

模拟退火算法解决 TSP 问题的实现及可视化

吴陈铭 2015210928 计研 153

1. TSP 问题及模拟退火算法

旅行商问题(Traveling salesman problem, TSP)是计算机科学领域一个很有名的问题, 该问题的内容为: 有一个推销员, 要到 n 个城市推销商品, 他要找出一个包含所有的 n 个城市的具有最短路径的环路, 属于 TSP-Complete 问题。TSP 的历史很久, 最早的描述是 1759 年欧拉研究的骑士周游问题, 即对于国际象棋中的 64 个方格, 走访 64 个方格一次且仅一次, 并且最终返回到起点。对于 TSP 问题的解是多维、多局部极值并且搜索空间区域无穷大的, 通常情况下复杂度为 $O((n-1)!)$, 在状态压缩前提下复杂度为 $O(2^n)$, 如果使用 Brute-force 算法效率将会非常低, 因此该问题适合使用随机算法解决。

模拟退火算法是局部搜索算法的一种扩展, 该算法的思想最早由 Metropolis 在 1953 年提出, Kirkpatrick 等人在 1983 年成功地将模拟退火算法用于求解组合优化问题。作为求解复杂组合优化问题的一种有效的方法, 模拟退化算法已经在许多工程和科学领域得到广泛的应用。在求解组合优化问题时, 首先给定一个比较大的 t 值, 这相当于给定一个比较高的温度 T 。随机给定一个问题的解 i , 作为问题的初始解。在给定的 t 下, 随机产生一个问题的解 j , $j \in N(i)$, 其中 $N(i)$ 是 i 的邻域。从解 i 到新解 j 的转移概率, 按照 Metropolis 准则确定, 即:

$$P_t(i \Rightarrow j) = \begin{cases} 1, & f(j) < f(i) \\ e^{-\frac{f(j)-f(i)}{t}}, & \text{else} \end{cases}$$

如果新解 j 被接受, 则以解 j 代替解 i , 否则继续保持解 i 。重复该过程, 直到在该控制参数 t 下达到平衡。与退火过程中的温度 T 缓慢下降相对应, 在进行足够多的状态转移之后, 控制参数 t 要缓慢下降, 并在每个参数 t 下, 重复以上过程, 直到控制参数 t 降低到足够小为止。最终我们得到的是该组合优化问题的一个最优解。由于这样一个过程模拟的是退火过程, 所以被称为模拟退火算法。

2. 代码实现

本工程使用 Visual C++ 2015 编译, 依赖 Qt 5.6.0 及 QCustomPlot 库(已包含在 ./src 目录中)实现可视化。运行时需要选择 TSP 问题作为输入文件打开, 其格式见 TSP20.txt 文件。执行的过程中会实时显示其 TSP 问题的能量函数值。执行完毕后会输出一个算法搜索完毕的全局最优路径及函数值。

初始温度: 280 度

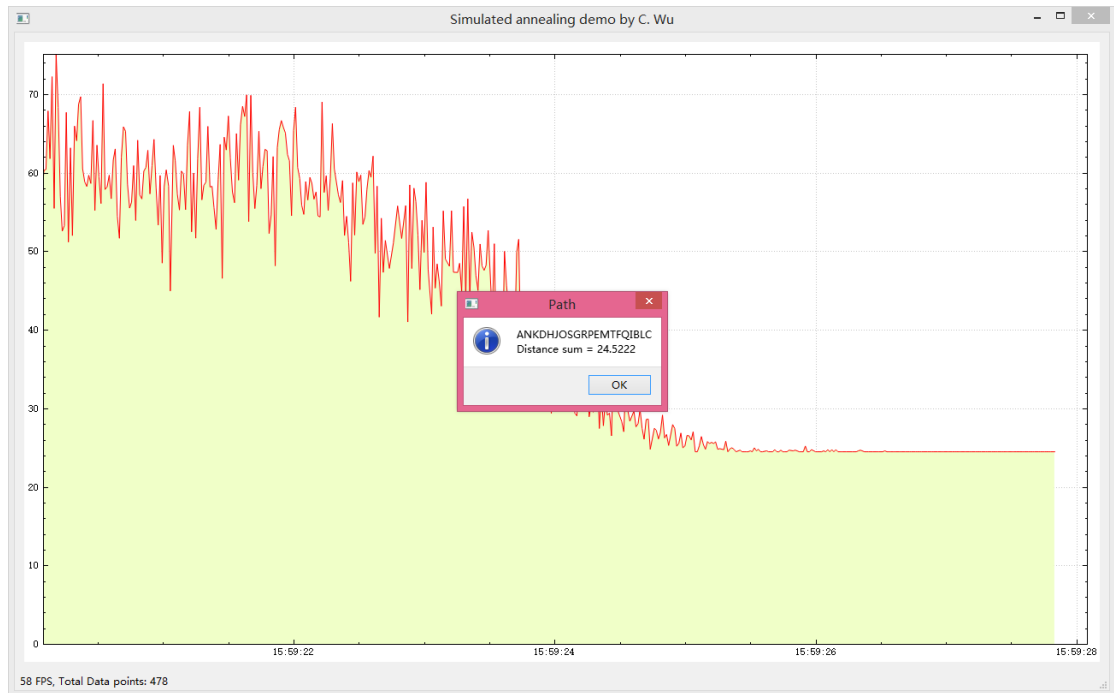
降温比例: 0.97

最小温度: 0.01 度

变换方法: 对于随机生成的两个值 a 、 b , 10% 的概率交换它们的位置, 90% 的概率将 $a \rightarrow b$ 这个序列逆序

3. 程序截图

TSP20:



TSP22:

