{u}\sin(\omega t + \phi) \quad i = \hat{i}\sin(\omega t)$$

$$\text{bzw.} u_R = \hat{u}_R\sin(\omega t) \quad u_L = \hat{u}_L\sin(\omega t + \pi/2)$$

$$p_R = iu_R = \hat{i}\hat{u}\cos\phi\frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t))$$

$$p_L = iu_L = \hat{i}\hat{u}\sin\phi\sin(\omega t)\cos(\omega t)$$



Allg. Wechselstromverbraucher $\underline{Z}$

$$u = \hat{\sin}(\omega t + \phi) \qquad i = \hat{i}\sin(\omega t)$$

$$p = ui = \hat{u}\hat{i}\sin(\omega t + \phi)\sin(\omega t)$$

$$p = \frac{1}{2}\hat{i}\hat{i}[\cos\phi - \cos(2\omega t + \phi)] = UI\cos\phi - UI\cos(2\omega t + \phi)$$

$$\boxed{P = UI\cos\phi \qquad \text{Wirkleistung (zeitl. Mittelwert)}}$$

5.4.1 Blindleistung:

Obiges Beispiel mit Kondensator:

$$p = UI\cos\phi - UI\cos(2\omega t + \phi) \overset{\phi = 90^\circ}{=} -UI\cos(2\omega t + 90^\circ)$$

Zeitlicher Mittelwert ist 0, Kondensator nimmt Energie im elektrischen Feld auf und entlädt sich (und liefert Energie an Quelle).

$$\boxed{Q = UI\sin\phi \qquad \text{Blindleistung}}$$

- Induktiver Verbraucher:
  $Q = +UI\frac{U^2}{\omega L} = I^2\omega L > 0 \quad \text{da } \phi > 0$
- Kapazitiver Verbraucher:
  $Q = -UI = -U^2\omega C = -I^2\frac{1}{\omega C} < 0 \quad \text{da } \phi < 0$

5.4.2 Scheinleistung

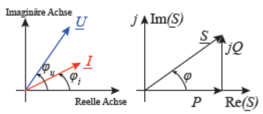
$$\boxed{S = UI \qquad \textbf{Scheinleistung:}}$$

$$\cos\phi = \frac{P}{S} = \frac{\text{Wirkleistung}}{\text{Scheinleistung}} \qquad \textbf{Leistungsfaktor}$$

$$P = S\cos\phi, Q = S\sin\phi, \quad \rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\underline{S} = \underline{UI}^* = Ue^{j\phi_u}Ie^{-j\phi_i} = Se^{j(\phi_u - \phi_i)} = Se^{j\phi}$$

$$\rightarrow \underline{S} = S\cos\phi + jS\sin\phi \rightarrow \boxed{\underline{S} = P + jQ = \underline{UI}^*}$$



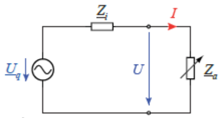
5.4.3 Leistungsanpassung

$$\underbrace{\underline{Z}_i = R_i + jX_i}_{\text{Innenimpedanz}} \quad \underbrace{\underline{Z}_a = R_a + jX_a}_{\text{Verbraucher}}$$

$$|\underline{I}| = \frac{|\underline{U}_q|}{|\underline{Z}_i + \underline{Z}_a|}$$

$$P = I^2R_a = \frac{U_q^2R_a}{(R_i + R_a)^2 + (X_i + X_a)^2}$$

$$\rightarrow X_i = -X_a \rightarrow \boxed{Z_a = Z_i^*}$$

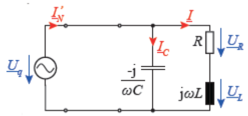


5.4.4 Blindleistungkompensation

Strom unterteilt sich in Wirkstrom und Blindstrom.

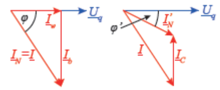
$$\underline{I} = \underline{I}_W + \underline{I}_b$$

Der Blindstrom verursacht die pendelnde Blindleistung. Dadurch entstehen in den Verbindungsleitungen Ohmsche Verluste. Der Blindstrom kann durch Hinzuschalten eines Kondensators reduzierte werden:



$$I_C = I_W\tan\phi - I_W\tan\phi' \quad \phi' = \text{Ges.leist.fakt.}$$

$$I_W = I\cos\phi, I_C = U\omega C \rightarrow C = \frac{I_C}{\omega U}$$

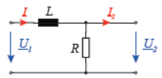


6 Filter und Schwingkreise

6.0.5 Tiefpass Filter

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_1}{R + j\omega} \rightarrow \underline{U}_2 = \underline{I}R = \underline{U}_1\frac{R}{R + j\omega L}$$

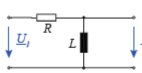
$$\phi = -\arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \text{ und } \boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}}$$

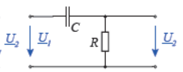


6.0.6 Hochpass Filter

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}_1}{R + j\omega L} \rightarrow \underline{U}_2 = \underline{I}j\omega L = \underline{U}_1\frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right) \rightarrow \boxed{\frac{U_2}{U_1} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}}$$

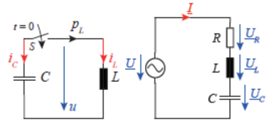




6.0.7 RLC-Serienschwingkreis

Nach Schliessen von S beginnt Strom i zu steigen. Während u_c sinkt und i steigt, wird Energie vom Kondensator in die Spule übertragen. Ist C nahezu entladen, erreicht i sein Maximum. Die Selbstinduktionsspannung treibt den Strom in die gleiche Richtung weiter, s.d. C in umgekehrte Richtung aufgeladen wird.
Schwingkreis = mind. 1 Kapazität, mind. 1 Induktivität.
Gespeicherte Energie:

$$w(t) = w_C(t) + w_L(t) = \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = const$$



$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C = (R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})\underline{I} = \underline{ZI}$$

$$\boxed{\rightarrow \underline{Z} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

Resonanzfrequenz $f_r = \omega_r/(2\pi)$

$$\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0 \rightarrow \boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

Spannungsüberhöhung bei Resonanzfrequenz: Güte Q = Verhältnis von gesamter gespeicherten Energie W_{ges} zu den ohmschen Verlusten ΔW:

$$Q_S = \frac{2\pi W_{ges}}{|\Delta W|} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{R\omega C} \approx \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U}$$

Maxima von Spulen- und Kondensatorspannung (neben ω_r):

$$\frac{U_L}{U} = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

$$\overset{\frac{dU_L}{d\omega} = 0}{\longrightarrow} \omega_{C,L} = \omega_r\left(\sqrt{1 - \frac{d_s^2}{2}}\right)^{\pm 1} \qquad d_s = \frac{1}{Q_S}$$

6.0.8 RLC-Parallelschwinkreis

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_L + \underline{I}_C = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C\right)\underline{U} = \underline{YU}$$

$$\rightarrow \underline{Y} = G + j(\omega C - \frac{1}{\omega L}) \quad \text{Admittanz}$$

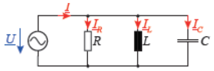
$$\omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0 \rightarrow \boxed{\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\pi f_r}$$

Die Resonanzfrequenz des Parallelschwingkreises ist identisch mit der Resonanzfrequenz des Serienschwingkreises.
Ströme $\underline{I}_C, \underline{I}_L$ können bei Resonanz höhere Werte als Gesamtstrom $\underline{I}$ annehmen.

$$Q_P = \frac{2\pi W_{ges}}{|\Delta W|} = R\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\omega_r C}{1/R} = \frac{1/\omega_r L}{1/R} \approx \frac{I_l}{I} = \frac{I_C}{I}$$

I_L und I_C sind Stromeffektivwerte.

$$\boxed{d = \frac{1}{Q} \quad \text{Dämpfung}}$$



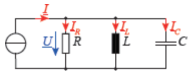
Stromquelle

- $f \rightarrow 0$: gesamter Strom fliesst durch Induktivität, da $X_l = \omega L \rightarrow 0$
- $f \rightarrow \infty$: gesamter Strom durch Kapazität, da $|X_C| = \frac{1}{\omega C} \rightarrow 0$
- $f = f_r$: gesamter Strom durch Widerstand mit $i_L = -i_C$

