ET+A

Leistungselektronik und elektrische Antriebe

Kapitel 2
Grundlagen

Adrian Omlin

Inhaltsverzeichnis Kapitel 2

2 GRUNDLAGEN 3

2.1 Mechanik 3
2.1.1 Grundgrössen 3
2.1.2 Wirkungskette bei elektrischen Maschinen 5

2.2 Grundgesetze der elektromechanischen Energiewandlung 6
2.2.1 Lorentz-Kraft 6
2.2.2 Durchflutungsgesetz 7
2.2.3 Materialgesetz 8
2.2.4 Der magnetische Fluss 8
2.2.5 Induktionsgesetz 9

2.3 Elektrische Maschinen im Überblick 13
2.3.1 Bedeutung der elektrischen Maschinen 13
2.3.2 Strukturen der elektrischen Maschinen 14

2.4 Gegenüberstellung Kapazität und Induktivität 16

2.5 Nichtsinusförmige, periodische Signale 17
2.5.1 Periodische Signale 17
2.5.2 Linearer Mittelwert 19
2.5.3 Effektivwert 19
2.5.4 Einphasige Leistungen 20
2.5.5 Einphasige Leistung bei sinusförmiger Spannung 21

2 Grundlagen

2.1 Mechanik

2.1.1 Grundgrössen

Untenstehende Tabelle zeigt eine Gegenüberstellung der immer wieder verwendeten Grundbegriffe für rotatorische und translatorische Bewegung.

Translatorische Bewegung:

Grösse	Symbol	Einheit
Weg	s	m
Geschwindigkeit	$v = \frac{ds}{dt}$	m/s
Beschleunigung	$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$	m/s^2
Kraft	$F = m \cdot a$ m: Masse	N kg
Impuls	$B = m \cdot v$	kg m/s
Leistung	$P = F \cdot v$	W
Energie	$W = \int p(t) \cdot dt$	Ws
kin. Energie	$W_{kin} = \frac{mv^2}{2}$	Ws
pot. Energie	$W_{pot} = \int F(s) ds$	Ws

Rotatorische Bewegung:

Grösse	Symbol	Einheit
Winkel	φ	1
Kreisfrequenz	$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	1/s
Winkelbeschl.	$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$	1/s^2
Drehmoment	$M = J \cdot \dot{\omega}$ J: Trägheitsmoment	Nm kg m^2
Drall	$D = J \cdot \omega$	kg m^2/s
	$P = M \cdot \omega$	W
	$W = \int p(t) \cdot dt$	Ws
	$W_{kin} = \frac{J\omega^2}{2}$	Ws
	$W_{pot} = \int M(\varphi) d\varphi$	

Zusammenhang translatorische und rotatorische Bewegung:

$M = F \cdot r$ und $v = r \cdot \omega$

Zentrifugalkraft

Die Zentrifugalkraft, welche auf eine mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Abstand r um ein Zentrum rotierende Masse m wirkt, resp. die Zentripetalkraft, welche nötig ist, diese Masse auf einer Kreisbahn zu halten, beträgt:

$$F = \frac{mv^2}{r} = mr\,\omega^2$$

Trägheitsmoment

Die Beschleunigungskraft dF auf ein Massenteil dm, das mit der Winkelgeschwindigkeit ω im Abstand r um eine Achse rotiert, ist:

$$dF = adm = dmr\frac{d\omega}{dt}$$

Daraus ergibt sich das Beschleunigungsmoment dM:

$$dM = rdF = r^2 dm\frac{d\omega}{dt} = dJ\frac{d\omega}{dt}$$

Zur Bestimmung des Trägheitsmomentes J muss somit über dm integriert werden:

$$J = \int_m r^2 dm = \rho \iiint_V r^2 dV$$

ρ ist dabei die Dichte (Annahme: ρ ist überall gleich)

Trägheitsmoment J für einige ausgewählte Spezialfälle

Punktmasse im Abstand r von der Drehachse: $J = mr^2$

$$\text{Vollzylinder: } J = \frac{m}{2}r^2 = \frac{\pi\,\ell\,\rho}{2}r^4$$

$$\text{Hohlzylinder: } J = \frac{m}{2}(r_a^2 + r_i^2) = \frac{\pi\,\ell\,\rho}{2}(r_a^4 - r_i^4)$$

$$\text{Zylindermantel } (\delta \ll r)\text{: } J = \frac{m}{4}(2r-\delta)^2 = 2\pi\,\ell\rho\, r^3\,\delta$$

$$\text{Kugel: } J = \frac{2m}{5}r^2 = \frac{8}{15}\pi\rho r^5$$

2.1.2 Wirkungskette bei elektrischen Maschinen

Die Wirkungskette bei linearen und rotierenden elektrischen Maschinen ist identisch. Getrieben von einer Spannung fliesst in einem Leiter ein Strom. Befindet sich dieser in einem Magnetfeld, wird eine Kraft auf ihn ausgeübt (siehe Kapitel 2.2.1 Lorentz-Kraft). Die auf alle vorhandenen Leiter wirkenden Kräfte ergeben die Gesamtkraft und bei rotierenden Maschinen zusammen mit dem Hebelarm das Drehmoment. Die Differenz zur Kraft, die die Last entgegensetzt, steht zur Beschleunigung zur Verfügung. Das Integral der Beschleunigung ergibt die Geschwindigkeit und das Integral daraus den Weg.
Bei rotatorischer Bewegung steht die Differenz zwischen Drehmoment, das die Maschine abgibt, und Lastmoment zur Winkelbeschleunigung zur Verfügung. Das Integral der Winkelbeschleunigung ergibt die Winkelgeschwindigkeit, das Integral daraus den Drehwinkel.

