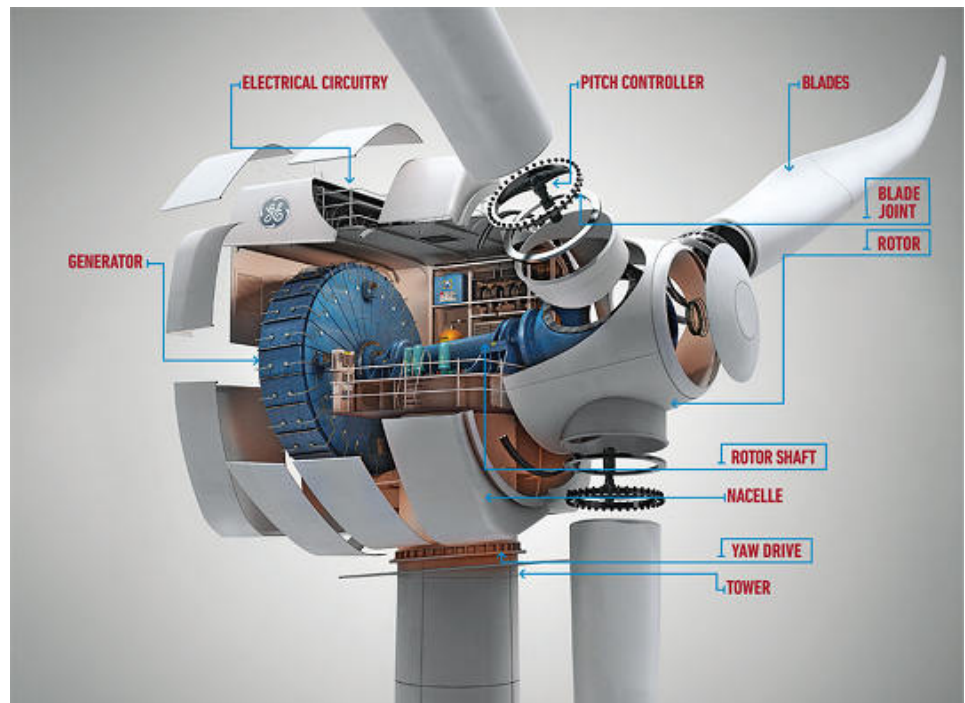


Energie-Labor (EnLab)

Entdeckungsreise in der Welt der Energietechnik

Postenlauf Erweiterungsmodul 1. Semester

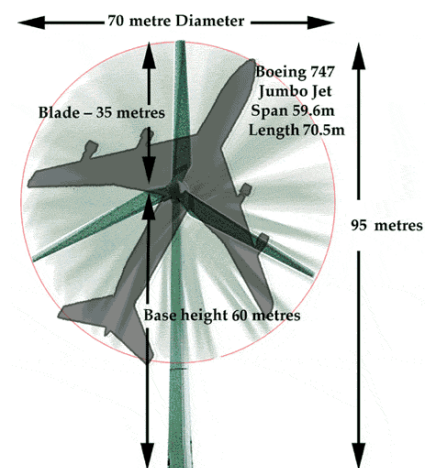
Windrad



Teilnehmer:

-
-
-
-

Kohorte:
Gruppennummer:
Datum:



Symbolverzeichnis

Bezeichnung	Symbol	Einheiten
Dichte	ρ	kg/m ³
Differenzdruck	Δp	Pa
Drehzahl	n	1/min
Druck	p	Pa
Durchmesser	d	m
Elektrische Leistung	P_{el}	W = J/s
Fläche	A	m ²
Frequenz	f	Hz = 1/s
Geschwindigkeit absolut	c	m/s
Geschwindigkeit relativ	w	m/s
Individuelle Gaskonstante (Luft = 287 J/(kg*K))	R_i	J/(kg*K)
Kraft	F	N
Massenstrom	\dot{m}	kg/s
Ohm'scher Widerstand	R	Ω
Spannung (elektrisch)	U	V
Strom (elektrisch)	I	A
Windleistung	P_w	W = J/s
Windradwirkungsgrad	η	[-]
Umfangsgeschwindigkeit	u	m/s

Definitionen

Gl.	Bezeichnung	Formel	Einheit
1	Elektrische Leistung	$P_{el} = U \cdot I$	W = J/s
2	Windleistung	$P_w = \frac{1}{2} \dot{m} \cdot c_1^2$	W = J/s
3	Dichte	$\rho = \frac{p}{R_{Luft} T}, \quad R_{Luft} = 287 \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$	kg/m ³
4	Windradwirkungsgrad	$\eta_{ges} = \frac{P_{el}}{P_w}$	[-]

Weitere Formeln sind auf den Zusatzblättern zur Propellertheorie zu finden. Bitte rechnen Sie mit den Einheiten, welche im Symbolverzeichnis angegeben sind (SI Einheiten).

1 Vorbereitungsaufgaben (beantwortet zum Laborversuch mitbringen)

1. Lesen Sie zur Vorbereitung die S. 15 ff gründlich durch und beantworten Sie anschliessend die Vorbereitungsaufgaben.
2. Ergänzen sie Abbildung 1 mit den Energien die in und aus dem System fließen so wie diejenige die innerhalb der Systemgrenze fließt.

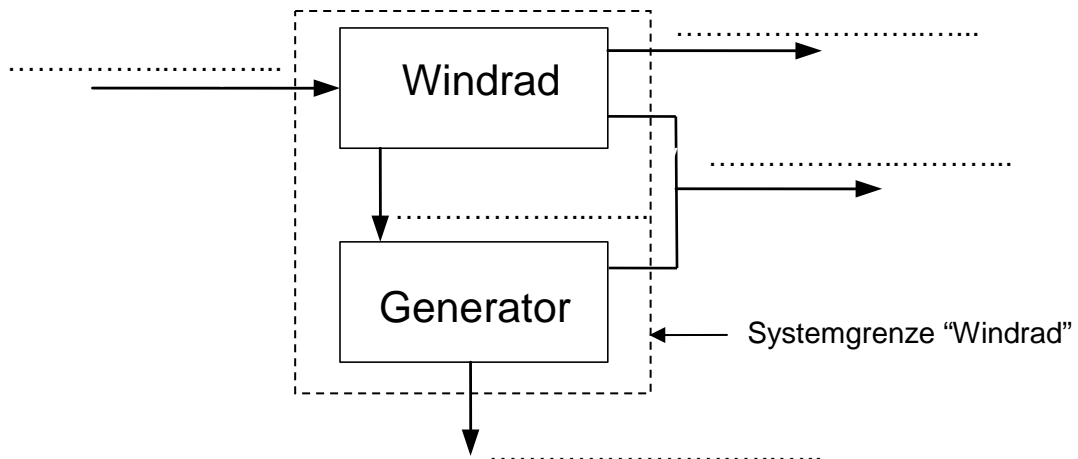


Abbildung 1: Eingangs-/Ausgangsgrößen

3. Vereinfachen Sie die allgemeine Energiegleichung für die Anwendung „Windturbine“ durch geeignete Annahmen. **Begründen sie ihre Annahmen bzw. Vereinfachungen.**
4. Für die Betrachtung der Windturbine als System wird oft eine „nicht-rechteckige“ Systemgrenze eingesetzt (siehe Abbildung 2 S.4). **Begründen Sie diesen Entscheid anhand der Kontinuitätsgleichung.**

