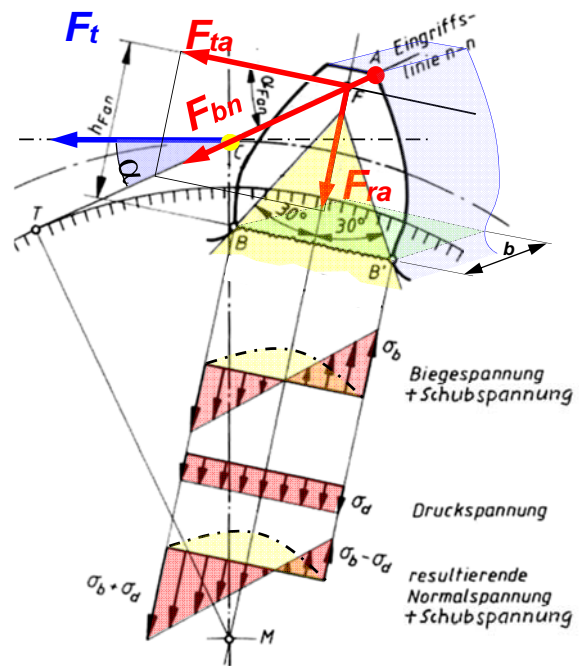


Modul TA.PR+SY

Zahnradgetriebe

Teil 3

Entwurfsberechnung und Tragfähigkeitsnachweis



FH Zentralschweiz

Inhalt

• Entwurfsberechnung und Tragfähigkeitsnachweis (Teil 3)

- Entwurfsberechnung
- Schadensmöglichkeiten an Zahnrädern
- Kraftverhältnisse
- Belastungseinflussfaktoren
- Nachweis der Zahnfußtragfähigkeit
- Nachweis der Grübchentragfähigkeit

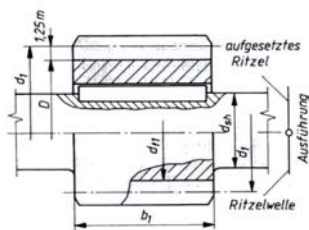
Entwurfsberechnung verzahnter Stirnräder

• Vorwahl der Hauptabmessungen

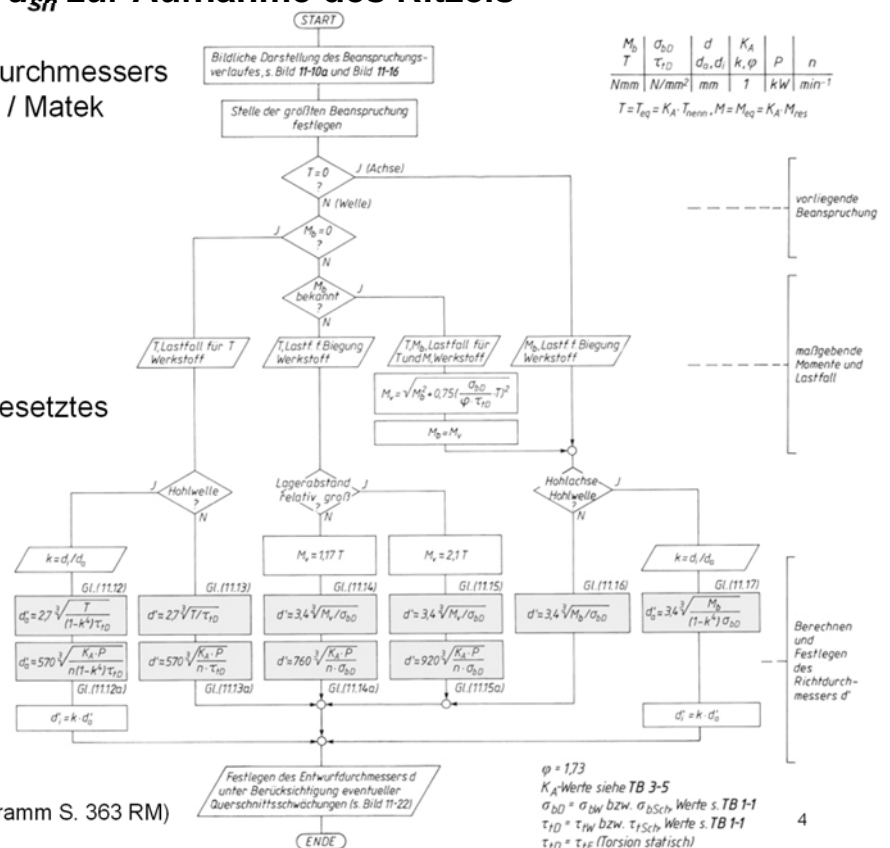
- Wellendurchmesser d_{sh} zur Aufnahme des Ritzels
- Übersetzung i , Zähnezahlnverhältnis u
- Ritzelzähnezahl z_1
- Modul m_n
- Zahnbreite b
- Schrägungswinkel β , Steigungsrichtung der Zahnflanken