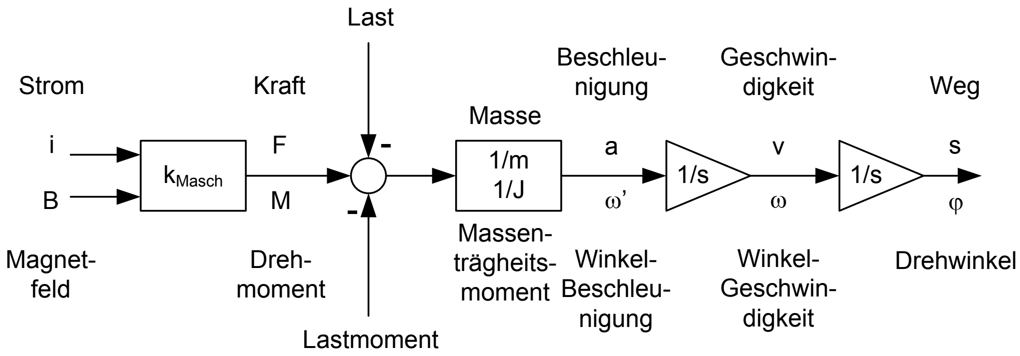


Abb. 2-1: Wirkungskette von Antrieben

Ein stationärer Arbeitspunkt stellt sich dort ein, wo sich in der Drehzahl-Drehmomentkennlinie M(n) die Kurve für das von der Maschine abgegebene Moment M_{Motor} mit der Kurve, die das Lastmoment beschreibt, schneidet. Man unterscheidet stabile und instabile Arbeitspunkte.

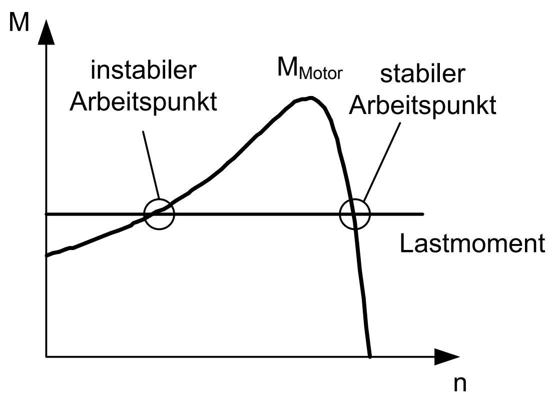


Abb. 2-2: Arbeitspunkte

2.2 Grundgesetze der elektromechanischen Energiewandlung

2.2.1 Lorentz-Kraft

In allen rotierenden elektrischen Maschinen treten bei der Umwandlung elektrischer in mechanische Energie oder umgekehrt Drehmomente auf. Zur Berechnung kann man sie meist auf Kräfte zurückführen, die auf stromführende Leiter im magnetischen Feld ausgeübt werden. Wird ein stromdurchflossener Leiter in die Nähe eines Magneten gebracht, so wirkt auf jedes Längenelement des Leiters eine Kraft, die senkrecht auf das Längenelement steht. Ihre Grösse ist dem Strom im Leiter proportional.

Die Kraft $d\vec{F}$, die auf ein Längenelement $d\ell$ eines den Strom i führenden Leiters ausgeübt wird, ergibt sich aus der Lorentz-Kraft auf bewegte Ladungen:

$$d\vec{F} = i\, d\ell (\vec{n} \times \vec{B})$$

Der Einheitsvektor $\vec{n}$ bezeichnet dabei die Zählrichtung des Stromes.

Befindet sich ein gerader, stromführender Leiter mit der Länge ℓ in einem homogenen magnetischen Feld, dann beträgt die gesamte Kraft auf den Leiter:

$$\vec{F} = i\, \ell (\vec{n} \times \vec{B})$$

In den elektrischen Maschinen steht ein Leiter im Rotor mit der Länge ℓ meist senkrecht zum Magnetfeld B. Damit ergibt sich die folgende Tangentialkraft F:

$$F = i\, \ell B$$

Für die Richtung gilt die Rechtehandregel:
Zeigefinger = Strom
Mittelfinger = Magnetfeld
Daumen = Kraft

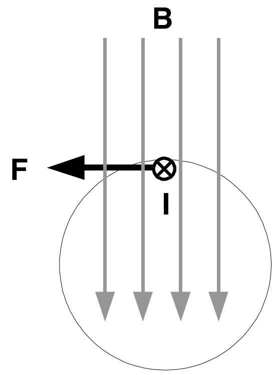


Abb. 2-3: Lorentz-Kraft

2.2.2 Durchflutungsgesetz

Das Durchflutungsgesetz verbindet die Ursache des Magnetfeldes, das ist die Durchflutung θ, mit deren Wirkung H:

Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke längs einer geschlossenen Kurve ist gleich dem gesamten Strom, der durch jede beliebige von dieser Kurve begrenzte zweiseitige Fläche hindurchtritt:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint \vec{j} \cdot d\vec{A} = \Theta$$

Damit lässt sich beispielsweise die magnetische Feldstärke in einem Eisenkern einer Spule berechen:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot l_{Fe} = \sum I = N \cdot I$$

$$H = \frac{N \cdot I}{l_{Fe}}$$

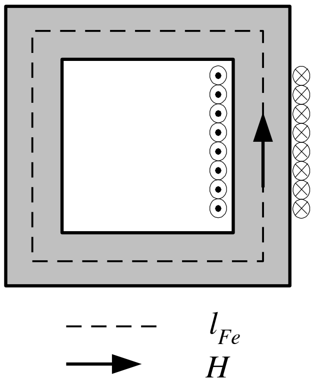


Abb. 2-4: Magnetischer Kreis

Die Richtung des Feldes kann auch hier mit einer Rechtehandregel bestimmt werden: Würde die rechte Hand den Eisenkern so umfassen, dass die Finger in Stromrichtung zeigen, gibt der Daumen die Richtung des Feldes an.

