

THFL+GRU - Fluiddynamik

Zusammenfassung & Formelsammlung

1. Grundbegriffe und Definitionen

Fluid:

Zentraler Bestandteil einer Strömung. Im Unterschied zu einem Festkörper, kommt ein Fluid unter Einfluss einer Schubspannung nicht zur Ruhe. Fluide können Gase oder Flüssigkeiten sein. Pastöse Medien, unter Umständen auch mit Festkörpern gemischt, werden ebenfalls als Fluide bezeichnet, sofern sie fließfähig sind.

Die wichtigsten Fluideigenschaften sind:

- Dichte ρ [kg/m^3]; spezifisches Gewicht eines Stoffes
- kinematische Viskosität ν [m^2/s]; „Fließunfähigkeit“ eines Fluids
- dynamische Viskosität $\eta = \rho \cdot \nu$ [$\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$] = [$\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$] = [$\text{Pa}\cdot\text{s}$]
- spez. Wärmekapazität c_p [$\text{J}/\text{kg}\cdot\text{K}$]; Fähigkeit Wärme zu speichern (bei Druck = const)
- Wärmeleitfähigkeit λ [$\text{W}/\text{m}\cdot\text{K}$]; Fähigkeit Wärme zu leiten

Unterschieden wird zwischen

- Ideales Fluid Annahme: Reibungsfreiheit, das heisst $\nu = 0$ (max. Fließfähigkeit), keine Reibung (Dissipation) im Fluid, keine Haftbedingung an Wänden, Dichte ist konstant.
- Reales Fluid Alle Fluide sind Reale Fluide und haben reale Fluideigenschaften. Das heisst: kompressibel, sie besitzen eine Viskosität > 0 (Reibung), haften an Wänden.

Kompressibilität:

In der praktischen Anwendung wird zwischen kompressiblen und inkompressiblen Strömungen unterschieden. Dies ist als Näherung zu verstehen, da alle realen Fluide eigentlich kompressibel sind.

- inkompressible gelten: alle Flüssigkeiten und Gase bis zu einer Machzahl von ca. 0.3
- schwach kompressibel gelten: Gase bei Machzahlen von 0.3 – 0.6
- kompressibel gelten: Gase über einer Machzahl von 0.6

Die Machzahl ist das Verhältnis der Fluidgeschwindigkeit zur Schallgeschwindigkeit im Fluid

$Ma = v / \sqrt{\kappa \cdot R \cdot T}$ []; dimensionslos, κ isentropen Exponent, R Gaskonstante, T Temperatur in K

Reibung:

Strömungen realer Fluide sind reibungsbehaftet. Durch eine endliche Zähigkeit (Viskosität) im Fluid entstehen Schubspannungen $\tau = F/A$ (Kraft pro Fläche). Diese verursachen Reibung, welche in Form von Wärme im Fluid dissipiert wird.

Strömungen mit geringer Reibung können näherungsweise als reibungsfrei betrachtet werden. Freie Strömungen, ohne den Einfluss von Wänden, werden häufig als solche vereinfachend angenähert. Man spricht dann von Potentialströmungen.

Laminar:

Eine Strömung die „geordnet“ verläuft wird als laminar bezeichnet. Die physikalisch exakte Definition einer laminaren Strömung besagt, dass diese wirbelfrei ist. Dies bedeutet, dass sich die Stromfäden nicht kreuzen und damit geordnet nebeneinander verlaufen. Eine laminare Strömung ist nicht per Definition reibungsfrei, da die Stromfäden mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aneinander vorbeigleiten können und somit Schubspannungen im Fluid entstehen.

Turbulent:

Eine Strömung, welche wirbelbehaftet ist, wird als turbulent bezeichnet. Die meisten technischen Strömungsvorgänge sind turbulent. Eine turbulente Strömung weist immer Schwankungen in Zeit und Raum auf. Die Kennzahl, welche eine Einteilung zulässt, ob eine Strömung laminar oder turbulent ist, ist die Reynolds-Zahl. Es gilt; je grösser die Reynolds-Zahl, desto turbulenter die Strömung. Eine Rohrströmung schlägt ab einer Reynolds-Zahl von ca. 2300 von laminar nach turbulent um. Für eine überströmte ebene Platte beträgt sie ca. $2 \cdot 10^5$. Man spricht auch von der kritischen Reynolds-Zahl.