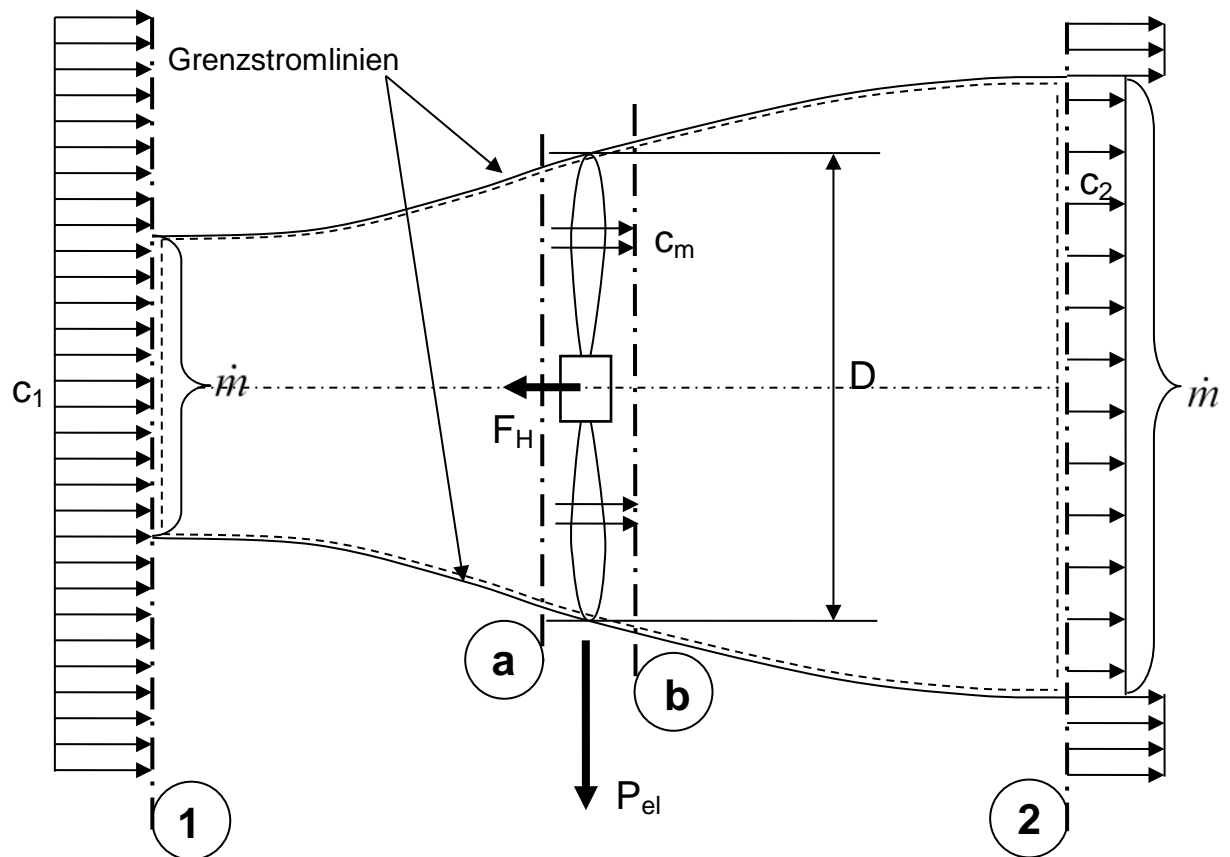


Abbildung 2: System „Windrad“

5. Lesen Sie die Zusatzblätter zur vereinfachten Propellertheorie (S. 18) und fassen Sie die wichtigsten Punkte bezüglich Windkraftanlagen zusammen.

Die analytische Betrachtung des Windrades wird unter folgenden Annahmen durchgeführt:

- Luft ist inkompressibel.
- Drall hinter dem Windrad wird vernachlässigt.

6. Weshalb ist die Annahme der Inkompressibilität zulässig? Luft ist in der Realität komprimierbar

7. Was bedeutet die Annahme der Drallfreiheit bezogen auf das gesamte Strömungsfeld? Zeichnen Sie die Stromlinien vor und nach dem Windrad.

Übersicht (beginn betreuter Postenlauf)

Zeitlimite:

4 Lektionen

Aufgabe:

1. Bestimmen Sie den theoretischen Volumenstrom im Windkanal (Annahme: 25 m/s im Messquerschnitt) und die entsprechende theoretisch mittlere Geschwindigkeit am Windkanalaustritt (Kontinuitätsgleichung).
2. Stellen Sie die Windkanalgeschwindigkeit auf 25 m/s ein. Messen Sie die Luftgeschwindigkeit ohne Windrad unmittelbar hinter dem Windkanalaustritt (Position X) und am Rohraustritt (Position 1), jeweils ohne Windrad. Vergleichen Sie die Werte mit dem Resultat aus Punkt 1.
3. Positionieren Sie das Windrad 0.5 Meter hinter dem Rohr und bestimmen Sie die nötige Last, damit die abgegebene Leistung maximal ist.
4. Bestimmen Sie die Kraft auf das Windrad sowie die Drehzahl des Windrades.
5. Zeichnen Sie ein massstäbliches Energieflussbild der Energieumwandlung, vom „Wind“ bis zur elektrischen Energie.
6. Vergleich mit herkömmlichen Kraftwerken

Verschaffen Sie sich einen Überblick und teilen Sie sich die zur Verfügung stehende Zeit gut ein.

Bearbeiten Sie die folgenden Aufgabenblätter so selbstständig wie möglich.

Bei Fragen wenden Sie sich an den zuständigen Assistenten oder Dozenten.

Abzugeben sind:

- ☒ komplett ausgefülltes Titelblatt (Kohorte / Gruppennummer / Datum)
- ☒ bearbeitete Arbeitsblätter
- ☒ vollständig erstellte und ausgedruckte Diagramme
- ☒ Die Korrektheit der Resultate ist mit der Einheits- und Plausibilitätskontrolle überprüft worden.

Die Arbeitsblätter werden korrigiert und wenn nötig, bei der Rückgabe, mit Ihnen besprochen.

