

M1: EINLEITUNG MAGNETISMUS

Ein magn. Feld ist ein Raum, der von einem magn. Fluss erfüllt ist.

Es tritt eine magn. Kraftwirkung auf.

Die Ursache ist immer in einem el. Feld zu finden, das sich zeitlich oder örtlich ändert. (Änderung der Amplitude oder Bewegung des el. Feldes).

GESCHICHTLICHES

- Thales von Milet (624-546 v. Ch.)
Stadt Magnesia in Thessalien
magn. Erz: Magnetit Fe_3O_4
- Hans Christian Oersted (1777-1851)
1819: el. Strom führt zu magn. Wirkung (Kraft)
2 Ursachen: "magn. Substanz"
und el. Strom
- André-Marie Ampère (1775-1836)
gleiche Wirkung muss gleiche Ursache haben:
Ströme: "atomare Kreisströme"
und el. Strom
- später entstand die Erkenntnis:
Kreisströme der Elektronen und el. Strom sind
Ursache der magn. Erscheinungsformen.

MAGNETISCHE ERSCHEINUNGSFORMEN

Permanentmagnete

Immer N- und S-Pol vorhanden (Dipol).

Es sind keine magn. Monopole bekannt!

Bei Teilung \Rightarrow Bildung von neuem N- und S-Pol.

Kraftwirkung:

Anziehung von verschiedenen Polen (N-S) und
Abstossung von gleichnamigen Polen (N-N, S-S).

Erdmagnetfeld

ca. 10^{-4} T

geographischer N-Pol = magn. S-Pol.

Deklination = Winkel zw. den beiden Richtungen.

Magnetisierung (magn. Polarisierung)

Ein magn. neutraler Körper kann in einem Magnetfeld zu einem magn. Dipol werden.

Magnetfeld um stromdurchflossenen Leiter

Feldrichtung nach der "Rechtsschraubenregel".

Magnetfeld um "dielektrischen Strom" (Verschiebungsstrom)

Bei der Aufladung eines Kondensators setzt sich der Ladestrom zwischen den Platten als "dielektrischer Strom" fort! (Änderung des diel. Flusses).

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} \quad \text{weil} \quad d\Psi = dQ \quad (\text{aus Satz von Gauss})$$

M2: MAGNETISCHES FELD

Das magnetische Feld wird durch das elektrische Feld bewegter Ladungen verursacht.

Es handelt sich um ein **Wirbelfeld** (geschlossene Feldlinien).

INTEGRALE FELDGRÖSSEN

Ursachengrösse Durchflutung Θ

Ein el. Leiterstrom verursacht eine Durchflutung Θ :
"Durchflutungsgesetz" (Kapitel M4)

Θ existiert längs einer geschlossenen Umlaufbahn.

Betrag: $\Theta = \sum \text{eingeschlossene Ströme}$

Vorzeichen: aus der "Rechtsschraubenregel"

Dimension: $[\Theta] = \text{A}$

Die magn. Potentialdifferenz (analog der elektrischen) wird mit V_m (besser wäre Θ_{xy}) bezeichnet.

(wichtig bei der Beschreibung magn. Kreise)

Wirkungsgrösse magn. Fluss Φ

Die Durchflutung Θ ruft ein magn. Feld hervor, das in seiner Gesamtheit (integral) durch den magn.

Fluss Φ repräsentiert wird.

Zeichen: Φ

Vorzeichen: aus der "Rechtsschraubenregel"

Dimension: $[\Phi] = \text{Vs} (= \text{Wb}, \text{Weber})$
Wilhelm Weber (1804-1891)

Eigenschaft des Feldraumes \Rightarrow Verknüpfung

magn. Leitw. $G_m = \frac{\Phi}{V_m}$ magn. Widerst. $R_m = \frac{1}{G_m}$

Das offizielle Zeichen für den magn. Leitwert ist Λ .
Die Logik spricht jedoch für G_m !

$$\boxed{\Phi = G_m \cdot V_m} \quad \text{ohmsches Gesetz des Magnetismus}$$

ORTSBEZOGENE FELDGRÖSSEN

Ursachengrösse magn. Feldstärke \vec{H}

Definition: $|\vec{H}| = \frac{dV_m}{ds}$

Dimension: $[H] = \frac{\text{A}}{\text{m}}$

Richtung: Tangente an die lokale Feldlinie
 dV_m ist die längs $d\vec{s}$ wirkende magn. Potential-
differenz (differentieller Teil der Durchflutung Θ).

\Rightarrow magn. Feldstärke \vec{H} im homogenen Feld:

$$\boxed{|\vec{H}| = \frac{V_m}{s}} \quad s: \text{Länge des Feldraumes in Richtung } \vec{H}$$

Im Gegensatz zur el. Feldstärke, welche limitiert ist
durch die Durchschlagsfestigkeit eines Isolators,
kennt die magn. Feldstärke keine Grenzen.

Wirkungsgrösse magn. Flussdichte \vec{B}

Definition: $|\vec{B}| = \frac{d\Phi}{dA}$

Dimension: $[B] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} = \text{T} = \text{Tesla}$

Nikola Tesla (1856-1943)

Richtung: Tangente an die lokale Feldlinie

$d\Phi$ ist die Stärke des magn. Teilflusses, der das Flächenelement $d\vec{A}$ durchsetzt (differentieller Teil des Gesamtflusses Φ).

Eigenschaft des Feldraumes \Rightarrow Verknüpfung

Permeabilität: $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ (spezifischer magn. Leitwert)

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H}} \quad \mu_0 = 1 / (c_0^2 \cdot \epsilon_0)$$

c_0 = Lichtgeschwindigkeit in Vakuum = $2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$$\mu_0 = \text{magn. Feldkonst.} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

μ_r = relative Permeabilität in Vakuum: $\mu_r = 1$

ZUSAMMENHANG ZW. DEN ORTSBEZOGENEN UND DEN INTEGRALEN FELDGRÖSSEN

- Flussantriebsgr. = Ringintegral über Feldstärke

$$\boxed{\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s}} \quad (\text{Skalarprodukt})$$

- magn. Spannung. = Linienintegral über Feldstärke

$$V_m = \int_s \vec{H} \cdot d\vec{s} \quad (\text{Weg } s \text{ nicht geschlossen})$$

$$\oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_0^1 \vec{H} \cdot d\vec{s} + \int_1^2 \vec{H} \cdot d\vec{s} + \int_2^0 \vec{H} \cdot d\vec{s} = V_{m1} + V_{m2} + V_{m3} = \Theta$$

- Flussstärke = Flächenintegral über Flussdichte

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \quad (\text{Skalarprodukt})$$

$$\Phi = \oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad \text{quellenfrei!}$$

(Satz von Gauss des Magnetismus)

⇒ lokaler magn. Leitwert:

$$G_m = \frac{d\Phi}{dV_m} = \frac{B \cdot dA}{H \cdot ds} = \frac{\mu \cdot dA}{ds}$$

⇒ magn. Leitwert im homogenen Feld:

$$G_m = \frac{\Phi}{V_m} = \frac{B \cdot A}{H \cdot s} = \frac{\mu \cdot A}{s}$$

dA, A : Querschnitt des Feldraumes senkrecht zu \vec{B}

ds, s : Länge des Feldraumes in Richtung \vec{H}

ELEKTROMAGNETISCHES FELD

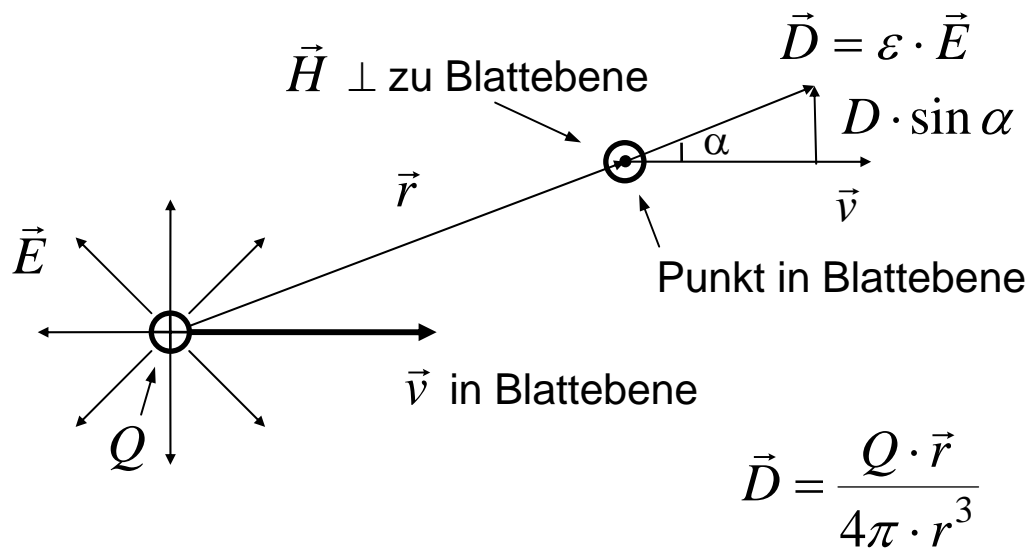
Das el. und das magn. Feld sind zwei zueinander
duale Teile ein und derselben Erscheinung, des

"elektromagnetischen Feldes"

M3: GESETZ VON BIOT-SAVART

Jean Baptiste Biot (1774-1862), Felix Savart (1791-1841)

Die magn. Feldstärke \vec{H} verursacht durch eine bewegte Ladung Q .



Betrag von \vec{H}

prop. Geschwindigkeit \vec{v} und diel. Flussdichte \vec{D}
jedoch nur die Komponente von $\vec{D} \perp$ zu \vec{v}
($D \cdot \sin \alpha$).

