Lösungen MEP LRS FJ2013

Aufgabe 1 (20 min = 20 Punkte, Fragen zur Regelungstechnik)

Nr.	Aussage	JA	NEIN
1	Eine Phasenreserve von über 90° ist nicht möglich.		X
2	Die Impulsantwort eines Systems erster Ordnung kann schwingen.		X
3	Ein System 2. Ordnung, dessen Nennerkoeffizienten alle grösser als Null sind, ist stabil.	X	
4	Kann eine Nullstelle das Einschwingverhalten beeinflussen?	X	
5	Ist die Differentialgleichung $5\dot{y}^2 + 3t \cdot y = 2u$ zeitvariant?	X	
6	Ist die Differentialgleichung $5\dot{y}^2 + 3t \cdot y = 2u$ linear?		X
7	Ein PD-Regler hat für alle Frequenzen eine Phase grösser oder gleich Null.	X	
8	Der Amplitudengang einer Totzeit ist abhängig von der Frequenz.		X
9	Ein PD-Regler reagiert langsamer als ein PI-Regler.		X
10	Impulsantwort und Frequenzgang eines LZI Systems sind direkt miteinander verknüpft.	X	
11	Ein System ohne Ausgleich kann mit einem I-Regler geregelt werden.		X
12	Stör und Führungsverhalten besitzen dieselben Stabilitätseigenschaften. Stabilitätsverhalten.	X	
13	Konjugiert komplexe Pollagen in der LHE nahe an der imaginären Achse haben einen starken Einfluss auf das Einschwingverhalten.	X	
14	Ist für eine Übertragungsfunktion der Nennergrad = Zählergrad, dann beginnt die Schrittantwort mit einem endlichen Wert.	X	
15	Bei einem System 2. Ordnung ist das prozentuale Überschwingen von der Eigenfrequenz abhängig.		X
16	Ein System mit grosser Bandbreite hat auch eine grosse Anstiegszeit (Reaktionszeit).		X
17	Instabile Pole der Regelstrecke dürfen beim Reglerentwurf mit Pol/Nullstellenkürzung nicht gekürzt werden.	X	
18	Ein System mit endlicher Phasenreserve und unendlicher Amplitudenreserve ist nicht möglich.		X
19	Ein BIBO stabiles System hat eine Impulsantwort die für $t \to \infty$ gegen Null abklingt.	X	
20	Das Verhalten eines nichtlinearen Systems ist vom Arbeitspunkt unabhängig.		X

Aufgabe 2

1 e : System 2. Ordnung schwingend, mit Ausgleich, Steigung Null bei t=0, Dämpfung mittel
2 d : System ohne Ausgleich
3 b : System 2. Ordnung nicht schwingend, mit Ausgleich, Steigung Null bei t=0
4 c : System 2. Ordnung, stark schwingend, y(0+) endlich daher Zählergrad = Nennergrad, y geht gegen Null
5 a : System 2. Ordnung schwingend wie 1, Steigung endlich bei Null, Zählergrad = Nennergrad-1, muss Nullstelle haben, mit Ausgleich
6 f : System 2.Ordnung schwingend wie 4, Steigung endlich bei Null, abklingend nach Null daher differenzierend

Aufgabe 3

a) $x(t) = 3\varepsilon(t) - 3\varepsilon(t-2) + (t-3)\varepsilon(t-3)$ 1P + 1P + 1P

b) $X(s) = \frac{3}{s} - \frac{3}{s}e^{-2s} + \frac{1}{s^2}e^{-3s}$ 1P + 1P + 1P

c) $x_a(t) = \dot{x}(t) = 3\delta(t) - 3\delta(t-2) + 1\cdot\varepsilon(t-3) + (t-3)\delta(t-3) = 3\delta(t) - 3\delta(t-2) + \varepsilon(t-3)$
1P + 1P + 1P

d) $X_a(s) = 3 - 3e^{-2s} + \frac{1}{s}e^{-3s}$ 1P + 1P + 1P

e) Eingang b) nicht abgeleitet: $sY(s) - y(0^-) - 2Y(s) = \frac{3}{s} - \frac{3}{s}e^{-2s} + \frac{1}{s^2}e^{-3s}$ 1P

$$Y(s)(s-2) = y(0^-) + \frac{3}{s} - \frac{3}{s}e^{-2s} + \frac{1}{s^2}e^{-3s}$$

$$Y(s) = \frac{y(0^-) + \frac{3}{s} - \frac{3}{s}e^{-2s} + \frac{1}{s^2}e^{-3s}}{s-2} = \frac{y(0^-)}{s-2} + \frac{3}{s}\frac{(1-e^{-2s})}{(s-2)} + \frac{1}{s^2}\frac{e^{-3s})}{(s-2)}$$ 1P + 1P + 1P