2 Arbeitsblätter

2.1 Windgeschwindigkeit

In diesem Laborversuch wollen wir das System „Windrad“ analysieren, dafür müssen wir zuerst dessen Eingangsgrößen bestimmen. Schauen Sie sich nochmals die Abbildungen 1 (S.3) und 2 (S.4) an und überlegen Sie sich, welche Größen für den Eingang unseres Systems benötigt werden. In Abbildung 3 (unten) ist der Laborversuch schematisch mit den Messquerschnitten dargestellt.

Im Windkanal (Messquerschnitt X) ist ein Pitot-Rohr zur Bestimmung der Geschwindigkeit eingebaut. Unter der Annahme, dass diese über den Querschnitt konstant ist, kann der Volumenstrom bestimmt werden. Mit dem Massenerhaltungsgesetz (Kontinuitätsgleichung) kann die theoretische Geschwindigkeit am Windkanalaustritt (Messquerschnitt 1) berechnet werden.

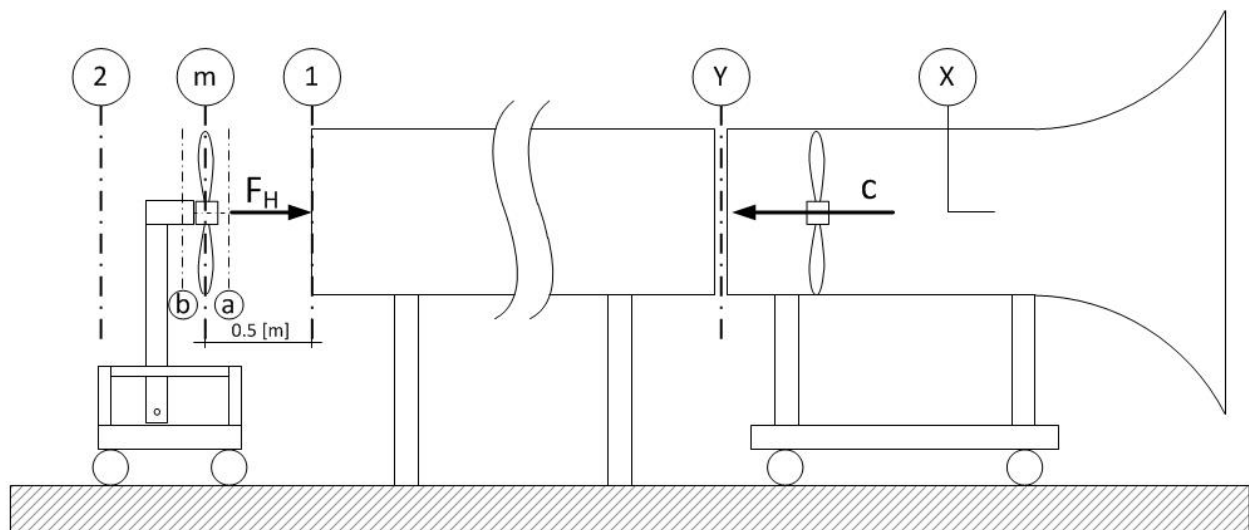


Abbildung 3: Schema des Messaufbaus im Labor

a) Berechnen Sie die nachfolgenden Größen:

Der Messquerschnitt X des Winderzeugers ist quadratisch mit der Seitenlänge $a = 305 \text{ mm}$.

$$A_X =$$

$$\bar{c}_X = 25 \text{ m/s}$$

$$\dot{V} =$$

$$A_1 =$$

$$c_{1,th} =$$

3 Geschwindigkeitsprofile messen

- a) Das zu messende Windrad wird von einem im Windkanal künstlich erzeugten Wind angetrieben. Dadurch sind die Messungen jederzeit reproduzierbar. Es muss jedoch erwähnt werden, dass das Geschwindigkeitsprofil über den Querschnitt nicht so konstant ist wie in der Natur. Deshalb müssen zuerst die Eingangsgrößen unseres Systems ermittelt werden. Für die Messungen am Rohraustritt wird Rotationssymmetrie angenommen, was jedoch überprüft werden muss. Die Geschwindigkeit wird mit dem Anemometer an mehreren Punkten auf der horizontalen durch das Rohrzentrum erfasst. Um eine genügende Auflösung der Messresultate zu erreichen, beträgt der maximale Abstand zwischen den Punkten der Traverse 5 cm. Da die gemessenen Werte stark schwanken, werden bei jedem Messpunkt 3 Werte erfasst und deren Mittelwerte für die weiteren Berechnungen verwendet.

Die Windkanalgeschwindigkeit wird auf 25 m/s eingestellt (Messquerschnitt X). Gemessen wird das Geschwindigkeitsprofil im Messquerschnitt Y (siehe Abbildung 3 S. 7), unmittelbar nach dem Austritt des Gebläses (Windkanal) ohne das Rohr. Anschliessend positionieren sie das Rohr wieder bündig hinter dem Windgenerator und führen eine zweite Messung der Geschwindigkeitsverteilung im Messquerschnitt 1 (siehe Abbildung 3 S. 7) durch (Rohraustritt).

- b) Erstellen Sie für die zwei Messungen Diagramme und überprüfen Sie, ob das gemessene Profil symmetrisch ist.

(Messungen und Diagramme ins Excel eintragen und mit dem Bericht abgeben)

Ermitteln Sie zudem die gemessene mittlere Geschwindigkeit im Messquerschnitt 1.

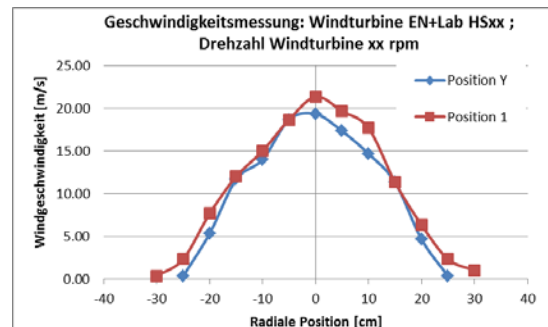
Tragen Sie die berechnete Geschwindigkeit aus Abschnitt 2.1 Aufgabe a) im selben Diagramm ein.

Überprüfen Sie, ob der Mittelwert der gemessenen Geschwindigkeit im Messquerschnitt 1 mit dem berechneten Wert aus Aufgabe 2.1 a) übereinstimmt.