Die Einheit der magnetischen Feldstärke H ist:

$$[H] = \frac{A}{m}$$

Analog zur elektrischen Spannung, welche als Linienintegral der elektrischen Feldstärke E definiert wird, kann eine magnetische Spannung V_m zwischen den Punkten 1 und 2 definiert werden:

$$V_m = \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

mit der Einheit

$$[V_m] = [H] \cdot [\ell] = (\mathrm{A/m}) \cdot \mathrm{m} = \mathrm{A}$$

Damit kann das Durchflutungsgesetz auch so formuliert werden, dass die magnetische Spannung über jede beliebig geschlossene Linie (Umlauf) stets dem gesamten Strom entspricht, der durch die Fläche hindurchtritt, die von dieser Linie umrandet wird.

2.2.3 Materialgesetz

Das Materialgesetz legt den Zusammenhang zwischen dem magnetischen Feld H und der magnetischen Induktion resp. der magnetischen Flussdichte *B* fest. In Körpern ohne permanente Magnetisierung sind *B* und *H* durch das folgende Gesetz verbunden:

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$$

μ_o ist dabei eine Naturkonstante: $\mu_o = 4\,\pi\,10^{-7}\ Vs/Am$

μ_r beträgt in der Luft 1, in diamagnetischen Stoffen (z.B. Kupfer) etwas weniger als 1, in paramagnetischen Stoffen (z.B. Aluminium) etwas mehr als 1 und in ferromagnetischen Stoffen (z.B. Eisen, Kobalt, Nickel) sehr viel mehr als 1 (bis 10^5).
Zudem ist μ_r in ferromagnetischen Stoffen keine Konstante, sondern eine Funktion von *H*. Damit ist die *B* - *H* - Beziehung nichtlinear. Sie wird durch die Magnetisierungskennline dargestellt.

Die Einheit der magnetischen Induktion *B* ist:

$$[B] = \frac{Vs}{Am}\frac{A}{m} = \frac{Vs}{m^2} = T \text{ (Tesla)}$$

2.2.4 Der magnetische Fluss

Analog zur Elektrizitätslehre, wo der Strom als ein Flächenintegral der Stromdichte definiert ist, wird ein Magnetfluss ϕ definiert als Flächenintegral der magnetischen Induktion B:

$$\phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Ist die magnetische Induktion *B* in jedem Punkt der Fläche gleich gross, also homogen, gilt:

$$\phi = B \cdot A$$

Als Einheit von ϕ ergibt sich:

$$[\phi] = [B]\,[A] = \frac{Vs}{m^2} m^2 = Vs = Wb \text{ (Weber)}$$

Das Gesetz über die Kontinuität des Magnetflusses ϕ resp. das Gesetz über die Quellenfreiheit von *B* besagt, dass die magnetische Induktion *B* keine Quellen hat, so dass ihre Feldlinien immer geschlossen sind (div *B* = 0).

2.2.5 Induktionsgesetz

Das Durchflutungsgesetz sagt aus, dass jeder Strom ein Magnetfeld erzeugt. Die Umkehrung gilt jedoch nicht. Nur die zeitliche Änderung eines Magnetfeldes induziert eine Spannung, welche bei einem geschlossenen Stromkreis einen Strom hervorruft.

Die Grundlage bildet die Lenz'sche Regel, die aussagt, dass die induzierten Ströme gegen ihre Ursache wirken. Die Ursache ist die Änderung des Flusses. Dabei soll nicht der induzierende Fluss selbst vermindert werden, sondern nur seine Änderung soll geschwächt werden.

Betrachtet man einen geschlossenen elektrischen Kreis, in dem Strom fliessen kann, ergibt sich die bekannte, einfachste Form des Induktionsgesetzes.
Die induzierte Spannung entspricht der Änderung des magnetischen Flusses:

$$u_i = \frac{d\phi}{dt}$$

Induktionserscheinungen treten immer dann auf, wenn der Magnetfluss ϕ durch eine Fläche eine zeitliche Änderung erfährt. Dies kann in zwei Fällen auftreten:

Wenn in einem konstanten Magnetfeld Leiter bewegt werden, spricht man von Bewegungsinduktion.
Wenn sich Magnetfelder zeitlich ändern und die sich darin befindlichen Leiter ruhen, spricht man von Ruheinduktion.

Bewegungsinduktion

In den elektrischen Maschinen steht ein Leiter auf dem Rotor mit der Länge ℓ immer senkrecht zum (konstanten) Magnetfeld B und bewegt sich senkrecht zum Magnetfeld und zu sich selbst. Damit entsteht eine induzierte Spannung u_i :

$$u_i = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d}{dt} B \cdot A = \frac{d}{dt} B \cdot \ell \cdot s = B \cdot \ell \cdot \frac{d}{dt} s = B \cdot \ell \cdot v$$

Ruheinduktion

Die zweite Möglichkeit ist durch zeitlich veränderliche Magnetfelder eine Spannung zu erzeugen. Dabei wird in einem ruhenden Leiter, der ein zeitlich veränderliches Magnetfeld umschliesst, eine Spannung induziert:

$$u_i = \frac{d\phi}{dt} = A \frac{dB}{dt}$$

Sind in der Schleife N Windungen vorhanden, so wird jede Windung von der gleichen Flussänderung betroffen. Die einzelnen Flüsse ϕ addieren sich zu einem verketteten Fluss, zur so genannten Flussverkettung Ψ:

$$\Psi = N\,\phi$$

$$u_i = N\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\Psi}{dt}$$

Eine typische Anwendung der Ruheinduktion ist der Transformator.