Rücktransformiert mit Tabelle

$$y(t) = e^{2t} + 3\left(e^{2t} - 1\right)/2 - 3\varepsilon(t-2)\left(e^{2(t-2)} - 1\right)/2 + \varepsilon(t-3)\left(e^{2(t-3)} - 1 - 2(t-3)\right)/4$$ 2P

Eingang d) abgeleitet: $sY(s) - y(0^-) - 2Y(s) = 3 - 3e^{-2s} + \frac{1}{s}e^{-3s}$ 1P

$$Y(s)(s-2) = y(0^-) + 3 - 3e^{-2s} + \frac{1}{s}e^{-3s}$$

$$Y(s) = \frac{y(0^-) + 3 - 3e^{-2s} + \frac{1}{s}e^{-3s}}{s-2} = \frac{y(0^-)+3}{s-2} - 3\frac{e^{-2s}}{(s-2)} + \frac{1}{s}\frac{e^{-3s}}{(s-2)}$$ 1P + 1P + 1P

Rücktransformiert mit Tabelle

$$y(t) = 4e^{2t} + -3\varepsilon(t-2)e^{2(t-2)} + \varepsilon(t-3)\left(e^{2(t-3)} - 1\right)/2$$ 2P

f) Skizze: y(t) geht sehr schnell gegen unendlich (exponentiell), 4 zeitlich verschobene, exponetiell wachsende Funktionen je 1P pro Exponentialfkt.

Aufgabe 4

a) Ja. Die Grenzen sind gegeben durch:

$f = \omega / 2\pi$

$f_u = 1/2\pi \approx 0.16 \qquad f_o = 2/2\pi \approx 0.32$

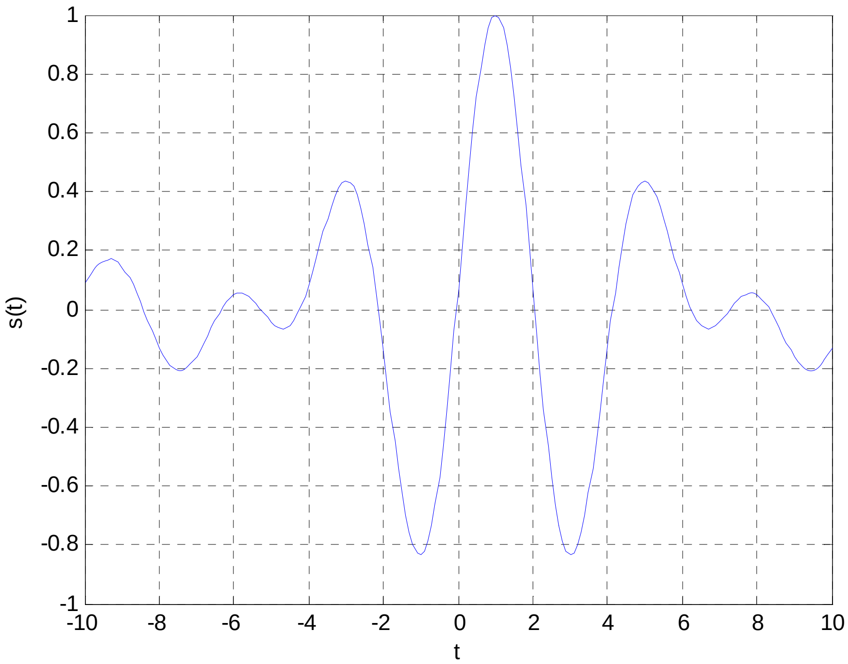
b) Linear in ω

c) Bandbegrenzung in der Frequenz bedeutet unendliche Zeitausdehnung des Signals

d) $s(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} A(\omega)e^{-j\omega}e^{j\omega t}d\omega = \frac{\pi}{2\pi}\int_{-2}^{-1} e^{j\omega(t-1)}d\omega + \frac{\pi}{2\pi}\int_{1}^{2} e^{j\omega(t-1)}d\omega$

$$s(t) = \frac{1}{2}\left(\frac{e^{j\omega(t-1)}}{j(t-1)}\right)_{-2}^{-1} + \frac{1}{2}\left(\frac{e^{j\omega(t-1)}}{j(t-1)}\right)_{1}^{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{e^{-j(t-1)}}{j(t-1)} - \frac{e^{-2j(t-1)}}{j(t-1)}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{e^{2j(t-1)}}{j(t-1)} - \frac{e^{j(t-1)}}{j(t-1)}\right)$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{-e^{j(t-1)} + e^{-j(t-1)}}{j(t-1)}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{-e^{-2j(t-1)} + e^{2j(t-1)}}{j(t-1)}\right) = -\frac{\sin(t-1)}{t-1} + \frac{\sin(2(t-1))}{t-1}$$

e)



f) Eine Zeitverschiebung erzeugt nur eine Phasenverschiebung des Signals, daher bleibt das Amplitudenspektrum erhalten, die Phase wird neu