Beispiel Excel Arbeitsblatt:

Messung an Position Y (Messmittel: Anemometer; Drehzahl Windgenerator: xxxx; Windkanal En+Lab HSxx)				
Position [cm]	Messung 1 [m/s]	Messung 2 [m/s]	Messung 3 [m/s]	Ø Messung [m/s]
-25	0	1	0	0.33
-20	5	6	5	5.33
-15	12	11	12	11.67
-10	15	15	12	14.00
-5	18	20	18	18.67
0	20	20	18	19.33
5	18	18	16	17.33
10	15	14	15	14.67
15	12	10	12	11.33
20	5	5	4	4.67
25	0	0	1	0.33
Total	10.91	10.91	10.27	10.70

Messung an Position 1 (Messmittel: Anemometer; Drehzahl Windgenerator: xxxx; Windkanal En+Lab HSxx)				
Position [cm]	Messung 1 [m/s]	Messung 2 [m/s]	Messung 3 [m/s]	Ø Messung [m/s]
-30	0	1	0	0.33
-25	2	2	3	2.33
-20	8	6	9	7.67
-15	13	11	12	12.00
-10	18	15	12	15.00
-5	18	20	18	18.67
0	22	24	18	21.33
5	18	19	22	19.67
10	15	20	18	17.67
15	12	10	12	11.33
20	5	10	4	6.33
25	100	2	3	35.00
30	1	2	1	1.33
Total	17.85	10.92	10.15	12.97



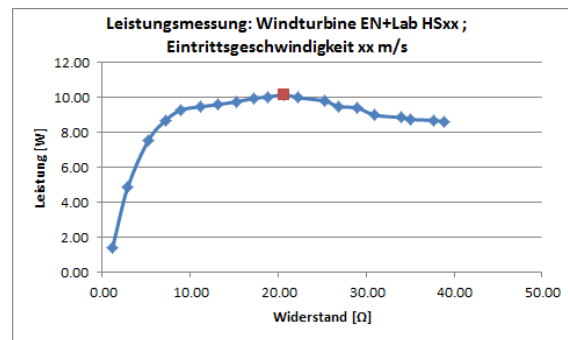
4 Windradlast

Messung der Leistungskurve

In dieser Laborübung wird die generierte elektrische Leistung in einem Widerstand dissipiert („verheizt“). Positionieren Sie das Windrad 0.5 m hinter dem Rohr (Position m, siehe S. 7 Abb. 3) und bestimmen Sie bei diesen Bedingungen die nötige Last, damit die abgegebene Leistung maximal ist. Die Last variieren Sie indem der Verbraucherwiderstand geändert wird. Tragen sie die Werte der gemessenen Spannung und des gemessenen Stroms im Excel ein und berechnen sie anschliessend die Leistungen und Widerstände.

Beispiel Excel Arbeitsblatt

Position	Spannung [V]	Strom [A]	Widerstand [Ω]	Leistung [W]
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				



(Punktediagramm)

Maximale Leistung:

Widerstand der maximalen Leistung:

Position der maximalen Leistung:

5 Kraftmessung

- a) Erstellen sie eine vereinfachte Skizze des Windrades mit den angreifenden Kräfte und der Lagerung. Vergessen sie nicht die Kraft der Federwaage einzuzeichnen.

- b) Stellen Sie die Last (Widerstand) so ein damit sie die in Abschnitt 4 S. 9 ermittelte maximale Leistung erhalten. Bestimmen Sie die Kraft F_H (siehe S.7 Abb. 2) auf das Laufrad, nutzen Sie dabei die Federwaage

$$F_{\text{Messung Federwaage}} =$$

$$F_{H, \text{Messung}} =$$

- c) Geben sie die Definition des Druckes wieder.

$$p = f(F, A) =$$

- d) Bestimmen Sie die Druckdifferenz Δp über das Windrad? Überlegen Sie sich dabei wie die Definition des Druckes ihnen weiterhelfen kann.

$$\Delta p =$$

Gleichungen zur Kraftberechnung

$$F_H = \dot{m} \cdot (c_2 - c_1) = \frac{1}{2} \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rho \cdot (c_2 - c_1) \cdot (c_1 + c_2) \quad \text{Gl. 5.1}$$

$$\dot{m} = c_m A_r \rho_L \quad \text{Gl. 5.2}$$

$$c_m = \frac{c_1 + c_2}{2} \quad \text{Gl. 5.3}$$

$$F_H = \frac{c_1 + c_2}{2} A_r \rho_L (c_2 - c_1) \quad \text{Gl. 5.4}$$

$$F_H = A_r \rho \frac{1}{2} (c_2^2 - c_1^2) \quad \text{Gl. 5.5}$$

- e) Ermitteln sie mit der Gl. 5.1 und der bereits gemessenen Geschwindigkeit c_1 die Geschwindigkeit c_2 . Bilden sie anschliessend das arithmetische Mittel der soeben ermittelten Geschwindigkeiten.

$$\bar{c}_1 =$$

$$\bar{c}_2 =$$

$$\bar{c}_{m, \text{Messung}} =$$

- f) Bei maximaler Leistung kann der theoretische Wert von $c_{2,th}$ auch über das optimale Geschwindigkeitsverhältnis gerechnet werden. Stimmen beide Resultate überein?

$$c_{2,th} =$$

- g) Bestimmen Sie nun den Massenstrom durch das Windrad? Verwende Sie dabei aktuelle Werte für die Temperatur T und den Umgebungsdruck p , welche im Labor vorherrschen. (Thermometer, Barometer beim Eingang). Berechnen sie anschliessend mit der thermischen Zustandsgleichung die Dichte.

Druck $p =$

Temperatur $T =$

Dichte $\rho =$

Fläche $A =$

Geschwindigkeit $c =$

$$\dot{m}_{\text{Windrad}} =$$

6 Wirkungsgrad

- a) Geben Sie die allgemeine Definition des Wirkungsgrades wieder.

$$\eta =$$

- b) Wie gross ist der Wirkungsgrad bei maximal eingestellter Leistung?

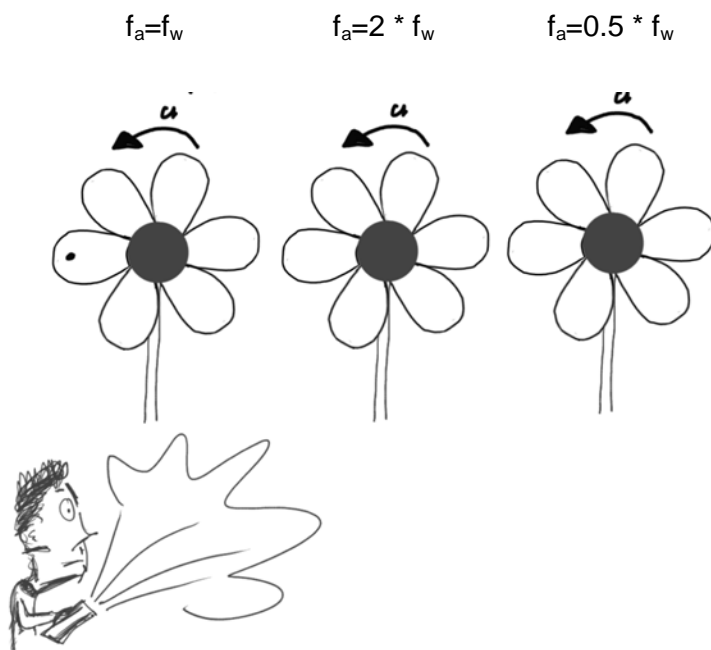
$$\eta =$$

7 Drehzahl

Die Windraddrehzahl kann mittels eines Stroboskops bestimmt werden, indem die Blitzfrequenz gefunden wird, die ein „stillstehendes“ Windrad wiedergibt (optische Täuschung).