Richtung von \vec{H}

\perp zu \vec{v} und zu \vec{D} gemäss dem **Vektorprodukt**

$$\boxed{\vec{H} = \vec{v} \times \vec{D}} \quad (\text{"rechte Hand Regel"})$$

\Rightarrow kreisförmige Feldlinien um Vektor \vec{v}

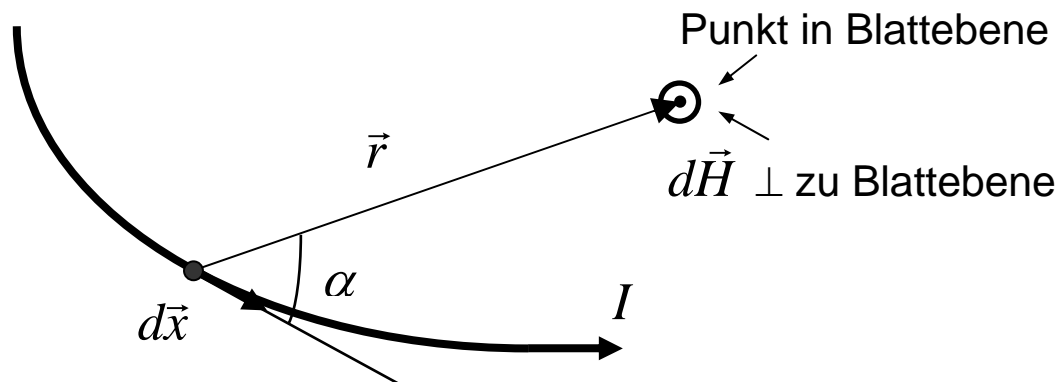
Biot-Savart:

$$\boxed{\vec{H} = \frac{Q}{4\pi \cdot r^3} (\vec{v} \times \vec{r})}$$

ANWENDUNG DES GESETZES VON BIOT-SAVART

Bestimmung der magn. Feldstärke in der Umgebung eines beliebig im Raum laufenden Leiters.

Bsp. Leiter in Blattebene:



Jedes Leiterelement $d\vec{x}$ enthält die Ladung $dQ = I \cdot dt$, welche sich mit $\vec{v} = d\vec{x}/dt$ bewegt.

dQ führt nach Biot-Savart zu einer magn. Feldstärke $d\vec{H}$ in einem Punkt P des Raumes:

$$d\vec{H} = \frac{dQ}{4\pi \cdot r^3} (\vec{v} \times \vec{r}) = \frac{I}{4\pi \cdot r^3} (d\vec{x} \times \vec{r})$$

\vec{H} in P = vekt. Summe sämtlicher Anteile $d\vec{H}$:

$$\text{allg. Fall:} \quad \vec{H} = \int_x d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \int_x \frac{d\vec{x} \times \vec{r}}{r^3}$$

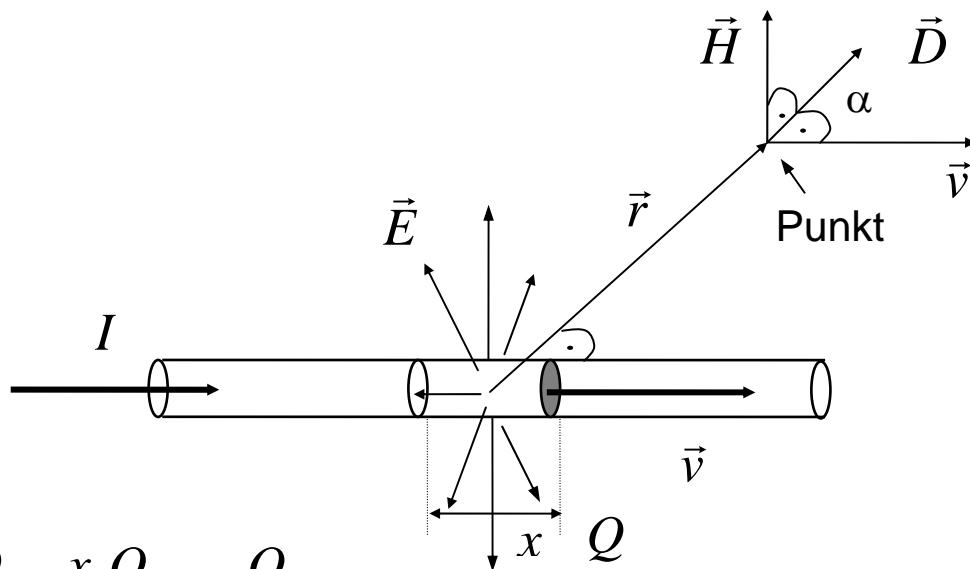
$$\text{Leiter und Punkt in Ebene:} \quad |\vec{H}| = \left| \frac{I}{4\pi} \int_x \frac{\sin \alpha}{r^2} dx \right|$$

M4: DURCHFLUTUNGSGESETZ

1. Maxwell'sches Gesetz (1862)

Ein zeitlich oder örtlich sich änderndes el. Feld verursacht ein magn. Feld.

Fall konstanter Leitungsstrom \Rightarrow örtliche Änderung des el. Feldes



$$I = \frac{Q}{t} = \frac{x}{t} \frac{Q}{x} = v \frac{Q}{x}$$

Der von x radialsymmetrisch ausgehende diel. Fluss Ψ ist gleich der in x enthaltenen Ladung Q .

$$\Psi = Q = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = D(r) \cdot 2\pi \cdot r \cdot x \Rightarrow D(r) = \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot x}$$

Biot-Savart: $\vec{H}(r) = \vec{v} \times \vec{D}(r) \quad \alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = 1$

$$\Rightarrow H(r) = v \cdot D(r) = v \frac{Q}{2\pi \cdot r \cdot x} = \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

Flussantriebsgr. = Linienintegral über Feldstärke

beim Wirbelfeld:

ein geschlossener Umlauf um die Antriebsgrösse:

$$\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = H(r) \cdot 2\pi \cdot r = \frac{I}{2\pi \cdot r} 2\pi \cdot r = I$$

Durchflutungsgesetz: $\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum I$
Vorzeichen beachten!

allg. Form: $\Theta = \oint_s \vec{H} \cdot d\vec{s} = \int_A \left(\gamma \cdot \vec{E} + \varepsilon \frac{d\vec{E}}{dt} \right) dA$

zeitliche Änd. von \vec{E} bzw. \vec{D}
elektrische Stromdichte: örtliche Änd. von \vec{E}
vom Ringintegral begrenzte Fläche A

ANWENDUNG DES DURCHFLUTUNGSGESETZES

Berechnung der magn. Feldstärke \vec{H} in der Umgebung einer stromdurchflossenen Leiteranordnung.

Insbesondere, falls der Betrag von \vec{H} längs eines bekannten Integrationsweges **konstant** ist.

Bsp: $|\vec{H}|$ um einen langen, geraden, zylindrischen

Leiter mit I : $\Theta = I = H \cdot 2\pi \cdot r \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi \cdot r}$

M5: MAGNETISCHER LEITWERT

homogene Felder

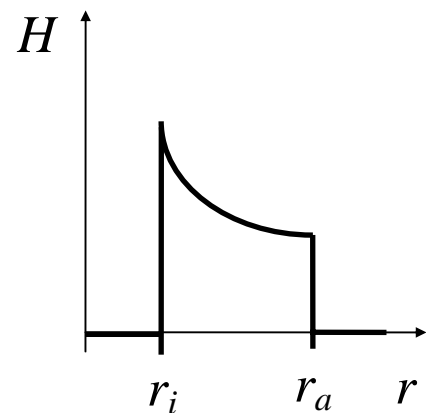
$$G_m = \frac{\Phi}{V_m} = \frac{B \cdot A}{H \cdot s} = \frac{\mu \cdot A}{s}$$

inhomogene Felder

$$G_m = \frac{\Phi}{V_m} = \frac{\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}}{\int_s \vec{H} \cdot d\vec{s}}$$

Bsp: Feld in Koaxkabel aus zwei dünnwandigen Zylindern:

Radius innerer Zyl.: r_i
Radius äusserer Zyl.: r_a
Länge der Anordnung: l
Strom in den Zyl.: $\pm I$



$$H(r) = \frac{I}{2\pi \cdot r} \Rightarrow B(r) = \mu \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = l \int_{r_i}^{r_a} B(r) \cdot dr = \frac{l \cdot \mu \cdot I}{2\pi} \int_{r_i}^{r_a} \frac{1}{r} dr$$

$$\Phi = \frac{l \cdot \mu \cdot I}{2\pi} \ln \frac{r_a}{r_i} \Rightarrow G_m = \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{\mu \cdot l}{2\pi} \ln \frac{r_a}{r_i}$$

$$[G_m] = \frac{Vs}{A} = H = \text{Henry} \quad \text{Joseph Henry (1797-1878)}$$

M6: MATERIE IM MAGNETFELD

DIAMAGNETISMUS

$$\mu_r < 1$$

Bsp.: Blei, Kupfer, Wasser...

Magnetfeld der Elektronen = magn. Dipol

Ursache: Rotation um Atomkern

Eigenrotation (Spin)

Die Elektronen sind paarweise so geordnet, dass sich die magn. Wirkungen nach aussen aufheben.

Bei einer Zunahme eines äusseren Magnetfeldes:

- ⇒ Induktionsvorgang: Änderung der Umlaufgeschwindigkeit der Elektronen, so dass ein Feld entsteht, das der Zunahme entgegenwirkt.
(Lenz: Wirkung entgegen der Ursache)
- ⇒ Überlagerung des äusseren Magnetfeldes mit demjenigen der Kreisströme.
- ⇒ Kleinere Flussdichte im Material als aussen.

NB: die Kreisströme bleiben nach der Feldänderung erhalten, bis das Feld wieder abnimmt.

Dieser temperaturunabhängige Effekt tritt in allen Stoffen auf, wird aber durch den Ferro- oder den Paramagnetismus übertönt.

Bei Supraleitern tritt idealer Diamagnetismus auf.
(Feldverdrängung aus dem Innern)

PARAMAGNETISMUS

$$\mu_r > 1$$

Bsp.: Aluminium, Platin, Tantal...

Die magn. Wirkungen der Kreisströme und der Spin der Elektronen heben sich im Atom nicht auf.

Die magn. Dipole (Elementarmagnete) werden durch ein äusseres Magnetfeld ausgerichtet.

⇒ Überlagerung des äusseren Magnetfeldes mit demjenigen der Kreisströme.

⇒ Grössere Flussdichte im Material als aussen.

Die Wärmebewegung der Moleküle behindert die Ausrichtung der Elementarmagnete.

⇒ Der Effekt ist temperaturabhängig.

FERROMAGNETISMUS

$$\mu_r \gg 1$$

Bsp.: Eisen, Nickel, Kobalt...

Die magn. Wirkungen der Kreisströme und der Spin der Elektronen heben sich im Atom nicht auf.
(wie beim Paramagnetismus)

Ferromagnetismus tritt nur in bestimmten Kristallstrukturen auf, wo die Elementarmagnete in den sog. Weiss'schen Bezirken die gleiche Ausrichtung haben.

(Pierre-Ernest Weiss, 1865-1940)

Der Effekt ist temperaturabhängig und verschwindet oberhalb der Curie-Temperatur, z.B. bei 770°C für Eisen.