Maxima von Spulen- und Kondensatorstrom (neben ω_r):

$$\frac{I_C}{I} = \frac{\omega C}{|\underline{Y}|} = \frac{\omega C}{\sqrt{G^2 + (\omega C - \frac{1}{\omega L})^2}}$$

$$\xrightarrow{\frac{dI_C}{dt}=0} \omega_{L,C} = \omega_r \left(\sqrt{1 - \frac{d_P^2}{2}} \right)^{\pm 1}$$



6.1 Ersatzschaltbilder realer Bauelemente

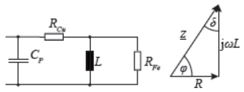
6.1.1 Parasitäre Effekte bei Spulen

Spulengüte Q_L und Verlustfaktor d:

$$\boxed{Q_L = \frac{\omega L}{R} \qquad d = \tan\delta = \frac{R}{\omega L}}$$

$$\delta = 90° - \phi \quad \text{Verlustwinkel}\delta$$

Spule mit Eisenkern: Zusätzliche Hystereseverluste (realisiert mit Parallelschaltung von R_{Fe}); diese sind ca. proport. zur Amplitude der Flussdichte, welche über Selbstinduktion direkt mit der Spnnung gekoppelt ist.
Wicklungskapazität: Oberhalb der Resonanzfrequenz dominiert der Einfluss der Kapazität; Spule kann nicht als Induktivität genutzt werden.
Man versucht, die parasitäre Kapazität zu verhindern (z.B. mit einlagigen Spulen)



6.1.2 Parasitäre Effekte bei Kondensatoren

Kondensator mit Dielektrikum weist kleiner **Leckstrom** auf (Parallelwiderstand R_P).

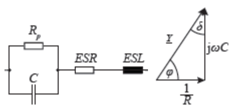
$$\boxed{Q_L = \frac{\omega L}{R}}$$

$$\boxed{d = \tan\delta = \frac{R}{\omega L} \quad \text{Verlustwinkel}}$$

$$d = \tan\delta = \frac{1/R}{\omega C}, \quad C = \varepsilon_0 \varepsilon_r A/s$$

$$\rightarrow \boxed{d = \tan\delta = \frac{\kappa}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_r} \quad R = \frac{s}{\kappa A}}$$

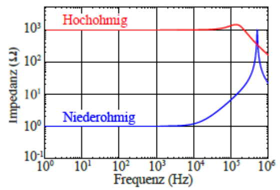
κ = Leitfähigkeit, s = Plattenabstand.
Umpolarisierungsverluste durch Wechsel der Polarisationsrichtung der Dipole (R_{ESR}).
Wechselstrom erzeug int Zuleitungen magnetisches Feld. (L_{ESL})
Der Parallelwiderstand macht sich im Bereich niedriger Frequenzen bemerkbar, wo $X_C = -\frac{1}{\omega C}$. Die Serieninduktivität bildet mit der Kapazität C einen Serienschwingkreis. Im Bereich der Resonanzfrequenz limitiert dabei der Serienwiderstand die minimale Impedanz.



6.1.3 Parasitäre Effekte bei Widerständen

Niederohmige Lastwiderstände haben grosse parasitäre Induktivität (Eigeninduktivität L, Verringerung durch bifiliare Wicklungen $\rightarrow$ parasitäre Eigenkap. erhöht sich), parasitäre Kapazität C (Eigenkapazität) zwischen Drähten

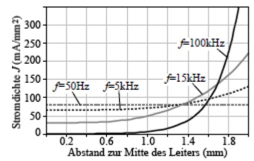
- Niederohmig + kleine Betriebsfrequenz $\rightarrow$ parasitäre Eigenkapazität vernachlässigbar
- Hochohmig $\rightarrow$ Serieninduktivität vernachlässigbar.