- a) Überlegen Sie sich kurz was es noch für weitere Messmethoden für die Drehzahl gibt und was hier der Vorteil vom Stroboskop ist?

- b) Zeichnen Sie in die Grafik unten die Position des Punktes bei der doppelten Abtastfrequenz und bei der halben Frequenz ein.



c) Bestimmen sie nun die Drehfrequenz f mit dem Stroboskop.

$n =$ U/min (Drehzahl) $f =$ Hz (Drehfrequenz)

d) Bestimmen Sie die Umfangsgeschwindigkeit des Windrades

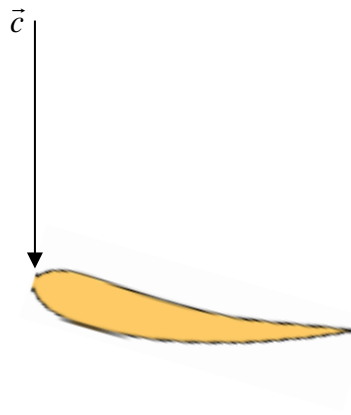
$u =$ m/s

e) Tragen Sie das Geschwindigkeitsdreieck in die unten stehende Skizze ein. Wobei das Profil ein Querschnitt eines Rotorblattes und \vec{c} die Anströmgeschwindigkeit darstellen.

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

$$\vec{c} - \vec{u} = \vec{w}$$

$$\vec{c} + (-\vec{u}) = \vec{w}$$



\vec{c} : Absolut Geschwindigkeit [m/s]

\vec{w} : Relativ Geschwindigkeit [m/s]

\vec{u} : Drehgeschwindigkeit [m/s]

8 Energieflussbild (Proportionen der Energieströme einhalten)

Zeichnen Sie das Energieflussbild des untersuchten Windrad-Systems. Überlegen Sie sich dabei welche Energie in das System rein geht und welche Energien raus gehen. **Achten Sie auf eine massstäbliche Darstellung und geben Sie die Grösse der Flüsse absolut und prozentual an.** Überprüfen Sie ob bei Ihnen gleichviel Energie ins System rein geht wie raus geht.

9 Vergleich von Windkraftanlagen mit herkömmlichen Kraftwerken (siehe Böswirth, vereinfachte Propellertheorie, Windkraftanlage)

Diese Aufgabe ist eine eigenständige Aufgabe um die Relationen im Vergleich mit anderen Kraftwerken besser zu verstehen. **Die Messwerte des Labors werden dafür nicht gebraucht.**

- a) Wie gross sollte der Windraddurchmesser sein, um bei 15 m/s Windgeschwindigkeit eine theoretische Leistung von 100 MW abzugeben?

$$P_{W,th,max} = A_{rot} \cdot \rho \cdot \frac{8}{27} w_1^3$$

- b) Wie viele Windräder mit 100 m Durchmesser sollten bei 15 m/s Windgeschwindigkeit aufgestellt werden, um theoretisch mindestens 100 MW zu liefern?

10 Literatur zum PL Windrad

Windräder wandeln die im Wind vorhandene kinetische Energie in andere Energieformen um. Seit Jahrhunderten wurde dieses Prinzip eingesetzt und das Produkt der Umwandlung war mechanische Energie. In den letzten Jahrzehnten wurde diese Technologie weiterentwickelt mit dem Ziel elektrische Energie zu erzeugen, indem ein elektrischer Generator angetrieben wird.

Ein Windrad wandelt also aerodynamische Leistung in mechanische/elektrische Leistung um. Als Pendant zum Windrad gibt es den Ventilator, respektive den Flugzeug- oder Helikopter-propeller.

10.1 Hintergrundinformation

Die installierte Windleistung in der Schweiz beträgt 2014 ungefähr 60 MW und weist eine Stromproduktion von etwa 100 GWh auf. Was im Vergleich zu anderen Stromproduktionsarten (Wasserkraft 13 GW installiert und 34 TWh Produktion, Kernkraft 3.2 GW installiert und 26 TWh Produktion, Zahlen von 2011) sehr bescheiden ist.

Im europäischen Vergleich ist ersichtlich, dass in der Schweiz bis jetzt sehr wenig in Windkraft investiert wurde.

(Quellen: <http://www.energiestiftung.ch/energiethemen/erneuerbareenergien/wind/windenergieschweiz/>; <http://www.aves.ch/download/080531stromerzeugung.pdf>, <http://wind-data.ch/wka/list.php?field=production&dir=ASC&>)

Die Windenergie ist von allen alternativen Energien die günstigste Variante und auch diejenige, welche weltweit bisher am häufigsten eingesetzt wird. Die Schweiz ist für Windenergie jedoch nicht besonders geeignet, da die Winde hierzulande zu wenig konstant wehen.

Experten rechnen damit, dass man in der Schweiz langfristig maximal ~4'500 Mio. kWh Strom aus Windenergie pro Jahr gewinnen kann. Dies unter der Annahme, dass man die Windräder ohne Rücksicht auf das Landschaftsbild überall aufstellen kann, wo es wirtschaftlich ist. Damit wird die Windenergie in der Schweiz kaum mehr als 5-10% des benötigten Stroms erzeugen können. Eine Alternative wäre, dass man im Ausland Windparks baut und den Strom importiert. Dies ist wirtschaftlicher, allerdings mit dem Nachteil verbunden, dass die Schweiz weiterhin vom Ausland abhängig bleibt. (Quelle: <http://www.vimentis.ch/content/docs/strompolitik.pdf>)