(Pierre Curie, 1859-1906)

Magnetisierung (Polarisation)

Mit zunehmender Feldstärke tritt folgendes ein:

1. reversible Verschiebung der Trennwände der Weiss'schen Bezirke,
2. irreversible Umklappvorgänge: Barkhausen-Effekt, (Heinrich Barkhausen, 1881-1956),
3. Drehung der Elementarmagnete in den Bezirken
⇒ Sättigung.

Die Permeabilität (spez. magn. Leitfähigkeit) μ ist nicht konstant.

⇒ der magn. Leitwert G_m (oder Λ) ist nichtlinear.

Magnetisierungskurve $B = f(H)$ oder $\Phi = f(\Theta)$

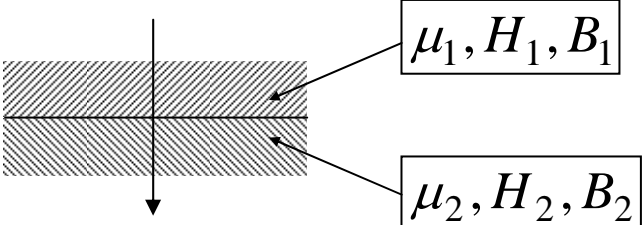
Begriffe im Zusammenhang mit Magnetisierungskurven:

- Neukurve \cong Kommutierungskurve
- Anfangspermeabilität und max. Permeabilität
- Hystereseschleife (magn. weich oder hart)
- Remanenzflussdichte B_r
- Koerzitivfeldstärke H_c

M7: FELDLINIEN AN GRENZFLÄCHEN

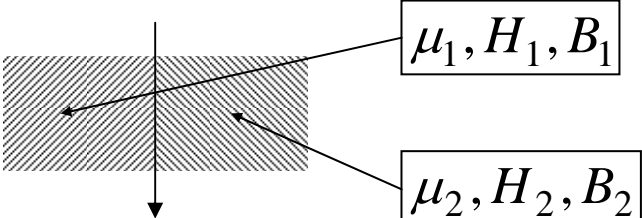
Ortsbezogene Feldgrössen beim Übergang von einem isotropen Medium (μ_1) in ein anderes (μ_2).

Mehrschicht, quer zum Feld geschichtet

$$B_1 = B_2 = B = \mu_1 \cdot H_1 = \mu_2 \cdot H_2$$
$$\Rightarrow \frac{H_1}{H_2} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$


\Rightarrow Im Material mit der kleineren Permeabilität tritt die grössere Feldstärke auf.
Sprunghafte Änderung v. H an der Trennfläche.

Mehrschicht, längs des Feldes geschichtet

$$H_1 = H_2 = H = \frac{B_1}{\mu_1} = \frac{B_2}{\mu_2}$$
$$\Rightarrow \frac{B_1}{B_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}$$


\Rightarrow Im Material mit der grösseren Permeabilität tritt die grössere Flussdichte auf.
Verständlich, wegen der besseren Leitfähigkeit.

Mehrschicht, schräg zum Feld geschichtet

⇒ **Brechung** der Feldlinien.

Zerl. von \vec{H} und \vec{B} in Normal- und Tangentialkomp.

Normalkomp. ⇒ quergeschichtetes Material

H_n umgekehrt prop. zu μ

B_n unverändert: $B_{1n} = B_{2n}$

Tangentialkomp. ⇒ längsgeschichtetes Material

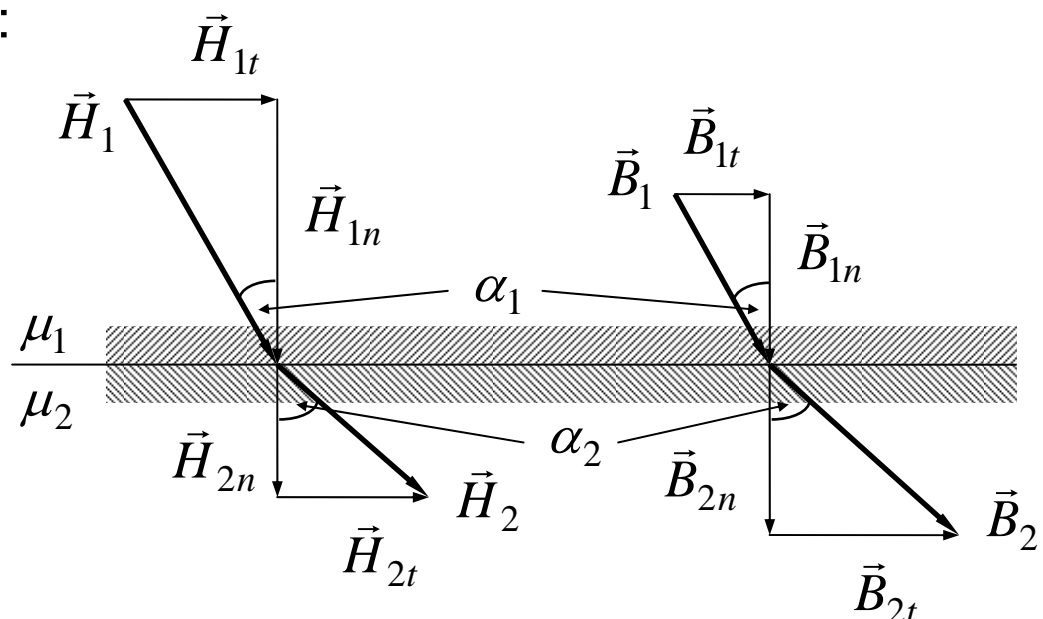
H_t unverändert: $H_{1t} = H_{2t}$

B_t proportional zu μ

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha_1}{\tan \alpha_2} = \frac{H_{1t}/H_{1n}}{H_{2t}/H_{2n}} = \frac{H_{2n}}{H_{1n}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad \text{Brechungsgesetz}$$

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} \quad \text{und} \quad \frac{B_1}{B_2} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}$$

$\mu_1 < \mu_2$:



M8: MAGNETISCHE KREISE

Erzeugung starker Magnetfelder in ferromagn. Stoffen und Führung derselben auf einem vorgeschriebenen Weg, der oft einen Luftspalt enthält.

⇒ magn. Kreis (z.B. Transformator)

Streuung: Feldlinien verlassen den vorgeschriebenen Weg.

Verzweigung: Der Gesamtfluss teilt sich in Teilflüsse auf.

Ersatzschaltung

Analogie: Stromkreis \Leftrightarrow magn. Kreis

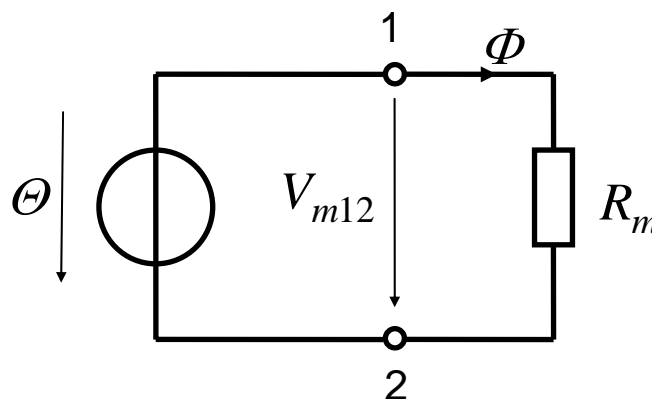
Quellenspannung $U_q \Leftrightarrow \Theta = N \cdot I$

Strom $I \Leftrightarrow \Phi = B \cdot A$

Spannungsabfall $U_{12} \Leftrightarrow V_{m12} = H \cdot l_{12}$

Widerstand $R \Leftrightarrow R_m = V_m / \Phi = 1 / G_m$

Leitwert $G \Leftrightarrow \Lambda = G_m = \Phi / V_m = (\mu \cdot A) / l_{12}$



Eisen: R_m und G_m sind nichtlineare Zweipole!

Feldabschnitte Luft und Eisen

Luftspalt mit Länge l_L (auch mit δ bezeichnet)

z.B. in el. Maschinen (Stator-Luftspalt-Rotor)

R_{mL} ist sehr gross, daher l_L möglichst klein machen.

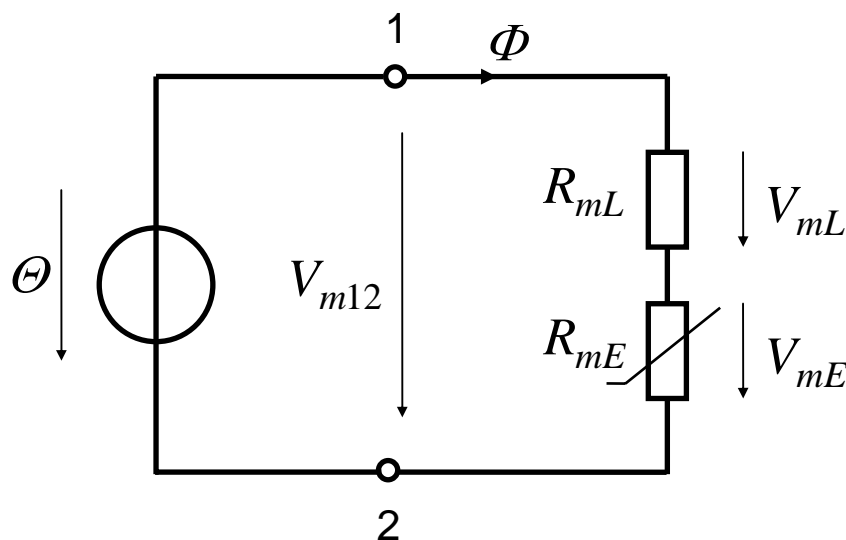
⇒ Streuung oft vernachlässigbar

Ziel: möglichst hohe magn. Flussdichten B_L im Luftspalt.

⇒ grosse Kräfte auf stromführende Leiter

R_{mL} ist konstant, denn $\mu_L = \mu_0$ ($\mu_{rL} = 1$)

⇒ linearer Zusammenhang: $V_{mL} = R_{mL} \cdot \Phi$



ohne Streuung ⇒ $\Phi_L = \Phi_E = \Phi$

falls $A_L = A_E = A$ ⇒ $B_L = B_E = B = \frac{\Phi}{A}$

Maschenregel: $\Theta = V_{mL} + V_{mE} = H_L \cdot l_L + H_E \cdot l_E$

mit $H_L = B_L / \mu_0$ und H_E aus Magnetisierungskurve

Kennlinie des magn. Kreises $\Phi = f(\Theta)$

Weil $\Theta = V_{mL} + V_{mE}$ und V_{mL} gross ist (verglichen mit V_{mE}) und zudem linear mit Φ zusammenhängt, hat der Luftspalt eine **linearisierende** Wirkung auf den magn. Kreis (z.B. Drosselspulen und Übertrager).