Wellendurchmesser d_{sh} zur Aufnahme des Ritzels

- Ermittlung des Entwurfsdurchmessers gemäss Kapitel 11 Roloff / Matek



Ritzelausführung als aufgesetztes Ritzel und als Ritzelwelle.



Übersetzung i , Zähnezahlverhältnis u

$$i = i_1 \cdot i_2 \cdot \dots \cdot i_n \quad \text{bzw.} \quad u = u_1 \cdot u_2 \cdot \dots \cdot u_n$$

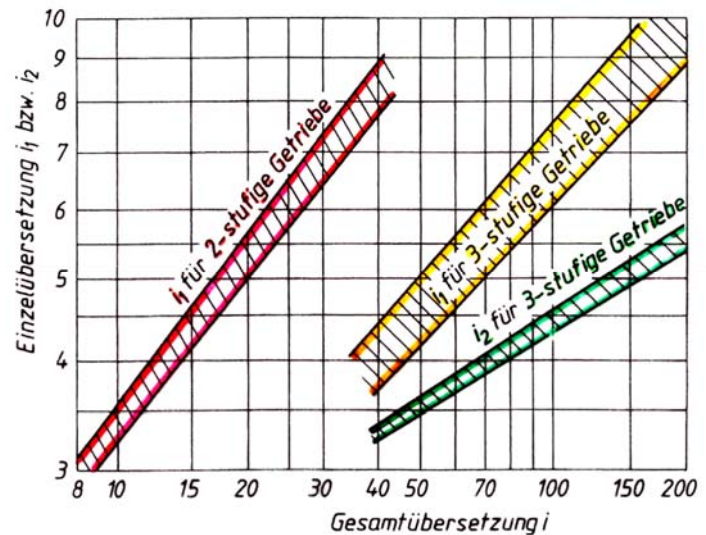
Regeln:

$$i = u \leq 6 \text{ (8)}$$

2 Stufen: $i \approx 8 \dots 45$

3 Stufen: $i \approx 35 \dots 200$

Ganzzahlige Einzelübersetzungen sind möglichst zu vermeiden, damit immer wieder andere Zähne zum Eingriff kommen und eine gleichmässige Abnutzung erreicht wird.



TB 21-11 Empfehlung zur Aufteilung von i

Ritzelzähnezahl z_1

Kriterien:

- grosse Zähnezahl, kleiner Modul > *ruhiger Lauf, kostengünstig*
- kleine Zähnezahl, grosser Modul > *hohe Fussfestigkeit, teuer*
- Bei kleinen $i(u)$ grössere z_1
- kein Unterschnitt, keine Spitzenbildung
- möglichst genaue Einhaltung der vorgesehenen Übersetzung
- z_1 und z_2 ohne gemeinsamen Teiler (Schwingungen, Abnutzung)

Anhaltswerte gemäss TB 21-13

Anforderungen an das Getriebe	Anwendungsbeispiele	Günstige Ritzelzähnezahl z_1
Zahnfußtragfähigkeit und Grübchentragfähigkeit ausgeglichen	Getriebe für den allgemeinen Maschinenbau (kleine bis mittlere Drehzahl)	$z_1 \approx 20 \dots 30$
Zahnfußtragfähigkeit wichtiger als die Grübchentragfähigkeit	Hubwerkgetriebe, teilweise Fahrzeuggetriebe	$z_1 \approx 14 \dots 20$
Grübchentragfähigkeit wichtiger als die Zahnfußtragfähigkeit	hochbelastete schnelllaufende Getriebe im Dauerbetrieb	$z_1 > 35$
Hohe Laufruhe	schnelllaufende Getriebe	




Zahnbreite b

Kriterien:

- grosse Zahnbreite anstreben
- Ritzelzahnbreite etwas grösser als beim Rad
- durch Kantenrücknahme Kantenbruchgefahr verhindern
 - bei $b \geq 10 * m$ = Kantenrücknahme ca. m , 10° bis 30°
 - bei $b < 10 * m$ = Kantenrücknahme ca. $1 + 0.1 * m$, 10° bis 30°

Anhaltswerte für maximal zulässige Zahnbreiten gemäss TB 21-14

a) Durchmesser-Breitenverhältnis $\psi_d = b_1/d_1$

Art der Lagerung	Wärmebehandlung				
	normal geglüht HB < 180	vergütet HB > 200	einsatz-, flamm- oder induktions- gehärtet	nitriert	
	Ψ_d				
symmetrisch		$\leq 1,6$	$\leq 1,4$	$\leq 1,1$	$\leq 0,8$
unymmetrisch		$\leq 1,3$	$\leq 1,1$	$\leq 0,9$	$\leq 0,6$
fliegend		$\leq 0,8$	$\leq 0,7$	$\leq 0,6$	$\leq 0,4$

© HSLU TA.PR+SY_H16

7

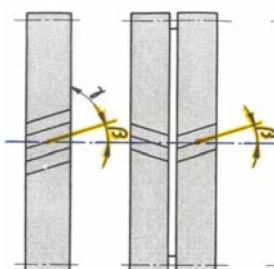
Schrägungswinkel β , Steigungsrichtung der Zahnflanken

Kriterien:

- Sprungüberdeckung $\varepsilon_\beta \approx 1 \dots 1.2$
 - günstig für Laufruhe
 - Begrenzung der Axialkräfte
- Flankenrichtung so wählen, dass zusätzliche Axialkraft vom Lager mit kleinerer Radiallast aufgenommen wird
- Flankenrichtung von Ritzel und Rad ungleich (rechts / links)

