

ET+V

Elektrotechnik Vertiefung

HSLU T&A

Kapitel Elektrostatik

17.9.2015

Übersicht / Ziel Lektion 1

- Sie wissen, was man unter einem elektrostatischen Feld versteht und wie es erzeugt wird
- Sie kennen Erscheinungsformen im elektrostatischen Feld
- Sie können Feldstärke und Kraftwirkungen berechnen
- Sie kennen Praxisbezüge zum Thema

Ladung Folie E1, E2

- Eigenschaft der Materie: Positiv/Negativ/Neutral
- Zentrale Bedeutung für die alle Zustände, Prozesse und Erscheinungen der Elektrotechnik
- Korngrösse Elementarladung

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} [C], C = 1 \text{Coulomb} = 1 \text{As}$$

- Elektron – e
- Proton +e
- Spezifikation: Punktladung, Flächen- ($\sigma = Q/A$ [As/m²]), und Raumladungsdichte ($\rho = Q/V$ [As/m³])
- Elektrostatische Kraftwirkung zwischen Ladungen:
 - Gleichnamige Ladungen stossen sich ab
 - Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an

Kraftwirkung - 1 : Gesetz von Coulomb

E2

Kraftwirkung zwischen den beiden Punktladungen Q_1 und Q_2 Ladungen im Abstand r :

$$|\vec{F}| = \frac{1}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r} \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} [N]$$

$$\varepsilon_0 = \text{el. Feldkonst.} = 8,854 \cdot 10^{-12} \left[\frac{As}{Vm} \right]$$

$$\varepsilon_r = \text{relative Permittivität, Vakuum: } \varepsilon_r = 1$$

$$\varepsilon = \text{Permittivität} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \quad r[m], Q_{1,2}[As]$$

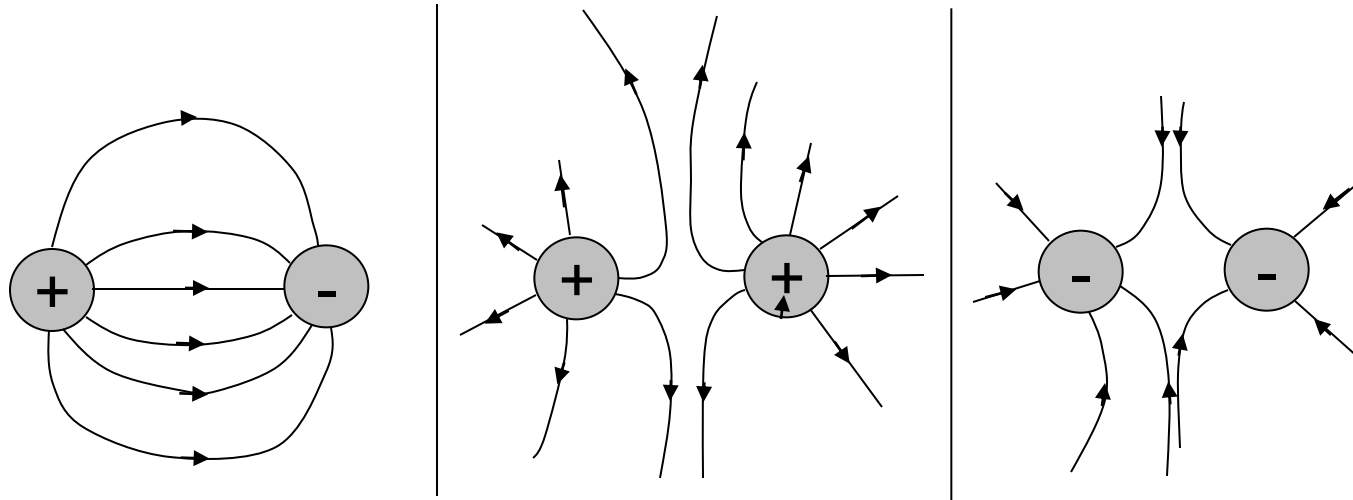
Elektrostatisches Feld-1, E3

- Erzeugt von ruhenden Ladungen
- Definition

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q} \left[\frac{V}{m} \right], \quad Q \text{ positiv}$$

Elektrostatisches Feld-1,

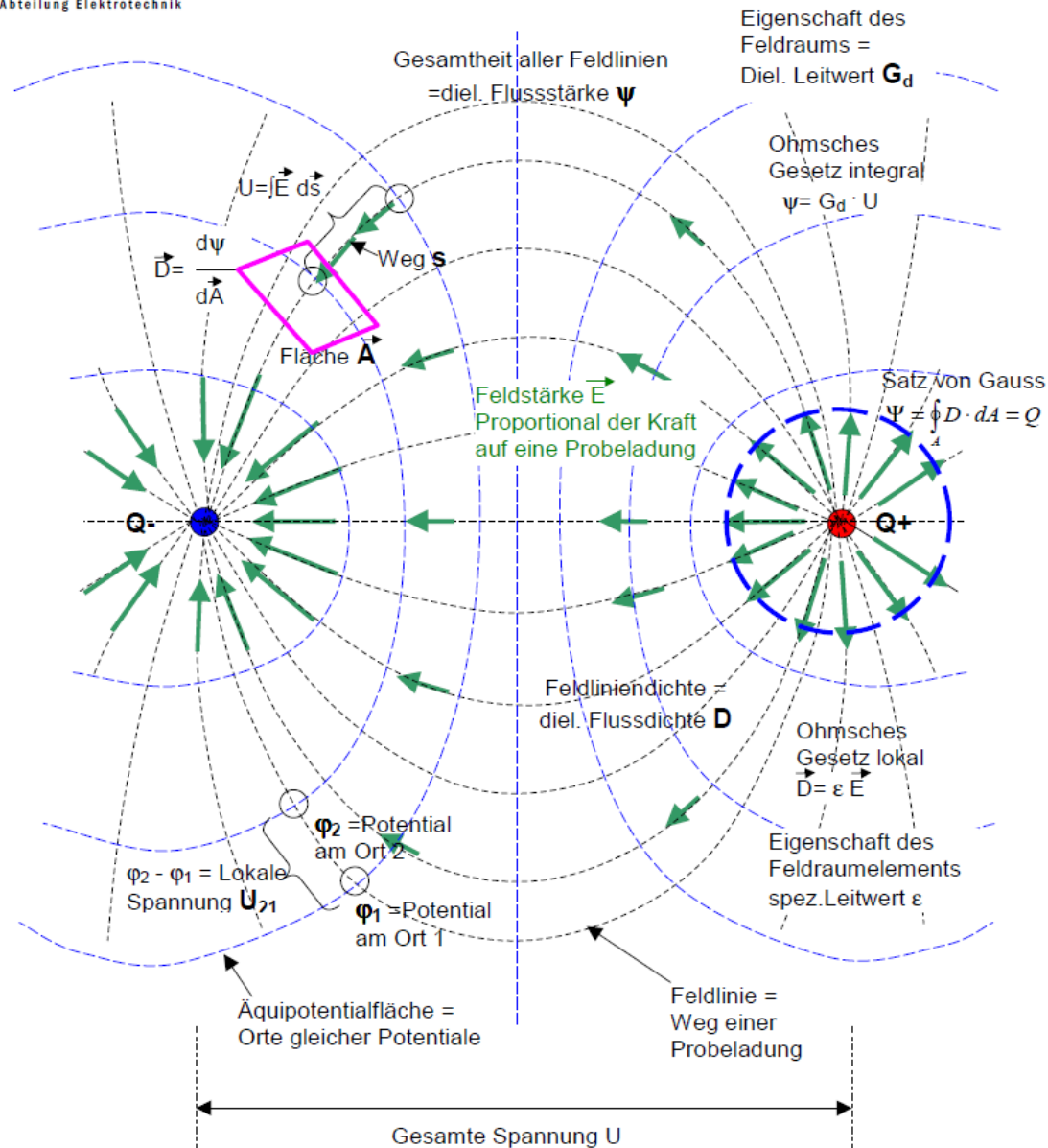
- Richtung der Feldlinien: Bahnkurven massenloser Ladung. Richtungssinn: Von positiver zur negativen Ladung. Kreuzungsfrei.