SYNTHESE EINES MAGNETISCHEN KREISES

Gesucht ist $\Theta = N \cdot I$ für ein best. B_L , **streuungsfrei**

lineare Verhältnisse $\mu = konst$ und $H_E = B_E / \mu$

$$B_L \Rightarrow H_L = B_L / \mu_0 \Rightarrow V_{mL} = H_L \cdot l_L \quad \Phi = B_L \cdot A_L$$

$$\text{Eisenabschnitt 1: } B_{E_1} = \Phi / A_{E_1} \Rightarrow V_{mE_1} = H_{E_1} \cdot l_{E_1}$$

$$\text{Eisenabschnitt x: } B_{E_x} = \Phi / A_{E_x} \Rightarrow V_{mE_x} = H_{E_x} \cdot l_{E_x}$$

Masche:

$$\Theta = V_{mL} + V_{mE_1} + \dots + V_{mE_x}$$

nichtlineare Verhältnisse $\mu \neq konst$

$$B_L \Rightarrow H_L = B_L / \mu_0 \Rightarrow V_{mL} = H_L \cdot l_L \quad \Phi = B_L \cdot A_L$$

$$\begin{aligned} \text{Eisenabschnitt 1: } B_{E_1} = \Phi / A_{E_1} &\Rightarrow \text{MK} \Rightarrow H_{E_1} \\ &\Rightarrow V_{mE_1} = H_{E_1} \cdot l_{E_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Eisenabschnitt x: } B_{E_x} = \Phi / A_{E_x} &\Rightarrow \text{MK} \Rightarrow H_{E_x} \\ &\Rightarrow V_{mE_x} = H_{E_x} \cdot l_{E_x} \end{aligned}$$

Masche:

$$\Theta = V_{mL} + V_{mE_1} + \dots + V_{mE_x}$$

ANALYSE EINES MAGNETISCHEN KREISES

Gesucht ist B_L für ein best. $\Theta = N \cdot I$, **streuungsfrei**

lineare Verhältnisse $\mu = konst$ und $R_m = l/(\mu \cdot A)$

$$\Theta \Rightarrow \Phi = \Theta / R_{mT} \text{ mit } R_{mT} = R_L + R_{mE_1} + \dots + R_{mE_x}$$

$$\boxed{B_L = \Phi / A_L}$$

nichtlineare Verhältnisse $\mu \neq konst$

überall gleicher Eisen-Querschnitt A_E

$$\Theta = V_{mL} + V_{mE} = \frac{B_L}{\mu_0} l_L + H_E \cdot l_E$$

$$\Phi_L = B_L \cdot A_L = \Phi_E = B_E \cdot A_E \Rightarrow B_L = \frac{B_E \cdot A_E}{A_L}$$

$$\Rightarrow \boxed{B_E = \mu_0 \frac{A_L}{A_E \cdot l_L} (\Theta - H_E \cdot l_E)} \Rightarrow \textbf{Schnittgerade}$$

Schnittpunkte der Geraden mit den Achsen:

$$\text{für } H_E = 0 \Rightarrow B_E^* = \mu_0 \frac{A_L}{A_E \cdot l_L} \Theta$$

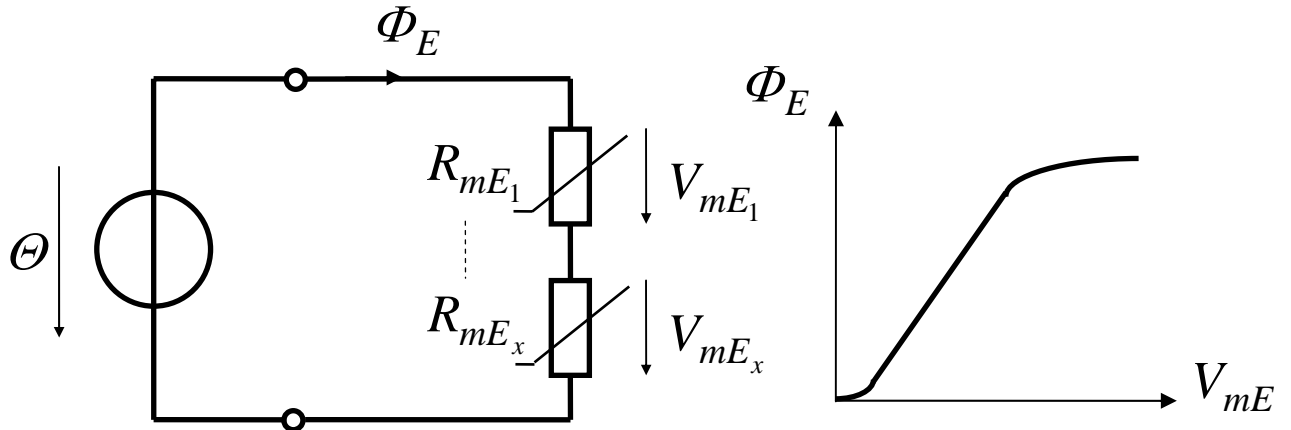
$$\text{für } B_E = 0 \Rightarrow H_E^* = \frac{\Theta}{l_E}$$

Schnittgerade in Magnetisierungskurve einzeichnen

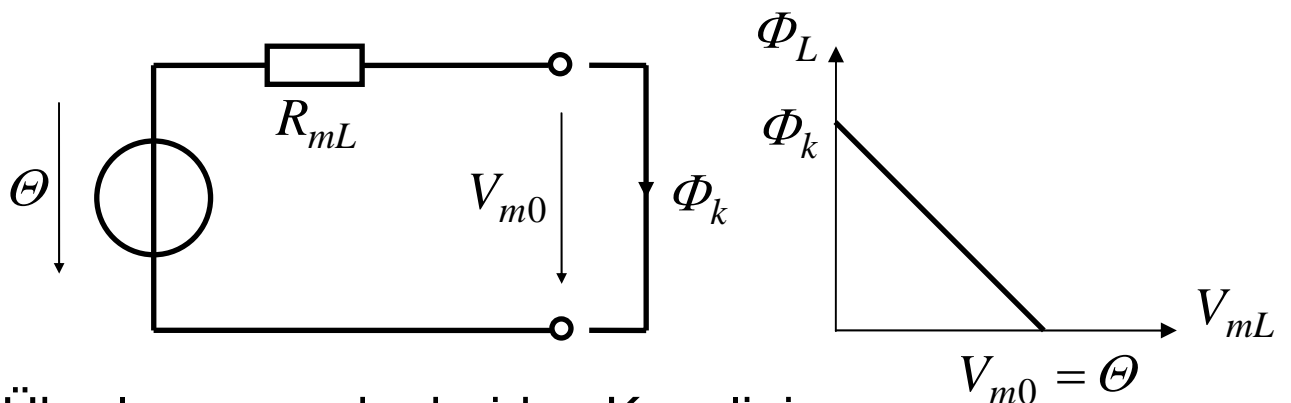
\Rightarrow Arbeitspunkt: B_E (und H_E) und $B_L = B_E \cdot A_E / A_L$

nicht überall gleicher Eisen-Querschnitt

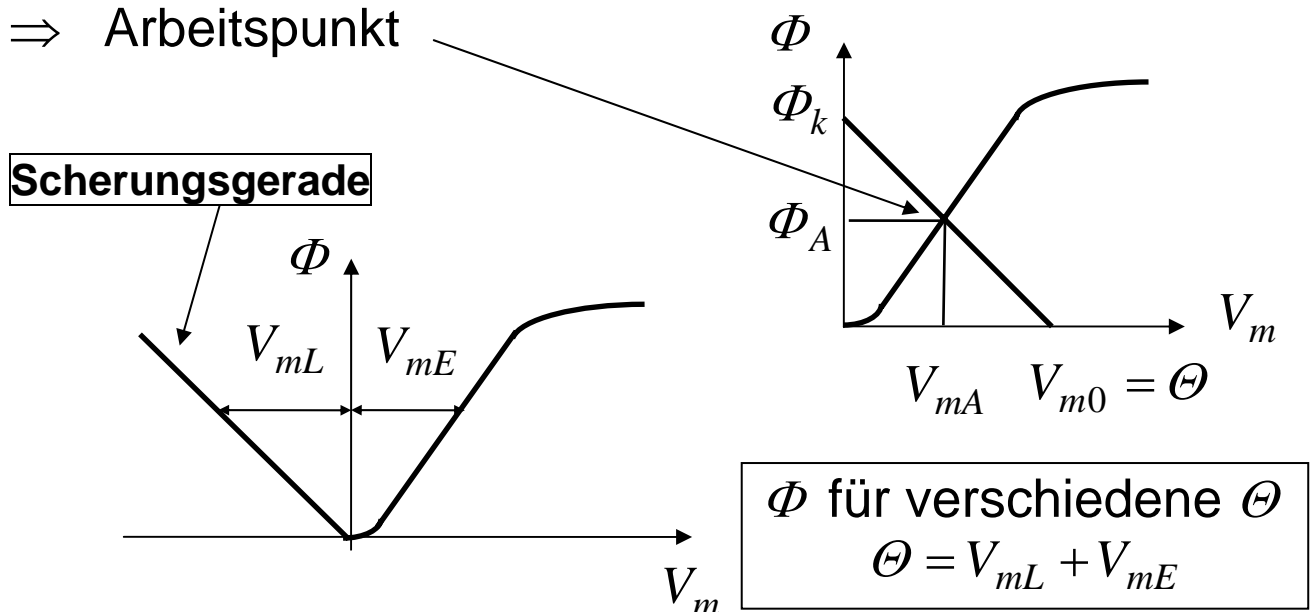
Konstruktion der *Kennlinie* des Eisenkreises:



Konstruktion der Kennlinie der *linearen Quelle*:

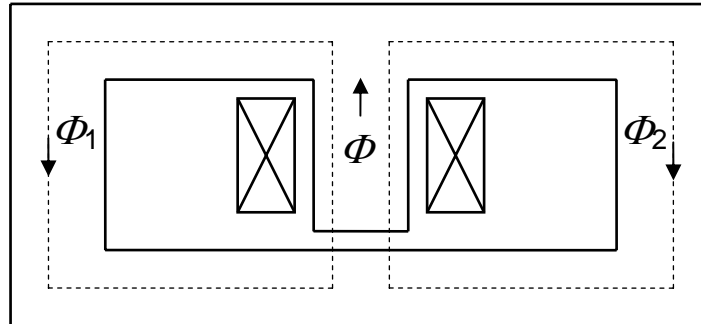


Überlagerung der beiden Kennlinien
⇒ Arbeitspunkt

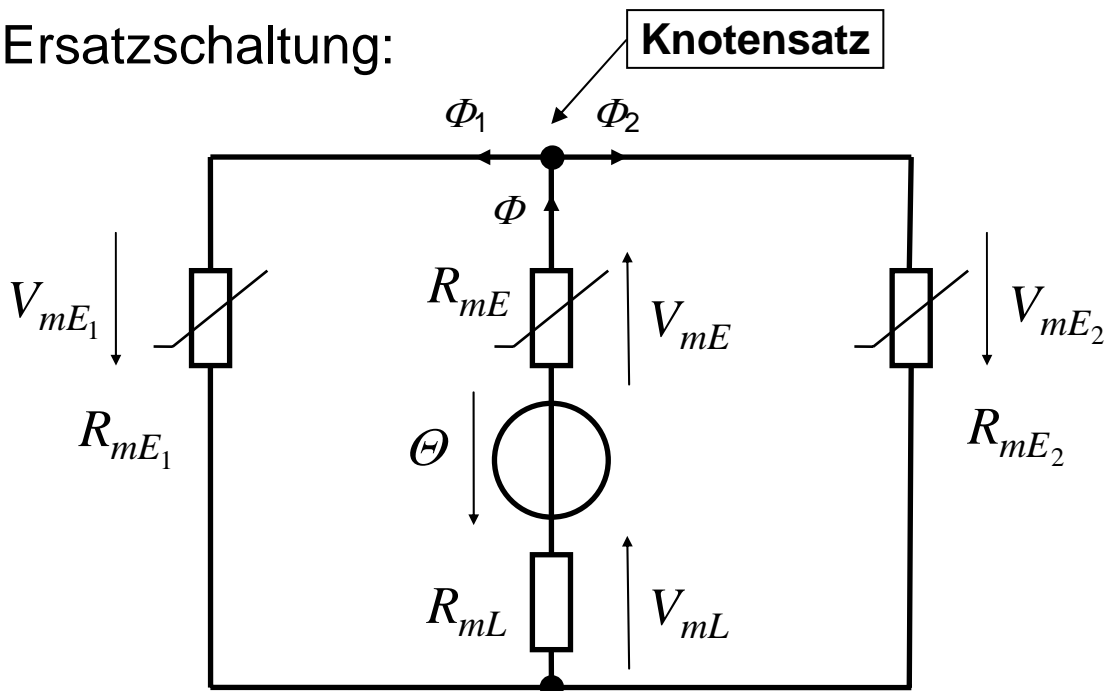


VERZWEIGTE MAGNETISCHE KREISE

Bsp.: dreischenkliger Eisenkern mit Luftspalt



Ersatzschaltung:



Bsp.: Eisenkern mit Luftspalt und Streuung

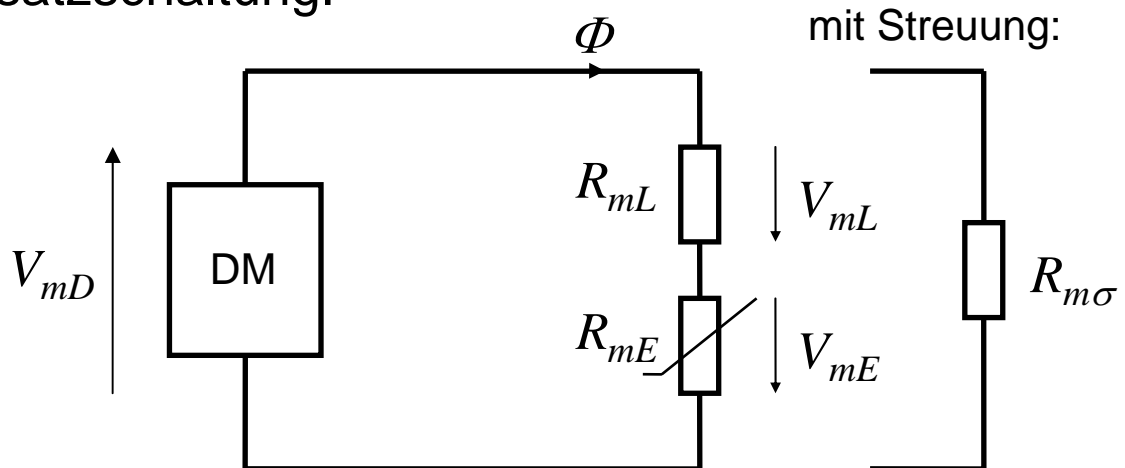
⇒ Flussverzweigung

- der Streufluss Φ_σ ist prop. zu l_L ,
- reale Kreise haben Streuung und damit einen magn. Widerstand für den Streufluss $R_{m\sigma} \neq \infty$,
- *Streifaktor* $\sigma < 1$: Reduktion von Φ_L auf $\sigma \cdot \Phi$.

MAGNETISCHER KREIS MIT DAUERMAGNET

Dauermagnet mit 2 Eisenschenkeln und Luftspalt

Ersatzschaltung:



$$\Theta = 0 = V_{mD} + V_{mL} + V_{mE} = H_D \cdot l_D + H_L \cdot l_L + H_E \cdot l_E$$

kein makroskopischer Strom vorhanden!

Synthese: Gesucht sind die Dauermagnetdaten für einen best. Luftspalt mit B_L .

Analyse: Gesucht ist B_L in einem best. Kreis.

Annahme: Eisenjoch ideal

$$\Rightarrow H_L \cdot l_L = -H_D \cdot l_D$$

H_L und H_D haben
entgegengesetzte Richtungen!

ohne Streuung: $B_L \cdot A_L = B_D \cdot A_D \Rightarrow H_L = \frac{B_D \cdot A_D}{\mu_0 \cdot A_L}$

$$\Rightarrow \frac{B_D \cdot A_D}{\mu_0 \cdot A_L} l_L = -H_D \cdot l_D \Rightarrow B_D = -H_D \cdot \mu_0 \frac{A_L \cdot l_D}{A_D \cdot l_L}$$

\Rightarrow **Scherungsgerade** im 2. Quadranten

Schnittpunkt mit Magnetisierungsk. \Rightarrow Arbeitspunkt

Optimierung des Dauermagneten

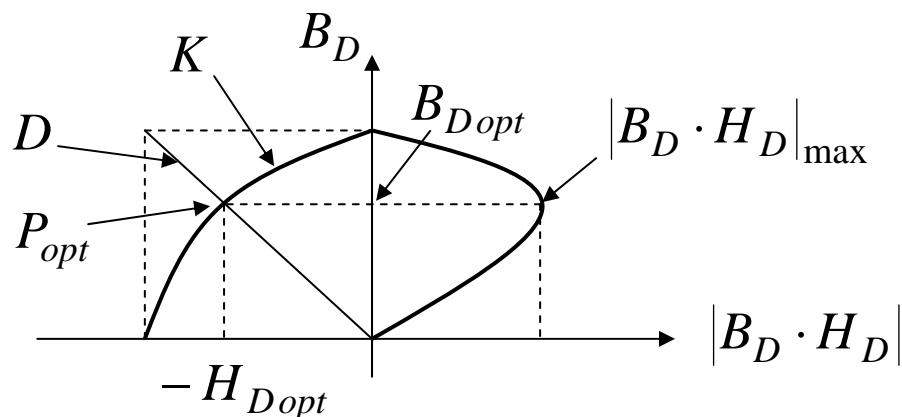
Bestimmung der optimalen Abmessungen eines Dauermagneten (A_{Dopt} und l_{Dopt}) in einem magn. Kreis mit Luftspalt (B_L , A_L und l_L) und vernachlässigbarem Eisenabschnitt ($H_E = 0$):

$$H_L \cdot l_L = -H_D \cdot l_D \Rightarrow B_L = -\frac{\mu_0 \cdot H_D \cdot l_D}{l_L}$$

$$\text{Kreis ohne Streuung} \Rightarrow B_L = \frac{B_D \cdot A_D}{A_L}$$

$$\Rightarrow B_L^2 = -\frac{\mu_0 \cdot A_D \cdot l_D \cdot B_D \cdot H_D}{A_L \cdot l_L}$$

wenn $|B_D \cdot H_D|$ **maximal** \Rightarrow Volumen $V_D = A_D \cdot l_D$ **minimal**



Näherung zur Bestimmung von P_{opt}

Schnittpunkt der Diagonalen D mit der Kennlinie K .

optimale Abmessungen (minimales Volumen)

$$l_{Dopt} = \frac{B_L \cdot l_L}{\mu_0 \cdot |H_{Dopt}|} \quad \text{und} \quad A_{Dopt} = \frac{B_L \cdot A_L}{B_{Dopt}}$$

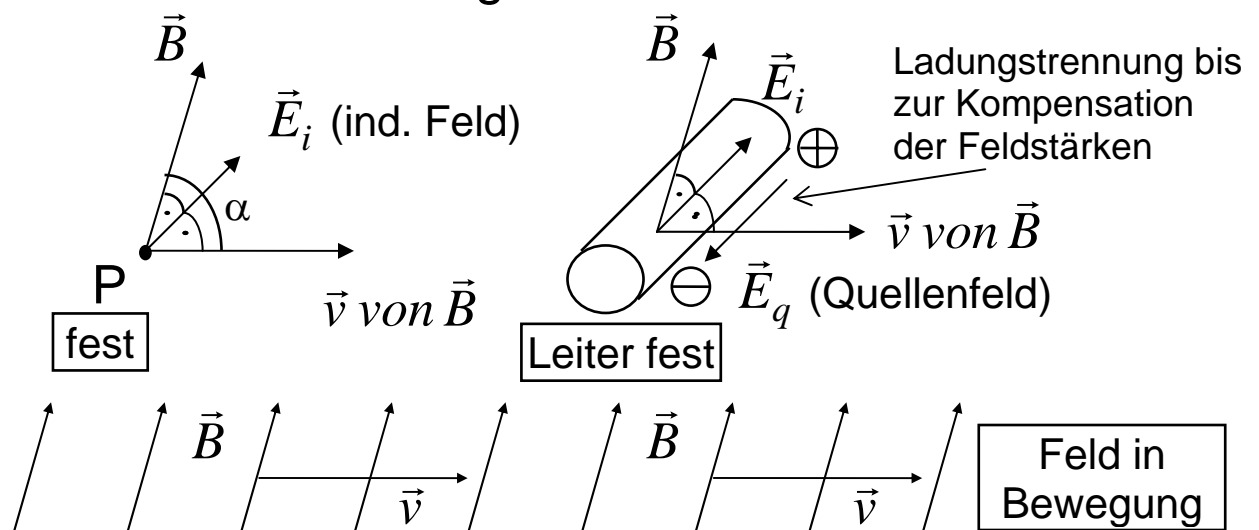
M9: INDUKTIONSGESETZ

2. Maxwell'sches Gesetz (1873)

Ein zeitlich oder örtlich sich änderndes magn. Feld führt zu einem el. Feld (Wirbelfeld).