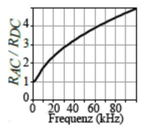


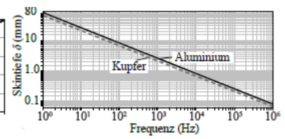
Der Wirkwiderstand erhöht sich mit zunehmender Frequenz, weil:
Der im Leiter fliessende Wechselstrom erzeugt ein magnetisches Wechselfeld H_φ; Dieses H-FEld rufct einen veränderlichen magn. Fluss durch F_1 hervor. Der veränderl. Fluss induziert ein E-Feld bzw. eine Spannung. Deshalb fliesst im Leiter ein zusätzl. Strom mit Stromdichte J im Kreis:
Wirbelstrom: Stromdichte in der Mitte wird abgeschwächt und am Rand verstärkt.

6.1.4 Skin-Effekt

Bei sehr hohen Frequenzen fliesst der Strom nur in einer dünnen Schicht an der Leiteroberfläche.
Stromverteilung im Leiter mit Radius 2mm:







6.1.5 Proximity Effekt

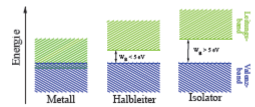
Liegt neben Leiter A ein Leiter B, erzeugt der zeitlich veränderliche Strom I_Z durch A ein magnetisches Wechselfeld H_φ durch F_1 in B. Es wird ein E-Feld in B induziert. Es fliesst ein Wirbelststrom in B. Der Gesamtstrom in B ändert sich aufgrund des induzierten Stromes nicht (es ändert sich nur die Stromverteilung).
Optimaler Leiterdurchmesser: Bei Vergrösserung des Leiterdurchmessers:

- verringern sich Verluste durch Skin-Effekt (obwohl zusätzl. Verluste durch Skin-Effekt), da Fläche F_1 vergrössert wird und DC-Widerstand sinkt. AC-Widerstand nimmt mit ab mit zunehm. Durchmesser.
- steigen Verluste durch Proximity Effekt, da Fläche, in der Wirbeströme induziert werden, zunimmt.

Verdrillen von dünnen Einzelleitern erlauben es die Skin-/Proximity-Effekt Verluste in bestimmten Frequenzbereichen zu reduzieren.

7 Halbleiter Bauelemente

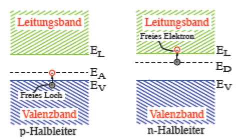
Im Valenzband ist jedes Elektron an das zugeh. Atom gebunden, im Leitungsband ist es frei. Für Halbleiter gilt:
Dem Elektron muss die sgn. Bandlückenenergie W_g zugeführt werden. ($W_g < 5eV \rightarrow$ Halbleiter, $W_g > 5eV \rightarrow$ Isolator).



7.0.6 Dotierung

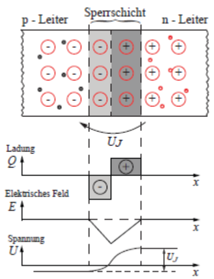
- Generation: Elektron ins Leitungsband $\rightarrow$ hinterlässt Loch
- Rekombination: Elektron füllt Loch auf

Zur Erhöhung der Leitfähigkeit wird der SI-Kristall mit 3- 5-wertigen Fremdatomen dotiert.
n-Halbleiter: Dotierung mit 5-wertigem Element (Donator): 5. Elektron ist frei (es gelangt vom Donatorniveau ins Leitungsband). Das zurückbleibende Atom ist positiv geladen.
p-Halbleiter: Dotierung mit 3-wertigem Element (Akzeptor). Ein Elektron fehlt; dieses wird durch ein benachbartes Elektron, das auf Akzeptorniveau E_A angehoben wird, ergänzt. Das Atom ist negativ geladen und es ensteht ein freies Loch.