Stationär:

Eine Strömung, welche keine Veränderungen in Zeit und Raum aufweist, wird als stationär bezeichnet. In der Realität gibt es praktisch keine echt stationären Strömungen. Vielmehr sind fast alle Strömungen mit teilweise extrem kleinen Schwankungen überlagert. Für technische Strömungsvorgänge wird deswegen der Begriff der quasi-stationären Strömungen verwendet. Für diese gilt; die Schwankungen sind deutlich kleiner als der Mittelwert und der Mittelwert ist konstant. Eine genaue Grenze hierfür gibt es nicht. Es liegt im Ermessen des Ingenieurs hier eine sinnvolle Einteilung dieser Vereinfachung vorzunehmen.

Instationär:

Praktisch jede Strömung weist Veränderungen in Zeit und Raum auf und ist damit instationär. Jede turbulente Strömung ist instationär. Die mathematische Berechnung von instationären Strömungen ist äusserst aufwendig. Aus diesem Grund werden Strömungsphänomene häufig zunächst quasi-stationär betrachtet.

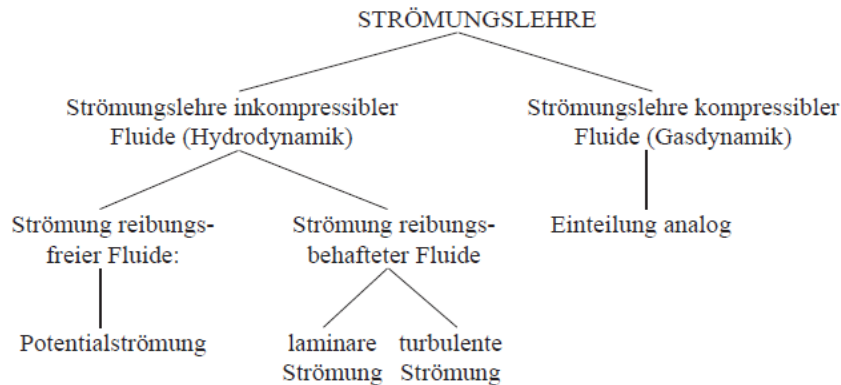
Reynolds-Zahl:

Die Reynolds-Zahl beschreibt das Verhältnis von Trägheitskräften zu Reibungskräften. Trägheitskräfte wirken auf ein Strömungsfeld immer destabilisierend, da aufgrund der Trägheit die Verbindung der Fluidpartikel untereinander belastet wird. Dies bedeutet benachbarte Fluidpartikel können einer Änderung der Strömungsrichtung oder –geschwindigkeit nicht so gut folgen. Somit kann die Verbindung abreißen und die Strömung wird zusehend turbulent. Die Reibungskräfte hingegen wirken immer stabilisierend. Aufgrund der Zähigkeit, als Ursache für die Reibung im Fluid, werden benachbarte Fluidpartikel mitgezogen. Damit erfolgt eine Glättung bzw. Dämpfung im Fluid, welche grosse lokale Änderungen teilweise ausgleicht. In einer laminaren Strömung überwiegt die glättende Wirkung der Reibungskräfte gegenüber der destabilisierenden Wirkung der Trägheitskräfte.

Die Reynolds-Zahl errechnet sich zu:

$$Re = v \cdot l / \nu \quad [\quad]; \text{ dimensionslos, } v \text{ Geschwindigkeit, } l \text{ Länge, } \nu \text{ kin. Viskosität}$$

Einteilung der Fluidodynamik:



Stromfaden & Stromröhre:

Vereinfachend lässt ein Strömungsfeld durch eine Packung von einzelnen Stromfäden oder auch Stromröhren veranschaulichen. Dabei beschreibt der Stromfaden die Bahnkurve eines Fluidpartikels für stationäre Strömungen. Entlang einer Stromröhre gilt die Massenerhaltung (Kontinuität). Es findet also kein Massenaustausch über die Grenzfläche der Stromröhre statt. Ein Stromfaden lässt sich auch als Stromlinie bezeichnen.