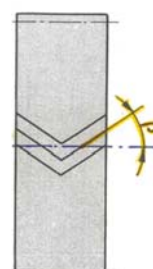
Einfach-, Doppelschrägverzahnung

$\beta \approx 8^\circ \dots 20^\circ$



Pfeilverzahnung

$\beta \approx 30^\circ \dots 45^\circ$

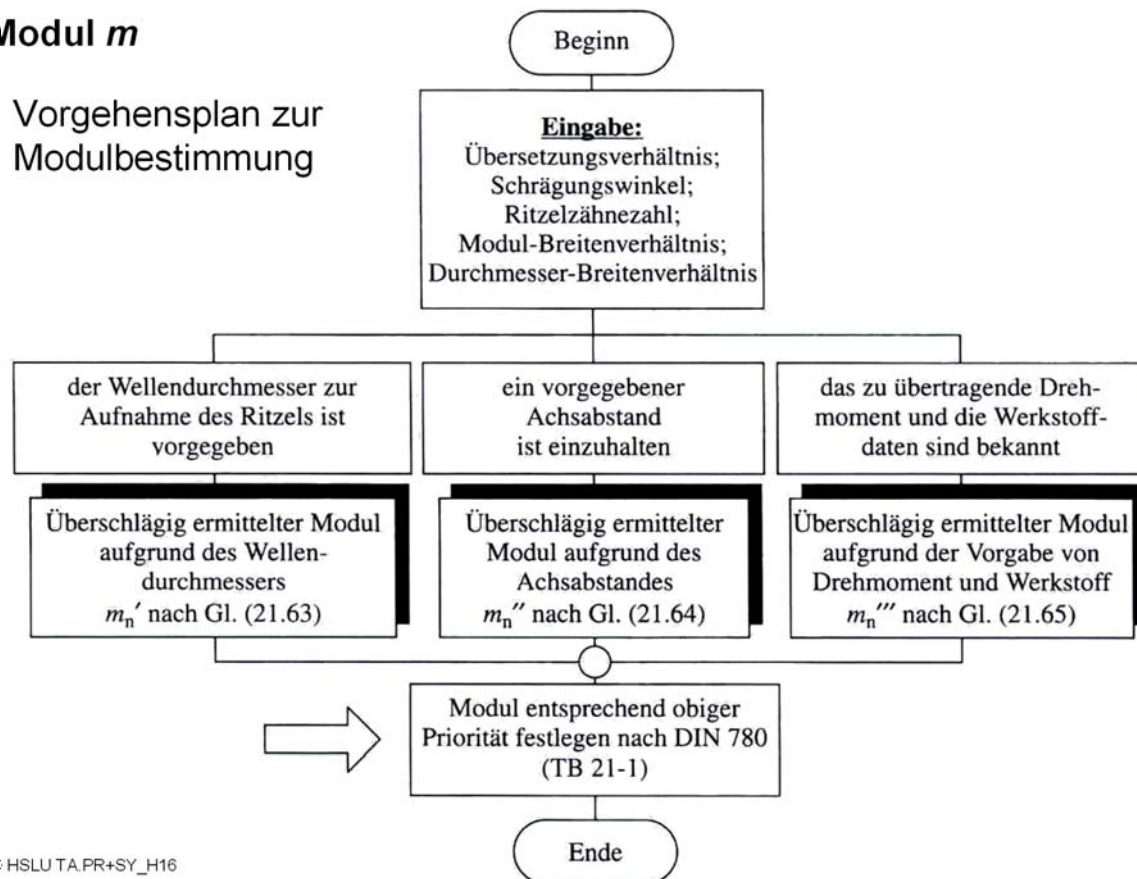


© HSLU TA.PR+SY_H16

8

Modul m

- Vorgehensplan zur Modulbestimmung



© HSLU TA.PR+SY_H16

9

Modul m

- Durchmesser d_{sh} ist vorgegeben:

Ausführung Ritzel auf Welle	$m'_n \approx \frac{1,8 \cdot d_{sh} \cdot \cos \beta}{(z_1 - 2,5)}$	(21.63)
Ausführung als Ritzelwelle	$m'_n \approx \frac{1,1 \cdot d_{sh} \cdot \cos \beta}{(z_1 - 2,5)}$	

- Achsabstand a ist vorgegeben:

$$m''_n \approx \frac{2 \cdot a \cdot \cos \beta}{(1 + i) \cdot z_1} \quad (21.64)$$

- Leistungsdaten und Zahnradwerkstoffe sind bekannt:

Zahnflanken gehärtet:	$m'''_n \approx 1,85 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{1eq} \cdot \cos^2 \beta}{z_1^2 \cdot \Psi_d \cdot \sigma_{Flim1}}}$	$T_1 = K_A \cdot T_{1nenn}$ (21.65)
ungehärtet bzw. vergütet:	$m'''_n \approx \frac{95 \cdot \cos \beta}{z_1} \cdot \sqrt[3]{\frac{T_{1eq}}{\Psi_d \cdot \sigma_{Hlim}^2} \cdot \frac{u+1}{u}}$	

 Ψ_d
 σ_{Flim1}
 σ_{Hlim}
 $u = z_2/z_1 \geq 1$

Durchmesser-Breitenverhältnis nach **TB 21-14a**

Zahnfußfestigkeit für den *Ritzel-Werkstoff* nach **TB 20-1** und **TB 20-2**

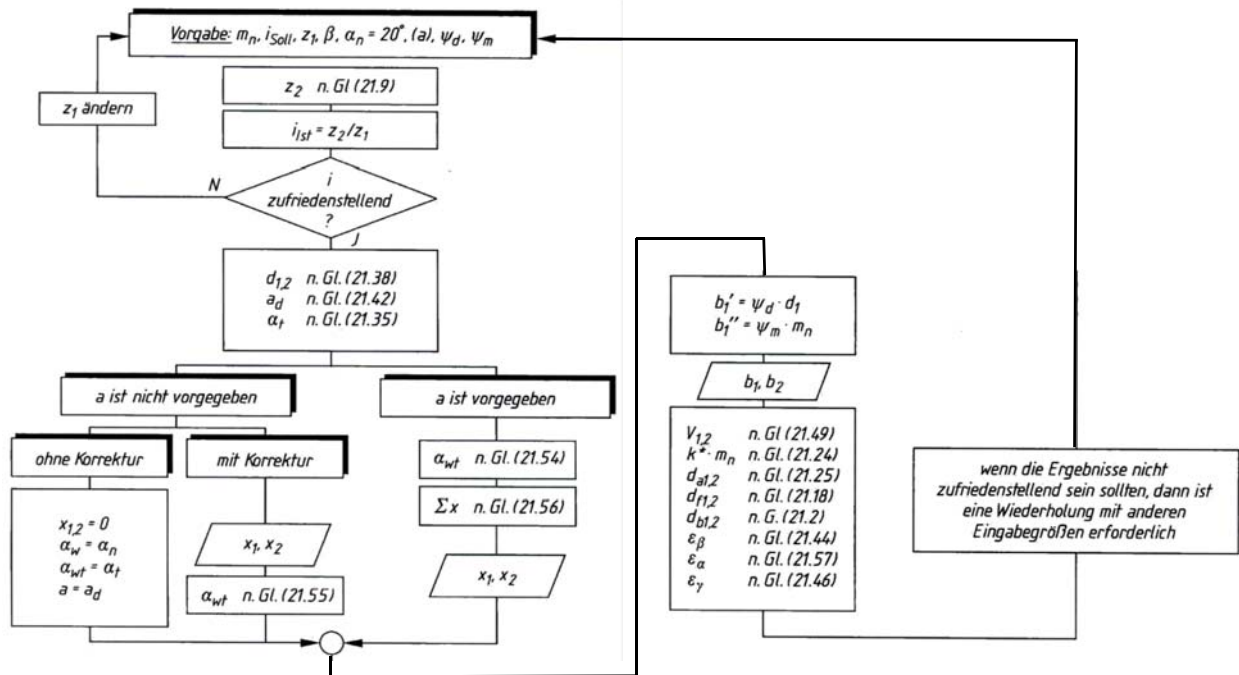
Flankenfestigkeit des *weicheren* Werkstoffes nach **TB 20-1** und **TB 20-2**