BEWEGUNGSINDUKTION

Ein zeitlich konst. Magnetfeld ändert sich örtlich.



Betrag von \vec{E}_i (und \vec{E}_q)

prop. Geschwindigkeit \vec{v} und magn. Flussdichte \vec{B}
jedoch nur die Komponente von $\vec{v} \perp$ zu \vec{B} ($v \cdot \sin \alpha$).

Richtung von \vec{E}_i (und \vec{E}_q entgegengesetzt)

\perp zu \vec{v} und zu \vec{B} gemäss dem Vektorprodukt

$$\boxed{\vec{E}_i = \vec{B} \times \vec{v}} \quad \text{analog zu } \vec{H} = \vec{v} \times \vec{D} \text{ (andere Richtung!)}$$

\vec{v} betrifft das Feld, $\vec{v}_L = -\vec{v}$ falls Leiter in Bewegung.

Quellenspannung (s : Leiterlänge im Magnetfeld)

$$\boxed{u_q = \int_s \vec{E}_q \cdot d\vec{s}} \quad \vec{E}_q = -\vec{E}_i = -(\vec{B} \times \vec{v}) = -(\vec{v}_L \times \vec{B})$$

gerades, bewegtes Leiterstück

α = Winkel zw. \vec{B} und \vec{v}_L ; β = Winkel zw. $\vec{E}_i = \vec{v}_L \times \vec{B}$ und \vec{s}

$$\boxed{|u_q| = B \cdot v_L \cdot s \cdot \sin \alpha \cdot \cos \beta}$$

Vorzeichen: positiv vom Plus- zum Minuspol

Spezialfall: $\alpha = 90^\circ, \beta = 0^\circ$

$$\boxed{|u_q| = B \cdot v_L \cdot s} \quad \text{maximale Wirkung!}$$

U-förmige Leiteranordnung mit beweglichem, geraden Leiterstück der Länge $s \perp$ zu \vec{B}

- **Leiterkreis offen:** durch Ladungstrennung entsteht die Spannung u_q

$$u_q = \int_s \vec{E}_q \cdot d\vec{s} = E_q \cdot s = B \cdot v_L \cdot s \quad \text{mit } v_L = dx/dt$$

$$u_q = B \cdot \frac{dx}{dt} \cdot s \quad \text{mit } B \cdot dx \cdot s = B \cdot dA = d\Phi$$

$$\Rightarrow \boxed{u_q = \frac{d\Phi}{dt}} \quad \text{zeitl. Änd. des Flusses im Leiterkreis}$$

u_q wirkt als Quelle el. Energie (Energieumwandlung)

- **Leiterkreis geschlossen:** es fliesst der Strom i
Lenz'sche Regel, Heinrich Lenz (1804-1865):
Wird in einem bewegten Leiter eine el. Feldstärke induziert, so trachtet der daraus resultierende Strom danach, die Leiterbewegung zu bremsen.

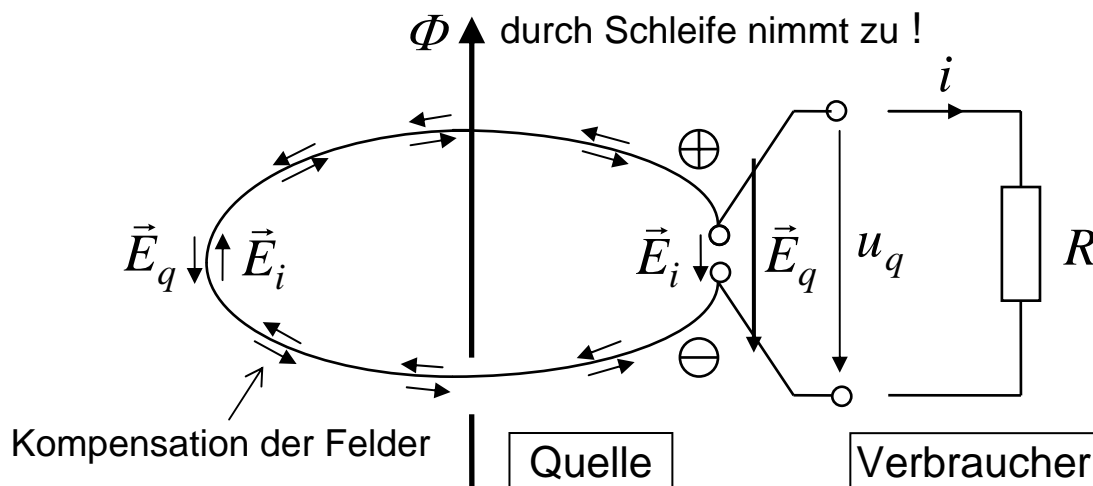
RUHEINDUKTION

Ein ortfestes Magnetfeld ändert sich zeitlich.

Von grosser technischer Bedeutung:

Induktionsvorgang verursacht durch die zeitliche Änderung des von einer Leiterschleife umfassten magn. Flusses (Transformator).

Leiterschleife mit Umfang s



Schleife offen:

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_s \vec{E}_q \cdot d\vec{s} + \oint_s \vec{E}_i \cdot d\vec{s}$$

$$\Rightarrow \boxed{u_i = \oint_s \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi}{dt}} \quad \text{induzierte Spannung}$$

das Ringintegral des Quellenfeldes ist stets Null

negativ: das Feld des Stromes hemmt die Flusszunahme

Integration v. $\vec{E} = \vec{E}_q (+ \vec{E}_i)$ vom Plus- zum Minuspol

$$\Rightarrow \boxed{u_q = \int_+^- \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{d\Phi}{dt}} \quad \text{Quellenspannung}$$

Schleife geschlossen:

Lenz: der Strom wirkt der Feldänderung entgegen.
Bei Zunahme des Flusses tritt eine Kraft nach innen auf, die die Fläche verkleinern möchte.
(und umgekehrt)

ALLG. FORM DES INDUKTIONSGESETZES

$$u_i = \oint_s \vec{E}_i \cdot d\vec{s} = - \frac{d}{dt} \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

- 1. Maxwell'sche Gleichung:** (Durchflutungsgesetz)
"Ein zeitlich sich änderndes el. Feld umgibt sich mit einem magn. Wirbelfeld".
- 2. Maxwell'sche Gleichung:** (Induktionsgesetz)
"Ein zeitlich sich änderndes magn. Feld umgibt sich mit einem el. Wirbelfeld".

Verkettung \Rightarrow **elektromagnetische Wellen**

Weitere Gleichungen

- Satz von Gauss für el. und magn. Feld
- Erhaltung der Ladung
- Erhaltung der Energie

M10: SELBSTINDUKTION

Spule

Erzeugt über den Strom einen magn. Fluss. Die Flussänderung wirkt auf dem Weg der Induktion mit einer induktiven Spannung auf die Spule **selbst** zurück \Rightarrow **Selbstinduktion**.

$$\boxed{u_L = L \frac{di}{dt}} \quad \text{analog zu:} \quad i_C = C \frac{du}{dt}$$

L = Selbstinduktionskoeffizient oder Induktivität
abh. von Windungszahl und Magnetfeldraum.

L einer Kreisringspule (Torus) mit Eisenkern

Magnetfeld homogen und $R_{Cu} = 0 \, \Omega$ (Länge s , Querschnitt A)

aus dem Induktionsgesetz: $u_L = N \frac{d\Phi}{dt}$

$$\Phi = B \cdot A \Rightarrow d\Phi = A \cdot dB$$

$$u_L = N \frac{A \cdot dB}{dH} \frac{dH}{dt} \quad \left(\frac{dB}{dH} = \text{Steigung der Magn.-Kurve} \right)$$

aus dem Durchflutungsgesetz: $\Theta = N \cdot i$

$$\Theta = N \cdot i = H \cdot s \Rightarrow dH = \frac{N}{s} di \quad (\text{Index } d = \text{differentiell})$$

$$u_L = N^2 \frac{A}{s} \frac{dB}{dH} \frac{di}{dt} \Rightarrow \boxed{L_d = N^2 \frac{\mu_d \cdot A}{s}} \quad \text{mit } \mu_d = \frac{dB}{dH}$$

L einer langen Spule oder Torus mit μ konst.

Vereinfachung: Magnetfeld homogen und $R_{Cu} = 0 \text{ } \Omega$

$$u_L = N^2 \frac{A}{s} \frac{B}{H} \frac{di}{dt} \Rightarrow \boxed{L = N^2 \frac{\mu \cdot A}{s}}$$

$$\text{mit } G_m = \frac{\mu \cdot A}{s} \Rightarrow \boxed{L = N^2 \cdot G_m}$$

$$\text{für } N = 1: \Rightarrow \boxed{L = G_m} \quad (\text{analog zu } C = G_d)$$

$$\text{mit } \Phi = G_m \cdot \Theta \Rightarrow \boxed{L = \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{\Phi}{I}}$$

für N Windungen ohne Streuung:

mit Ψ_m , dem Verkettungsfluss $\Psi_m = N \cdot \Phi$

$$\text{aus } L = N^2 \cdot G_m \Rightarrow \boxed{L = N^2 \frac{\Phi}{\Theta} = \frac{N \cdot \Phi}{I} = \frac{\Psi_m}{I}}$$

L einer beliebigen Leiteranordnung

$$\boxed{L = \frac{\Psi_m}{I} = L_i + L_a = \frac{\Psi_{mi} + \Psi_{ma}}{I}}$$

L_i = innere Induktivität: Ψ_{mi} im Leiterinnern

L_a = äussere Induktivität: Ψ_{ma} ausserhalb der
Leiteranordnung (z.B. Spulen)

Dimension von L

$$[L] = [G_m] = \frac{[\Phi]}{[\Theta]} = \frac{\text{Vs}}{\text{A}} = \text{H} = \text{Henry}$$

Berechnung von Induktivitäten

Kreisringspule ($\mu = \text{konst.}$)

d = Windungsdurchmesser

D = mittlerer Spulendurchmesser

$D \gg d \Rightarrow$ Feld bez. Betrag praktisch homogen

äussere Induktivität:

$$G_m = \frac{\mu \cdot A}{s} \quad \text{mit } A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad \text{und } s = \pi \cdot D$$

$$\Rightarrow \boxed{L_a = L = N^2 \cdot G_m = N^2 \frac{\mu \cdot d^2}{4 \cdot D}}$$

innere Induktivität: vernachlässigbar

lange Zylinderspule ($\mu = \text{konst.}$)

d = Windungsdurchmesser

s = Spulenlänge

äussere Induktivität:

$$G_m = \frac{\mu \cdot A}{s} \quad \text{mit } A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_a = L = N^2 \cdot G_m = N^2 \frac{\mu \cdot \pi \cdot d^2}{4 \cdot s}}$$

innere Induktivität: vernachlässigbar

Doppelleitung...