$\varphi(\omega) = -2\omega$

Aufgabe 5

a) $G_1(s) = \frac{0.3}{1+2s} + \frac{0.7}{1+5s} = \frac{0.3(1+5s)+0.7(1+2s)}{(1+2s)(1+5s)} = \frac{1+2.9s}{(1+2s)(1+5s)}$ 2P

Nullstelle bei -1/4.1=-0.345, Pole bei -1/2 und -1/5 2P

$$G_2(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+5s)}$$ 1P

Keine Nullstellen, Pole bei -1/2 und -1/5 1P

b) $$Y_1(s) = \frac{1+2.9s}{(1+2s)(1+5s)}\frac{1}{s}$$ 1P

$$Y_2(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+5s)}\frac{1}{s}$$ 1P

c) $Y_2(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+5s)}\frac{1}{s}$ mit Tabelle rücktransformiert

$$y_2(t) = 1 + \frac{1}{3}\left(2e^{-\frac{t}{2}} - 5e^{-\frac{t}{5}}\right)$$ 3P

$Y_1(s) = G_1(s)\frac{1}{s} = \frac{0.3}{1+2s}\frac{1}{s} + \frac{0.7}{1+5s}\frac{1}{s}$ einzeln rücktransformiert ergibt

$$y_1(t) = 0.3\left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right) + 0.7\left(1 - e^{-\frac{t}{5}}\right)$$ 3P

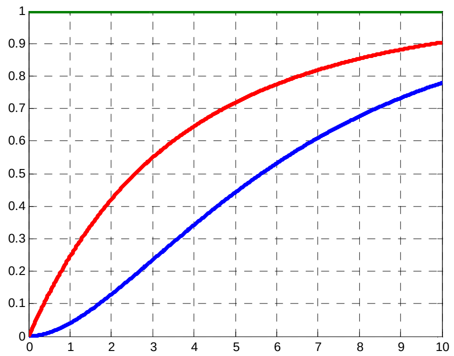
oder

$$Y_1(s) = \frac{1}{(1+2s)(1+5s)}\frac{1}{s} + \frac{2.9}{(1+2s)(1+5s)}$$

$$y_1(t) = y_2(t) + 2.9\dot{y}_2(t) = 1 + \frac{1}{3}\left(2e^{-\frac{t}{2}} - 5e^{-\frac{t}{5}}\right) + \frac{2.9}{3}\left(-e^{-\frac{t}{2}} + e^{-\frac{t}{5}}\right)$$

$$y_1(t) = 1 + \frac{2-2.9}{3}e^{-\frac{t}{2}} + \frac{2.9-5}{3}e^{-\frac{t}{5}} = 1 - 0.3e^{-\frac{t}{2}} - 0.7e^{-\frac{t}{5}} = 0.3\left(1 - e^{-\frac{t}{2}}\right) + 0.7\left(1 - e^{-\frac{t}{5}}\right)$$

oder mit Partialbruchzerlegung



2P

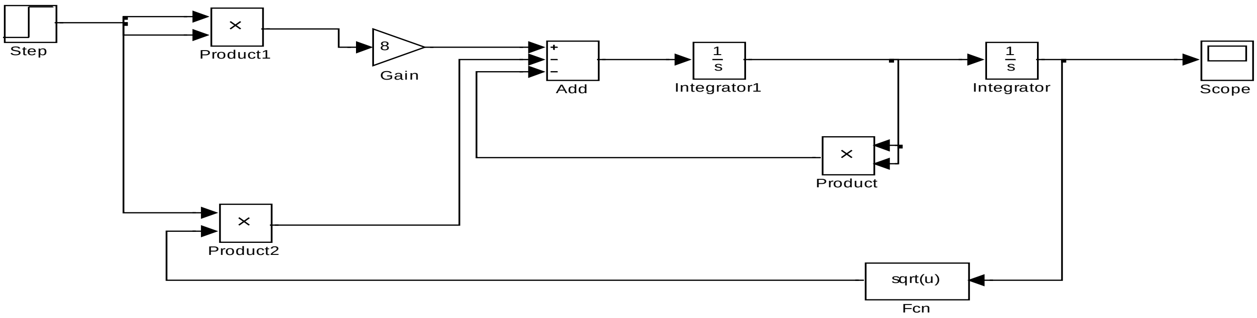
d) Ja, Nullstelle verschnellert das System 1! 1P + 1P

Aufgabe 6

a) $\dot{y}^2, \quad u \cdot \sqrt{y\ \ }, \quad \sqrt{y}, \quad u^2$ 1P + 1P + 1P + 1P

b) $\ddot{y} = 8u^2 - \dot{y}^2 - u \cdot \sqrt{y}$

Pro Block 1



7P Pro Block 1P (ausser Summation)

c) $8\bar{u}^2 = \bar{u} \cdot \sqrt{\bar{y}}$

$\bar{u} \neq 0 \qquad \sqrt{\bar{y}} = 8\bar{u}$

2P

$\bar{y} = 64u^2$

d) $\Delta\ddot{y} + 2\dot{y} \cdot \Delta\dot{y} + \sqrt{\bar{y}} \cdot \Delta u + \bar{u}\dfrac{1}{2\sqrt{\bar{y}}} \cdot \Delta y = 16\bar{u} \cdot \Delta u$ 5P