Zähnezahlverhältnis

© HSLU TA.PR+SY_H16

Vorgehensweise zur Ermittlung der Verzahnungsgeometrie

Bild 21-23, S. 741 RM



© HSLU TA.PR+SY_H16

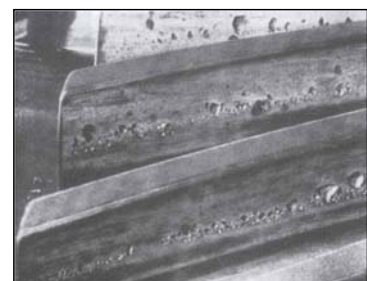
11

Schadensmöglichkeiten an Zahnrädern

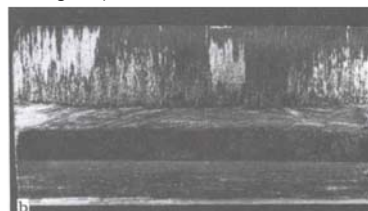
- Zahnbruch
 - Zahnfuss-Tragfähigkeit



- Ermüdung der Zahnflanken
 - Grübchen-Tragfähigkeit



- Fressen
(Gemeinsame Wirkung von Pressung und Gleitgeschwindigkeit)
 - Warmfressen
(Pressung und hohe Gleitgeschwindigkeit)
 - Kaltfressen
(Abreissen des Schmierfilms)



© HSLU TA.PR+SY_H16

12

Kräfte am Gerad-Stirnradpaar

- Nenn-Umfangskraft

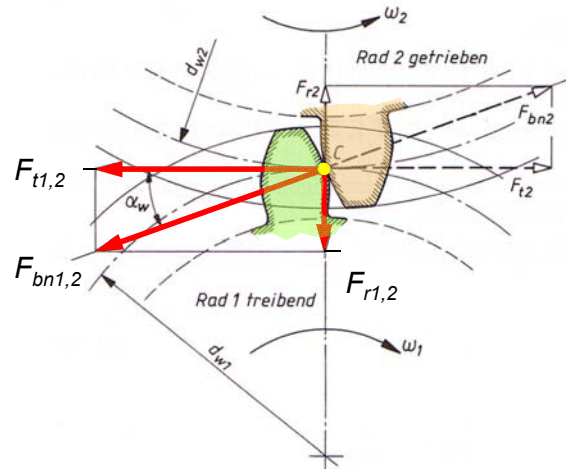
$$F_{t1,2} = \frac{2 \cdot T_{1,2}}{d_{w1,2}}$$