Ein Spezialfall der Ruheinduktion ist die **Selbstinduktion**. Wenn sich in einem Leiter der Strom ändert, wird durch die daraus entstehende Flussänderung im Leiter selbst eine Spannung, die Selbstinduktionsspannung, induziert. Dabei gilt

$$u_i = L\frac{di}{dt}$$

wobei *L* die Induktivität ist. Bei einer Spule mit N Windungen gilt ausserdem:

$$N \cdot \phi = \psi = L \cdot i$$

Drosselspule

Mit diesen Grundgleichungen lässt sich beispielsweise die Induktivität einer Drosselspule mit geschlossenem Eisenkern, wie sie im Kapitel 2.2.2 dargestellt wurde, herleiten:

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt} = N\frac{d\phi}{dt} = N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} = N \cdot A \cdot \mu_o \cdot \mu_r \cdot \frac{dH}{dt} = \frac{N^2 \cdot A \cdot \mu_o \cdot \mu_r}{l_{Fe}} \cdot \frac{di}{dt}$$

und damit

$$L = \frac{N^2 \cdot A \cdot \mu_o \cdot \mu_r}{l_{Fe}}$$

Werden grosse Induktivitätswerte benötigt, wird mit ferromagnetischem Material gearbeitet. Dabei müssen Sättigungseffekte beachtet werden (*B*-*H*-Kennlinie): Wird beispielsweise eine Wechselstromdrossel mit Eisenkern an eine sinusförmige Spannungsquelle gelegt, ergibt sich mit dem Induktionsgesetz eine zur Spannung proportionale Induktion *B* im Kern der Spule. Tritt Sättigung ein, ist der Zusammenhang zwischen Induktion *B* und Magnetfeld nicht mehr linear, das heisst im Materialgesetz

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \vec{H}$$

ist μ_r nicht mehr konstant, sondern nimmt mit zunehmender Sättigung ab.
Der Strom wird dann verzerrt.

In folgendem Bild ist dieses Verhalten graphisch dargestellt:
Eine sinusförmige Spannung bewirkt einen sinusförmigen Fluss und damit eine sinusförmige Induktion *B* (Graph links oben). Die Magnetisierungskennlinie zeigt den Zu-

sammenhang zwischen Feldstärke H und Induktion B (Graph rechts oben). Ist ihr Verhalten linear (graue Linie), ergibt sich eine ebenfalls sinusförmige Feldstärke H. Um diese Feldstärke hervorzurufen, ist ein sinusförmiger Magnetisierungsstrom notwendig (grau im Graph rechts unten). Ist die Magnetisierungskennlinie jedoch nicht linear, ergibt sich bei sinusförmiger Spannung ein nicht sinusförmiger Magnetisierungsstrom.

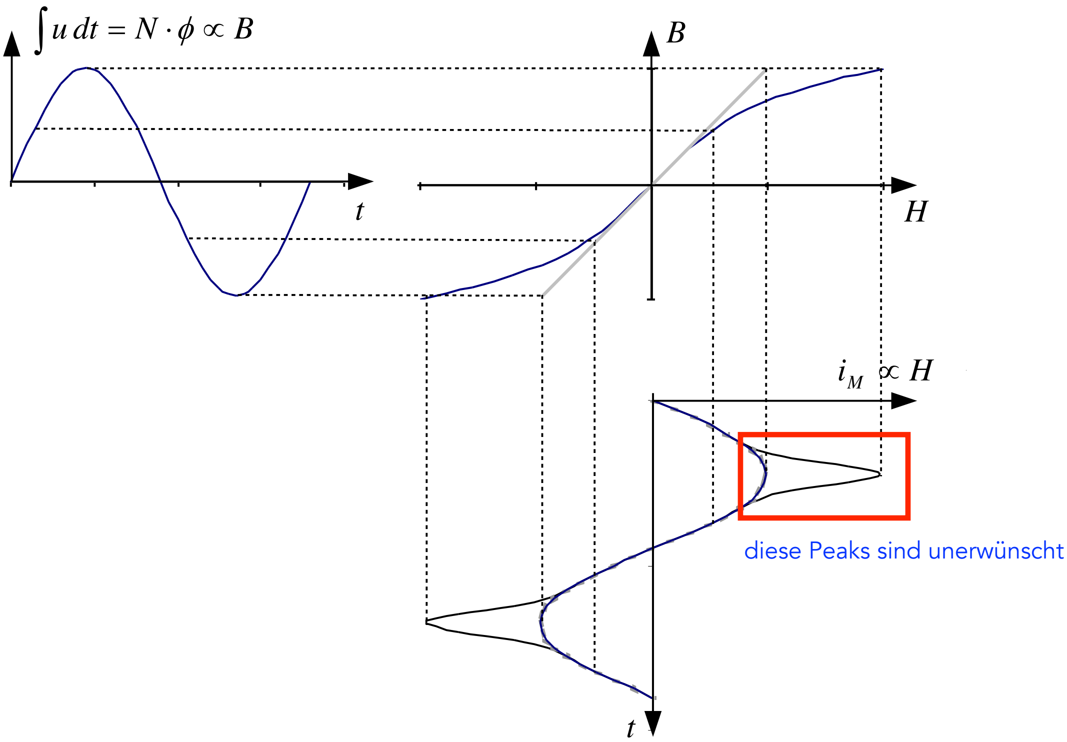


Abb. 2-5: Nichtlineare Magnetisierungskennlinie, Magnetisierungsstrom

Sollen unerwünschte Oberschwingungen vermieden werden, darf die Spule nur im linearen Bereich, d.h. ausserhalb der Sättigung, betrieben werden.
Die B-H-Kennlinie kann insbesondere durch Einbringen eines Luftspaltes linearisiert werden, allerdings unter Inkaufnahme kleinerer Induktivitätswerte.

