# Lernkontrolle 6 MUSTERLÖSUNG

## Aufgabe 1)

Untersuchen Sie die nachfolgenden Situationen bezüglich Stabilität mittels des Hurwitz Verfahrens.

a) System mit Differrentialgleichung

$$\dddot{y} + 2\ddot{y} + \dot{y} = 7\dot{u} - u \qquad .$$

$\mathbb{L}$ : Die zugehörige Übertragungsfunktion weist das Nennerpolynom $s^3 + 2s^2 + s$ auf. Da der Koeffizient in $s^0$ fehlt, ist das entsprechende System als instabil zu klassieren.

b) Strecke mit Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{s^2 - s + 2}{s^4 + 2s^3 + s^2 + 5s + 3} \qquad .$$

$\mathbb{L}$ : Die Hurwitzdeterminante und ihre Unterdeterminanten lauten

$$H = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$H_1 = \begin{vmatrix} 5 \end{vmatrix} = 5$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 5 - 6 = -1$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & 1 \end{vmatrix} = 5 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} - 3 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -20 - 6 = -26$$

$$H_4 = 1 \cdot H_3 = -26$$

Da nicht alle Unterdeterminanten positiv sind, ist das System zwingend instabil.

c) Parameter $a$ und $b$ so, dass die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + as + b}$$

stabil ist.

$\mathbb{L}$ : Gemäss Hurwitz genügt für Polynome zweiter Ordnung die Bedingung, dass alle Koeffizienten positiv sind, für Stabilität. Entsprechend lautet die Bedingung für Stabilität: $a > 0$ und $b > 0$.

d) Verstärkung $k$ des Regler $G_R(s) = k$ so, dass der geschlossene Regelkreis mit Regelstrecke

$$G_S(s) = \frac{s - 1}{s^2 + 2}$$

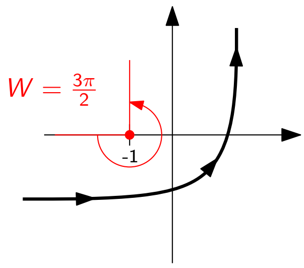
stabil ist.

$\mathbb{L}$ : Der geschlossenen Kreis weist das Nennerpolynom $k(s-1) + (s^2 + 2) = s^2 + ks + (2 - k)$ auf. Für Stabilität ist daher die Forderung $k > 0 \wedge 2 - k > 0$ notwendig und hinreichend. Damit ergibt sich die Bedingung $0 < k < 2$ für Stabilität.

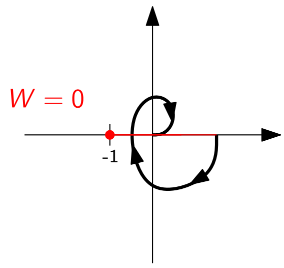
Aufgabe 2)

Bestimmen Sie für die nachfolgenden Ortskurven die Winkeländerung $W$ bezüglich dem Punkt $-1$ für $\omega : 0 \to \infty$.

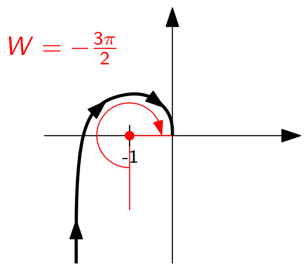
a)




b)




c)




d)