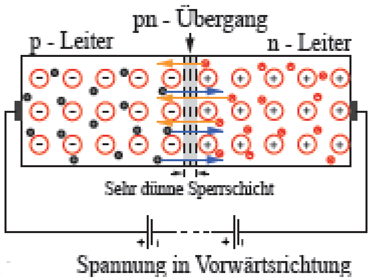


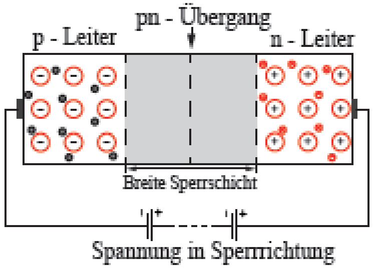
pn-Übergang
p-Leiter und n-Leiter grenzen aneinander; zu Beginn sind sie ungeladen.

Diffusion = Bewegung von Ladungsträgern (Elektronen aus n-Leiter in p-Leiter). Durch die fehlenden Ladungsträger resultiert ein E-Feld (→ Diffusionsspannung U_J, abhängig von Temp. und Dotierungsgrad). Die in den p-Leiter diffundierten Elektronen und die in den n-Leiter diffundierten Löcher rekombinieren, s.d. hochohmige Verarmungszone(Sperrschicht, Raumladungszone) entsteht (dort: keine freie Ladungsträger).

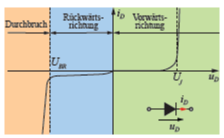


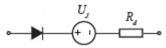
pn-Übergang mit äusserer Spannung:





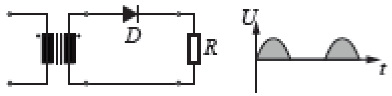
Diode: Bauelement bestehend aus pn-Übergang. Typische I-U-Kennlinie:
$u_D : i_D > 0$: Durchlassbereich mit Durchlassstrom ; Wird Spannung umgedreht, arbeitet die Diode im Sperrbereich.



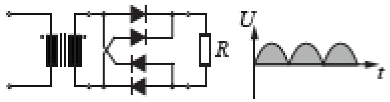


7.0.7 Ungesteurte Gleichrichter

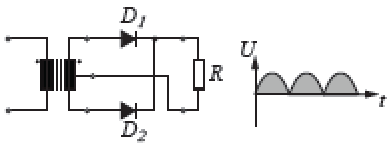
Gleichrichter wandeln Wechselspannung(-strom) in Gleichspannung (-strom) um. **Einwegrichter:** richtet nur eine Halbwelle



Brückengleichrichter (Zweiweggleichrichtung): 4 Dioden;



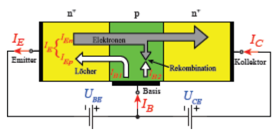
Mittelpunktrichter: für hohe Ausgangsströme

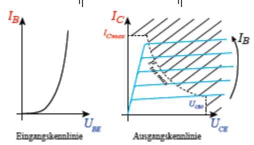


7.0.8 Bipolartransistor

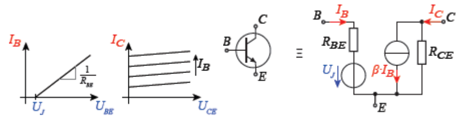
Die 3 Anschlüsse eines Bipolartransistors werden Kollektor (C), Basis (B), Emitter (E). Die beiden pn-Übergänge werden mit EB (Emitter Basis) bzw. CB (Kollektorbasis) abgekürzt. Mit einer positiven Spannung zwischen Kollektor & Emitter wird die Raumladungszone an EB abgebaut, an CB vergrössert. Wird zwischen Basis und Emitter eine positive Spannung angelegt, wird EB leitend (Elektronen vom Emitter in Basisschicht). Da die Basisschicht sehr dünn ist, werden meisten Ladungsträger in Kollektor injiziert (Elektronen fliessen vom Emitter zum Kollektor). Der Bipolartransistor ist stromgesteuert und es gilt ca.:

$$\beta = \frac{I_C}{I_B} \approx 5...1000 \quad \text{Stromverstärkung}$$





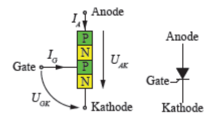
Annäherung der nichtlinearen Kennlinien:



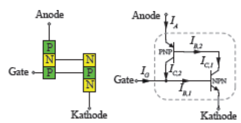
Widerstand R_{CE} modelliert Steigung der Ausgangskennlinie (Spannungsgefälle).
Das ESB gilt nur, wenn I_C und I_B fliessen können und in Reihe zur CE-Strecke eine Versorgungsspannung vorhanden ist.