- Beispiel Van de Graaff Generator, Glockenspiel

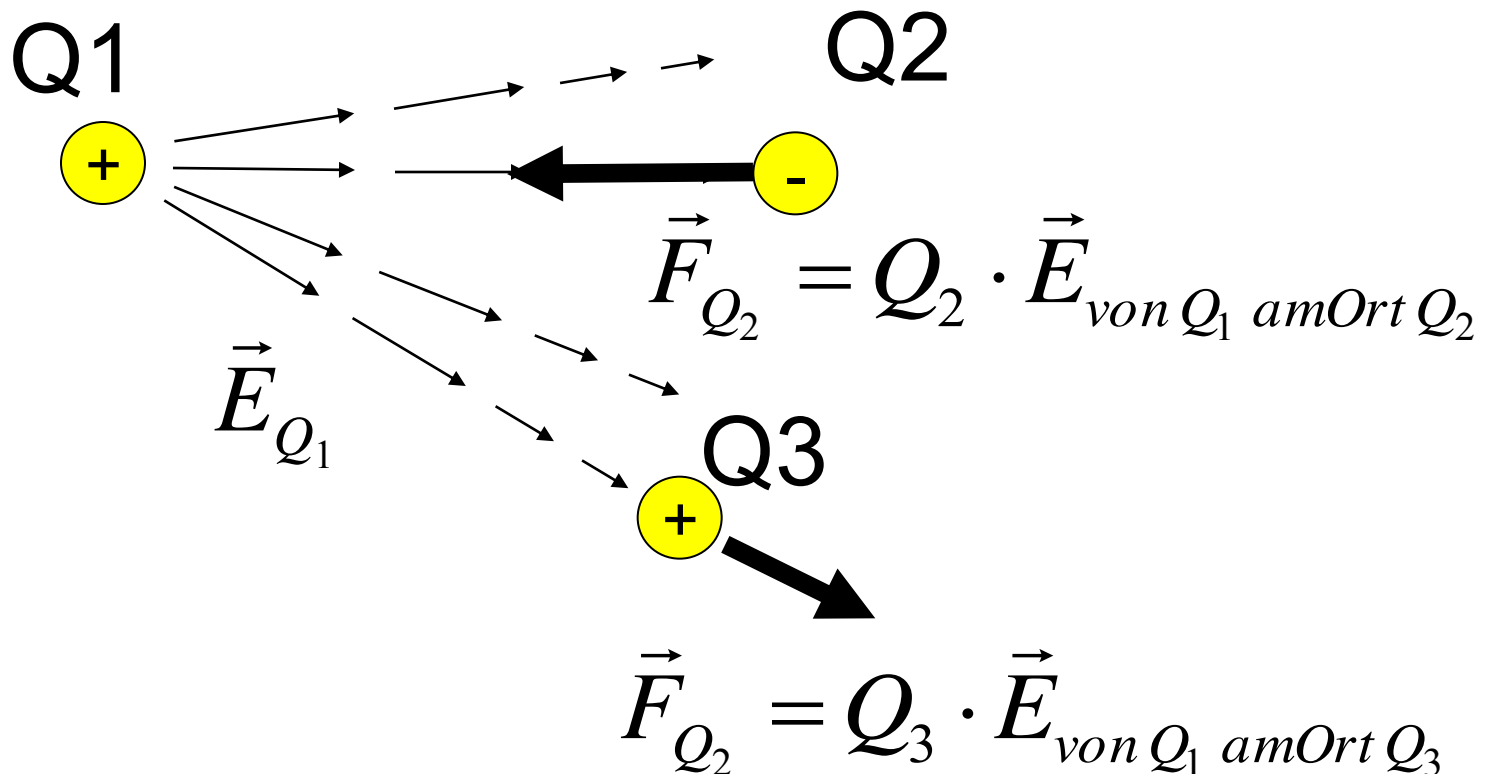
Elektrostatisches Feld-2

Abteilung Elektrotechnik



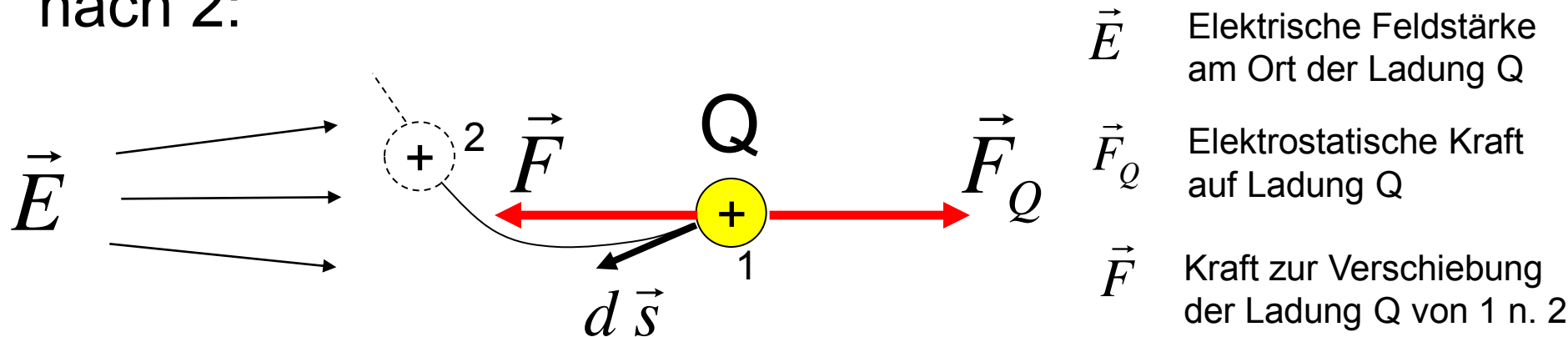
Kraftwirkung - 2 : Eigentliche Ursache

- Wechselwirkung der Elektrostatischen Felder: $Q1 \rightarrow E\text{-Feld} \rightarrow \text{Kraftwirkung auf } Q2, Q3$



Zusammenhang Feldstärke, Ladung und elektrische Spannung im elektrostatischen Feld E

Arbeit bei Verschiebung von Ladung von 1 nach 2:



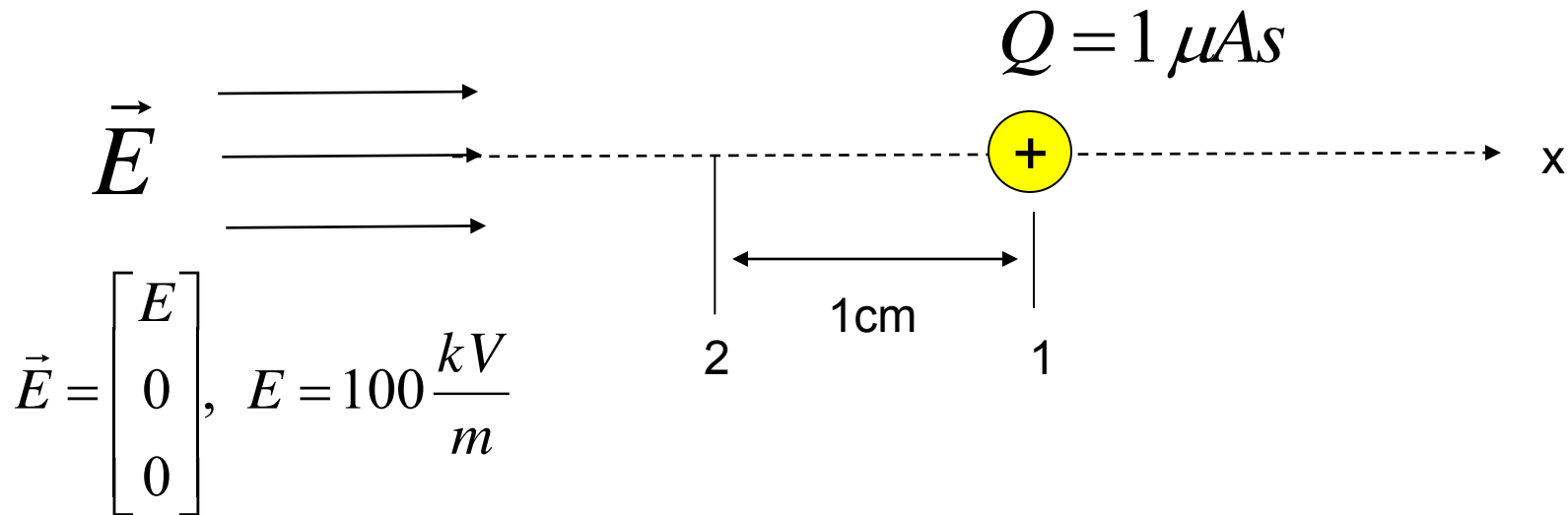
$$\vec{F}_Q = Q \cdot \vec{E}, \quad \vec{F} = -\vec{F}_Q$$

U_{12} El. Spannung zwischen 1 n. 2

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot Q \cdot d\vec{s} = -Q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$W_{12} = -Q \cdot \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{s} = -Q \cdot U_{12} \Rightarrow U_{12} = -\frac{W_{12}}{Q}$$

Beispiel Verschiebungsarbeit im homogenen Feld, Verschiebung von 1 nach 2



Fragen:

1. Verschiebende Kraft $F = ?$ Richtung?
2. Verschiebungsarbeit = ? Energieaufnahme/-abgabe?
3. Spannung zwischen Punkt 1 und 2 = ?

Eigenschaft des Feldraumes

Die influenzierende Wirkung des elektrostatischen Feldes E wird durch das Material im Feldraum beeinflusst. Lokale Beschreibung durch D .

$$\vec{D} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \vec{E}$$

Flussdichte [As/m^2]

Auch Verschiebungsdichte genannt
(engl. Dielectric **D**isplacement)

Elektrische Feldstärke [V/m]

verschiedene relative Permittivitäten ϵ_r

Vakuum	1	Luft	1
Trafo-Öl	2,3	Hartpapier	4...6
Aluminiumoxid	6...9	Tantalpentoxid	26

Dielektrischer Fluss (auch Verschiebungsfluss genannt)

Die influenzierende Wirkung die von einer Ladung Q ausgeht wird durch den dielektrischen Fluss Ψ repräsentiert. Dieser Fluss ist in der Lage eine gleich grosse Ladungsmenge zu verschieben.