Luftspalt

Maschinen haben zwangsläufig einen Luftspalt. Wie bei der hier betrachteten Drossel mit Luftspalt wird dabei die Feldstärke vornehmlich durch die Luftspaltlänge bestimmt. Bei sehr grossem μ_r kann der Anteil der Eisenweglänge am Umlaufintegral sogar vernachlässigt werden.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H_{Fe} \cdot l_{Fe} + H_\delta \cdot l_\delta = \sum I = N \cdot I$$

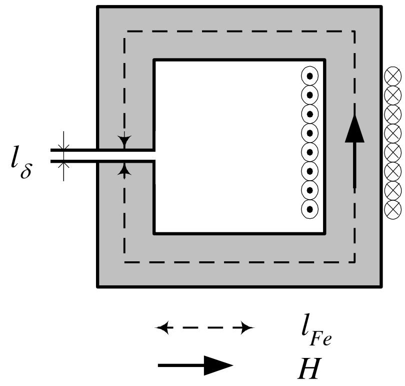


Abb. 2-6: Magnetischer Kreis mit Luftspalt

Der Fluss ϕ ist im Luftspalt und im Eisen gleich, ebenso die Querschnittsflächen A. Somit ist auch die Induktion B in der Luft und im Eisen gleich. Aus dem Materialgesetz und der Definition des magnetischen Flusses ergibt sich:

$$H_{Fe} = \frac{B}{\mu_o \cdot \mu_r} = \frac{\phi}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot A} \quad \text{und} \quad H_\delta = \frac{B}{\mu_o} = \frac{\phi}{\mu_o \cdot A}$$

Eingesetzt in obige Gleichung:

$$\phi \left(\frac{l_{Fe}}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot A} + \frac{l_\delta}{\mu_o \cdot A} \right) = N \cdot I$$

Ist μ_r sehr gross, kann der Term mit μ_r im Nenner vernachlässigt werden. Der Fluss in Abhängigkeit des Luftspaltes und damit die Feldstärke H lassen sich somit einfach berechnen:

$$\phi \approx \frac{N \cdot I \cdot \mu_o \cdot A}{l_\delta}$$

$$H_{Fe} \approx \frac{\phi}{\mu_o \cdot \mu_r \cdot A} = \frac{N \cdot I}{\mu_r \cdot \ell_\delta} \quad \text{und} \quad H_\delta \approx \frac{\phi}{\mu_o \cdot A} = \frac{N \cdot I}{\ell_\delta}$$

2.3 Elektrische Maschinen im Überblick

2.3.1 Bedeutung der elektrischen Maschinen

Elektrische Maschinen sind elektromagnetische Energiewandler; sie umfassen Motoren und Generatoren. Als Motoren dienen sie der Umwandlung von elektrischer in mechanische Energie, indem sie dem Netz - oft via Umrichter - elektrische Energie entziehen und an der Welle mechanische Energie bereitstellen.
Bei den Generatoren verläuft der Energiefluss umgekehrt.

Ein wesentliches Merkmal, welchem die elektrischen Maschinen ihre grosse Verbreitung verdanken, ist der hohe Wirkungsgrad, besonders im Vergleich zu thermischen Maschinen. Mit modernen Steuerungen sind sie einfach bedienbar, sehr gut regelbar, betriebssicher und unterhaltsfreundlich. Sie lassen sich zusammen mit der speisenden Leistungselektronik jedem Anwendungsfall flexibel anpassen.

Die elektrischen Maschinen bestehen grundsätzlich aus einem räumlich festen Stator und einem drehenden Rotor. Sie können nach unterschiedlichen Kriterien systematisch unterteilt werden. Von ihrer Funktion her werden sie grundsätzlich unterteilt in

- Maschinen mit ruhendem oder nur zeitlich pulsierendem Feld
- Maschinen mit räumlich veränderlichem Feld, so genannte Drehfeldmaschinen.

Bei ersteren muss, da die Felder von Stator und Rotor relativ zueinander stillstehen, im Rotor ein Wechselfeld erzeugt werden, um eine Kraft- oder Induktionswirkung zu erzeugen. Das geschieht meist mittels DC-durchflossener Kollektoren ("Kommutatoren"). Dazu gehören die **Gleichstrommaschinen (GM),** auch DC-Maschinen genannt, und der Universalmotor.
Drehfeldmaschinen werden oft mit dem Sammelbegriff AC-Maschinen bezeichnet. Wenn der Rotor gleich schnell wie das Drehfeld des Stators dreht (synchron zum Statordrehfeld), werden sie **Synchronmaschinen (SM)** genannt.
Dreht der Rotor schneller oder langsamer als das Statordrehfeld (Rotor bewegt sich asynchron zum Statordrehfeld), heissen sie **Asynchronmaschinen (ASM)**.

Ebenfalls zu den elektrischen Maschinen zählen die in grosser Stückzahl existierenden Kleinmotoren: Sie arbeiten im Leistungsbereich bis etwa 1 kW. Bei den Kleinmotoren treten im Gegensatz zu ihren "grösseren Brüdern" wesentliche Verluste auf, welche den Wirkungsgrad beschränken. Funktionell und konstruktiv sind die Kleinmotoren wesentlich vielfältiger. Wie bereits in der Einleitung gesagt, liegt das Augenmerk der Vorlesung Antriebstechnik I und II auf Antriebssystemen im höheren Leistungsbereich. Hier gewinnen die umrichtergespeisten Drehfeldmaschinen immer mehr an Bedeutung.

2.3.2 Strukturen der elektrischen Maschinen

Konstruktiv werden die elektrischen Maschinen folgendermassen unterteilt (siehe auch folgende Abbildung):

Stator:
Drehstromwicklung zur Drehfelderzeugung, im Normalfall sind das AC - Maschinen wie SM und ASM.
Ausgeprägte Einzelpole, meist von DC durchflossen, damit im Normalfall: GM.

Rotor:
Käfigwicklung (Kurzschlussläufer, Squirrel Cage): Zusammen mit einem Stator mit Drehstromwicklung: klassische, weit verbreitete **ASM** mit Kurzschlussläufer
Drehstromwicklung mit Schleifringübertragung: Schleifringläufer-ASM.
Wicklung mit Einzelpolen (Vollpole oder Schenkelpole) oder Permanentmagnet: Zusammen mit einem Stator mit Drehstromwicklung: klassische, für die Erzeugung elektrischer Energie dominante **SM**.
Kollektorwicklung (Kommutator): Zusammen mit einem Stator mit ausgeprägten, DC-durchflossenen Einzelpolen: klassische **GM** und Universalmotor.

