

TA.ING+TO.FS16

Matrizenrechnung- Übungsblatt 3

Testatbedingung: Die gelöste Übung ist zu Beginn der nächsten Vorlesung abzugeben (bitte heften Sie die Blätter)

Inhalt: Matrizengleichungen und Determinanten

Aufgabe 3.1: Matrizengleichungen

Berechne die Lösungsmatrizen X für die folgenden Matrizengleichungen. Wir setzen voraus, dass die auftretenden Matrizen invertierbar sind!

a) $A \cdot X + B = A$

b) $X \cdot A - 2 \cdot X = A$

c) $B \cdot (A \cdot X)^T = B \cdot A - 2E$

e) $A \cdot X \cdot B \cdot (A \cdot X \cdot B)^{-1} = E$

Hinweis: Die Lösungen können Sie selbst überprüfen, indem Sie einfache 2x2-Matrizen verwenden.

Aufgabe 3.2:

Berechnen Sie von Hand die Determinanten der folgenden Matrizen (Überprüfung mit TR oder Maple)

a) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} a & a \\ b & b \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & 11 \\ x & 2x \end{pmatrix}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 2 \\ 1 & 0 & 7 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3.3:

Unter welcher Bedingung wird die Determinante einer 2x2 oder 3x3 *Diagonalmatrix* Null?

Hinweis: Machen Sie sich dazu selbst ein paar einfache Beispiele und versuchen Sie dann, für beliebige 2x2 oder 3x3 Diagonalmatrizen eine Bedingung zu finden.

Aufgabe 3.4: Matrizengleichungen (Aufgabe aus der MEP ING+TO.FS2009)

Gegeben sei die Gleichung für die unbekannte Matrix X

$$(X + A) \cdot A^T + (X + A^T) \cdot A = \left[(X^{-1})^T \cdot A \right]^T \cdot (A^{-1} \cdot X^{-1})^{-1}.$$

a) Berechnen Sie die formale Lösung «von Hand».

b) Berechnen Sie mit Maple oder Matlab oder dem Taschenrechner X im Falle von $A = \begin{bmatrix} 0.8 & 1.5 \\ 2.3 & 3.1 \end{bmatrix}$