

Aufgabe: Epidemie-Modell

Verschiedene ansteckende Krankheiten können zu Epidemien führen. Es gibt verschiedene Modelle eine solche Epidemie zu beschreiben. Dies hängt von der Art der Krankheit ab. Es spielt eine grosse Rolle, ob man von den betreffenden Krankheitserregern mehrfach angesteckt werden kann oder nicht.

In der mathematischen Epidemiologie, einem Teilgebiet der theoretischen Biologie, bezeichnet man als SIR-Modell (Susceptible-Infected-Recovered-Modell) einen klassischen Ansatz zur Beschreibung der Ausbreitung von ansteckenden Krankheiten mit Immunitätsbildung, der eine Erweiterung des SI-Modells darstellt.

Dabei wird eine in ihrer Gesamtgrösse N als konstant veranschlagte Population aufgeteilt in gesunde Individuen (susceptible individuals S), reversibel erkrankte und ansteckende Individuen (infectious individuals I) und bereits immunisierte Individuen (resistant individuals R). Die Ausbreitung der betrachteten Krankheit wird meist in Form von gewöhnlichen Differentialgleichungen mit einer Erkrankungsrate c und einer Gesundungsrate w formuliert.

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -c \cdot I \cdot S \\ \frac{dI}{dt} &= c \cdot I \cdot S - w \cdot I \\ \frac{dR}{dt} &= w \cdot I\end{aligned}$$

Bearbeiten Sie folgende Aufgaben:

- Erstellen Sie ein Simulink-Modell für das oben genannte System.
- Es soll das zeitliche Verhalten des Systems untersucht werden. Dazu werden bei einer Gesamtpopulation von 1500 Individuen zwei unterschiedliche Situationen untersucht:

Fall 1 - 5 % der Individuen sind bereits zu Beginn mit dem Krankheitserreger infiziert und keine Individuen sind immunisiert.

Fall 2 - wie oben, jedoch 30 % der Individuen sind zu Beginn infiziert.

In beiden Fällen beträgt die Erkrankungsrate $c = 0.003$ und die Gesundungsrate $w = 0.55$. Die Zeiteinheit ist auf Tage bezogen. Wählen Sie eine geeignete Simulationsdauer und verwenden Sie für die Simulation den Solver *ode23* mit variabler Zeitschrittweite.

- Ermitteln Sie für die beiden Fälle die Anzahl der maximal infizierten Individuen. Nach wie vielen Tagen tritt dieser Zustand ein?