Dimension: $[\Psi] = [Q] = As = C \text{ (Coulomb)}$

Zusammenhang zur Flussdichte D

$$|\vec{D}| = \frac{d\Psi}{dA} \left[\frac{As}{m^2} \right]$$

$d\Psi$: Teilfluss durch Flächenelement dA

Satz von Gauss

$$\Psi = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = \sum Q$$

A : beliebige Hüllfläche der eingeschlossenen Ladung $\sum Q$

$d\vec{A}$: Flächenelement in Hüllfläche

\vec{D} : Verschiebungsdichte im Flächenelement $d\vec{A}$,

$\alpha = \text{Winkel}(\vec{D}, d\vec{A})$

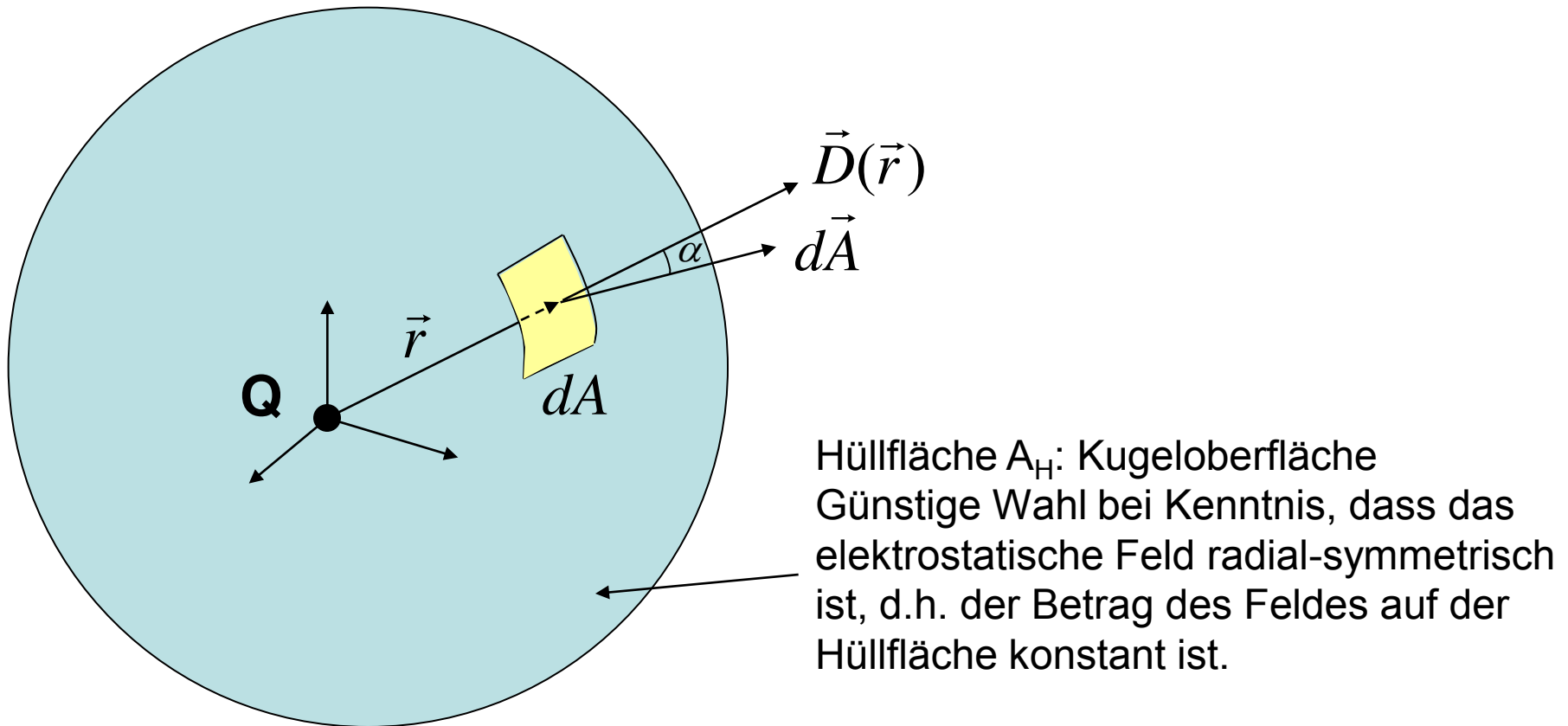
$d\Psi = \vec{D} \cdot d\vec{A} = D \cdot dA \cdot \cos \alpha$: Teilfluss

Anwendungen:

Berechnung von Feldstärken \vec{E} auf Flächen mit $\Psi = Q$ und konstantem Betrag von \vec{E}

Anwendungsbeispiel Satz von Gauss

1. Elektrische Feldstärke im Abstand r einer Punktladung Q berechnen



$$\Psi = \oint_{A_H} \vec{D}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} = \oint_{A_H} D(r) \cdot dA = D(r) \oint_{A_H} dA = D(r) \cdot 4\pi r^2 = Q$$

$$\Rightarrow D(r) = \frac{Q}{4\pi r^2}, \text{ bzw. } \vec{D}(\vec{r}) = \frac{Q \cdot \vec{r}}{4\pi r^3}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{4\pi \varepsilon r^2}, \text{ bzw. } \vec{E}(\vec{r}) = \frac{Q \cdot \vec{r}}{4\pi \varepsilon r^3}$$

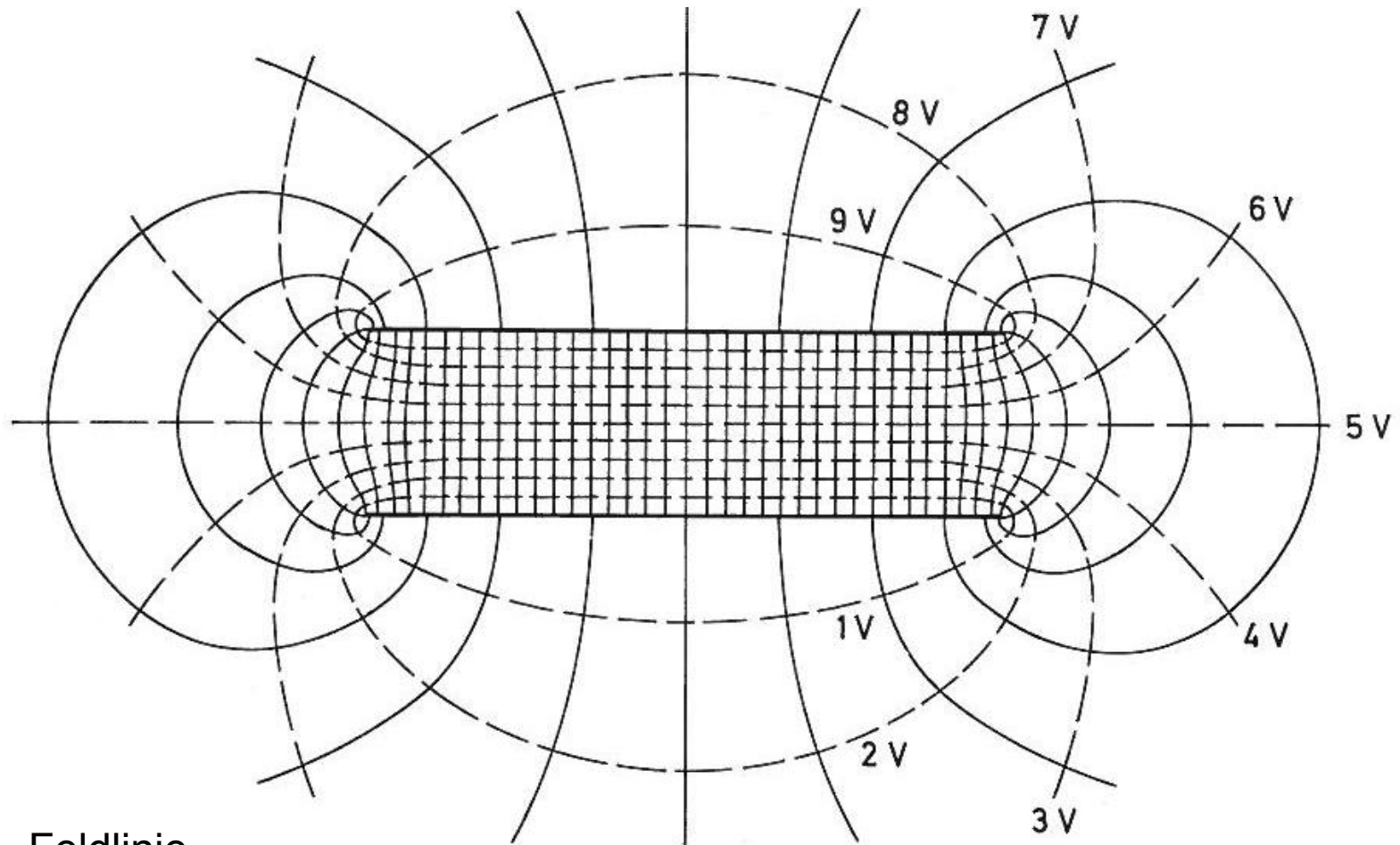
$d\vec{A}$: Flächenelement in Hüllfläche