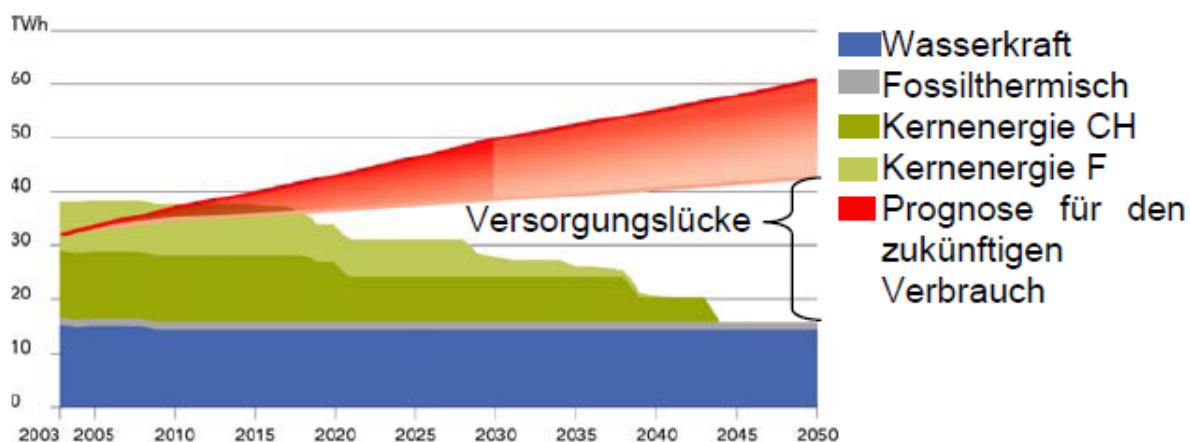


Abb. 2: Zukünftiger Stromverbrauch und -produktion im besonders kritischen Winterhalbjahr

(Quelle: <http://www.vimentis.ch/content/docs/strompolitik.pdf>)

Wind power installed in Europe by end of 2014 (cumulative)



FAROE ISLANDS*
18.3



	Installed 2013	End 2013	Installed 2014	End 2014
EU Capacity (MW)				
Austria	308.4	1,683.8	411.2	2,095
Belgium	275.6	1,665.5	293.5	1,959
Bulgaria	7.1	681.1	9.4	690.5
Croatia	81.2	260.8	85.7	346.5
Cyprus	-	146.7	-	146.7
Czech Republic	8	268.1	14	281.5
Denmark*	694.5	4,807	67	4,845
Estonia	10.5	279.9	22.8	302.7
Finland	163.3	449	184	627
France	630	8,243	1,042	9,285
Germany	3,238.4	34,250.2	5,279.2	39,165
Greece	116.2	1,865.9	113.9	1,979.8
Hungary	-	329.2	-	329.2
Ireland	343.6	2,049.3	222.4	2,271.7
Italy	437.7	8,557.9	107.5	8,662.9
Latvia	2.2	61.8	-	61.8
Lithuania	16.2	278.8	0.5	279.3
Luxembourg	-	58.3	-	58.3
Malta	-	-	-	-
Netherlands	295	2,671	141	2,805
Poland	893.5	3,389.5	444.3	3,833.8
Portugal*	200	4,730.4	184	4,914.4
Romania	694.6	2,599.6	354	2,953.6
Slovakia	-	3.1	-	3.1
Slovenia	2.3	2.3	0.9	3.2
Spain	175.1	22,959.1	27.5	22,986.5
Sweden	689	4,381.6	1,050.2	5,424.8
UK	2,075	10,710.9	1,736.4	12,440.3
Total EU-28	11,357.3	117,383.6	11,791.4	128,751.4

European Union: 128,751.4 MW
Candidate Countries: 3,799.5 MW
EFTA: 882.6 MW
Total Europe: 133,968.2 MW

	Installed 2013	End 2013	Installed 2014	End 2014
Candidate Countries (MW)				
FYROM	-	-	37	37
Serbia	-	-	-	-
Turkey	646.3	2,958.5	804	3,762.5
Total	646.3	2,958.5	841	3,799.5
EFTA (MW)				
Iceland	1.8	1.8	1.2	3
Liechtenstein	-	-	-	-
Norway	110	771.3	48	819.3
Switzerland	13.3	60.3	-	60.3
Total	125.1	833.4	49.2	882.6
Other (MW)				
Belarus	-	3.4	-	3.4
Faroe Islands	4.5	6.6	11.7	18.3
Russia	-	15.4	-	15.4
Ukraine	95.3	371.2	126.3	497.5
Total	99.8	396.7	138.0	534.7
Total Europe	12,228.5	121,572.2	12,819.6	133,968.2

* Provisional data

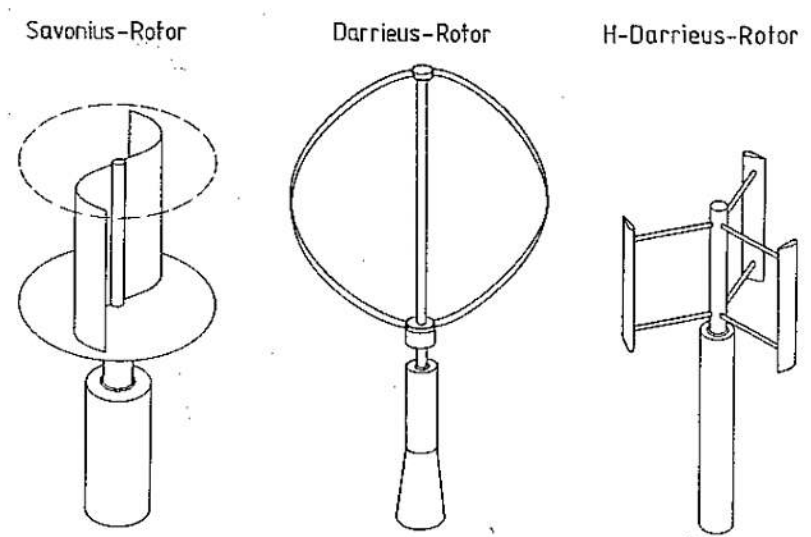
** Former Yugoslav Republic of Macedonia

Note: due to previous year adjustments, 423.5 MW of project decommissioning, repowering and rounding of figures, the total 2014 end-of-year cumulative capacity is not exactly equivalent to the sum of the 2013 end-of-year total plus the 2014 additions.

Quelle: European Wind Energy Association EWEA (<http://www.ewea.org/>)