$\Delta\ddot{y} + 8\bar{u} \cdot \Delta u + \dfrac{1}{16} \cdot \Delta y = 16\bar{u} \cdot \Delta u$

$\Delta\ddot{y} + \dfrac{1}{16} \cdot \Delta y = 8\bar{u} \cdot \Delta u$ 2P

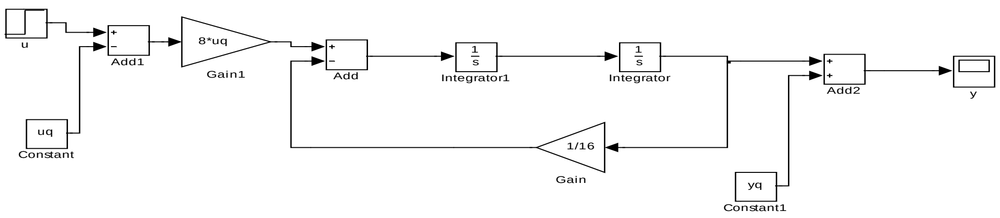
e) Dgl. 2.Ordnung ohne Dämpfung, d.h. D=0, Eigenfrequenz $\omega_0^2 = \dfrac{1}{16} \qquad \omega_0 = \dfrac{1}{4}$ 2P

$s^2 Y(s) + \dfrac{1}{16} Y(s) = 8\bar{u} \cdot U(s)$

$G(s) = \dfrac{8\bar{u}}{s^2 + \dfrac{1}{16}} \qquad s_{1/2} = \pm j\dfrac{1}{4}$ 2P

Grenzstabil (BIBO instabil), 2 Pole auf der imaginären Achse

f) $\Delta\ddot{y} = 8\bar{u} \cdot \Delta u - \dfrac{1}{16} \cdot \Delta y$



6P

Aufgabe 7

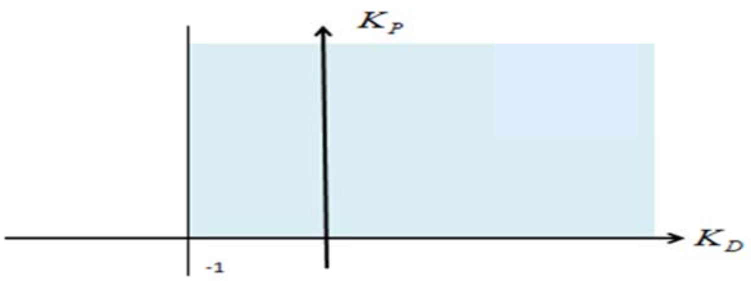
a) $G(s) = K_P + K_D s$ 2P

b) $G_W(s) = \dfrac{K_P + K_D s}{s(s+1) + K_P + K_D s} = \dfrac{K_P + K_D s}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}$ 4P

c) Alle Koeffizienten grösser als Null 2P

$K_P > 0$ 2P

$(1+K_D) > 0 \qquad K_D > -1$



2P

d) $s^2 + (1+K_D)s + K_P = s^2 + 2d\omega_0 s + \omega_0^2$ 2P

$K_P = 16$ 1P + 2P

$1 + K_D = 5{,}6 \qquad K_D = 4{,}6$

e) Nullstelle bei $-K_D / K_P = -4.6/16 = -0.2875$ 1P

Pole bei $-d\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{1-d^2}$ = -2.8 $\pm$ j2.857 2P

Zeichnung 1P

f) $Y(s) = G_W(s)\dfrac{1}{s^2} = \dfrac{K_P + K_D s}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}\dfrac{1}{s^2}$ 1P

$$E(s) = Y(s) - W(s) = \frac{1}{s^2}\left(1 - \frac{K_P + K_D s}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}\right) = \frac{1}{s^2}\left(\frac{s^2 + (1+K_D)s + K_P - K_P - K_D s}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}\right)$$

$$= \frac{1}{s^2}\left(\frac{s^2 + s}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}\right) = \frac{1}{s}\left(\frac{s+1}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}\right)$$

