Lösungsvorschlag Übung 2 - Grundlagen (Signale)

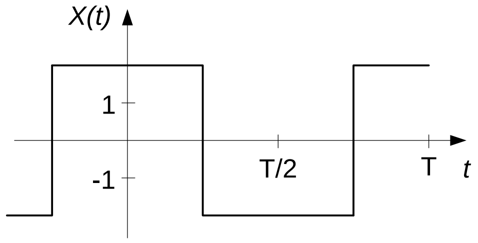
A. Mittelwert

$$U_{di\alpha} = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} u_d \cdot d(\omega t) = \frac{1}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi} \hat{U}_{ac}\sin(\omega t)\cdot d(\omega t) = \frac{1}{\pi}\hat{U}_{ac}\left|-\cos(\omega t)\right|_{\alpha}^{\pi} = \frac{1}{\pi}\hat{U}_{ac}\left|-(-1)+\cos\alpha\right| =$$

$$U_{di\alpha} = \frac{\hat{U}_{ac}}{\pi}(1+\cos\alpha) = \frac{\sqrt{2}\cdot 230V}{\pi}(1+\cos 60°) = \underline{\underline{155.3V}}$$

B. Fourierreihe 1

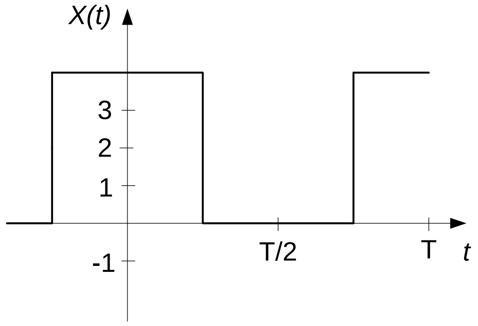
Berechnen Sie von folgendem Signal mit der Amplitude 2 die Fourierreihe:



Gerade Funktion: $b_\nu = 0$ für alle ν

Mittelwertfrei: $\frac{a_0}{2} = 0$

Dem Signal kann eine DC Komponente überlagert werden. Bei der Fourierreihe erscheint diese nur im Term $a_0/2$, der beim Originalsignal natürlich Null ist. Die übrigen Frequenzkomponenten bleiben gleich. Einzig wird durch diesen Trick die Integration etwas einfacher. Natürlich führt auch die direkte Rechnung zum Ziel.



$$a_\nu = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}[x(\omega_1 t)\cdot\cos(\nu\omega_1 t)]d(\omega_1 t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}[4\cdot\cos(\nu\omega_1 t)]d(\omega_1 t) = \frac{2}{\pi}4\left|\frac{1}{\nu}\sin(\nu\omega_1 t)\right|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

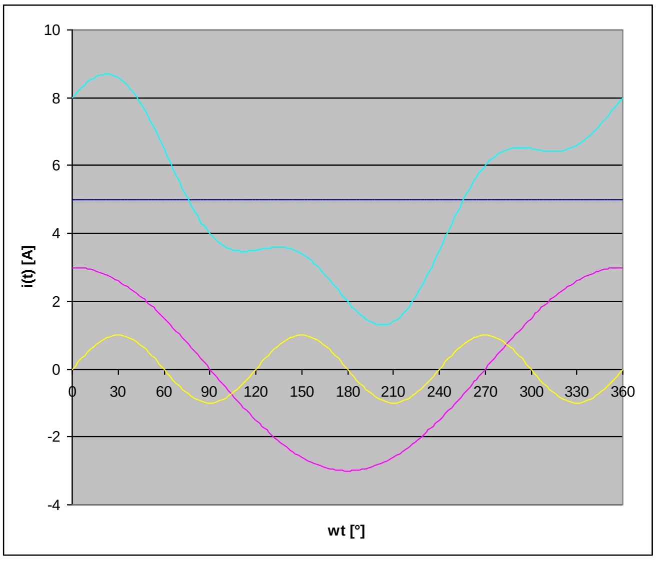
$\nu=1$	$a_1 = \frac{2}{\pi}4\frac{1}{1}(\sin\frac{\pi}{2}-0) = \frac{8}{\pi}$	$b_1 = 0$
$\nu=2$	$a_2 = \frac{2}{\pi}4\frac{1}{2}(\sin\frac{2\pi}{2}-0) = 0$	$b_2 = 0$
$\nu=3$	$a_3 = \frac{2}{\pi}4\frac{1}{3}(\sin\frac{3\pi}{2}-0) = -\frac{8}{3\pi}$	$b_3 = 0$
$\nu=4$	$a_4 = \frac{2}{\pi}4\frac{1}{4}(\sin\frac{4\pi}{2}-0) = 0$	$b_4 = 0$
$\nu=5$	$a_5 = \frac{2}{\pi}4\frac{1}{5}(\sin\frac{5\pi}{2}-0) = \frac{8}{5\pi}$	$b_5 = 0$
	$\frac{a_0}{2} = 0$	

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{\nu=1}^{\infty}[a_\nu\cos(\nu\omega_1 t) + b_\nu\sin(\nu\omega_1 t)]$$

C. Fourierreihe 2

$\frac{a_0}{2} = 5A$; $a_1 = 3A$; $b_3 = 1A$ Alle übrigen Elemente sind Null.

Die einzelnen Summanden von $i(t) = 5A + 3A\cdot\cos(2\pi 50\frac{1}{s}\cdot t) + 1A\cdot\sin(6\pi 50\frac{1}{s}\cdot t)$ und das Gesamtsignal *i(t)*:



D. Leistungen

Wirkleistung:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T u(t)\cdot i(t)dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} u(t)\cdot i(t)dt = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} I\cdot \hat{U}\sin\varphi d\varphi = \frac{2}{\pi}\cdot\sqrt{2}\cdot U_{rms}\cdot I_{rms} =$$
$$= 0.9\cdot 230V\cdot 10A = \underline{2{,}07\,kW}$$

Die Wirkleistung kann auch durch folgende Überlegung gefunden werden:
Bei sinusförmiger Spannung kann nur die Frequenzkomponente des Stromes mit der gleichen Frequenz Wirkleistung machen. Beim gegebenen Signal ist das die Grundschwingung des Stromes. Nach Fourierreihe beträgt die Amplitude der Grundschwingung $\hat{I}_1 = \frac{4}{\pi}\cdot\hat{I} = 12.7A$ und der Effektivwert dieser Grundschwingung $I_{1rms} = \frac{\hat{I}_1}{\sqrt{2}} = 0.9\cdot\hat{I} = 9A$

Die **Grundschwingungsscheinleistung** beträgt somit: $S_1 = U_{1rms}\cdot I_{1rms} = 2{,}07\,kVA$
Da die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung null ist, entspricht das der Wirkleistung.

Scheinleistung: $S = U_{rms}\cdot I_{rms} = 230V\cdot 10A = \underline{2{,}3\,kVA}$

Blindleistung: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \underline{1\,kVAr}$

Der **Leistungsfaktor** beträgt: $\lambda = \frac{P}{S} = \underline{0.9}$

Der ***cosphi*** (der Grundschwingung) beträgt $\cos\varphi = \underline{1}$
da die Phasenverschiebung φ zwischen Strom und Spannung 0 ist.