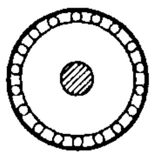
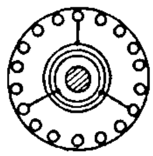
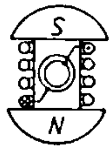
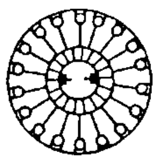
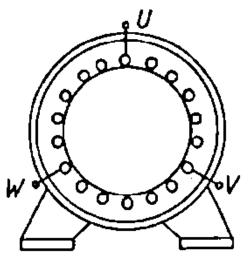
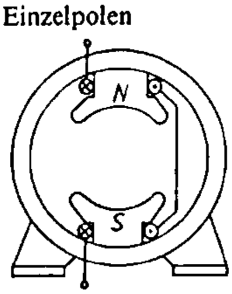
Läufer mit / Ständer mit	Käfigwicklung 	Drehstromwicklung mit Schleifringen 	Einzelpolen (auch Dauermagnete) 	Stromwenderwicklung 
Drehstromwicklung 	Asynchron-Käfigläufer-Motor	Asynchron-Schleifring-läufer-Motor	Innenpol-Synchronmaschine	Drehstrom-Kommutator-Maschine
Einzelpolen 	Spaltpolmotor	Außenpol-Synchronmaschine	Schrittmotor	Gleichstrom-Maschine

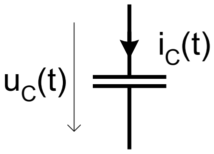
Abb. 2-7: Einteilung der elektrischen Maschinen nach Konstruktionsart (Abbildung aus R. Fischer, El. Maschinen [Fi])

Neben den erwähnten Maschinen sind in obiger Tabelle der Spaltmotor, die Drehstrom-Kommutatormaschine und der Schrittmotor aufgeführt.
Beim Spaltmotor wird durch eine Zweiteilung des Poles („Spalt“) ein zweites, gegenüber dem Hauptfeld zeitlich und räumlich versetztes Feld erzeugt. Die Versetzung wird durch einen zusätzlichen Kurzschlussring auf dem Spaltpol erreicht. So kann auch bei einphasiger Speisung ein Drehfeld erzeugt werden. Der Rotor ist dabei meist als Käfigwicklung ausgelegt. Es kann aber z.B. auch ein Dauermagnetläufer zum Einsatz kommen (synchrone Bauart).
Die Drehstrom-Kommutatormaschine ist der Asynchronmaschine verwandt. Über eine am Rotor angelegte Spannung kann die Drehzahl variiert werden. Der Kommutator übernimmt dabei die Frequenzanpassung. Mit der Entwicklung der Leistungselektronik hat dieser Motor seine Bedeutung verloren.
Schrittmotoren können als Sonderbauform der Synchronmaschine mit ausgeprägten Ständerpolen bezeichnet werden, deren Wicklungen mit Stromimpulsen zyklisch angesteuert werden. Dadurch entsteht ein sprungförmig umlaufendes Magnetfeld, dem der Läufer in Schritten folgt, was eine Positionierung ohne Rückmeldung erlaubt. An Bauformen werden permanenterregte Motoren und Reluktanzmotoren, bei denen der Läufer aus einem weichmagnetischen, gezahnten Rad besteht, unterschieden. Die typischen Bauleistungen sind relativ klein.

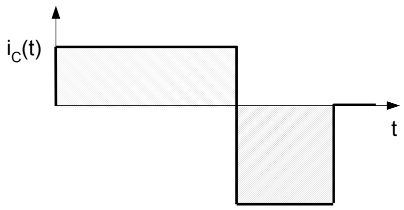
Die nur kurz erwähnten Maschinentypen werden hier nicht weiter behandelt, da sie bei Antriebssystemen ab einem gewissen Leistungsbereich kaum eine Bedeutung haben. Details zu all diesen Maschinentypen lassen sich in der Literatur, z.B. [Fi], finden.

2.4 Gegenüberstellung Kapazität und Induktivität

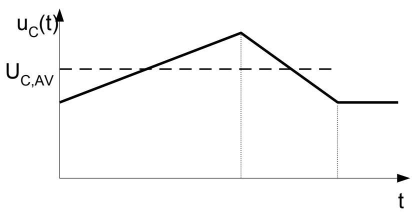
Kapazität



$$i_C = C\,\frac{du}{dt}$$



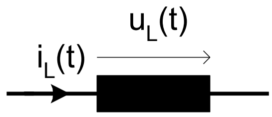
$$u_C = \frac{1}{C}\int i_C(t)\,dt = \frac{t}{C}\,I_C$$



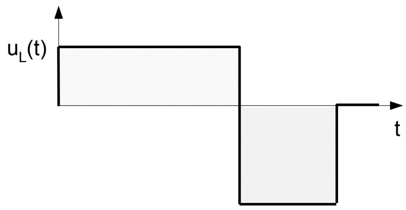
$$i_C = C\,\frac{du}{dt}$$

Kurzschluss: $i_C \to \infty$

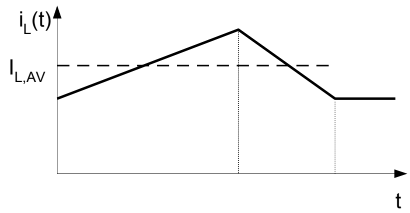
Induktivität



$$u_L = L\,\frac{di}{dt}$$



$$i_L = \frac{1}{L}\int u_L(t)\,dt = \frac{t}{L}\,U_L$$



$$u_L = L\,\frac{di}{dt}$$

Leerlauf: $u_L \to \infty$

2.5 Nichtsinusförmige, periodische Signale

2.5.1 Periodische Signale

Ein Signal *x(t)* ist periodisch, wenn für alle Zeiten t gilt:

$$x(t) = x(t+T)$$

T wird dabei als Periodendauer bezeichnet.

