Übung 4
MRT + A
Dr. Christoph Eck

Aufgabe 1
Machen Sie sich mit der Exponentialfunktion e^x vertraut, indem Sie die Potenzreihenentwicklung anschreiben. Schreiben Sie ein kleines Matlab Skript, welches den prozentualen Fehler von e^1 grafisch darstellt, wenn man anstatt der unendlichen Reihe nach dem n-ten Glied (n=1..10) der Potenzreihenentwicklung abbricht. Definieren Sie hierbei e mit dem Matlab Befehl e=exp(1). Mit welchem Matlab Befehl kann die Fakultät berechnet werden?

Aufgabe 2
Betrachten Sie das Beispiel im Skript auf Seite 298 mit der Systemmatrix

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

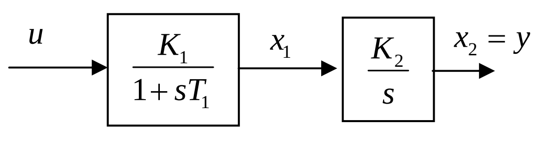
und dem gegebenen Anfangswert

$$x_0 = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \end{bmatrix}.$$

und der Vorgabe $t_0 = 0s$.

a) Schreiben Sie ein Matlab Skript welches den Verlauf der Zustandsvariablen $x_i(t)$ für $t = 0...10s$ berechnet unter der Annahme $u = 0$, d.h. die Lösung der homogenen Differentialgleichung. Verwenden Sie dabei die zugehörigen Exponentialfunktionen $e^{(..)}$.
b) Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der Zustandsvariablen. Skizzieren Sie ebenfalls den zeitlichen Verlauf der Zustandsvariablen in der Ebene welche durch die Zustandsvariablen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ aufgespannt wird.
c) Wiederholen, bzw. verifizieren Sie die Berechnungen von a) und b) indem Sie nun die Matlab Funktion expm(..) für die Berechnung der Transitionsmatrix e^{At} verwenden.

Aufgabe 3
Gegeben sei das folgende System



mit den Parametern $K_1 = 4, T_1 = 0.25s, K_2 = 0.1s^{-1}$.

a) Berechnen Sie das zugehörige Zustandsraummodell.

b) Berechnen Sie über die Laplace-Rücktransformation die Transitionsmatrix e^{At}. Verwenden Sie dabei eine Tabelle zur Laplace-Transformation.
c) Skizzieren Sie mit Matlab den Verlauf der Zustandsvariablen der homogenen Lösung mit $x_0 = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ indem Sie die unter b) berechneten Ergebnisse für die Programmierung benutzen.

Aufgabe 4
Gegeben sei die Systemmatrix

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -5 & -2 \end{bmatrix}$$

a) Wie lauten die Eigenwerte der Systemmatrix? Welchen grundsätzlichen Verlauf der Lösung der homogenen Zustandsdifferentialgleichung erwarten Sie?
b) Wählen Sie den Anfangswert

$$x_0 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$$

Berechnen Sie nun in Matlab die Lösung der homogenen Zustandsdifferentialgleichung für t=0..10s. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der einzelnen Zustandsvariablen $x_i(t)$ (i=1,2,3) der homogenen Lösung.
c) Verwenden Sie den Matlab-Befehl plot3(...) um den Verlauf der homogenen Zustandsdifferentialgleichung zu skizzieren, wobei der Raum durch die Zustandsvariablen $x_i(t)$ (i=1,2,3) aufgespannt wird. Beachten Sie, dass Sie in jeder Grafik von Matlab („figure“) eine korrekte Achsenbeschriftung verwenden.