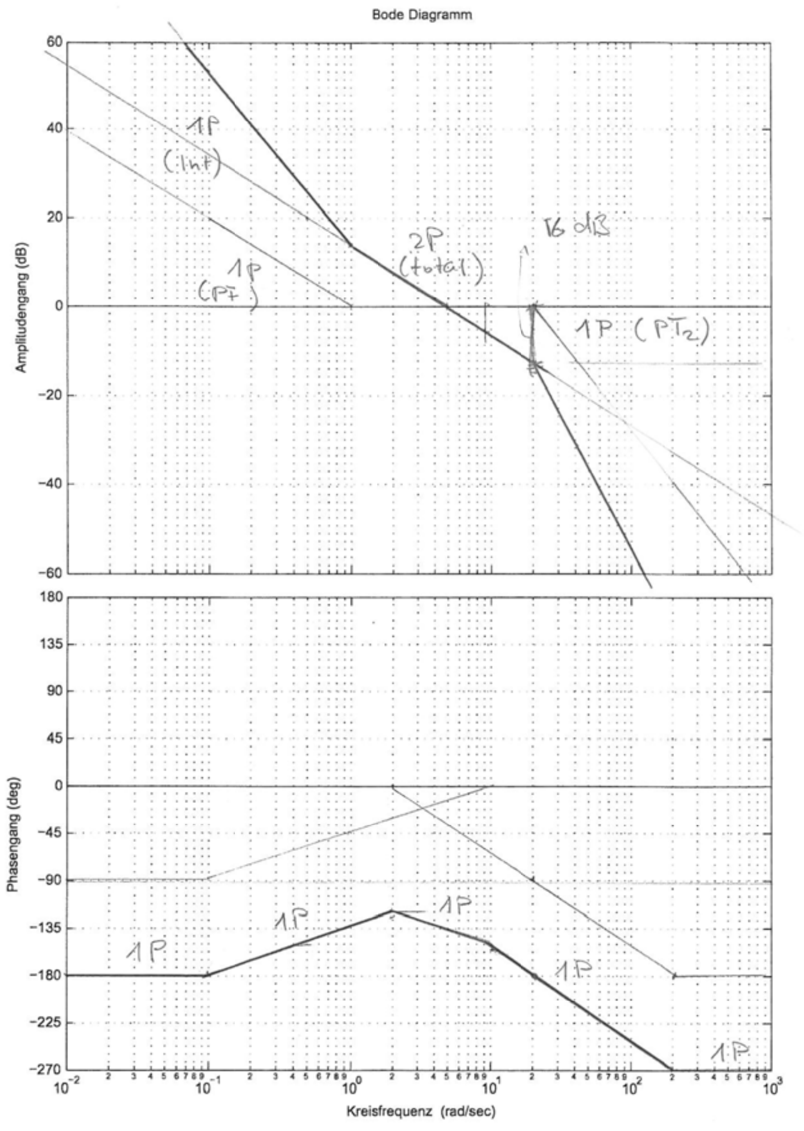
$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{s}\left(\frac{s+1}{s^2 + (1+K_D)s + K_P}\right) = \frac{1}{K_P} = \frac{1}{16}$$

