

Übung 5

MRT+A

Dr. Christoph Eck

Aufgabe 1

Gegeben sei das folgende System

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1.82 & 1.68 & 0.24 \\ -0.90 & -1.60 & 1.20 \\ -2.66 & -1.84 & -1.12 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u$$
$$y = [1 \quad 1 \quad 2]x$$

Transformieren Sie dieses System in Diagonalform bzw. diagonalähnliche Form mit dem folgenden Vorgehen.

- Bestimmen Sie die Eigenwerte der Systemmatrix A. Prüfen Sie dabei, ob ein Eigenwert bei $\lambda_1 = -0.4$ liegt. Bestimmen Sie den exakten Wert der konjugiert-komplexen Eigenwerte λ_2, λ_3 .
- Bestimmen Sie den Eigenvektor v_1 zum reellen Eigenwert λ_1 . Bestimmen Sie den konjugiert komplexen Eigenvektor $v_2 = a + jb$ zum Eigenwert λ_2 und entsprechend für den dritten Eigenwert.
- Bestimmen Sie die Transformationsmatrix

$$P = [v_1 \quad a \quad b]^{-1}$$

für die Transformation des gegebenen Systems gemäss $\tilde{x} = Px, x = P^{-1}\tilde{x}$. Wie lautet die resultierende Zustandsraumbeschreibung

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{x}} &= \tilde{A}\tilde{x} + \tilde{b}u \\ y &= \tilde{c}^T \tilde{x} \\ \tilde{x}(0) &= Px(0)\end{aligned}$$

Aufgabe 2

- Bestimmen Sie für das allgemeine System 3.ter Ordnung in Regelungsnormalform

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

die Steuerbarkeitsmatrix $Q_s = [b \quad Ab \quad A^2b]$. Ist die Steuerbarkeitsmatrix regulär?

- Bestimmen Sie für das allgemeine System 3.ter Ordnung in Beobachtungsnormalform die Beobachtbarkeitsmatrix Q_B . Ist die Beobachtbarkeitsmatrix regulär?

Aufgabe 3

Bestimmen Sie für das folgende System

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 3.2 & 1 & 1.5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & -1.5 & 2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

die Transformationsmatrix T welche mit der Transformation

$$z = Tx$$

$$x = T^{-1}z$$

die Zustandsdifferentialgleichung in Regelungsnormalform beschreibt.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie für das System aus Aufgabe 3 mit der Ausgangsgleichung

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x$$

die Transformationsmatrix S welche mit der Transformation

$$z = S^{-1}x$$

$$x = Sz$$

die Zustandsdifferentialgleichung in Beobachtungsnormalform beschreibt.