- Zahnnormalkraft

$$F_{bn1,2} = \frac{F_{t1,2}}{\cos \alpha_w}$$

- Radialkraft

$$F_{r1,2} = F_{t1,2} \cdot \tan \alpha_w$$



Kräfte am Schräg-Stirnradpaar

- Nenn-Umfangskraft

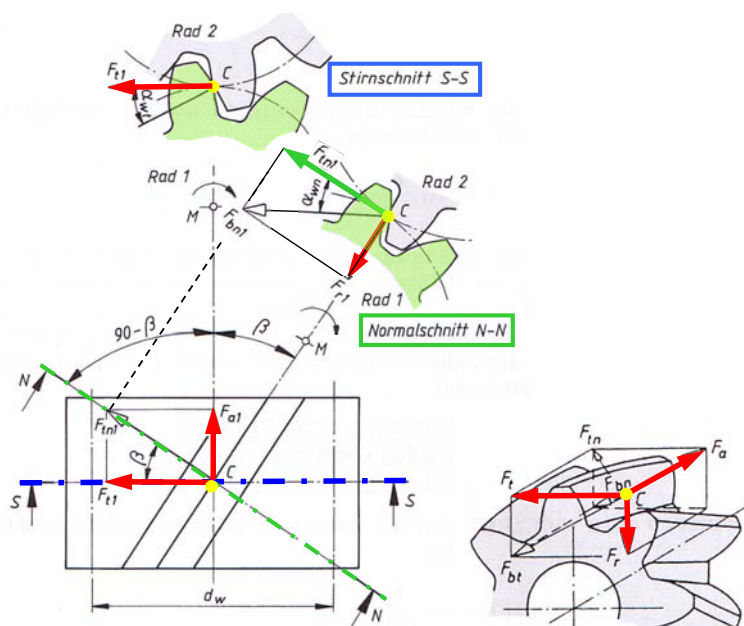
$$F_{t1,2} = \frac{2 \cdot T_{1,2}}{d_{w1,2}}$$

- Axialkraft

$$F_{a1,2} = F_{t1,2} \cdot \tan \beta$$

- Radialkraft

$$F_{r1,2} = \frac{F_{t1,2} \cdot \tan \alpha_n}{\cos \beta}$$



Kräfte am Kegelradpaar

- Nenn-Umfangskraft

$$F_{mt1} = \frac{T_{1nenn}}{d_{m1}/2}$$

- Axialkraft

$$F_{a1} = F_{mt1} \cdot \tan \alpha \cdot \sin \delta_1$$

- Radialkraft

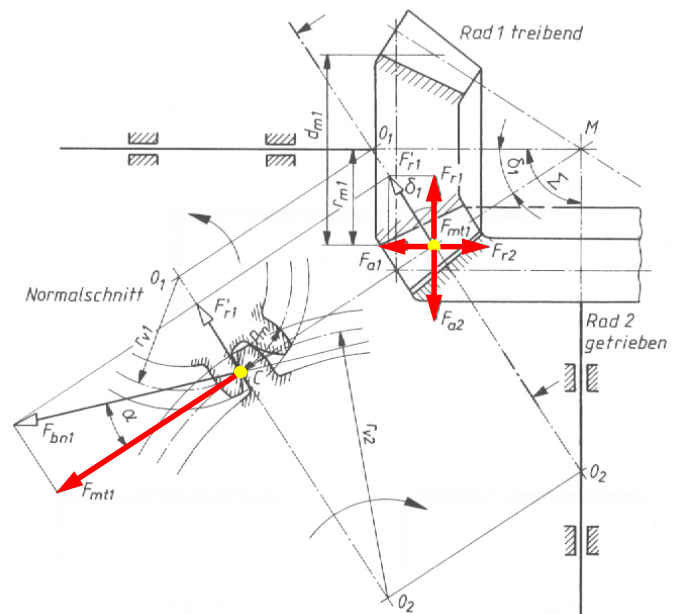
$$F_{r1} = F_{mt1} \cdot \tan \alpha \cdot \cos \delta_1$$

- Bei $\Sigma=90^\circ$ gilt:

$$F_{r1} = F_{a1} \cdot i \quad F_{mt1} = F_{mt2} \quad \text{bei } \eta=1$$

$$F_{a2} = F_{r1}$$

$$F_{r2} = F_{a1}$$



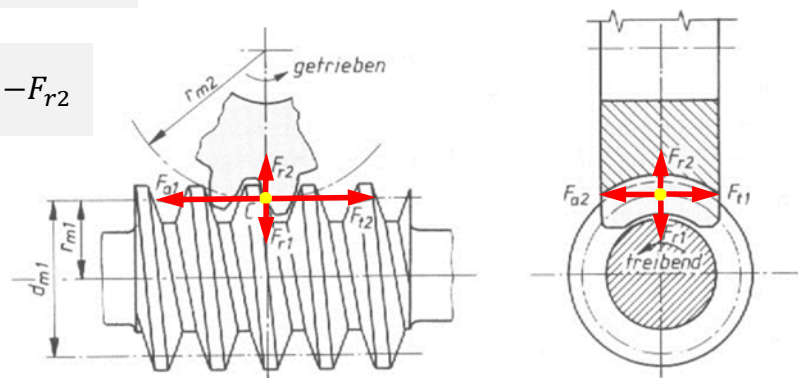
Kräfte am Schneckengetriebe

- Schnecke treibt

$$F_{t1} = \frac{T_{1eq}}{d_{m1}/2} = \frac{T_{2eq}}{d_{m1}/2 \cdot \eta_{ges} \cdot \mu} = -F_{a2}$$

$$F_{t2} = \frac{T_{2eq}}{d_{m2}/2} = \frac{T_1 \cdot \eta_{ges} \cdot \mu}{d_{m2}/2} = -F_{a1}$$

$$F_{r1} = F_{t1} \cdot \frac{\tan \alpha_n}{\sin(\gamma_m + \rho')} = -F_{r2}$$



Berechnungsgrundlagen

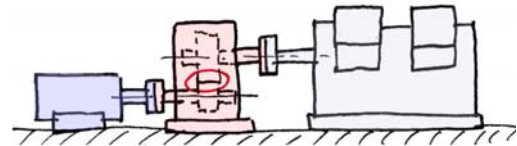
- Um die auf die Verzahnung einwirkenden Kräfte möglichst wirklichkeitsgetreu rechnerisch erfassen zu können, werden den Nennwerten der auftretenden Beanspruchungen **Einflussfaktoren** beigegeben, die auf Forschungsergebnissen und Betriebserfahrungen beruhen.
- Für die Ermittlung der Einflussfaktoren werden nach DIN 3990 T1 verschiedene Methoden angewendet.

Methoden

A B **C** D E
genau ↓ ↓ Näherung

KISSsoft

Industrie-Getriebe
 $n \leq 3600 \text{ min}^{-1}$
Qualität ≥ 6
aussenverzahnt
Öl- oder Fettschmierung



Belastungseinflussfaktoren

- Faktoren, die durch die Verzahnungsgeometrie und die Eingriffsverhältnisse festgelegt sind.
- Faktoren, die viele Einflüsse berücksichtigen und/oder als unabhängig voneinander behandelt werden, sich aber in nicht genau bekanntem Ausmass gegenseitig beeinflussen.

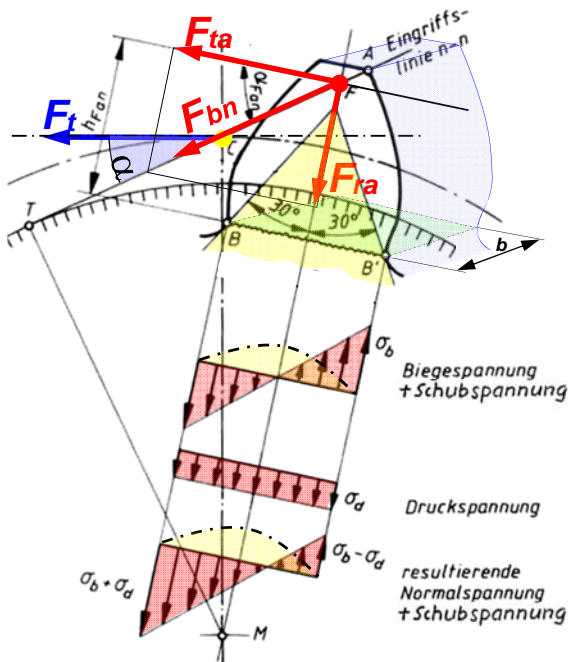
Gesamtbelastungseinfluss

für die Zahnfußtragfähigkeit: $K_{F\text{ges}} = K_A \cdot K_v \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta}$

für die Grübchentragfähigkeit: $K_{H\text{ges}} = \sqrt{K_A \cdot K_v \cdot K_{H\alpha} \cdot K_{H\beta}}$