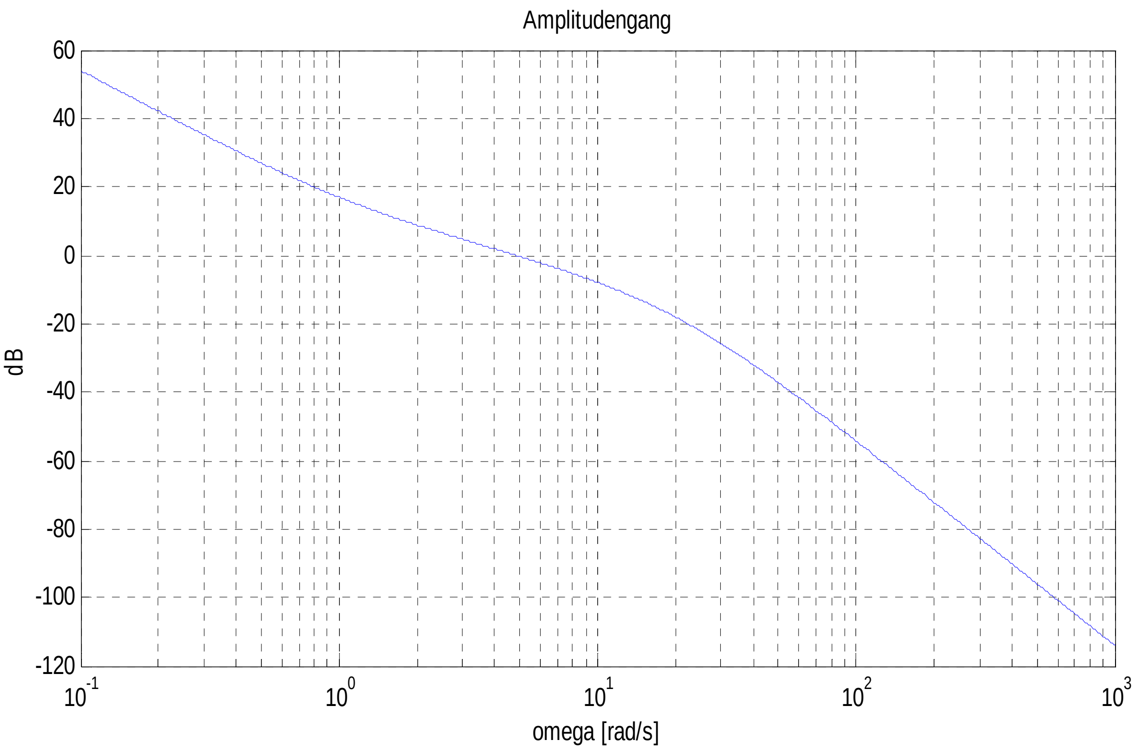
Fehler E(s) 1P + 2P

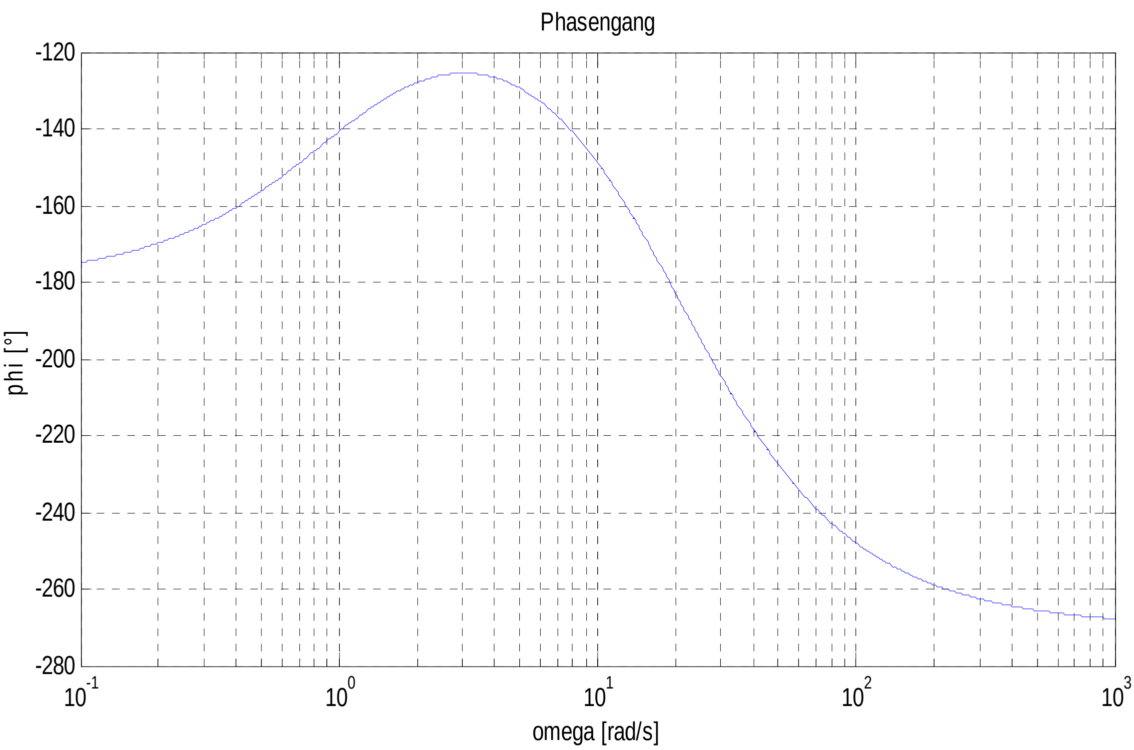
Aufgabe 8

a) $G_0(s) = 5K_P \frac{1 + sT_n}{s^2 T_n (1 + 0.05s)^2}$

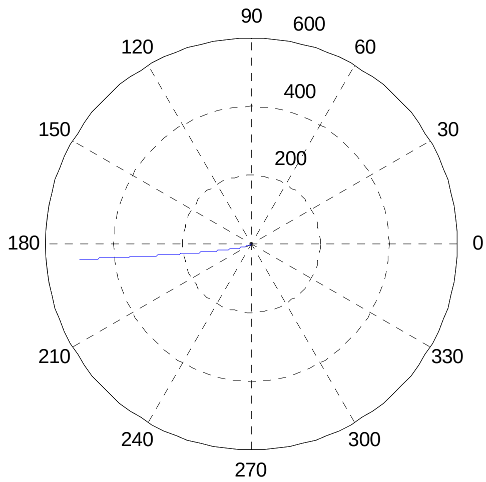
b)

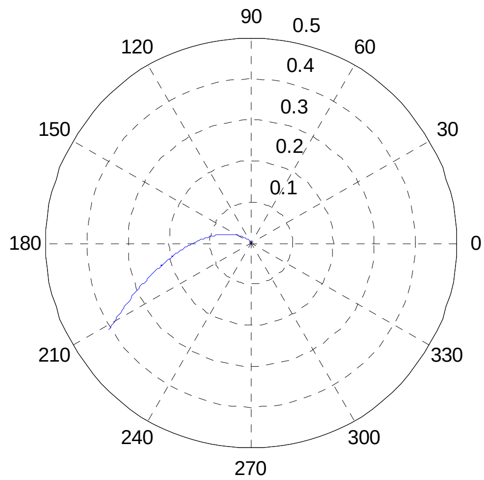



Amplitudengang
dB
omega [rad/s]