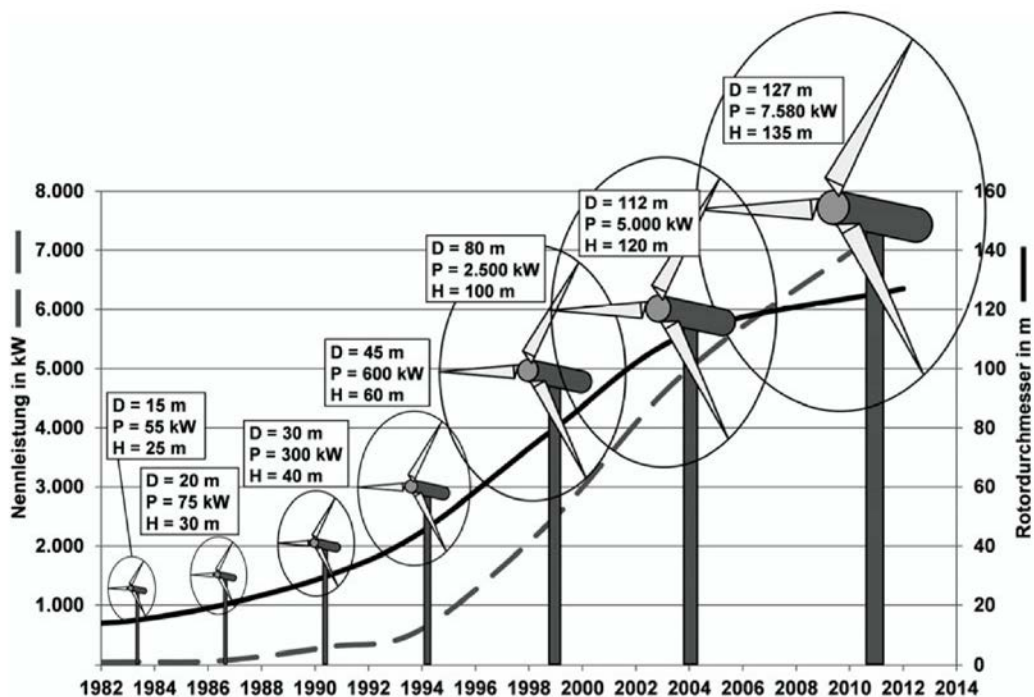
10.2 Unterschiedliche Windturbinen nach Achsenausrichtung

Vertikalachsenrotoren



Vorteile: Einfach und robust, aber schlechte Energieausnutzung

Horizontalachsenrotoren



Vorteil: Gute Energieausnutzung; Weitverbreitet bei Grosswindkraftanlagen

10.3 Vereinfachte Propellertheorie

10.3.1.1.1 Das Wort „vereinfacht“ bedeutet hier, dass **nicht** auf die Umströmung der **einzelnen Propellerflügelblätter** eingegangen wird. Es wird vielmehr angenommen, dass ein bestimmter Luftmassenstrom vom Propeller erfasst und nach hinten beschleunigt wird. Für diese globale Betrachtung müssen wir die **Systemgrenzen weit weg** vom Propeller setzen. Weiterhin wird angenommen, dass dem Strahl dabei **kein Drall** aufgeprägt wird. Dem Strahl soll in der Propellerebene **gleichmässig** und **reibungsfrei kinetische Energie** zugeführt werden. Durch die Betrachtung weit weg vom Propeller kann **Umgebungsdruck** an den Systemgrenzen vorausgesetzt werden (Abbildung 3). Da hier Reibungsfreiheit vorausgesetzt ist, kann die Propellertheorie auch in **umgekehrter** Leistungsrichtung für Windturbinen angewendet werden.

Für die Berechnung des Massenstroms muss die Geschwindigkeit an der Stelle des Windrades bekannt sein. Dies ist die einzige Stelle im System mit bekannter Fläche. Aus dem Impulssatz und der bernoullischen Gleichung kann die Beziehung in Gl. 11.1 hergeleitet werden.

Mittlere Geschwindigkeit in der Propellerebene

$$c_m = \frac{1}{2}(c_1 + c_2)$$

Gl. 11.1

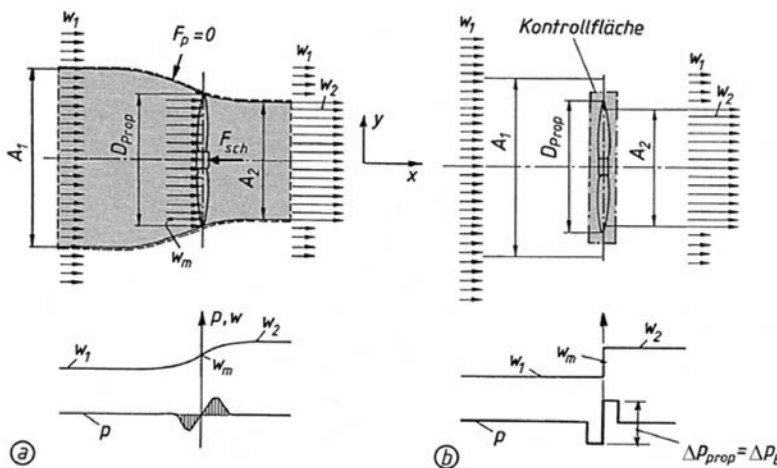


Abbildung 4: a) Strahlkontraktion, Geschwindigkeits- und Druckverteilung b) Schema für die Berechnung

Optimales Geschwindigkeitsverhältnis für ideale Windturbinen

Mittels der vereinfachten allgemeinen Energiegleichung für das System Windrad kann das Geschwindigkeitsverhältnis von Eintritt zu Austritt bei maximaler Leistung berechnet werden. Das theoretische Verhältnis ist in Abbildung 4 dargestellt. Aus der Energiegleichung kann folgende theoretisch entzogene Leistung hergeleitet werden:

$$P_{th} = \frac{1}{2} \dot{m} \cdot (c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{4} \frac{\pi \cdot D^2}{4} \rho \cdot (c_2^2 - c_1^2) \cdot (c_1 + c_2) < 0$$

Gl. 11.1

Nachfolgend ist die detaillierte Herleitung für den Zusammenhang der maximalen Leistung und den Windgeschwindigkeiten c_1 und c_2 aufgezeigt.

Herleitung von $P_{w,th,max}$:

$$P_{w,th} = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (c_2^2 - c_1^2) = \frac{1}{2} \cdot A_{rot} \cdot \rho \cdot \frac{1}{2} \cdot (c_1 + c_2) \cdot (c_2^2 - c_1^2) \quad \left| \frac{\partial}{\partial c_2} \right.$$

$$\frac{\partial P_{w,th}}{\partial c_2} = \frac{1}{4} \cdot A_{rot} \cdot \rho \cdot \frac{\partial}{\partial c_2} (c_1 c_2^2 - c_1^3 + c_2^3 - c_1^2 c_2) = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial c_2} (c_1 c_2^2 - c_1^3 + c_2^3 - c_1^2 c_2) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial c_2} (c_1 c_2^2 - c_1^3 + c_2^3 - c_1^2 c_2) = 3c_2^2 + 2c_1 c_2 - c_1^2$$

$$c_{2,I/II} = \frac{-y \pm \sqrt{y^2 - 4xz}}{2x} \quad \left| \quad x=3; \quad y=2c_1; \quad z=-c_1^2 \right.$$

$$c_{2,I/II} = \frac{-(2c_1) \pm \sqrt{(2c_1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-c_1^2)}}{2 \cdot 3} \Rightarrow \underline{\underline{c_{2,I} = -c_1}} \quad \text{and} \quad \underline{\underline{c_{2,II} = \frac{1}{3}c_1}}$$