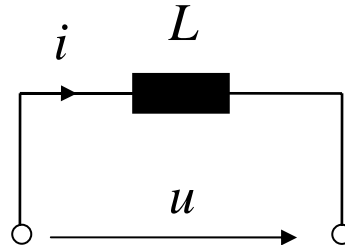
Koaxialleitung...

Spule mit Eisenkern und Luftspalt...

ERSATZSCHALTUNGEN

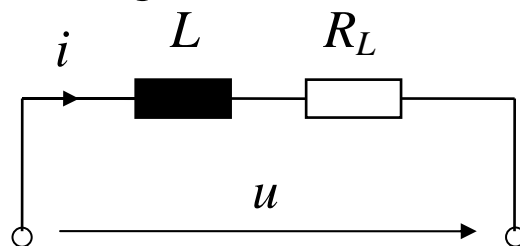
idealer induktiver Zweipol

$$u = L \frac{di}{dt}$$



induktiver Zweipol mit Wicklungswiderstand

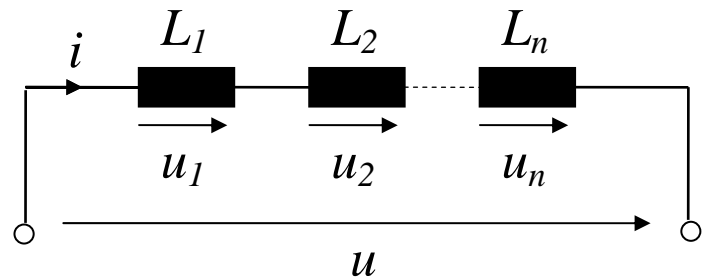
$$u = L \frac{di}{dt} + R_L \cdot i$$



Serieschaltung von idealen induktiven Zweipolen

$$u_1 = L_1 \frac{di}{dt} \dots$$

$$\dots u_n = L_n \frac{di}{dt}$$



$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n = (L_1 + L_2 + \dots + L_n) \frac{di}{dt}$$

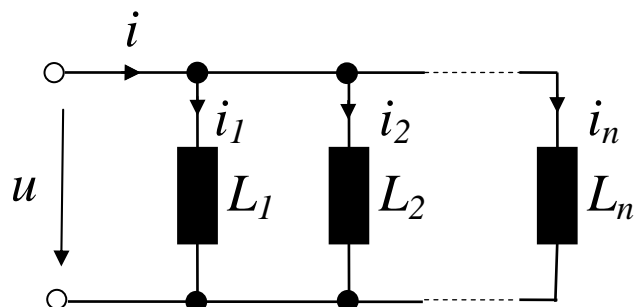
$$\Rightarrow \boxed{L = L_1 + L_2 + \dots + L_n}$$

Parallelschaltung von idealen induktiven Zweipolen

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{u}{L} = \frac{u}{L_1} + \frac{u}{L_2} + \dots + \frac{u}{L_n}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n}}$$



M11: GEGENINDUKTION

Gegenseitige Beeinflussung von Leiteranordnungen über ihre Magnetfelder: ein Strom in der einen Anordnung führt zu einem Fluss in der anderen.

$$L_{21} = \frac{\Psi_{m21}}{I_1}$$

bzw.

$$L_{12} = \frac{\Psi_{m12}}{I_2}$$

1. Index = Ort der Wirkung
2. Index = Ort der Ursache

gegenseitige Induktion: eine Stromänderung in der einen Leiteranordnung induziert eine Spannung in der anderen.

Gegeninduktivität: analog zur Selbstinduktivität L , stellt die Gegeninduktivität L_{xy} (oder M_{xy}) den Zusammenhang her zwischen der Ursache: di_1/dt im Leiter 1 und der Wirkung: u_{21} im Leiter 2

$$u_{21} = L_{21} \frac{di_1}{dt}$$

bzw.

$$u_{12} = L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

Bemerkungen

- der verkettete Fluss $\Psi_{m\ xy}$ ist dann schwierig zu bestimmen, wenn nicht alle N_x Windungen vom gleichen Fluss durchsetzt werden.

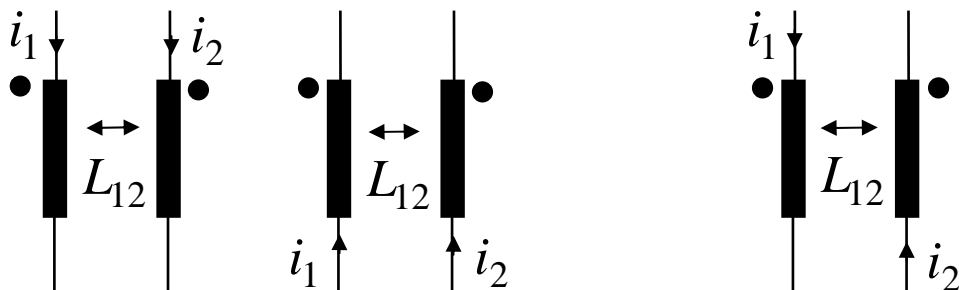
- die Gegeninduktivität ist eine Vierpolgrösse (2 Klemmenpaare: Zusammenhang zwischen dem Strom im einen und der Spannung am anderen).
- die Gegeninduktivitäten sind nur für linear wirkende Feldmedien ($\mu = konst.$) konstant: $L_{12} = L_{21}$
- im Gegensatz zur Selbstinduktivität L , welche immer positiv ist, kann die Gegeninduktivität positiv oder negativ sein (ist eine Frage der Zuordnung der Strombezugspfeile zu den Wicklungspunkten):

gleichsinnige Kopplung:
Addition der Felder

$$L_{12} > 0$$

gegensinnige Kopplung:
Subtraktion der Felder

$$L_{12} < 0$$



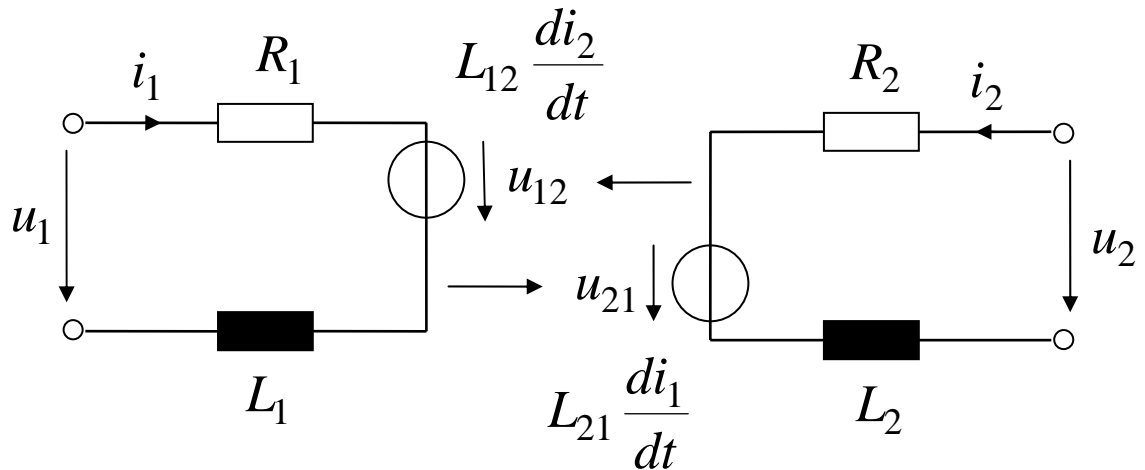
Verkettungsflüsse:

$$\begin{aligned}\Psi_{m1} &= L_1 \cdot I_1 + L_{12} \cdot I_2 \\ \Psi_{m2} &= L_{21} \cdot I_1 + L_2 \cdot I_2\end{aligned}$$

zeitabhängige Ströme \Rightarrow induzierte Spannungen:

$$\begin{aligned}u_1 &= i_1 \cdot R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt} \\ u_2 &= i_2 \cdot R_2 + L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}\end{aligned}$$

Ersatzschaltung



Transformator (2 Spulen N_1 und N_2 auf Eisenkern)

ideal: magn. Leitwert konstant und
keine Streuung \Rightarrow "feste Kopplung"

Gegeninduktivitäten

Fall 1: Spule 1 mit Wechselstrom, Spule 2 offen:

$$u_{21} = N_2 \frac{d\Phi_1}{dt} \quad \Phi_1 = \Theta_1 \cdot G_m = i_1 \cdot N_1 \cdot G_m$$

$$u_{21} = N_1 \cdot N_2 \cdot G_m \frac{di_1}{dt} \Rightarrow \boxed{L_{21} = N_1 \cdot N_2 \cdot G_m}$$

Fall 2: Spule 2 mit Wechselstrom, Spule 1 offen:

$$\text{analog zu Fall 1} \Rightarrow \boxed{L_{12} = N_1 \cdot N_2 \cdot G_m}$$

Selbstinduktivitäten

$$L_1 = N_1^2 \cdot G_m \quad L_2 = N_2^2 \cdot G_m$$

$$\Rightarrow L_1 \cdot L_2 = L_{12}^2 \Rightarrow \boxed{L_{12} = L_{21} = \sqrt{L_1 \cdot L_2}}$$

nichtideale Kopplung

$$\boxed{L_{12} = L_{21} = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \quad k = \text{Kopplungsfaktor } (k < 1)$$

nichtlineares Feldmedium ($\mu \neq \text{konst.}$)

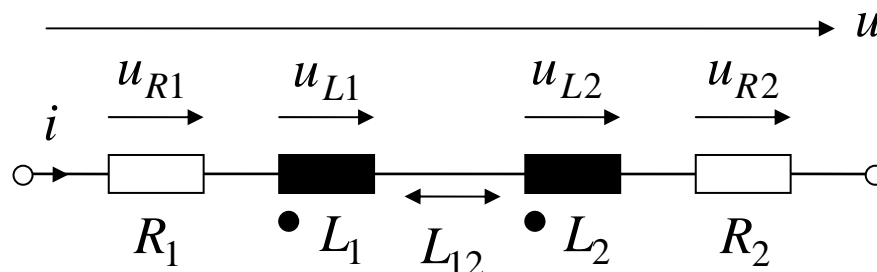
Die Superposition der Einzel-Flüsse kann nicht angewendet werden: $\Psi_{m1} \neq \Psi_{m11} + \Psi_{m12}$

⇒ Es muss von der Gesamtdurchflutung ausgegangen werden.