Phasengang
phi [°]
omega [rad/s]

c) Nyquistdiagramm





Beginn Kurve 2P, Ende 2P, Verlauf 2P, Achsen 1P

d) Aus Bodediagramm Amplitudenreserve ungefähr 16dB 2P

Für eine Amplitudenreserve von 6dB kann die Verstärkung um 10dB angehoben werden 2P

$K_P = 10^{\frac{10}{20}} = 3.16$ 2P

e) $T_n = 0.05$ 1P

$$G_0(s) = 5K_P \frac{1}{s^2 0.05(1+0.05s)}$$ 1P

Mit dem Kürzen ergibt sich ein I_2T_1-System, d.h. die Ortskurve beginnt bei -180+ und dreht um weiter -90°. Damit wird der Punkt (-1,0) umschlossen → geschlossenes System ist für alle K_P>0 instabil!

3P

Aufgabe 9

a) $u = 1.5 \qquad y = 1.8$ System mit Ausgleich 1P + 1P

b) $K_s = \frac{\Delta y}{\Delta u} = \frac{3.6-1.8}{3-1.5} = \frac{1.8}{1.5} = 1.2$

$T_g \approx 9.5 - 3.5 = 6$

$T_u \approx 3.5 - 1 = 2.5$ 2P + 2P + 2P

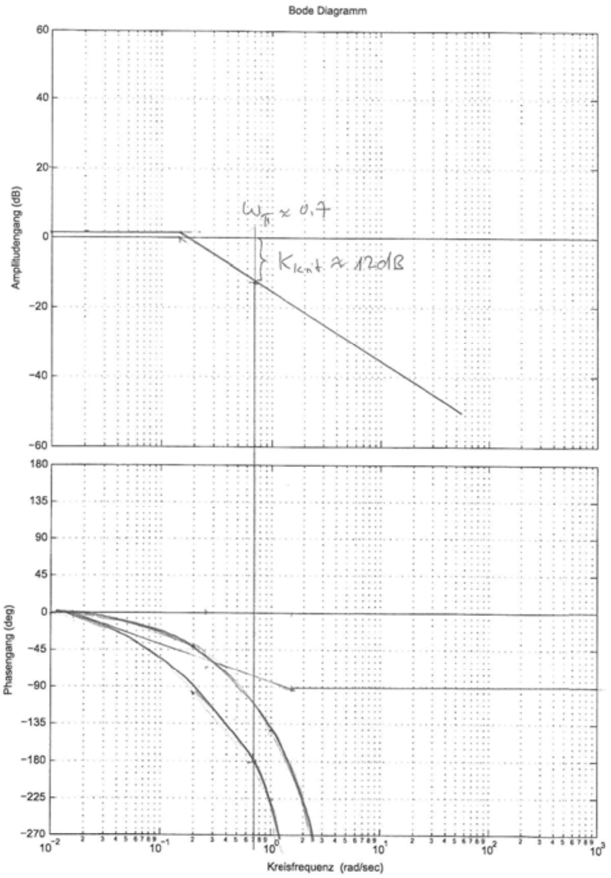
c)

$K_p = 0.9\frac{T_g}{K_s T_u} = 0.9\frac{6}{1.2*2.5} = 3$ 2P + 2P

$T_n = 3.3 * T_u = 3.3*2.5 = 8.25$

d) Bodediagramm

Aufgabe 9 d)



$T_{krit} = \frac{2\pi}{\omega_\pi} \approx \underline{\underline{9}}$ $K_{krit} \approx 12dB \Rightarrow K_{krit} = 4$

Amplitude 2P, Phase 3P, ω_π und Amplitudenreserve je 1P

e) $K_{krit} \approx 4 \qquad T_{krit} \approx 9$ 2P

$K_p = 0.45 * K_{krit} = 0.45 * 4 = 1.8$

$T_n = 0.85 * T_{krit} = 0.85 * 9 = 7.65$ 2P + 2P

Aufgabe 10

a) $K_{IS} \approx 20$ Schnitt mit der 0-dB Linie bei $\omega = 20$ 1P

$\varphi(\omega = 20) = -225°$ d.h. Phasendrehung durch Totzeit ist -225+90°=-135°