Druck:

Der Druck als thermodynamische Zustandsgrösse wird in der Fluidmechanik als Punktlast betrachtet, welche richtungsunabhängig ist (skalare Grösse). Für reibungsbehaftete Strömungen ist der Druck wie folgt definiert:

$$p = 1/3 \cdot (p_x + p_y + p_z)$$

Zu unterscheiden ist relativer und absoluter Druck. Relative Drücke werden relativ zu einem Bezugsniveau angegeben (z.B. Überdrücke). Der Druck p wird in unterschiedlichen physikalischen Einheiten verwendet.

$$\text{Druck } p: 1 \text{ [Pa]} = 1 \text{ [N/m}^2\text{]} = 10^{-5} \text{ [bar]}$$

Neben dem statischen Druck p wird in der Fluidodynamik auch die Grösse des Totaldrucks p_{tot} verwendet. Der Totaldruck setzt sich aus dem statischen und dem dynamischen Druck zusammen.

$$p_{\text{tot}} = p + \rho \cdot v^2 / 2$$

Hydrostatisches Grundgesetz:

Unter Einfluss des Schwerfeldes ist der Druck in einem Fluid abhängig von der Höhe der auf dem Fluidpartikel lastenden Fluidsäule. Allgemein formuliert heisst dies:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$$

Hierbei ist p_0 der Referenzdruck des Systems, üblicherweise der Umgebungsdruck. Wie erkennbar, ist der resultierende Druck nur eine Funktion der Höhe und nicht der Fläche!

Druck- und Geschwindigkeitsfeld:

Zentral für die Fluidodynamik ist das Zusammenspiel von Druck- und Geschwindigkeitsfeld in einer Strömung. Ohne eine treibende Druckdifferenz kommt es zu keiner Strömung. Andersherum induziert jede Veränderung eines Strömungsfeldes neben einer Änderung von Geschwindigkeiten immer auch eine Änderung des Druckfeldes. So sind Ursache und Wirkung nicht eindeutig dem Einen oder Anderen zuzuschreiben. Festhalten kann man aber, ändert sich eine der beiden Grössen in einem Punkt, so ändert sich auch die andere Grösse.

Druckkrümmungsformel:

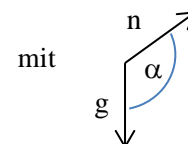
In einem Strömungsfeld mit gekrümmten Stromlinien wird die Änderung des Druckes normal zu den Stromlinien mit der Druckkrümmungsformel beschrieben:

$$dp/dn = - \rho \cdot v^2/R \quad ; \quad \rho \text{ Dichte, } v \text{ Fluidgeschwindigkeit, } R \text{ Krümmungsradius der Stromlinie}$$

Betrachtet man den Differentialausdruck dp/dn so wird erkennbar, dass der Druck hin zum Zentrum des Krümmungsradius abnimmt (negatives Vorzeichen). Das bedeutet, je kleiner der Krümmungsradius, desto kleiner ist der statische Druck p . Erklären lässt sich der Umstand damit, dass entlang einer Stromlinie der Totaldruck im Fluid in erster Näherung konstant bleibt (lokale Reibungsfreiheit). Ein Fluidpartikel, welches eine gekrümmte Stromlinie durchläuft, wird lokal beschleunigt. Die dafür nötige Energie wird durch eine Absenkung des statischen Druckes bereitgestellt. Somit bleibt der Totaldruck konstant.

Wird nun zusätzlich der Einfluss der Schwerkraft berücksichtigt, erweitert sich die Gleichung zu:

$$dp/dn = - \rho \cdot v^2/R + \rho \cdot g \cdot \cos \alpha$$



Massenerhaltung:

Entlang eines abgeschlossenen Strömungspfades bleibt die Masse erhalten; Eintritt = Austritt

$$\text{Massenstrom } \dot{m} = \rho \cdot v \cdot A = \text{const; } \rho \text{ Dichte, } v \text{ Geschwindigkeit, } A \text{ Fläche}$$

Wendet man die Massenerhaltung (Kontinuitätsgleichung) auf technische Strömungen an (z. B. einen Behälter mit Eintritts- und Austrittsflansch), ist zu beachten, dass jeweils nur die normal auf die jeweilige Fläche A stehende Komponente v_n zu berücksichtigen ist.