Periodische Signale sind oft nicht sinusförmig. Ein beliebiges periodisches Signal *x(t)* mit der Grundperiode T_1 lässt sich aber als Fourierreihe darstellen. Die Fourierreihe ist eine unendliche Summe von Cosinus- und Sinusfunktionen, deren Frequenzen geradzahlige Vielfache von ω_1 sind:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty}[a_\nu \cos(\nu\omega_1 t) + b_\nu \sin(\nu\omega_1 t)]$$

Der Zusammenhang zwischen Frequenz und Kreisfrequenz ist dabei:

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

Der Summand $a_0/2$ entspricht dem linearen Mittelwert des Signals *x(t)* (siehe auch Kapitel 2.5.2)

$$X_{AV} = \overline{X} = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} x(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} x(\omega_1 t)\, d(\omega_1 t)]$$

Die übrigen Summanden werden als ν-te *Harmonische* bezeichnet und berechnen sich wie folgt:

$$a_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}[x(\omega_1 t)\cdot\cos(\nu\omega_1 t)]\, d(\omega_1 t)$$

$$b_\nu = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}[x(\omega_1 t)\cdot\sin(\nu\omega_1 t)]\, d(\omega_1 t)$$

In gewissen Spezialfällen, welche in der Praxis oft vorkommen, lässt sich die Berechnung der Fourierkoeffizienten vereinfachen:

$x(\omega_1 t)$ ist eine **gerade Funktion**: $x(\omega_1 t) = x(-\omega_1 t)$:

$$a_\nu = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi [x(\omega_1 t)\cdot\cos(\nu\omega_1 t)]d(\omega_1 t)\,, \qquad b_\nu = 0\,;$$

$x(\omega_1 t)$ ist eine **ungerade Funktion**: $x(\omega_1 t) = -x(-\omega_1 t)$:

$$a_\nu = 0\,, \qquad b_\nu = \frac{2}{\pi}\int_0^\pi [x(\omega_1 t)\cdot\sin(\nu\omega_1 t)]d(\omega_1 t)$$

Oft wird das Signal als *Linienspektrum* dargestellt, getrennt nach Amplituden- und Phasenspektrum; Amplitude und Phase lassen sich wie folgt aus den Summanden a_ν und b_ν berechnen:

$$\hat{X}_\nu = X_{\nu,p} = \sqrt{a_\nu^2 + b_\nu^2}$$

$$\varphi_\nu = a\tan(\frac{a_\nu}{b_\nu})$$

Oft wird der *Scheitel- oder Spitzenwert* eines Signals gegenüber Null mit dem Symbol ^ (Umgangssprache: "Dach") bezeichnet, manchmal wird auch der Index p (peak) verwendet.

Damit lässt sich das Signal x(t) statt durch eine Summe von Cosinus- und Sinusfunktionen auch durch eine Summe von Sinusfunktionen mit Phasenverschiebung darstellen:

$$x(t) = X_{AV} + \sum_{\nu=1}^{\infty}\hat{X}_\nu \sin(\nu\omega_1 t + \varphi_\nu)$$

Die Amplitude des Grundschwingungsanteils des Signals *x(t)* wird als $\hat{X}_1$ bezeichnet.

Das Amplitudenspektrum $\hat{X}'_\nu$ wird oft in der y-Achse logarithmisch dargestellt:

$$\hat{X}'_\nu = 20\,{}^{10}\log(\frac{\hat{X}_\nu}{X_B})$$

Dabei ist der Bezugswert X_B frei wählbar. Oft wird der Effektivwert des Signals oder die Amplitude der Grundschwingung verwendet.

2.5.2 Linearer Mittelwert

Der Summand $a_0/2$ der Fourierreihe entspricht dem linearen Mittelwert des Signals x(t):

$$X_{AV} = \overline{X} = \frac{a_0}{2} = \frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} x(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} x(\omega_1 t)\,d(\omega_1 t)$$

Der Mittelwert entspricht also der Fläche des Signals über eine Periode, dividiert durch die Periodendauer. Der Index „*AV*“ kommt von „average“, was Mittelwert bedeutet. Oft wird deshalb auch der Index *„MW“* für "Mittelwert" verwendet. Häufig ist auch ein Überstreichen des Symbols.
Bei Gleichstromwerten wird manchmal auf den Index "AV" und auf das Überstreichen verzichtet (z.B. Mittelwert des Gleichstromes $i_d(t) = I_d$).

2.5.3 Effektivwert

Ein ebenfalls oft verwendeter Wert ist der *Effektivwert* X_{eff} resp. X_{rms} , welcher sich für das Signal $x(t)$ wie folgt berechnet:

$$X_{eff} = X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_1}\int_0^{T_1} x^2(t)dt} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} x^2(\omega_1 t)d(\omega_1 t)}$$

Der Effektivwert lässt sich auch aus dem Mittelwert eines Signals und den Amplituden der Oberschwingungen berechnen:

$$X_{eff} = X_{rms} = \sqrt{X_{AV}^2 + \sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\hat{X}_\nu^2}{2}} = \sqrt{X_{AV}^2 + \sum_{\nu=1}^{\infty} X_{\upsilon,rms}^2}$$

Der Name *rms* kommt von *Root Mean Square*, was so viel heisst wie Wurzel aus dem Quadrat des Mittelwerts.
Bei AC-Signalen wird teilweise auf den Index "rms" verzichtet (z.B. Effektivwert der Netzspannung $u_N(t)$: $U_N = 230$ V.

Bei rein sinusförmigen Signalen ist der Zusammenhang zwischen Scheitel- und Effektivwert bekanntlich wie folgt:

$x(t)$ rein sinusförmig: $\hat{X} = \sqrt{2}X_{eff}$

2.5.4 Einphasige Leistungen

Die Momentanleistung (einphasige elektrische Leistung) ist wie folgt definiert:

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

Die Wirkleistung P ist der Mittelwert der Momentanleistung p(t).

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{1}{T}\int_0^T u(t) \cdot i(t)\, dt$$

Sind Spannung und Strom je sinusförmig, wird der Mittelwert der Momentanleistung, d.h. die Wirkleistung, nur dann nicht Null, wenn beide Signale die gleiche Frequenz aufweisen.