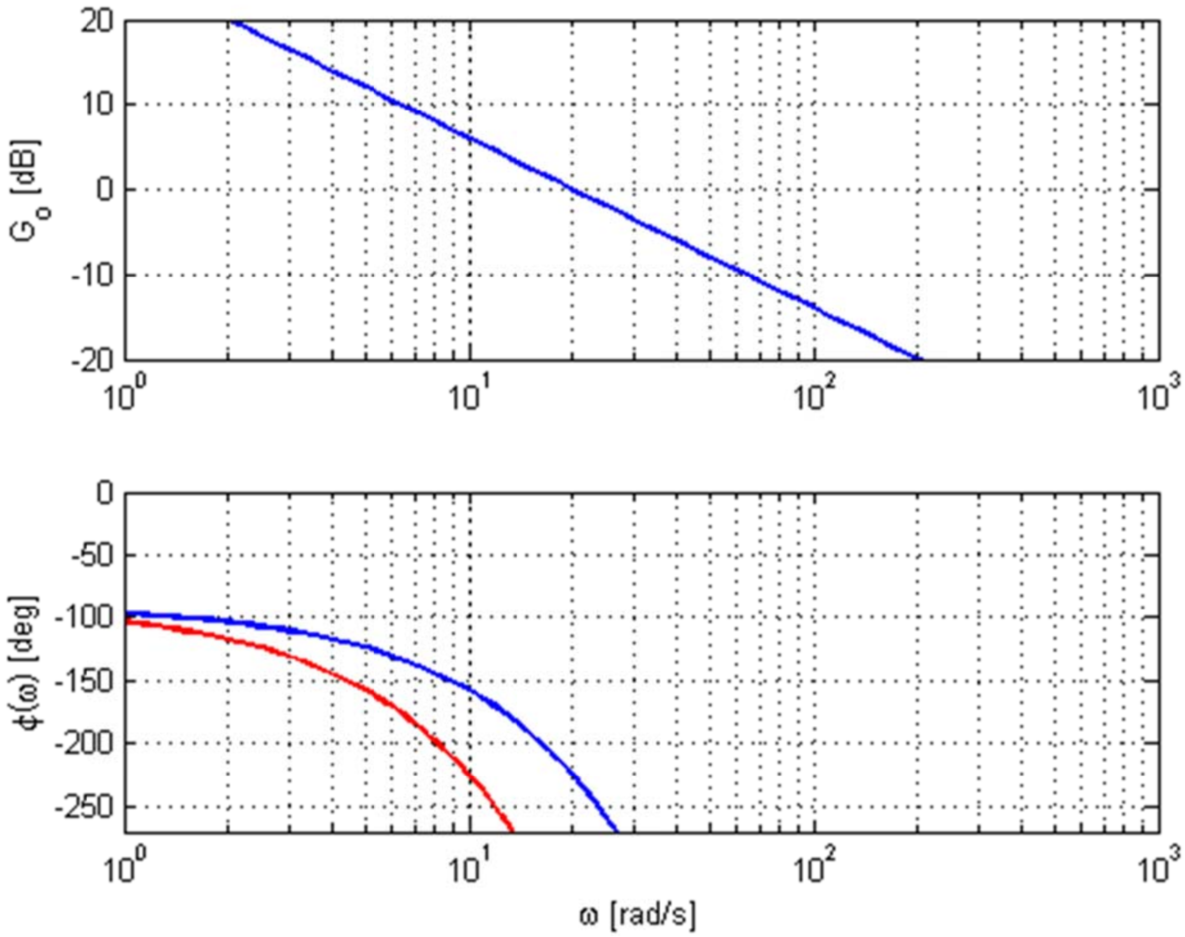
$-135° = -20 T_t \frac{180}{\pi} \qquad T_t = 0.1178\,\mathrm{sec}$ 1P + 1P

b) Phasenreserve $\varphi_r = 45°$ bei $\omega \approx 7$ Dort muss K_p um 10dB gesenkt werden, das ergibt für K_p eine Abschwächung um 0.32 2P + 1P + 1P

c) $\varphi_r = \omega_D T_{t,res} \frac{180°}{\pi} = 45° \qquad T_{t,res} = \frac{45°\pi}{180°\omega_D} = 0.1178\,\mathrm{sec}$ 2P + 1P

Die Totzeitreserve ist genau der Wert der bisherigen Totzeit, da mit einer Phasenreserve von 45° gerade die Hälfte von -90° bis -180° für die Totzeit verwendet wurde.

d)



2P

$\varphi = -\omega_D \cdot 2 \cdot T_t \frac{180°}{\pi} = -45°$ 1P

$\omega_{D,neu} = 3{,}33$ 1P

$$\frac{K_{IS}}{\omega_{D,neu}} K_P = 1 \qquad K_P = 0.1667$$ ca. -15dB 1P + 1P

Aufgabe 11

a) $G(s) = \frac{4(3s+2)}{s+12}$ 2 mal umformen 2P + 2P, G(s) 4P

b) G(s) ist nur erster Ordnung. Das Blockschaltbild aber 2. Ordnung.
Es liegt eine PD-T_1 Strecke vor mit direktem Durchgang zwischen u und y. 1P + 2P

c)

$$y(0^+) = \lim_{s\to\infty} sG(s)\frac{1.5}{s} = 1.5G(\infty) = 12\cdot 1.5 = 18$$ 1P + 1P

d) Nullstelle: -2/3 1P
Pol: -12 1P