⇒ Die gegenseitigen Induktivitäten sind nicht konst.

Serieschaltung gekoppelter Spulen

gleichsinnige Kopplung



$$u = i(R_1 + R_2) + (L_1 + L_2 + 2 \cdot L_{12}) \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \boxed{L_E = L_1 + L_2 + 2 \cdot L_{12}}$$

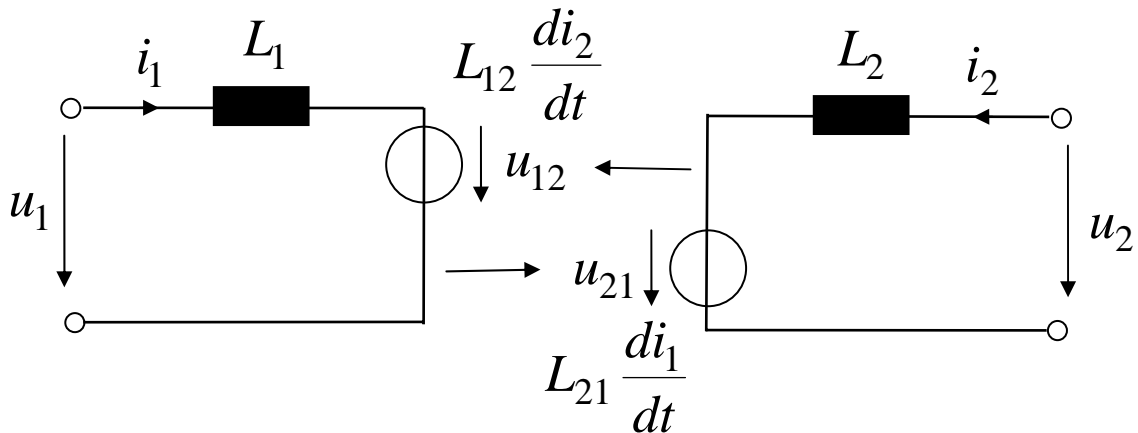
gegensinnige Kopplung

führt zu derselben Ersatzinduktivität mit L_{12} negativ.

Wirbelströme

⇒ Verluste, Stromverdrängung, Bremswirkung...

T-ERSATZSCHALTUNG FÜR GEKOPPELTE SPULEN



$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}$$

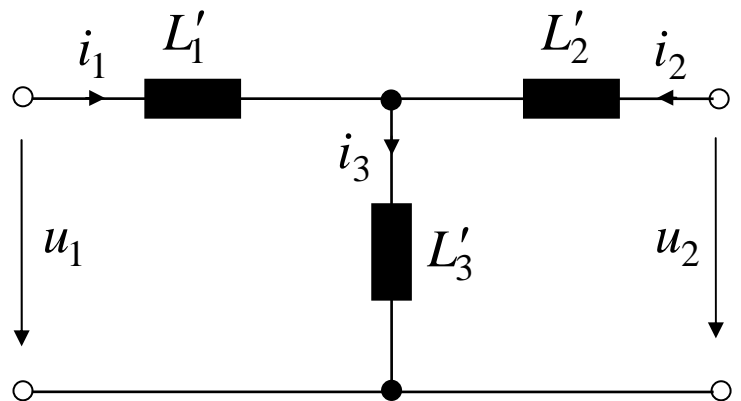
$$u_2 = L_{21} \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

T-Ersatzschaltung

$$i_3 = i_1 + i_2$$

$$\begin{aligned} u_1 &= L'_1 \frac{di_1}{dt} + L'_3 \frac{di_3}{dt} \\ &= (L'_1 + L'_3) \frac{di_1}{dt} + L'_3 \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_2 &= L'_2 \frac{di_2}{dt} + L'_3 \frac{di_3}{dt} \\ &= L'_3 \frac{di_1}{dt} + (L'_2 + L'_3) \frac{di_2}{dt} \end{aligned}$$



Koeffizientenvergleich:

$$\Rightarrow L'_3 = L_{12} = L_{21}$$

$$L_1 = L'_1 + L'_3 \Rightarrow L'_1 = L_1 - L_{12}$$

$$L_2 = L'_2 + L'_3 \Rightarrow L'_2 = L_2 - L_{21}$$

M12: ENERGIE IM MAGNETFELD

Für den Feldaufbau muss die Stromquelle Arbeit leisten (auch wenn die Anordnung verlustlos, d.h. supraleitend ist).

Die gelieferte Energie bleibt im Magnetfeld gespeichert und wird beim Abbau des Feldes wieder frei.

⇒ Umformung von el. in magn. Energie und umgekehrt.

ideale Spule

$R = 0$ und $\mu = \text{konst.}$

$$dW = dW_m = p \cdot dt = u_L \cdot i \cdot dt = L \frac{di}{dt} i \cdot dt = L \cdot i \cdot di$$

$$\Rightarrow \boxed{W_m = L \int_0^I i \cdot di = \frac{L \cdot I^2}{2}} \quad \text{dual dazu: } W_e = \frac{C \cdot U^2}{2}$$

ENERGIEDICHTE IM MAGNETFELD

Energiezustand des Raumes

Fall 1: $\mu = \text{konst.}$

$$W_m = \frac{L \cdot I^2}{2} \quad \text{und} \quad L = N \frac{\Phi}{I} \Rightarrow W_m = \frac{\Phi \cdot N \cdot I}{2} = \frac{\Phi \cdot \Theta}{2}$$

Betrachtung eines infinitesimal kleinen Raumelements zur Berechnung der lokalen Energiedichte:
Länge: ds , Querschnitt: dA , Volumen: dV

$$dW_m = \frac{d\Phi \cdot d\Theta}{2} = \frac{(B \cdot dA)(H \cdot ds)}{2} = \frac{B \cdot H \cdot dV}{2}$$

Energiedichte:

$$w_m = \frac{dW_m}{dV} = \frac{H \cdot B}{2} = \frac{\mu \cdot H^2}{2} = \frac{B^2}{2 \cdot \mu}$$

dual dazu: $w_e = \frac{dW_e}{dV} = \frac{E \cdot D}{2} = \frac{\varepsilon \cdot E^2}{2} = \frac{D^2}{2 \cdot \varepsilon}$

(begrenzt durch die Durchschlagsfestigkeit E_d ;
im magn. Feld theoretisch keine Höchstgrenze)

Fall 2: $\mu \neq \text{konst.}$, Feld homogen

Spule mit Eisenjoch:

Windungen: N , mittlere Länge: s , Querschnitt: A

$$dW_m = u_L \cdot i \cdot dt = N \frac{d\Phi}{dt} i \cdot dt = N \frac{A \cdot dB}{dt} \frac{H \cdot s}{N} dt$$

$$dW_m = A \cdot s \cdot H \cdot dB = V \cdot H \cdot dB$$

$$\Rightarrow \boxed{W_m = V \int_0^B H \cdot dB} \quad \text{aus Magnetisierungskurve}$$

Energiedichte: $\boxed{\frac{W_m}{V} = \int_0^B H \cdot dB}$

MAGNETISCHE LEISTUNG

$$p_m = \frac{dW_m}{dt} = p = u_L \cdot i = N \frac{d\Phi}{dt} \frac{\Theta}{N} \Rightarrow \boxed{p_m = \Theta \frac{d\Phi}{dt}}$$

Die magn. Leistung ist an eine zeitliche Änderung des Feldes gebunden (Wechselstrom).

M13: KRÄFTE IM MAGNETFELD

Wechselwirkung zwischen Magnetfeldern.

KRAFT AUF EINE BEWEGTE LADUNG

Eine Ladung Q bewegt sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} durch ein Magnetfeld mit der Flussdichte \vec{B} .

⇒ Kraft \vec{F} : Lorentz-Kraft (Wechselwirkung der Felder)

$$\boxed{\vec{F} = Q (\vec{v} \times \vec{B})} \quad \text{Hendrik Lorentz (1853-1928)}$$

Anwendungen:

Kathodenstrahloszillograph, Fernseher, Hallsonde...

KRAFT AUF EINEN STROMDURCHFLOSSENEN LEITER

Ein Leiter der Länge l mit dem Strom I befindet sich in einem Magnetfeld mit der Flussdichte B .

Kraft \vec{F} : aus $d\vec{F} = dQ \left(\frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B} \right) = I (d\vec{l} \times \vec{B})$ folgt

$$\boxed{\vec{F} = I \int_l (d\vec{l} \times \vec{B})} \quad \text{gerader Leiter: } \boxed{\vec{F} = I (\vec{l} \times \vec{B})}$$

$$\boxed{|\vec{F}| = I \cdot l \cdot B \cdot \sin \alpha} \quad \text{für } \alpha = 90^\circ \Rightarrow |\vec{F}| = I \cdot l \cdot B$$

2 parallele, gerade Leiter mit I_A und I_B , Abstand a :

$$\boxed{|\vec{F}_A| = |\vec{F}_B| = \frac{\mu_0 \cdot l}{2\pi \cdot a} I_A \cdot I_B}$$

Anwendungen:

el. Maschinen, Drehspulinstrument...

Bemerkung: $[\vec{B}] = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{N}}{\text{A} \cdot \text{m}}$

⇒ Ein homogenes Magnetfeld besitzt die magn. Flussdichte 1 T, wenn auf einen senkrecht zu den Feldlinien verlaufenden, langen, dünnen Leiter, der einen Strom von 1 A trägt, je m Leiterlänge die Kraft 1 N ausgeübt wird.

KRAFT AUF POLFLÄCHEN

Grundsatz: Jedes Feld strebt danach, die in ihm enthaltene Energie zu minimieren.

Kraft ⇒ Energie und Energieänderung

Energiezunahme im Luftraum zwischen zwei Polflächen über eine infinitesimale Vergrösserung des Abstandes durch die Kraft F :

(Fläche A und Verschiebung dl_L)

$$dW_{mL} = \frac{H_L \cdot B_L}{2} A \cdot dl_L = F \cdot dl_L$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{H_L \cdot B_L}{2} A = \frac{\mu_0 \cdot H_L^2}{2} A = \frac{B_L^2}{2\mu_0} A = \frac{H_L \cdot \Phi}{2}}$$

spezifische Kraft:

$$\boxed{\frac{F}{A} = \frac{H_L \cdot B_L}{2} = \frac{\mu_0 \cdot H_L^2}{2} = \frac{B_L^2}{2\mu_0}}$$

Anwendungen:

⇒ für grosse Kräfte, ohne Berührung (Schütze...)