Lernkontrolle 5 MUSTERLÖSUNG

HINWEIS : Zur Lösung der Aufgaben kann das Buch, Seite 98 und 99, beigezogen werden.

Aufgabe 1)

a) Entscheiden Sie, ob die folgenden Gleichungen nur Nullstellen in der linken offenen Halbebene aufweisen:

1) $7s^3 + s^2 + 2s + 1 = 0$ $\mathbb{L}$: instabil, da $H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 7 = -5 \not> 0$

2) $-s^4 - 2s^3 = 2s^2 + 3s$ $\mathbb{L}$: instabil, da Term in s^0 fehlt

3) $s^3 + s^2 + s + 1 = 0$ $\mathbb{L}$: instabil, da $H_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 1 = 0 \not> 0$

4) $s^2 + 3s^4 + 2 + s^3 + 2s = 0$ $\mathbb{L}$: instabil, da $H_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0 \not> 0$

5) $\sqrt{s} - 2 = 0$ $\mathbb{L}$: instabil, Hurwitz kann hier jedoch nicht angewendet werden.
Die Instabilität ist etwa anhand der Beziehung $\frac{1}{\sqrt{s+a}} \bullet\!\!-\!\!\circ \frac{1}{\sqrt{\pi t}} - ae^{a^2 t}\operatorname{erfc}(a\sqrt{t})$ ersichtlich.

6) $s^2 + 2s = \sin(2)$ $\mathbb{L}$: instabil, da Term in s^0 negativ ist $(-\sin(2) = -0.035)$

b) Bestimmen Sie den jeweiligen Bereich von α so dass alle Nullstellen der Polynome in der linken offenen Halbebene liegen:

1) $\alpha s^3 + s^2 + 2s + 1$ $\mathbb{L}$: stabil für $0 < \alpha < 2$

2) $-s^4 - \alpha s^3 + s^2 - 4s - 5$ $\mathbb{L}$: instabil, unabhängig von α

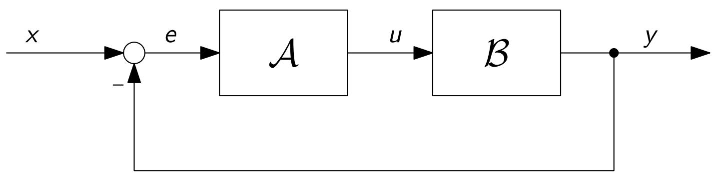
4) $s^3 + \alpha s^2 + s + \alpha$ $\mathbb{L}$: instabil unabhängig von α, da $H_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \alpha & \alpha \end{vmatrix} = \alpha - \alpha = 0 \not> 0$

5) $s^5 - \alpha s^4 + 2s^3 + s^2 + 5s + 1$ $\mathbb{L}$: instabil unabhängig von α, da

$$H_4 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -\alpha & 0 \\ 0 & 5 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -\alpha \end{vmatrix} = -25\alpha^2 - 16\alpha - 4 < 0 \text{ ist, } \forall \alpha \in \mathbb{R}$$

Aufgabe 2)

Bestimmen Sie k jeweils so, dass der Regelkreis stabil ist.



a) $\mathcal{A} = k$ $\quad\mathcal{B} = \frac{1}{s(s+2)^2}$ $\quad\Rightarrow G_g = \frac{k}{s^3+4s^2+4s+k}$ $\quad H = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ k & 4 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \end{vmatrix}$

$\mathbb{L}$: Das Polynom $s^3 + 4s^2 + 4s + k$ hat gemäss Hurwitz für $0 < k < 16$ die Nullstellen in der linken offenen Halbebene.

b) $\mathcal{A} = k$ $\quad\mathcal{B} = \frac{10}{s(s+3)(s+12)}$ $\quad\Rightarrow G_g = \frac{10k}{s^3+15s^2+36s+10k}$ $\quad H = \begin{vmatrix} 36 & 1 & 0 \\ 10k & 15 & 0 \\ 0 & 36 & 1 \end{vmatrix}$

$\mathbb{L}$: Das Polynom $s^3 + 15s^2 + 36s + 10k$ hat gemäss Hurwitz für $0 < k < 54$ die Nullstellen in der linken offenen Halbebene.

c) $\mathcal{A} = \frac{k}{s+1}$ $\quad\mathcal{B} = \frac{s+1}{s-2}$ $\quad\Rightarrow G_g = \frac{k(s+1)}{s^2-s-2+k(s+1)} = \frac{k+ks}{s^2+s(k-1)+(k-2)}$

$\mathbb{L}$: Das Polynom $s^2 + s(k-1) + (k-2)$ hat gemäss Hurwitz für $2 < k$ die Nullstellen in der linken offenen Halbebene.

d) $\mathcal{A} = \frac{k}{s+1}$ $\quad\mathcal{B} = \frac{1}{(s+1)(s-3)}$ $\quad\Rightarrow G_g = \frac{k}{(s^2+2s+1)(s-3)+k} = \frac{k}{s^3-s^2-5s+(k-3)}$

$\mathbb{L}$: Das Polynom $s^3 - s^2 - 5s + (k-3)$ hat gemäss Hurwitz, unabhängig von k, Nullstellen ausserhalb der linken offenen Halbebene.