Im Folgenden gilt generell die Annahme, dass u(t) und i(t) periodische Signale mit der gleichen Periodendauer T sind.

Die Wirkleistung kann damit auch als Funktion der Fourierkoeffizienten von u(t) und i(t) dargestellt werden:

$$P = \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{\hat{U}_\nu \cdot \hat{I}_\nu}{2} \cos\varphi_\nu = \sum_{\nu=0}^{\infty} U_{\nu,eff} \cdot I_{\nu,eff} \cdot \cos\varphi_\nu$$

Obige Formel besagt, dass nur Harmonische der gleichen Ordnungszahl Wirkleistung erbringen, wobei der Wirkleistungsanteil pro Harmonische zudem von der Phasenverschiebung zwischen den beiden Harmonischen cosinusförmig abhängig ist.

Nur gleiche Frequenzanteile in Spannung und Strom tragen zur Wirkleistung bei.

Die *Scheinleistung* ist das Produkt der Effektivwerte aus Strom und Spannung:

$$S = U_{eff} I_{eff}$$

Der *Leistungsfaktor* λ berechnet sich zu

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

Die *Blindleistung Q* ist schliesslich wie folgt definiert:

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

2.5.5 Einphasige Leistung bei sinusförmiger Spannung

Der Fall, dass die Spannung sinusförmig, der Strom ebenfalls periodisch, aber nicht sinusförmig ist, kommt in der Leistungselektronik oft vor. (Betrieb eines Umrichters am Netz mit sinusförmiger Spannung).

Es gilt:

$$u(t) = U_{eff}\sqrt{2}\sin\omega t; \quad U_{\nu=1,eff} = U_{eff}; \quad U_{VZ,eff} = 0$$

$$i(t) = I_{AV} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \hat{I}_\nu \sin(\nu\omega t + \varphi_\nu)$$

Dabei erbringt *nur die Grundschwingung des Stromes* zusammen mit der sinusförmigen Spannung *Wirkleistung*:

$$P = U_{rms} \cdot I_{\nu=1,rms} \cdot \cos\varphi_1$$

Die Grundschwingung des Stromes erbringt auch Blindleistung, sofern φ_1 nicht genau Null ist.
Diese Blindleistung wird *Grundschwingungsblindleistung* Q_1 genannt:

$$Q_1 = U_{rms} \cdot I_{\nu=1,rms} \cdot \sin\varphi_1$$

Die Grundschwingungsblindleistung Q_1 entsteht also durch eine Phasenverschiebung φ_1 zwischen der Spannungs- und der Stromgrundschwingung (in Analogie zur Blindleistung in der komplexen Wechselstromtheorie, wo alle Grössen sinusförmig sind).

Die Scheinleistung ist das Produkt der Effektivwerte von Spannung und Strom:

$$S = U_{rms} \cdot I_{rms}$$

Es wird auch eine *Grundwellenscheinleistung* S_1 definiert als Produkt der Effektivwerte der Grundwellen von Spannung und Strom:

$$S_1 = U_{\nu=1,eff} \cdot I_{\nu=1,eff}$$

Die übrigen Frequenzanteile des Stromes verursachen Verluste in den Leitungen, ohne zur Wirkleistungsübertragung beizutragen. Da diese Frequenzanteile den idealerweise sinusförmigen Strom verzerren, nennt man diesen Teil *Verzerrungsstrom* und die zugehörige Blindleistung *Verzerrungsblindleistung D*:

$$D = U_{rms} \cdot I_{VZ,rms} = U_{rms} \cdot \sqrt{I_{AV}^2 + I_{\nu=2,rms}^2 + I_{\nu=3,rms}^2 + I_{\nu=4,rms}^2 + \ldots}$$

Die Verzerrungsblindleistung *D* hat also nichts mit Phasenverschiebungen zu tun. Sie kommt daher, dass im Strom Frequenzen vorkommen, welche in der Spannung nicht vorhanden sind und damit keinen Beitrag zur Wirkleistung haben können.

Zwischen Scheinleistung, Wirkleistung, Grundschwingungs- und Verzerrungs-blindleistung besteht folgender Zusammenhang:

$$S^2 = P^2 + Q^2 = P^2 + Q_1^2 + D^2 = S_1^2 + D^2$$

Der *Leistungsfaktor* λ ist das Verhältnis von Wirk- zu Scheinleistung. Er lässt sich natürlich auch aus den Effektivwerten des Stromes berechen:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{I_{\nu=1,eff}}{I_{eff}} \cos\varphi_1$$

Das Verhältnis $I_{\nu=1,eff}/I_{eff}$ wird *Grundschwingungsgehalt* genannt.

Der Leistungsfaktor λ liefert sozusagen eine „Gesamtschau", wie optimal in einem Netz mit sinusförmiger Spannung Wirkleistung übertragen wird. λ kann nur 1 werden, wenn die Ströme sinusförmig sind und gegenüber der Spannung keine Phasenver-schiebung haben – in diesem Fall ist auch der cos $\varphi_1 = 1$.

Ist hingegen der Strom nicht sinusförmig, aber dessen Grundschwingung in Phase mit der Spannung, ist $\lambda < 1$, aber cos $\varphi_1 = 1$.
Allgemein gilt:

$$\lambda \leq \cos(\varphi_1)$$

Der Klirrfaktor der sinusförmigen Spannung ist definitionsgemäss $k_u = 1$. Für den Klirrfaktor des Stromes gilt:

$$k_i = \frac{I_{VZ,eff}}{I_{eff}} = \sqrt{\frac{I_{eff}^2 - I_{\nu=1,eff}^2}{I_{eff}^2}}$$

Die hier gemachten Überlegungen gelten auch für die Leistungsberechnung, wenn der Strom sinusförmig und die Spannung verzerrt ist. In der Leistungselektronik tritt aber häufiger eine sinusförmige Spannung auf, da das speisende Netz sehr oft (nahezu) sinusförmig ist.