7.0.9 Thyristor

Ein Thyristor besteht aus 3 pn-Übergängen und hat einen Anoden-, Kathoden-, Gate-Anschluss. Im Grundzustand sperrt die Anoden-Kathoden Strecke. Die AK-Strecke kann durch einen Gatestrom $I_G > 0$ für $U_{AK} > 0$ eingeschaltet werden. Die AK-Strecke bleibt nach Einschalten auch ohne I_G leitend, solange der Strom I_A nicht den sgn. **Haltestrom** I_H unterschreitet.



Einschalten: Mit $I_G > 0$ wird im parasitären npn-Trans. ein um die Stromverstärkung B grössere Kollektorstrom $I_{C,1}$ hervorgerufen ($I_{C,1} = I_{B,2} \rightarrow$ pnp-Trans. wird eingeschaltet $I_{C2} = i_{B,1}$).

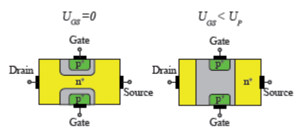


Ausschalten: Gelöscht/Ausgeschaltet, wenn $I_A < I_H$. Nach dem Löschen muss **Freiwertezeit** t_q gewartet werden, bevor die Spannung U_{AK} wieder positiv wird (sonst schaltet Thyristor wieder von alleine ein).

7.0.10 Feldeffekt(Unipoarer)-Transistor JFET

FeldEffektTransistor (JFET=junction FET): besteht aus Kanal aus Halbleitermaterial; pn-Übergang mit Raumladungszone (RLZ).

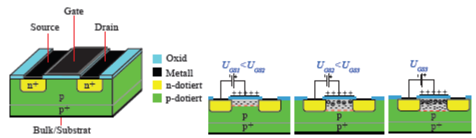
- $U_{GS} = 0 \rightarrow U_{DS} > 0$: Strom fliesst
- $U_{GS} < U_P \rightarrow I_D \approx 0$: Pinch-Off Spannung



JFET ist **spannungsgesteuert** und **selbstleitend**.

7.0.11 MOSFET (=Metal-Oxid Halbleiter FET)

Gate ist durch eine dünne Oxidschicht vom Kanal elektrisch isoliert.
Funktion: Bei Anlegen einer positiven U_{GS} wird die Kapazität (Gate, Dielektrikum, Bulk/Source) aufgeladen. Durch das E-Feld wandern Minoritätsladungsträger (Elektronen) (im Substrat (grün)) an die Grenze Substrat / Isolierschicht und rekombinieren mit den Majoritätsträgern (Löcher); lokale Verdrängung der Majoritätsladungsträger (Verarmung). Ab bestimmter Spannung U_{th} ist Verdrängung so gross, dass sie nicht mehr für Rekombination zur Verfügung stehen. Es kommt zu einer Ansammlung Minoritätsladungsträgern, wodurch das p-dotierte Substrat nahe der Isolierschicht n-leitend wird (Inversion).
Bei $U_{GS} = 0$ leitet der MOSFET nicht; selbstsperrend



7.0.12 IGBT

Bipolartransistoren mit isolierter Gate-Elektrode: Vorteile des Bipolartransistors (gutes Durchlassverhalten, hohe Sperrspannung, Robustheit) und des FETs (nahezu leistungslose Ansteuerung).
Solange U_{GE} unterhalb Schwellenspannung U_{th} des FETs ist, befindet sich IGBT im Sperrgebiet. Ist U_{GE} genügend gross wirkt er wie der MOSFET; unterhalb des Gates bildet sich ein leitender n-Kanal; dieser ermöglicht den Elektronentransport vom Emitter in die Epitaxieschicht. Der pn-Übergang ist in Durchlassrichtung geschaltet; aus dem p^+ Substrat werden Löcher in die Epitaxieschicht injiziert (→ Elektronen-Lochplasma, muss bie jedem Umschaltvorgang auf- bzw. abgbaut werden)