- Anwendungsfaktor K_A
 - Äussere Zusatzkräfte durch An- und Abtriebsmaschine
- Dynamikfaktor K_v
 - Innere dynamische Zusatzkräfte durch Verformung der Zähne
- Breitenfaktoren $K_{F\beta}$, $K_{H\beta}$
 - Auswirkungen ungleichmässiger Kraftverteilung über die Zahnbreite
- Stirnfaktoren $K_{F\alpha}$, $K_{H\alpha}$
 - Auswirkungen ungleichmässiger Kraftverteilung über mehrere Zahnpaare

Nachweis der Zahnflusstragfähigkeit



© HSLU TA.PR+SY_H16

- Sicherheit auf Zahnflusstragfähigkeit

$$S_{F1,2} = \frac{\sigma_{FG1,2}}{\sigma_{F1,2}} \geq S_{Fmin} \quad S_{Fmin}=1 \dots 1.5 \quad (3)$$

- Zahnflussspannung

$$\sigma_{F1,2} = \frac{F_t}{b \cdot m_n} \cdot Y_{Fa} \cdot Y_{Sa} \cdot Y_{\epsilon} \cdot Y_{\beta} \cdot K_{Fges}$$

Y_{Fa} : Formfaktor (Zahnform)
 Y_{Sa} : Spannungsfaktor (Kerbe am Zahnflus)
 Y_{ϵ} : Überdeckungsfaktor
 Y_{β} : Schrägenfaktor
 K_{Fges} : Belastungseinflussfaktor

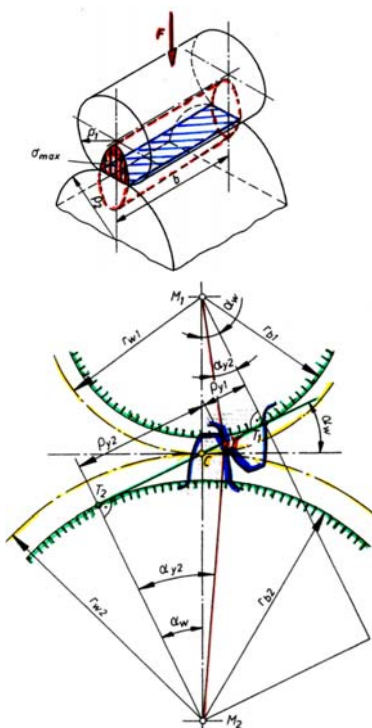
- Zahnflus-Grenzfestigkeit

$$\sigma_{FG1,2} = \sigma_{Flim} \cdot Y_{St} \cdot Y_{NT} \cdot Y_{\sigma relT} \cdot Y_{RrelT} \cdot Y_X$$

σ_{Flim} : Zahnflus-Biegenennfestigkeit
 Y_{St} : Spannungskorrekturfaktor (Grund- zu Gestaltfestigkeit)
 Y_{NT} : Lebensdauerfaktor (Zeitfestigkeit)
 $Y_{\sigma relT}$: Relative Stützziffer (Kerbempfindlichkeit)
 Y_{RrelT} : Relativer Oberflächenfaktor
 Y_X : Grössenfaktor (Modulgrösse)

19

Nachweis der Grübchentrugfähigkeit



© HSLU TA.PR+SY_H16

- Sicherheit der Flankentrugfähigkeit

$$S_{H1,2} = \frac{\sigma_{HG1,2}}{\sigma_H} \geq S_{Hmin} \quad S_{Hmin}=1 \dots 1.6$$

- Flankenpressung im Wälzpunkt

$$\sigma_H = Z_H \cdot Z_E \cdot Z_{\epsilon} \cdot Z_{\beta} \cdot \sqrt{\frac{F_t}{b \cdot d_1} \cdot \frac{u+1}{u}} \cdot K_{Hges}$$

Z_H : Zonenfaktor
 Z_E : Elastizitätsfaktor
 Z_{ϵ} : Überdeckungsfaktor
 Z_{β} : Schrägenfaktor
 K_{Hges} : Belastungseinflussfaktor

- Flankengrenzfestigkeit

$$\sigma_{HG1,2} = \sigma_{Hlim} \cdot Z_{NT} \cdot Z_L \cdot Z_V \cdot Z_R \cdot Z_W \cdot Z_X$$

σ_{Hlim} : Dauerfestigkeitswert
 Z_{NT} : Lebensdauerfaktor
 Z_L : Schmierstofffaktor
 Z_V : Geschwindigkeitsfaktor
 Z_R : Rauheitsfaktor
 Z_W : Werkstoffpaarungsfaktor
 Z_X : Grössenfaktor

20