\vec{D} : Verschiebungsdichte im Flächenelement $d\vec{A}$

$$\alpha = \text{Winkel}(\vec{D}, d\vec{A}) = 0$$

ε : Permittivität

Beispiel: Elektrostatisches Feld eines auf 10V aufgeladenen Plattenkondensators

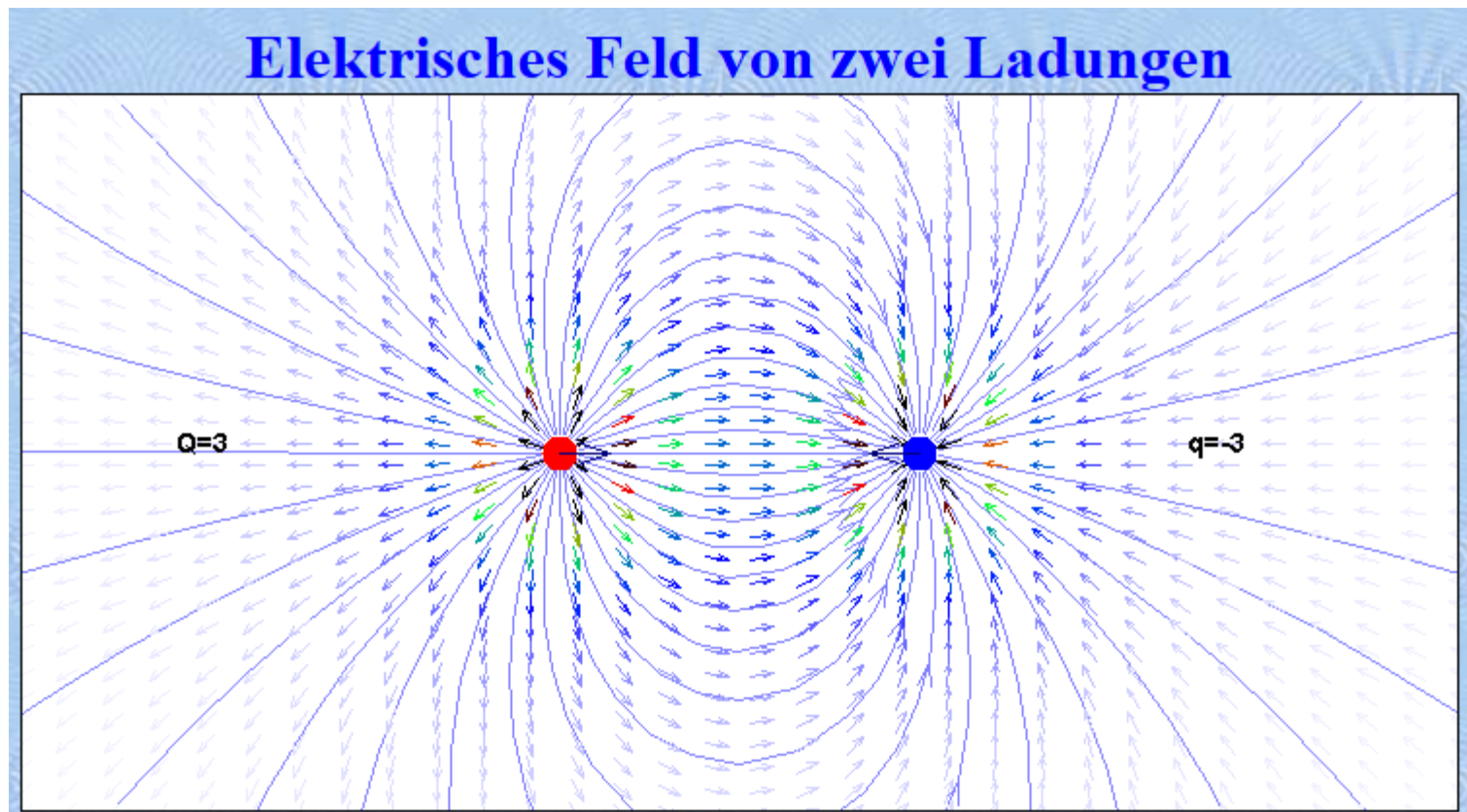


- Feldlinie
---- Äquipotentiallinie

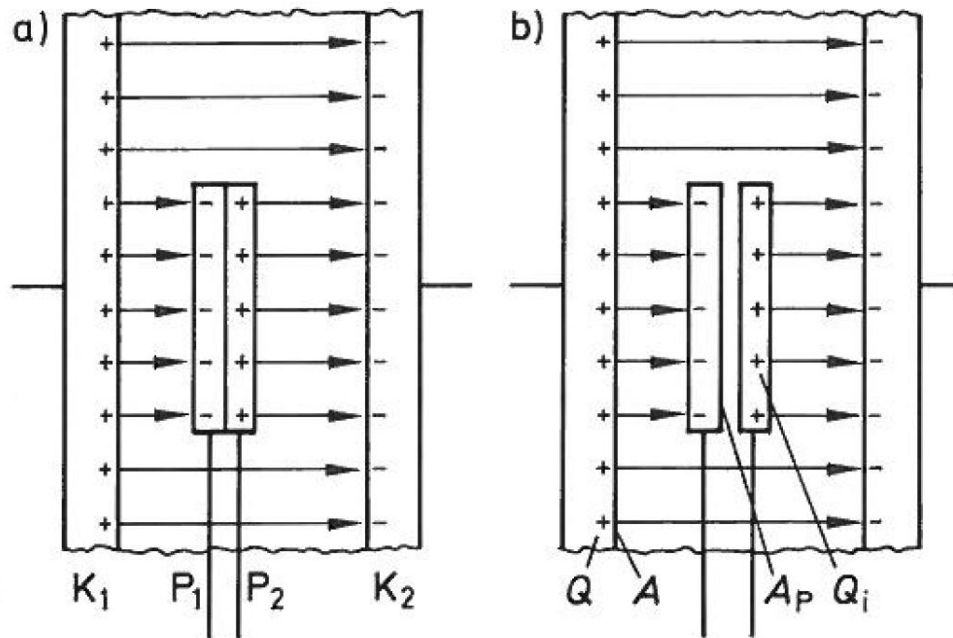
Quelle: [2], S. 148

Applet auf Internet zum elektrostatischen Feld

<http://www.schulphysik.de/java/physlet/applets/efeld1.html>



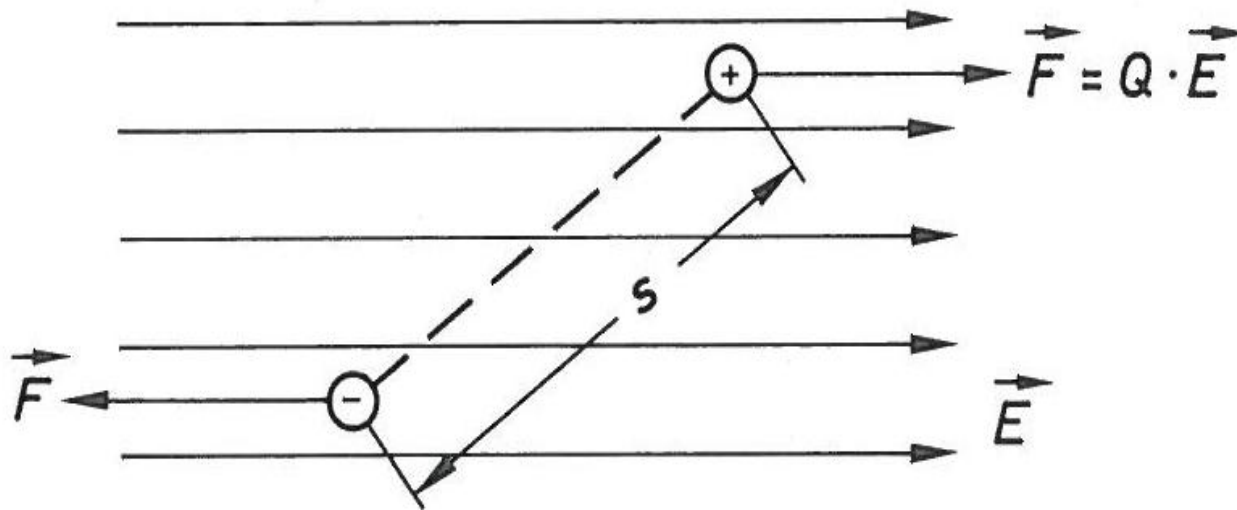