$$>>>> P_{w,th,max} = \frac{8}{27} \cdot A_{rot} \cdot \rho \cdot c_1^3$$

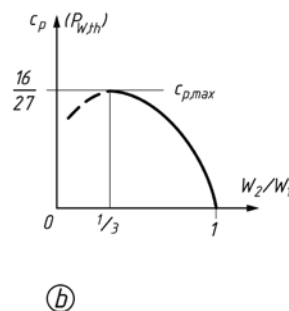
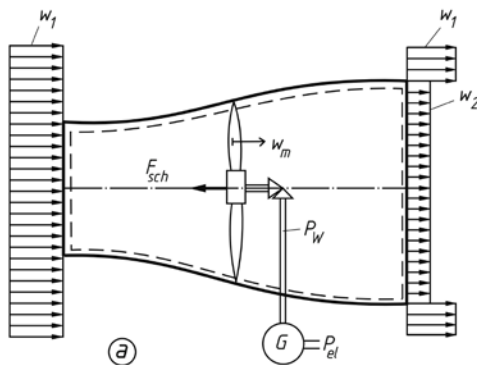


Abbildung 5: Leistung am Windrad

10.4 Drall

Der Begriff „Drallströmung“ ist die Bezeichnung für solche Strömungsformen, bei denen sich das strömende Medium in Translation entlang einer Achse und in Rotation um diese Achse befindet. In Abbildung 6 wird dieser Sachverhalt verdeutlicht. Einer Rohrströmung wird durch feststehende Schaufeln eine **Geschwindigkeitskomponente in Umfangsrichtung** aufgezwungen.

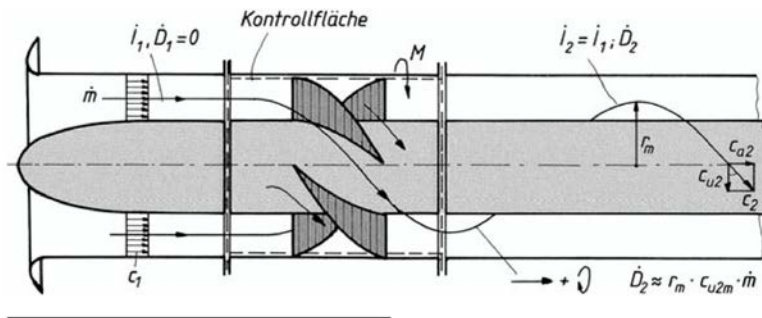


Abbildung 6: Drallströmung in einem Rohr durch stationäre Schaufeln erzeugt

10.5 Kompressibilität von Luft

Gase wie Luft sind komprimierbar. Steigt der Luftdruck, wird die Luft dichter, es befinden sich somit mehr Moleküle in einem bestimmten Volumen. Das Selbe kann durch Zusammendrücken einer bestimmten Gasmenge erreicht werden. Der Zusammenhang wird durch die thermische Zustandsgleichung für ideale Gase ausgedrückt.

Die Luftdichte kann aber auch lokal ändern ($p \neq \text{const}$), wenn sie von relativ zum Gasstrom bewegten Körpern gestört wird. Insbesondere wird die Luft vor einem Flugzeug gestaut, was die Luftdichte dort lokal vergrößert. Für kleine Fluggeschwindigkeiten unterhalb Mach 0,3 können diese Kompressionseffekte vernachlässigt werden. Für grössere Geschwindigkeiten muss die Kompressibilität der Luft jedoch berücksichtigt werden.

$$Ma = \frac{c_{Wind}}{c_{Schall, Luft}}$$

Inkompressible Kontinuitätsgleichung: $\dot{V} = c_1 \cdot A_1 = c_2 \cdot A_2 = c_m \cdot A_m$, mit $c_m = \frac{(c_1 + c_2)}{2}$

10.6 Schnelllaufzahl

Die Schnelllaufzahl λ ist eine dimensionslose Kennzahl zur Beschreibung und Einteilung von Windrädern. Sie ist wie folgt definiert:

$$\lambda = \frac{c_1}{u_{Rotorspitze}}$$

Typische Werte bei Nennleistung: $\lambda = 5 - 10$

Typische Windgeschwindigkeiten in Mitteleuropa liegen bei 4 bis 10 m/s

Anhand der Schnelllaufzahl können die Windräder eingeteilt werden.

- Langsamläufer: (mit vielen Rotorblättern), heute selten verwendet; λ max. 3 bei Leerlauf
- Schnellläufer: (mit meist ein bis drei Rotorblättern); λ max. 10 bis 20 bei Leerlaufdrehzahl

10.7 Verlustbetrachtung anhand der Schnelllaufzahl

Abbildung 7 gibt eine Vorstellung von den Abminderungen der realen Leistungsziffer $c_p(\lambda)$ gegenüber dem Idealwert. An Verlusten treten insbesondere noch auf:

- Drallverlust: ein Teil der Anströmenergie des Windes geht durch die (unerwünschte) Drehbewegung der Luft nahe vor und hinter dem Rotor verloren.
- Strömungs-Reibungsverluste an den Rotorblättern (Profilverluste)
- sog. Tipverluste: an den äußeren Blattenden strömt etwas Luft von der Überdruckseite am Profil (= hohle Seite) zur Unterdruckseite (erhabene Seite des Profils) und verwirbelt sich dort.

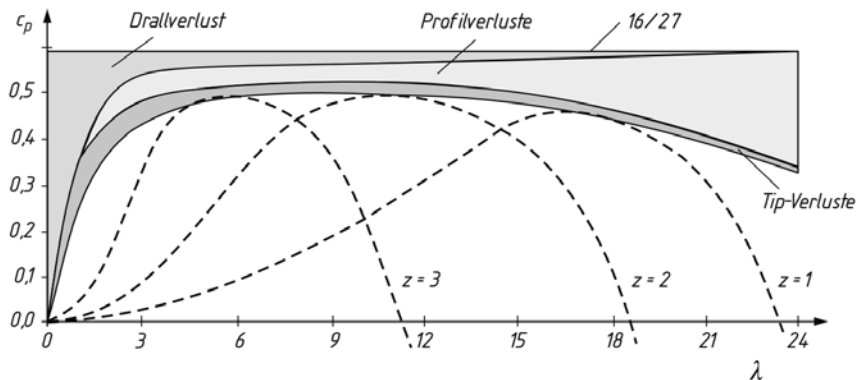


Abbildung 7: Berechnete maximale Leistungsbeiwerte mit Berücksichtigung von Verlusten (Einhüllende von berechneten λ - c_p -Kennlinien; z: Blattzahl am Rotor)

c_p beschreibt die Leistung und ist wie folgt definiert:

$$c_p = \frac{P_W}{\dot{E}_{kin}}$$