Erscheinung im elektrostatischen Feld: Influenz von Ladungen



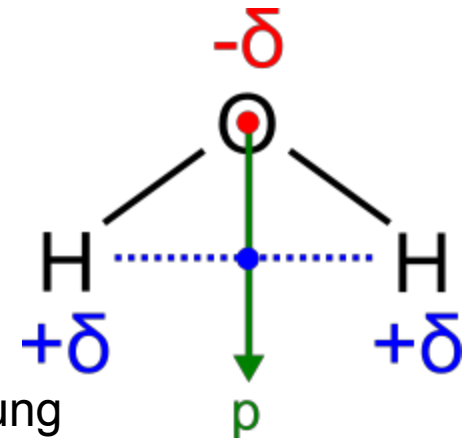
Quelle: [2], S. 151

Nachweis: a) auf den elektrisch leitenden Prüfplatten $P_1, 2$ wird Ladung verschoben
 b) Auseinanderziehen der Prüfplatten. Ladung Q_i
 an den Platten mit Fläche A_P getrennt. Nachweis: ausserhalb
 des Feldes kurzzeitiger Entladestrom bei Kurzschluss
 über Amperemeter feststellbar.

Erscheinung im elektrostatischen Feld: Polarisation: Ausrichten von Dipolen (nichtleitende Materialien)



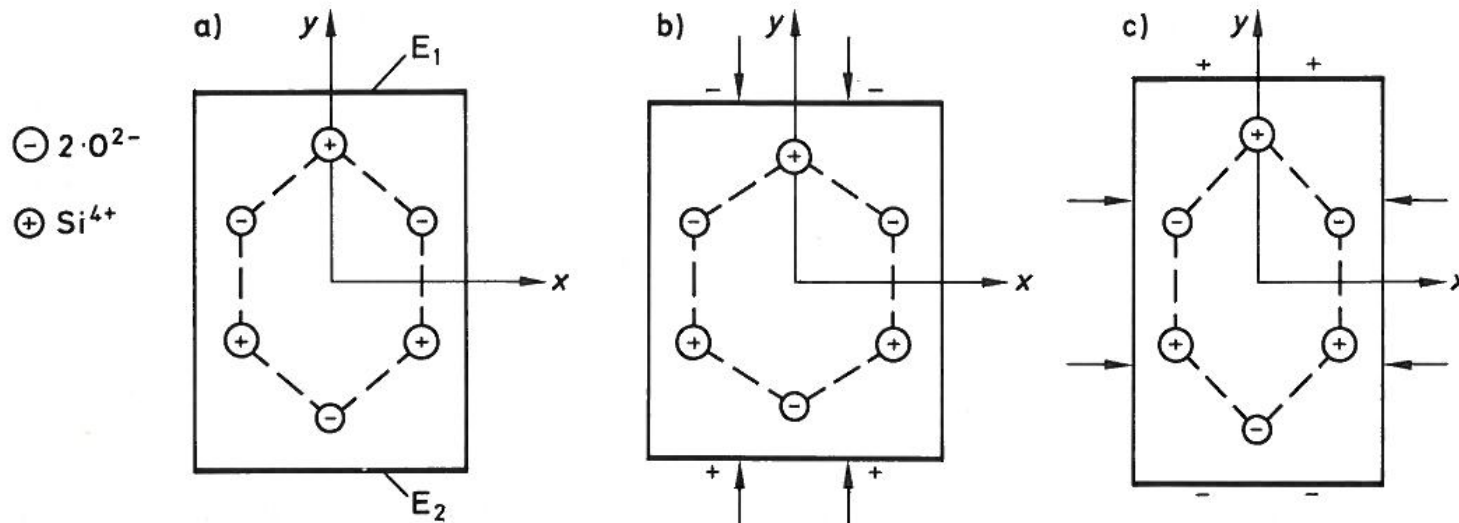
Wassermolekül



Anwendung im Wechselfeld: innere Reibung \rightarrow Erwärmung

Quelle: [2], S. 159

Erscheinung im elektrostatischen Feld: Piezoeffekt: Dipolbildung unter externem Zug/Druck auf Kristallgitter.



Anwendungen:
Deformation/Kraftmessung
Schwingquarze

Quelle: [2], S. 160

Praxisbezug

- Elektrische Feldstärke
 - Stress für Materialien → Dimensionierung von Formgebung und Materialien der Isolationen (Maschinen, El. Energieübertragung, Mikroelektronik), Durchschlagsfestigkeit
 - Feldfreie Raum (Faraday-Käfig): wenn keine Ladung innerhalb Hüllfläche → $E=0$
- Kraftwirkung auf Ladung:
 - Partikelfilter, Festhalten durch elektrostatische Kräfte

Faradayscher Käfig



Durchschläge in Luft ab 3.3 kV/mm



<http://www.youtube.com/watch?v=dukkO7c2eUE>

<http://www.youtube.com/watch?v=1GTlr65BKAK>

<http://www.youtube.com/watch?v=6NZ7BollRo4> ab 00:49

Beispiele Praxisbezug

Abschätzung der Feldstärke

Gegeben sind folgende beiden Strukturen:

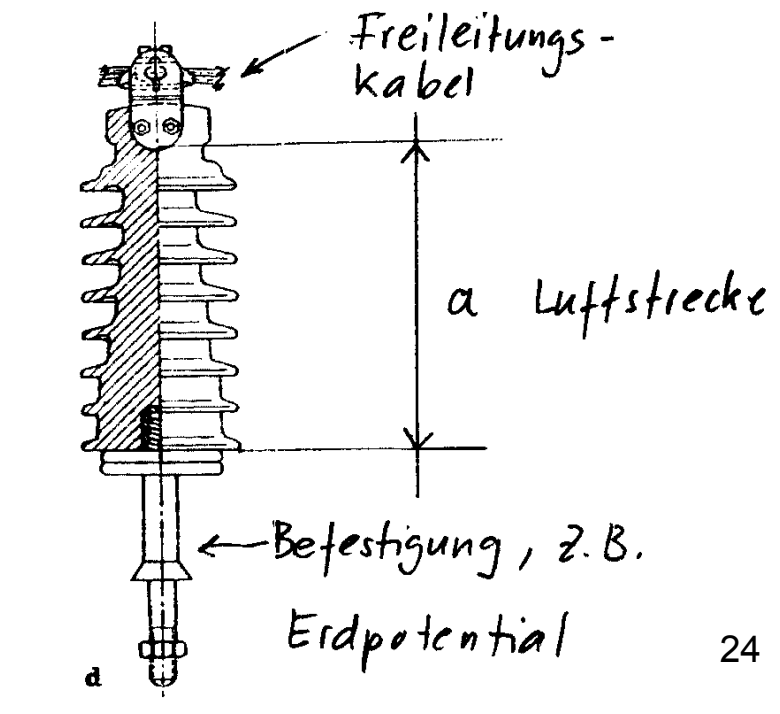
1. Parallele Leiterbahnen in einem Efficion-Prozessor.

Leiterbahnenabstand 240 nm, Spannung zwischen den Leitern 1.2 V.

2. Freiluft-Hochspannungsisolator mit Abstand $a=1.21\text{m}$ zwischen den leitfähigen Enden (Befestigungspunkten) und einer Betriebsspannung von 123 kV.

- 1) 5 MW/m
- 2) 0.102 MW/m

Schätzen Sie die Feldstärke
in beiden Strukturen
Unter Annahme homogenes Feld.



Aufgaben – Phase der Studierenden

Dozent hilft nach Möglichkeit individuell

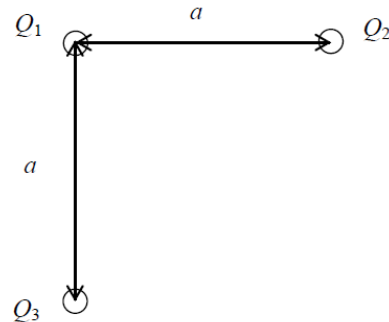
1-2L

Gegeben: Eine Anordnung von Punktladungen

E1-1: Elektrostatisches Feld und Kräfte

E2-1: Elektrostatisches Feld

E1-1



Die Punktladungen Q_1 , Q_2 und Q_3 bilden die Eckpunkte eines rechtwinkligen Dreiecks.

Daten: $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0,5 \text{ nAs}$ (positive Ladungen)

$a = 2 \text{ cm}$ $\epsilon_r = 1$

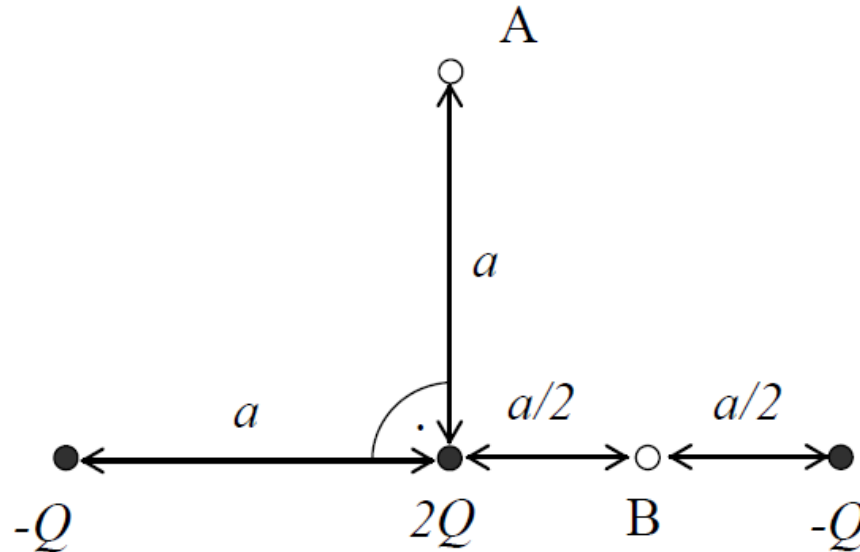
- Berechnen Sie den Betrag der Kraft auf die Ladung Q_1 (2 Pt.) und zeichnen Sie den Vektor im oben dargestellten Bild ein.
- Bestimmen Sie den Ort, wo eine zusätzliche negative Ladung $Q_4 = -0,5 \text{ nAs}$ angeordnet werden muss, so dass auf Q_1 keine Kraft wirkt. Berechnen Sie den gesuchten Ort und zeichnen Sie ihn im oben dargestellten Bild ein.
- Zeichnen Sie (qualitativ) den Verlauf der Feldlinien im unten vorbereiteten Bild ein. (Feldlinien in der Ebene aufgespannt durch die drei Ladungen, ohne Q_4)



E2-1

Aufgabe 1: Elektrostatisches Feld und Kräfte

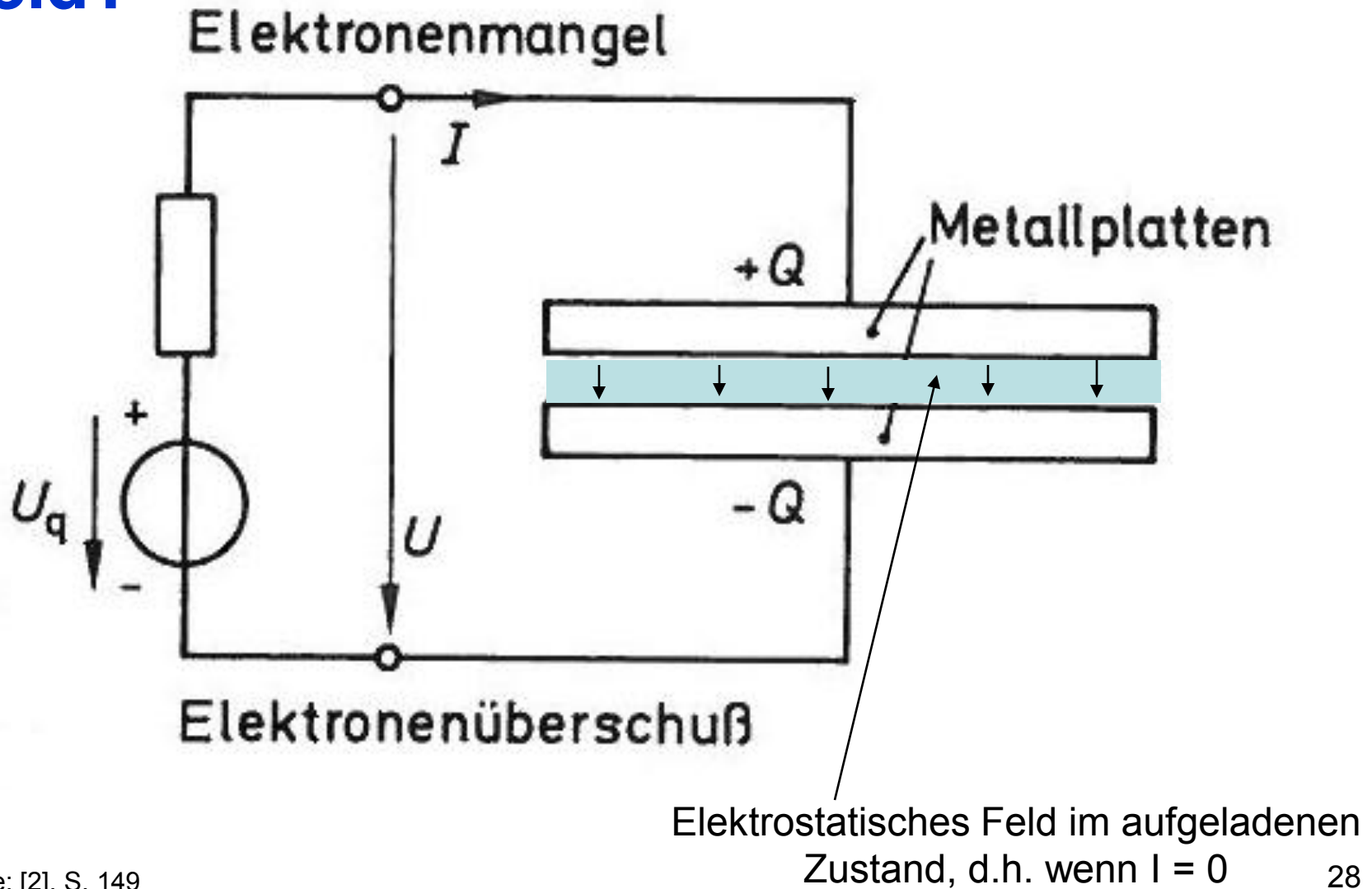
Drei Punktladungen sind gemäss Bild auf einer Linie angeordnet. (Medium: Luft)



Daten: $|Q| = 1 \text{ nC}$ $a = 10 \text{ cm}$

- Bestimmen Sie die elektrischen Feldstärken in den Punkten A und B .
(Betrag berechnen und Richtung in der Zeichnung eintragen)
- Zeichnen Sie die Feldlinien im Bild ein.

Wie macht man ein elektrostatisches Feld?



Messung der elektrischen Feldstärke?



Gewichtsänderung bei geladenem Löffel in elektrostatischem Feld

Ladung	Q	$0,5 Q$	$0,25 Q$	
Kraft	22 mN (Waage zeigte 2,2 g)	11 mN	6 mN	
Spannung U	20 kV	15 kV	10 kV	5 kV
Kraft auf Ladung	29 mN	22 mN	14 mN	7 mN